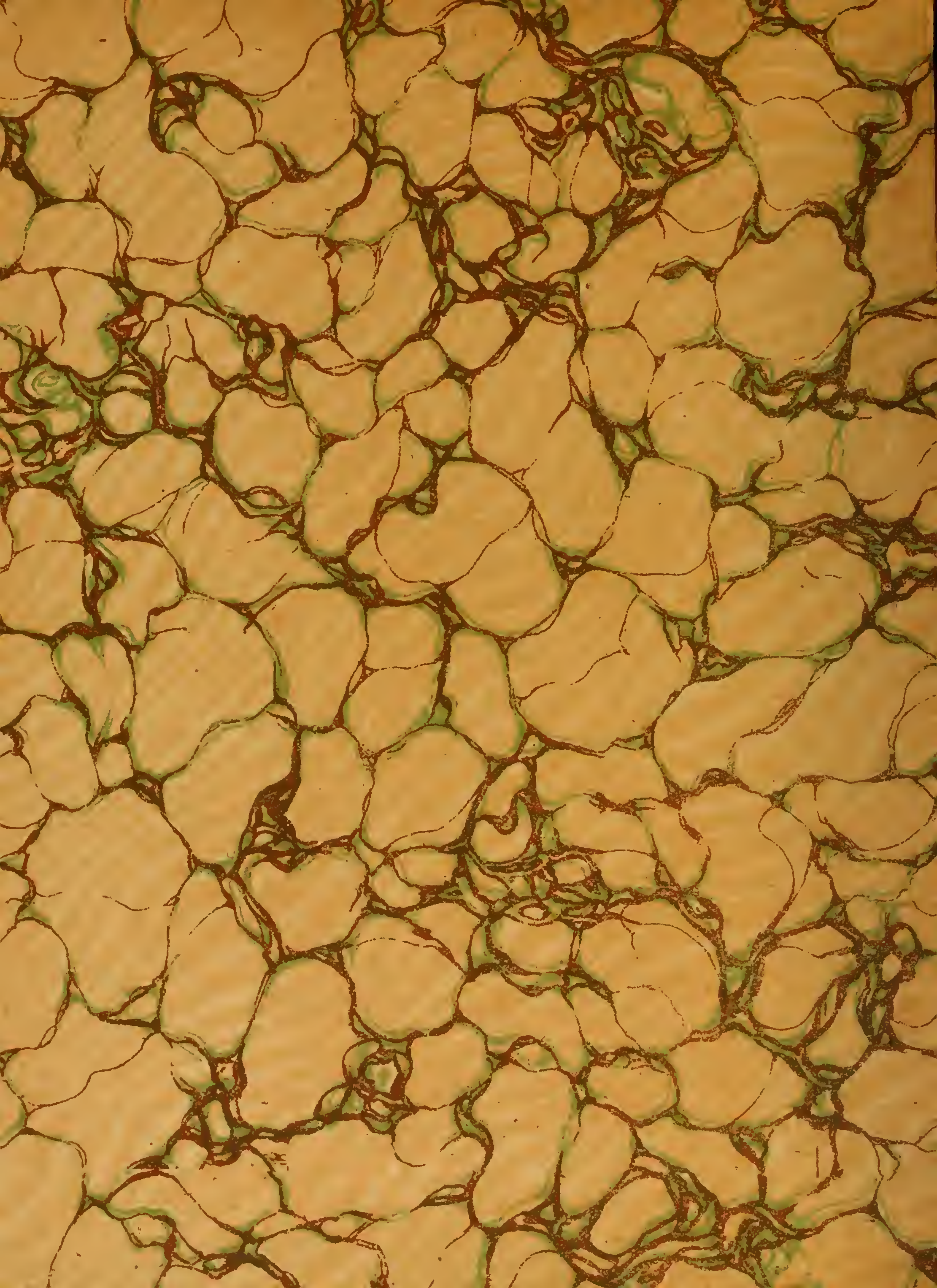
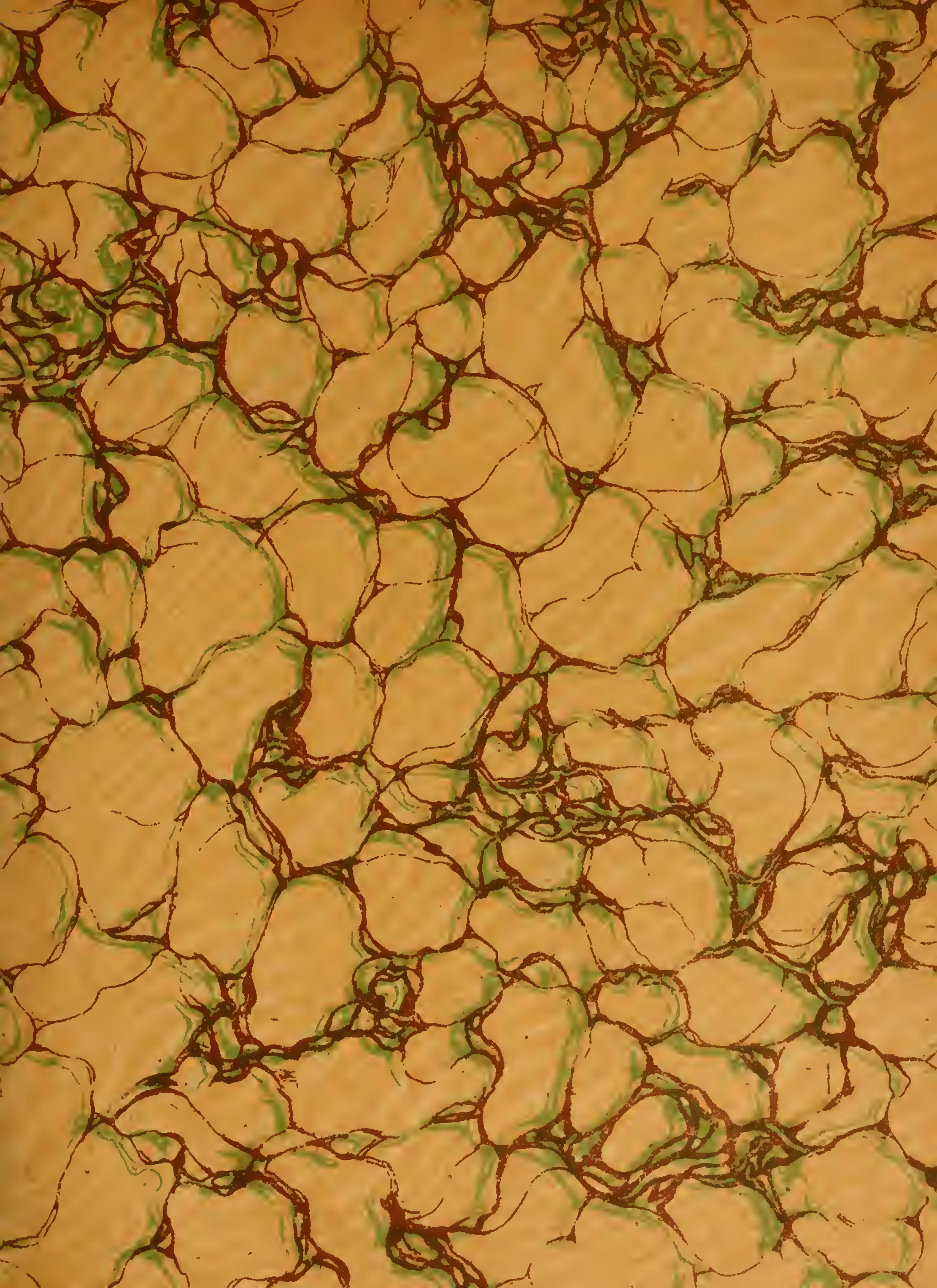






COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS ET Cie, QUAI DES GRANDS-AUGUSTINS, 55.

COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES,

PUBLIÉS,

CONFORMÉMENT A UNE DÉCISION DE L'ACADÉMIE

EN DATE DU 13 JUILLET 1835,

PAR MM. LES SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

TOME CENT-SOIXANTE-DEUXIÈME.

JANVIER — JUIN 1916

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS et Cie, IMPRIMEURS-LIBRAIRES

DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES,

Quai des Grands-Augustins, 55.

1916



ÉTAT DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

AU 1er JANVIER 1916.

SCIENCES MATHÉMATIQUES.

SECTION Ire. — *Géométrie.*

Messieurs :

JORDAN (Marie-Ennemond-Camille) (O. ✻).
PICARD (Charles-Émile) (O. ✻).
APPELL (Paul-Émile) (C. ✻).
PAINLEVÉ (Paul) ✻.
HUMBERT (Marie-Georges) (O. ✻).
HADAMARD (Jacques-Salomon) ✻.

SECTION II. — *Mécanique.*

BOUSSINESQ (Joseph-Valentin) (O. ✻).
DEPREZ (Marcel) (O. ✻).
LÉAUTÉ (Henry-Charles-Victor-Jacob) (O. ✻).
SEBERT (Hippolyte) (C. ✻).
VIEILLE (Paul-Marie-Eugène) (C. ✻).
LECORNU (Léon-François-Alfred) (O. ✻).

SECTION III. — *Astronomie.*

WOLF (Charles-Joseph-Étienne) (O. ✻).
DESLANDRES (Henri-Alexandre) ✻.
BIGOURDAN (Guillaume) ✻.
BAILLAUD (Édouard-Benjamin) (C. ✻).
HAMY (Maurice-Théodore-Adolphe) ✻.
PUISEUX (Pierre-Henri) ✻.

SECTION IV. — *Géographie et Navigation.*

GRANDIDIER (Alfred) (O. ✻).
BASSOT (Jean-Antoine-Léon) (C. ✻).
BERTIN (Louis-Émile) (C. ✻).
LALLEMAND (Jean-Pierre, *dit* Charles) (O. ✻).
N. . . . .
N. . . . .

Section V. — *Physique générale.*

Messieurs :

Lippmann (Jonas-Ferdinand-Gabriel) (c. ✻).
Violle (Louis-Jules-Gabriel) (o. ✻).
Bouty (Edmond-Marie-Léopold) (o. ✻).
Villard (Paul-Alfred) ✻.
Branly (Désiré-Eugène-Édouard) ✻.
N. . . . .

SCIENCES PHYSIQUES.

Section VI. — *Chimie.*

Gautier (Émile-Justin-Armand) (c. ✻).
Lemoine (Clément-Georges) (o. ✻).
Haller (Albin) (c. ✻).
Le Chatelier (Henry-Louis) (o. ✻).
Jungfleisch (Émile-Clément) (o. ✻).
Moureu (François-Charles-Léon) ✻.

Section VII. — *Minéralogie.*

Barrois (Charles-Eugène) (o. ✻).
Douvillé (Joseph-Henri-Ferdinand) (o. ✻).
Wallerant (Frédéric-Félix-Auguste) ✻.
Termier (Pierre-Marie) (o. ✻).
Launay (Louis-Auguste-Alphonse de) ✻.
N . . . .

Section VIII. — *Botanique.*

Guignard (Jean-Louis-Léon) (o. ✻).
Bonnier (Gaston-Eugène-Marie) (o. ✻).
Mangin (Louis-Alexandre) (c. ✻).
Costantin (Julien-Noël) ✻.
N. . . . .
N. . . . .

Section IX. — *Économie rurale.*

Messieurs :

Schlœsing (Jean-Jacques-Théophile) (c. ✻).
Chauveau (Jean-Baptiste-Auguste) (g. o. ✻).
Müntz (Charles-Achille) (o. ✻).
Roux (Pierre-Paul-Émile) (g. o. ✻).
Schlœsing (Alphonse-Théophile) (o. ✻).
Maquenne (Léon-Gervais-Marie) ✻,

Section X. — *Anatomie et Zoologie.*

Ranvier (Louis-Antoine) (o. ✻).
Perrier (Jean-Octave-Edmond) (c. ✻).
Delage (Marie-Yves) (o. ✻).
Bouvier (Louis-Eugène) (o. ✻).
Henneguy (Louis-Félix) (o. ✻).
Marchal (Paul-Alfred) ✻.

Section XI. — *Médecine et Chirurgie.*

Guyon (Casimir-Jean-Félix) (c. ✻).
Arsonval (Jacques-Arsène d') (c. ✻).
Laveran (Charles-Louis-Alphonse) (c. ✻).
Dastre (Albert-Jules-Frank) (o. ✻).
Richet (Robert-Charles) (c. ✻).
. . . .

SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

Darboux (Jean-Gaston) (g. o. ✻), pour les Sciences mathématiques.

Lacroix (François-Antoine-Alfred) ✻, pour les Sciences physiques.

ACADÉMICIENS LIBRES.

Messieurs :

Freycinet (Charles-Louis de Saulses de) (O. ✻).
Haton de la Goupillière (Julien-Napoléon) (G. O. ✻).
Carnot (Marie-Adolphe) (C. ✻).
Labbé (Léon) (C. ✻).
Bonaparte (Le prince Roland).
Carpentier (Jules-Adrien-Marie-Léon) (C. ✻).
Tisserand (Louis-Eugène) (G. O. ✻).
Landouzy (Louis-Théophile-Joseph) (C. ✻).
Blondel (André-Eugène) ✻.
Gramont (Le comte Antoine-Alfred-Arnaud-Xavier-Louis de) ✻.

MEMBRES NON RÉSIDENTS.

Sabatier (Paul) (O. ✻), à Toulouse.
Gouy (Louis-Georges) ✻, à Lyon.
Bazin (Henry-Émile) (O. ✻), à Chenôve (Côte-d'Or).
Depéret (Charles-Jean-Julien) ✻, à Lyon.
Gosselet (Jules-Auguste-Alexandre) (O. ✻), à Lille.
Duhem (Pierre-Maurice-Marie), à Bordeaux.

ASSOCIÉS ÉTRANGERS.

Monaco (S. A. S. Albert Ier, Prince souverain de) (G. C. ✻).
Rayleigh (Lord), à Witham (Angleterre) (O. ✻).
Van der Waals (Joannes-Diderik), à Amsterdam.
Dedekind (Julius-Wilhelm-Richard), à Brunswick.
Ramsay (Sir William) (O. ✻), à Londres.
Lankester (Edwin-Ray), à Londres.
Lorentz (Hendrik-Antoon), à Leyde.
Metchnikoff (Élie) (C. ✻), de Kharkoff (Russie), en résidence à Paris.
Schwendener (Simon), à Berlin.
N. . . . .
N. . . . .
N. . . . .

CORRESPONDANTS.

SCIENCES MATHÉMATIQUES.

Section Ire. — *Géométrie* (10).

Messieurs :

Schwarz (Hermann-Amandus), à Grünewald, près Berlin.
Zeuthen (Hieronymus-Georg), à Copenhague.
Mittag-Leffler (Magnus-Gustaf) (c. ✻), à Stockholm.
Nœther (Max), à Erlangen.
Volterra (Vito), à Rome.
Guichard (Claude), à Paris.
Hilbert (David), à Gœttingue.
Cosserat (Eugène-Maurice-Pierre), à Toulouse.
N. . . . .
N. . . . .

Section II. — *Mécanique* (10).

Vallier (Frédéric-Marie-Emmanuel) (o. ✻), à Versailles.
Witz (Marie-Joseph-Aimé), à Lille.
Zaboudski (Nicolas), à Pétrograd.
Levi-Civita (Tullia), à Padoue.
Voigt (Woldemar), à Gœttingue.
Boulvin (Jules), à Gand.
Schwoerer, à Colmar.
Sparre (Le comte Magnus-Louis-Marie de), à Lyon.
Parenty (Henry-Louis-Joseph) (o. ✻), à Lille.
N. . . . .

Section III. — *Astronomie* (16).

Lockyer (Sir Joseph-Norman), à Sidmouth.
Stephan (Jean-Marie-Édouard) (o. ✻), à Marseille.
Backlund (Oskar) (g. o. ✻), à Poulkova.
Bakhuyzen (Van de Sande) (c. ✻), à Leyde.
Christie (William-Henry), à Greenwich (Angleterre).

Messieurs :

WEISS (Edmund) (O. ☼), à Vienne.
PICKERING (Edward-Charles), à Cambridge (Massachusetts).
GAILLOT (J.-B.-Aimable) (O. ☼), à La Varenne-Saint-Hilaire (Seine).
TURNER (Herbert-Hall), à Oxford.
HALE (George-Ellery), à Mount Wilson (Californie).
KAPTEYN (Jacobus-Cornelius) ☼, à Groningue.
VERSCHAFFEL (Aloys), à Abbadia (Basses-Pyrénées).
LEBEUF (Auguste-Victor) ☼, à Besançon.
DYSON (F.-W.), à Greenwich.
N. . . . .
N. . . . .

SECTION IV. — *Géographie et Navigation* (10).

TEFFÉ (le baron DE), à Rio-de-Janeiro.
NANSEN (Fridtjof) (C. ☼), à Bergen (Norvège).
HELMERT (Frédéric-Robert), à Potsdam.
COLIN (le R. P. Édouard-Élie), à Tananarive.
GALLIENI (Joseph-Simon) (G. C. ☼), à Paris.
BRASSEY (Thomas, Lord) (C. ☼), à Londres.
HEDIN (Sven-Anders) (C. ☼), à Stockholm.
HILDEBRANDSSON (Hugo-Hildebrand) (O. ☼), à Upsal.
DAVIS (William-Morris) ☼, à Cambridge (Massachusetts).
N. . . . .

SECTION V. — *Physique générale* (10).

BLONDLOT (Prosper-René) (O. ☼), à Nancy.
MICHELSON (Albert-A.), à Chicago.
BENOÎT (Justin-Miranda-René) (O. ☼), à Courbevoie.
CROOKES (Sir William), à Londres.
BLASERNA (Pietro) (C. ☼), à Rome.
GUILLAUME (Charles-Édouard) (O. ☼), à Courbevoie.
ARRHENIUS (Svante-August), à Stockholm.
THOMSON (Joseph-John), à Cambridge.
RIGHI (Auguste), à Bologne.
N. . . . .

SCIENCES PHYSIQUES.

SECTION VI. — *Chimie* (10).

Messieurs :

FORCRAND DE COISELET (Hippolyte-Robert DE) (O. ✻), à Montpellier.
GUYE (Philippe-Auguste) ✻, à Genève.
GUNTZ (Nicolas-Antoine) ✻, à Nancy.
GRAEBE (Carl), à Francfort-sur-le-Mein.
BARBIER (François-Antoine-Philippe) (O. ✻), à Lyon.
CIAMICIAN (Giacomo) ✻, à Bologne.
CHARPY (Augustin-Georges-Albert) ✻, à Montluçon.
GRIGNARD (François-Auguste-Victor) ✻, à Nancy.
N. . . . .
N. . . . .

SECTION VII. — *Minéralogie* (10).

GEIKIE (Sir Archibald) (O. ✻), à Haslemer (Angleterre).
TSCHERMAK (Gustav), à Vienne.
ŒHLERT (Daniel) (O. ✻), à Laval.
BRÖGGER (Waldemar-Christofer) (C. ✻), à Christiania.
HEIM (Albert), à Zürich.
KILIAN (Charles-Constant-Wilfrid) ✻, à Grenoble.
LEHMANN (Otto), à Carlsruhe.
GROSSOUVRE (Félix-Albert Durand DE) (O. ✻), à Bourges.
BECKE (Friedrich-Johann-Karl), à Vienne.
N. . . . .

SECTION VIII. — *Botanique* (10).

GRAND'EURY (François-Cyrille) ✻, à Saint-Étienne.
PFEFFER (Wilhelm-Friedrich-Philipp), à Leipzig.
WARMING (Johannes-Eugenius-Beilow), à Copenhague.
FLAHAULT (Charles-Henri-Marie) (O. ✻), à Montpellier.
BERTRAND (Charles-Eugène) ✻, à Lille.
BOUDIER (Jean-Louis-Émile) ✻, à Montmorency.
WIESNER (Julius), à Vienne.
ENGLER (Heinrich-Gustav-Adolf), à Dahlem, près Berlin.
VRIES (Hugo DE), à Amsterdam.
VUILLEMIN (Jean-Paul), à Malzéville, près Nancy.

Section IX. — *Économie rurale* (10).

Messieurs :

Gayon (Léonard-Ulysse) (O. ✻), à Bordeaux.
Winogradski (Serge), à Pétrograd.
Yermoloff (Alexis) (C. ✻), à Pétrograd.
Heckel (Édouard-Marie) (C. ✻), à Marseille.
Godlewski (Emil), à Cracovie.
Perroncito (Edoardo) (O. ✻), à Turin.
Wagner (Paul), à Darmstadt.
Leclainche (Auguste-Louis-Emmanuel) (O. ✻), à Toulouse.
Imbeaux (Charles-Édouard-Augustin) ✻, à Nancy.
Balland (Joseph-Antoine-Félix) (O. ✻), à Saint-Julien (Ain).

Section X. — *Anatomie et Zoologie* (10).

Retzius (Gustave) (C. ✻), à Stockholm.
Maupas (François-Émile) ✻, à Alger.
Simon (Eugène-Louis) ✻, à Lyons-la-Forêt (Eure).
Francotte (Charles-Joseph-Polydore), à Bruxelles.
Renaut (Joseph-Louis) ✻, à Lyon.
Yung (Émile-Jean-Jacques), à Genève.
Lœb (Jacques), à New-York.
N. . . . .
N. . . . .
N. . . . .

Section XI. — *Médecine et Chirurgie* (10).

Lépine (Jacques-Raphaël) (O. ✻), à Lyon.
Czerny (Vincent-Joseph), à Heidelberg.
Baccelli (Guido) (G. O. ✻), à Rome.
Calmette (Léon-Charles-Albert) (C. ✻), à Lille.
Manson (Sir Patrick), à Londres.
Pavlov (Jean-Petrovitz), à Pétrograd.
Bernstein (Julien), à Halle-sur-Saale.
N. . . . .
N. . . . .
N. . . . .

COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 3 JANVIER 1916.

PRÉSIDENCE DE M. Ed. PERRIER, PUIS DE M. C. JORDAN.

M. **Edmond Perrier**, Président sortant, fait connaître à l'Académie l'état où se trouve l'impression des Recueils qu'elle publie et les changements survenus parmi les Membres et les Correspondants pendant le cours de de l'année 1915.

État de l'impression des Recueils de l'Académie au 1er janvier 1916.

Volumes publiés.

Comptes rendus des séances de l'Académie. — Le Tome 157 (2e semestre de l'année 1913) est paru avec ses Tables et a été mis en distribution.

Le Tome 158 (1er semestre de l'année 1914) est paru avec ses Tables et sera prochainement mis en distribution.

Les numéros du 2e semestre de l'année 1914, et des 1er et 2e semestres de l'année 1915 ont été mis en distribution, chaque semaine, avec la régularité habituelle.

Mémoires de l'Académie. — Le Tome LIII, 2e série, vient de paraître et est mis aujourd'hui en distribution.

Mémoires présentés par divers savants à l'Académie. — Le Tome XXXV, 2e série, a été mis en distribution.

L'Académie a décidé que, l'avenir, les *Mémoires de l'Académie* et les *Mémoires présentés par divers savants à l'Académie* seraient réunis en un seul Recueil, qui conservera le titre de *Mémoires de l'Académie.*

Procès-Verbaux des séances de l'Académie des Sciences, tenues depuis la fondation de l'Institut jusqu'au mois d'août 1835. — Le Tome V, années 1812-1815, a été mis en distribution.

Le Tome VI, années 1816-1819, est paru et sera prochainement distribué.

Observatoire d'Abbadia. — Est paru un *Catalogue de* 14263 *étoiles, comprises entre* + 16° *et* + 24° (*zone photographique de Paris*).

Volumes en cours de publication.

Mémoires de l'Académie. — Le Tome LIV, 2e série, est en préparation.

Procès-Verbaux des séances de l'Académie des Sciences, tenues depuis la fondation de l'Institut jusqu'au mois d'août 1835. — Les 36 premières feuilles du Tome VII, années 1820-1823, sont composées.

Changements survenus parmi les Membres depuis le 1er janvier 1915.

Membres décédés.

Section de Géographie et Navigation. — M. **Guyou**, le 24 août; M. **Hatt**, le 9 octobre.

Section de Physique générale. — M. **Amagat**, le 15 février.

Section de Botanique. — M. **Prillieux**, le 7 octobre; M. **Zeiller**, le 27 novembre.

Section de Médecine et Chirurgie. — M. **Bouchard**, le 28 octobre.

Membres à remplacer.

Section de Géographie et Navigation. — M. **Guyou**, décédé le 24 août 1915; M. **Hatt**, décédé le 9 octobre 1915.

Section de Physique générale. — M. **Amagat**, décédé le 15 février 1915.

Section de Minéralogie. — M. A. **Lacroix**, élu Secrétaire perpétuel pour les Sciences physiques, le 8 juin 1914.

Section de Botanique. — M. **Prillieux**, décédé le 7 octobre 1915; M. **Zeiller**, décédé le 27 novembre 1915.

Section de Médecine et Chirurgie. — M. **Bouchard**, décédé le 28 octobre 1915.

Associés étrangers. — M. **Édouard Suess**, décédé le 26 avril 1914; M. **Hittorf**, décédé le 28 novembre 1914.

M. **von Baeyer**, dont l'élection a été annulée par décision de l'Académie en date du 15 mars 1915; le décret qui avait approuvé l'élection a été rapporté par un nouveau décret en date du 28 mai 1915.

Changements survenus parmi les Correspondants depuis le 1er janvier 1915.

Correspondants décédés.

Section d'Astronomie. — M. **Auwers**, à Berlin, le 24 janvier.

Section de Géographie et Navigation. — M. **Albrecht**, à Potsdam, le 31 août.

Section de Chimie. — Sir **Henry Roscoe**, à Londres, le 18 décembre.

Section de Minéralogie. — M. **Vasseur**, à Marseille, le 9 octobre.

Section d'Anatomie et Zoologie. — M. **Henri Fabre**, à Sérignan (Vaucluse), le 11 octobre.

Correspondants à remplacer.

Section de Géométrie. — M. **Gordan**, à Erlangen, décédé le 21 décembre 1912; M. **Félix Klein**, à Gœttingue, dont l'élection a été annulée par décision de l'Académie, en date du 15 mars 1915.

Section de Mécanique. — M. **Considère**, à Paris, décédé le 3 août 1914.

Section d'Astronomie. — M. **G.-W. Hill**, à West-Nyack (New-York), décédé le 16 avril 1913; M. **Auwers**, à Berlin, décédé le 24 janvier 1915.

Section de Géographie et Navigation. — M. **Th. Albrecht**, à Potsdam, décédé le 31 août 1915.

Section de Physique générale. — M. **Gouy**, à Lyon, élu Membre non résident le 28 avril 1913.

Section de Chimie. — Sir **Henry Roscoe**, à Londres, décédé le 18 décembre 1915; M. **Emil Fischer**, à Berlin, dont l'élection a été annulée par décision de l'Académie, en date du 15 mars 1915.

Section de Minéralogie. — M. **Vasseur**, à Marseille, décédé le 9 octobre 1914.

Section d'Anatomie et Zoologie. — M. **Jean Pérez**, à Bordeaux, décédé en septembre 1914; M. **Waldeyer**, à Berlin, dont l'élection a été annulée par décision de l'Académie, en date du 15 mars 1915; M. **Henri Fabre**, à Sérignan (Vaucluse), décédé le 11 octobre 1915.

Section de Médecine et Chirurgie. — M. **Ernst von Leyden**, à Berlin, décédé le 5 octobre 1910; M. **Mosso**, à Turin, décédé le 24 novembre 1910; M. **Zambaco**, à Constantinople, décédé en décembre 1913.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. C. Jordan, en prenant possession du fauteuil de la Présidence, s'exprime en ces termes :

Mes chers Confrères,

En déférant à l'aimable invitation de M. Perrier, je dois tout d'abord le remercier en votre nom de la bonne grâce avec laquelle il a exercé une présidence dont nous conserverons précieusement le souvenir.

Il nous exprimait naguère en quelques phrases éloquentes le vœu qu'il fût donné à son successeur, plus heureux que lui, de célébrer, avec la fin des épreuves de notre douce France, le triomphe complet de la justice sur la barbarie.

J'accepte ce présage. Car les merveilles de courage et de patriotisme que chaque jour nous révèle sont les sûrs garants de nos espérances. J'envoie à nos chers « poilus », au fond de leurs tranchées, les souhaits de l'Académie des Sciences et le tribut de son admiration.

J'ai été profondément touché, mes chers Confrères, de voir que vous avez songé à me déférer la présidence pour cette année. Un pareil choix est le plus grand honneur qui puisse advenir à un savant au déclin de ses jours.

Il m'impose des devoirs nouveaux dont je serais un peu intimidé si je ne comptais pour m'aider à les remplir sur l'appui de l'expérience de nos Secrétaires perpétuels.

Permettez-moi, en terminant, de renouveler un vœu bien connu mais peu exaucé. J'ai assisté à des séances mémorables où Pasteur exposait ses découvertes; nous l'écoutions dans un silence religieux. Mais il faut bien avouer que telle n'est pas la physionomie habituelle de nos réunions.

Les Communications, souvent très intéressantes, sont à la rigueur entendues par le Bureau; mais le bruit des conversations particulières couvre pour tous les autres Membres la voix de l'orateur. Tous mes prédécesseurs vous ont dit la même chose, parce que c'est toujours la même chose. Sans méconnaître l'utilité de ces entretiens privés, ils vous ont fait remarquer

que la salle de l'Académie Française, dont nous disposons, semble très propre à cet objet.

D'autre part, ne serait-il pas désirable d'apporter un peu plus de ponctualité dans la tenue de nos séances? Elles en sont arrivées peu à peu à n'ouvrir que vers 15 heures et demie.

M. le **Secrétaire perpétuel** annonce que le Tome LIII, 2e série, des *Mémoires de l'Académie des Sciences* est en distribution au Secrétariat.

M. le **Président** annonce le décès de Sir *Henry Roscoe*, Correspondant de l'Académie pour la Section de Chimie.

ASTRONOMIE. — *Les Manuscrits des Œuvres de Jean de Lignières* (1).
Note de M. G. **Bigourdan**.

Cambridge (Engl.).

M. R. James, *A descriptive Cat. of the Manuscripts Gonville and Cajus College*, t. I :

110-179 (p. 114), f° 1. — Inc. canones super magnum almanach omnium planetarum a mag. Johanne de Lineriis picardi ambianensis dyocesis, compositum super meridianum parisiensem.

A Catalogue of the mss. preserved in the Library of the Univ. of Cambridge, t. II, 1857; t. III, 1858 :

1017 (II, p. 118), fos 78-92 *a*. — 13. *Canones M. Joh. de Lineriis de Calculatione Eclipsium.*

There are 69 canons, of wich 60, 61, 62, 63, appear first, followed by the remainder in order. The above seem to have come to the transcriber's (Kaerlyon's) knowledge first.

Begins : Eclipsem Solis et Lune in quocunque Anno... Ends : et sic per propositionem. Explicient canones M. Johannis de Lineriis.

1017 (II, p. 116), fos 23 *b*-26. — 5. *Algorismus de Minuciis vulgaribus.* This is a treatise on the Arithmetic of vulgar, and physical, or sexagesimal fractions.

Begins : Modum representationis Minuciarum vulgarium... Ends : et habebis quod queris, etc. Explicit Algorismus in Minuciis vulgaribus.

(1) Voir *Comptes rendus*, t. 161, 1915, p. 759. Je dois tous mes remerciments à M. H. Omont, dont les conseils m'ont bien abrégé les recherches de ces manuscrits.

There is an addition wich ends : ... minuciarum vulgarium et physicarum sufficiunt. Explicit de Minuciis vulgaribus secundum Magistrum Johannem de Lyneriis.

1572 (III, p. 215). — Tracts with figures, giving the elements of the epicyclic orbits of the superior planets, by John de Lineriis.

1719 (III, p. 346), f°s 54 *b*-56 *b*. — 11. *Canones Magistri Johannis de Lyneriis Picardi Diocesis Ambianensis super Tabulas Alfonsii olim regis Castelli.* — Begins : Quia ad inveniendum loca planetarum.... Ends : ... die eclipsym lune possibilem in illo mense.

ID., *Id.*, f°s 56 *b*-61 *a*. — 12. *Canones Eclipsium cum aliis diversis Johannis Lynerii.* — Begins : Utrum planeta sit statorius directus aut retro... — Ends : qui fuit in radice et sic post propositum. Expliciunt canones, etc., ordinati per Magistrum Johannem de Lyneriis Picardinum Diocesis Ambianensis anno Incarnationis Christi 1322°. Restat in honore et pace perpetua. Amen.

M. R. JAMES, *A Descriptive Catalogue of the Manuscripts in the Library of Peterhouse*. Cambridge, 1899 :

277 (p. 354), I, 3. — Inc. algorismus de minuciis [M^ri^ Joh. de linieris].

Id. (p. 354), II, 12. — Canones tabularum primi mobilis magri Johannis de Lineriis. An angel nicely drawn with the pen, by the initial. Cuius libet arcus propositi sinum rectum inuenire. — Ends : vero loco solis qui fuerit in radice 2^e^ proporcionis (?). Expl. Canones tabularum primi mobilis et equationum simul et eclipsium ordinati per magrum Johannem de Lineriis pictandum dyoc. Ambianensis.

CRACOVIE.

Dr WLADYSLAW WISLOCKY, *Catalogus codicum manuscriptorum bibliothecæ Universitatis Jagellonicæ Cracoviensis*. Cracovie, 1877-1881 :

459. Str. 100-105 : Alius Tractatus astronomicus. Zaczyna sie : « Quere coniunccionem mediam solis et lune... » Na koncu « ... scias, esse doctrinam mgri Iohannis de Linerijs, a quo habeo doctrinam et scienciam meam ».

546. Str. 117-123 : Tractatus secundum doctrinam mgri Iohannis de Ligneriis. Zaczyna sie : « Eclipsis quantitatem et derivacionem per Tabulas ».

551. Str. 45-58 : Incipiuntur Canones Tabularum Alfoncy : Tempus est mensura motus, ut wlt Aristoteles IV to Physicorum.... » Przy koncu « ... secundum doctrinam mgri Iohannis de Linerys expressam. In nomine dni, finis adest super Tabulas Alphoncij Canonum a. 1388. »

Id., Str. 113-138 : Tractatus Ioannis de Linerijs. Na str. 123 : « Et sic est finis Canonum in Tabulas primi mobilis; Incipiunt Canones super Tabulas equacionum, quas simul editit mgr. Johannes de Linerijs. »

552. Str. 114-118 : De eclipsi solis secundum doctrinam mgri Joannis de Ligneriis. Zaczyna sie : « Eclipsis solis quantitatem et derivacionem per Tabulas invenire.... » Na koncu : «... scias, secundum doctrinam mgri Iohannis de Linerijs, a quo habeo doctrinam et scienciam meam; Expliciunt Canones mgri Iohannis Dankonis, etc. ».

555. Aequatorium planetarum, cum Tabulis Blanchini. Zaczyna sie : « Iohannes Blanchinus... salutes plurimas dicit.... » Na str. 24 : « Explicit equatorium planetarum secundum mgrum Iohannem de Linerijs, finitum a. d. 1453 in Studio Perusiensij per Iohannem Smora de Leznijcz, etc. »

557. Aequatorium planetarum, cum Tabulis Blanchini. Zaczyna sie : « Iohannes Blanchinus... salutes plurimas dicit.... » Na k. 12 v. : « Explicit Equatorium planetarum secundum mgrum Iohannem de Lincijs, scriptum a. d. 1456 Cracovie per Iohannem Zmora de Leznijcz. »

564. Str. 1-37 : Canones Tabularum regis Alfonsi. Zaczyna sie : « Tempus est mensura motus, ut wlt Aristotiles IVto Physicorum.... » Na koncu : « Expliciunt Canones primi mobilis Tabularum mgri Iohannis de Linerys, extracte ex Albategni, deo gracias. »

Id. Str. 38-72 : « Incipiunt Canones secundi mobilis Tabularum Iohannis de Linerijs. »

Id. Str. 113-146 : « Incipiunt Tabule mgri Iohannis de Linerijs. »

573. Str. 3-53 : Theoria planetarum Gerhardi Cremonensis, cum figuris pictis. Zaczyna sie na str. 5 : « Circulus ecentricus vel egresse cuspidis... ». Na str. 4 : « Causa efficiens fuit mijr Gerhardus Genonensis, qui hunc librum ex multis doctrinis aliorum in compendium redegit... item titulus : Incipit Theorica planetarum Iohannis de Linerijs vel de Sacrobusto.... »

578. Str. 1-62 : « Canones Tabularum mgri Iohannis de Linerijs De motibus planetarum. » Na koncu : « Expliciunt Canones Tabularum astronomie, per mgrum Iohannem de Linerys ordinati et completi Parisius, anno ab incarnacione dni nostrj Iesu Cristi 1322. »

602. Str. 121-162 : « Incipiunt Tabule mgri Iohannis de Linerijs ».

604. Str. 57-75 : Kalendarium. Zaczyna sie : « Ad habendum breviter noticiam presentis Kalendarii, extracti a Kalendario mgri Iohannis de Linerijs et Tabulis coniunccionum mgri Iohannis de Danko, est sciendum.... »

610. Str. 495 : « Canones Iohannis de Linerijs. »

613. Str. 367 : « Expliciunt Canones mgri Iohannis de Linerijs ».

618. Str. 19-24 : J. Dankonis Canones : « Eclipsis solis quantitatem et derivacionem per Tabulas inuenire... » Na koncu : « ... secundum doctrinam mgri Iohannis de Linerijs, aquo habeo doctrinam et scienciam meam. Et sic est finis Canonum eclipscium mgri Dankonis, a. d. 145 feria b ad vincula s. Petri finiti, per manus Iohannis de Ludziczsko scripti. »

Id. Str. 27-36 : « Expliciunt Canones de primo mobili Iohannis de Linerijs. »

715. Str. 139 : « ... secundum doctrinam mgri de Linerys, a quo habeo scienciam meam. »

1863. « Tabule de veris et medys motibus planetarum (ab. a. 1430-1499), cum Canonibus » mgri Danconis. Na koncu : « ... secundum doctrinam mgri Iohannis de Linerys, aquo habeo doctrinam et scienciam meam. Et sic est finis Canonum eclipsium mgri Danconis, etc. »

1927. Str. 1 : Scripta super Tabulas Alfoncy et de Lineriis.

ERFURT.

Dr W. SCHUM, *Beschreibendes verzeichniss der Amplonischen Handschriften-Samlung*. Berlin, 1887, in-4°.

F. 376 (Mitte des 14. Jh.). — 6. Bl. 30'-53'. Deinde sequuntur *tabule* septem *planetarum*, maxime solis et lune. *Tabule Iohannis de Lineriis*. Anordung der Tafeln etwas abweichend von F 384 u. 388.

F. 377 (1323 u. 1434). — 3. Bl. 22-35. *Iohannis Pychardi* de *Lineriis* canones tabulas astronomicas illustrantes.

Anf. : Cuiuslibet arcus propositi sinum rectum invenire. Sinus rectus est medietas. Ende : qui fuit in radice et sic patet propositum. Expl. canones tabularum astronomie ordinati per magistrum Iohannem Pychardum de Lineriis et completi Parisius anno ab incarnacione Christi filii Dei 1322, scripte Parisius per manum Iohannis de Dane cowe a. D. M°CCC°XXIII° in die cathedra Petri; Deo gr. Bl. 21 oben nur schwer lesbar in kl Cursive : Composicio astrolabii... magistri Iohannis de Parvo sancto (?)... tabularum bonarum (?) magistri Iohannis de Lineriis.

In. *Id.* — 8. Bl. 38'-40'. *Johannis de Lineriis* canones de *inveniendis minutiis* compositi.

Anf. : Modum representacionis minuciarum vulgarium et phisicarum proponere. Ende : non posui plures quia ille ad propositum nostrum sufficiant. Expl. canones minuciarum mag. Ioh. de Lin.

F. 384 (Mitte des 14. Jh.). — 3. Bl. 26-45'. *Iohannis de Lineriis tabulæ* astronomicæ (Nicht im Cat.).

1. *Tafel*. Inc. tab. mag. Ioh. de Lineriis; tabula medii motus lune in elongacione sui a soli. Letze Tafel : Tabula de exitu planetarum sub radiis solis et eorum ingressu.

In. *Id.* — 4. Bl. 46-53'. *Canones* (*Iohannis*) *Dankonis* circa easdem.

Anf. : Tempus est mensura motus, ut dicit Aristoteles quarto phisicorum. Ende : facias secundum doctrinam mag. Ioh. de Lineriis, a quo habeo doctrinam meam et sciencíam. Expl. canones mag. Ioh. Danekonis astronomi illustris et sic est finis per totum, quamvis non nimis bene. Bl 46 unten ein auf das J. 1351 bezugliche Bemerkung.

F. 386 (um 1359). — 2. Bl. 26-32. *Exposiciones* canonum *primi mobilis Ioh* (*annis*) *de Lineriis* a *Dankone*.

Anf. : Quia plures astrologorum diversos libros fecerunt. — Io. de Lineriis magister meus canones presentes ordinavit — ego Io. de Saxonia intendo — ponere exempla de omnibus operacionibus que communiter per tabulas solent fieri. — Cuiuslibet arcus propositi, etc. Totum opus. Ende im Abschnitt : Arcum equinoxialis elevatum ab ortu solis usque ad horam presentem mit completus eius nadayr 12, capricorni.

F. 388 (Viertel des 15. Jh.). — In isto volumine continentur tabule Iohannis de Lineriis ad habendum motus veros et medios omnium planetarum, item eiusdem de coniunctionibus et opposicionibus planetarum; item canones de predictis; item pars canonum equatorii planetarum.

1. Bl. 1-35. *Iohannis de Lineriis tabulae* motuum verorum et mediorum planetarum.

Anf. : Saturni. Tabula medii motus Saturni et eius argumenti.

Ende : Tabula medie coniunctionis solis et lune ad ciclum perfectum. 1446 completur, etc.

2. Bl. 36'-38'. *Eiusdem commentarius* in tabulas præcedentes.

Anf. : Cum volueris scire verum locum alicuius. Ende : habebis partem proporcionalem quesitam. Exest.

3. Bl. 39'-42'. Eiusdem tabulœ VI « distancias vere coniunctionis et opposicionis » indicantes.

4. Bl. 42'. Fragmentum *commentarii* ad has tabulas spectantis.

Anf. : Cum scire volueris vera loca planetarum per instrumentum. Ende : Exemplum de Mercurio. Medius motus Mercurii die predicta erat. 5.

F **394** (Anfang des 14. Jh.) — **15** Bl 140'u. 141. De *mesuracionibus Io* (*hannis*) de *Lyneriis*. Rubr. : Inc. de mesur. Ioh. de Lin. De profundidate putei. Anf. : Profunditate putei mesurare. Ende : mensuras omnium ad invicem et habetis propositum.

F **395** (um 1373) — **9** Bl. 40-43'. Tractatus de *aspectibus Iohannis de Lineriis* doctrinam sequens.

Anf. : Tempus quarti aspectus solis et lune invenire. Ende : eclipsis figuram autem facies secundum doctrinam magistri Iohannis de Lineriis, a quo scienciam meam habeo.

Q **325** (Mitte v. Ausg. des 14. Jh. 1369) — **25** Bl. 191'-192'. *Algorismus* de *minuciis* (*Petri de Lineriis;* nach Inhalts-verzeichniss).

Anf. wie F 377 Nr 8, wo Johannes de Lineriis als Verf. genannt ist. Ende : velis reducere ad integrum, dimidamus (!).

Q **349** (Anf., Mitte u. Ende des 14. Jh.) — **1** Bl. 1-7. Item *declaraciones canonum Iohannis de Lyneriis* super tabulis eiusdem.

Ueberschr. Decl. can. magistri I. d. L. sup. c. e. Anf. : Circa canonem de invencione locorum planetarum. Ende : de aliis sex climatibus. Expl. tractatus decl. etc.

7. Bl. 11-17'. Quedam de *minuciis phisisis* et *vulgaribus* (a *Iohanne* de *Lineriis* edit.).

Anf. : Multiplicis philosophie variis radiis illustrato domino Roberto de Bardis de Florencia Glacunensis (!) ecclesie inclite decano Jo. de Lin. Anbianensis diocesis astronomice veritatis amator vestro ingenio moderetis. Modum addicionis integrorum. Ende : motus cuiuslibet diei primus. Expl., totum.

Q **352** (Frühster 13. Jh bis 1368) — **10** Bl 71 u. 71'. *Tabule proporcionis Iohannis* de *Lyneriis* ad inveniandum differenciam graduum ad gradus et eciam graduum ad minuta.

Q **355** (Späteres 13. Jh bis 2 Hälfte des 14. Jh.)—**21** Bl. 73-81'. *Saphea* (!) *circa astrolabium* (cuius auctor *Ioh. de Lineriis* Q 366 N. 8 fuisse dicitur). *Ueberschr. von der Hand der Joh. de Wasia* : Saphea. Anf. : Descriptiones que sunt in facie instrumenti notificare. Limbus. Ende : Scita longitudine unius cuiusque civitatis — situare. Si civitas illa — operare ut prius.

Q **357** (Spätes 13. u. Anfang des 14. Jh.) — **15**. Bl. 127-133. *Algorismus de minuciis* (*Ioh. de Lineriis*).

Rubr. : Inc. al. de m. Anf. : M. r. m. ph. et vulg. demonstrare, Sonst wie F. 377 Nr 8. Ende mit versch. Worstellung.

Q **362** (1. Hälfte des 11. sowie 1. u. 2 Hälfte des 14. Jh.) — **1** Bl. 1-54. Item *tabule* illustris regis *Alfoncii* optime et correctissime a principio usque in finem. Bl. 36'-54 :

Tab. augium, latitudinum, coniunccionum, opposicionum, etc. Ein Theil derselben wird dem Joh. de Lineris Zugeschrieben.

Q **363** (Ausg. des 13. u. Anf. des 14. Jh.) — **21** Bl. 33-36. *Tabule* magistri *Iohannis de Lineriis* de *mediis motibus planetarum*, centris et argumentis ad annos Christi et ad meridianum Parisiensem. Ueberschr. des fr. 14. Jh. Inc. etc. Bl. 35' unter. : Nota quod hec tabula facta est per Ioh. de Madenburch ad a. D. 1330 super merid. Paris. ita quod in ista tubula continentur tempora in quibus sol in principia 12 signorum ingreditur — medii celi.

Q **365** (2. Hälfte des 12. Jh., 1297 bis Mitte des 14. Jh.) — **16** Bl. 85-98. *Tractatus algoristicus* de *minuciis* et quedam demonstraciones circa eundem (*Iohannis de Lineriis*). Anf. : Modum wie F. 377 Nr. 8 u. : Quia in fractionibus sunt duo numeri — secundaque 7200. Una medietas wie Q 348 Br. 6. Ende . eciam in presenti figura.

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur les fractions continues et les formes quadratiques binaires indéfinies.* Note de M. G. HUMBERT.

1. Un des plus beaux résultats de la Théorie des formes quadratiques binaires indéfinies est le suivant, dû à Dirichlet :

Soit F *une forme* (a, b, c) *primitive, telle que l'équation* $a\omega^2 + 2b\omega + c = 0$ *ait une racine positive,* ω ; *le nombre des réduites de Gauss équivalentes à* F *est égal à celui des quotients incomplets qui composent la période dans la fraction continue (périodique) qui représente* ω, *ou à deux fois ce nombre, selon que* (a, b, c) *n'équivaut pas ou équivaut à* $(-a, b, -c)$ (¹).

D'autre part, les travaux de divers géomètres, à la tête desquels il faut placer Hermite, ont conduit à modifier et élargir la notion de réduite; c'est ainsi que les *réduites d'Hermite* se classent en *principales*, comparables à celles de Gauss, et en *secondaires*. Stephen Smith (*Ac. dei Lincei*, 1877) et M. Hurwitz (*Math. Ann.*, t. 45) ont proposé d'autres extensions.

Existe-t-il un théorème analogue au précédent quand on considère, dans l'un ou l'autre de ces systèmes, et principalement dans celui d'Hermite, l'*ensemble* des réduites équivalentes à F? C'est l'objet de la présente étude. Nous commencerons par les réduites de M. Hurwitz.

2. *Division de Stephen Smith.* — Considérons la division, Δ, du demi-plan analytique en triangles curvilignes, introduite pour la première fois par Stephen Smith (*loc. cit.*) et définie comme il suit.

(¹) Naturellement, on peut toujours choisir dans une classe une forme F telle que ω soit positif.

On part du triangle, T_0, formé, dans le demi-plan, par les droites $\xi = 0$, $\xi = 1$, et la demi-circonférence de centre $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ et de rayon $\frac{1}{2}$; on prend les triangles *symétriques* de T_0 par rapport à ses côtés, et ainsi de suite pour les triangles successivement trouvés; on obtient de cette manière la division Δ, en triangles T; chacun de ceux-ci a ses trois angles nuls et ses sommets sur $\eta = 0$, sauf un, qui peut être à l'infini. De plus, une substitution modulaire *quelconque* change Δ en Δ, et il existe une et une seule substitution modulaire changeant à la fois T en T_0 et un sommet de T, donné arbitrairement, en le sommet $z = \infty$ de T_0. Toutes ces propriétés sont classiques.

3. *Interprétation géométrique des fractions continues.* — Cela posé, ω étant une irrationnelle positive quelconque, parcourons la droite $\xi = \omega$ (ou D_0), de $+\infty$ vers ω, dans le demi-plan; nous traversons des triangles successifs de la division. Soit T l'un d'eux; appelons *pointe* de T (par rapport à D_0) le sommet d'où partent les deux côtés de T que coupe D_0, et désignons par $p : q$ l'abscisse de cette pointe. Les pointes sont toutes sur $\eta = 0$; le premier triangle traversé, T_1, a $z = \infty$, a, $a + 1$ pour sommets, a étant le plus grand entier contenu dans ω : on regardera comme sa pointe le point $a : 1$, c'est-à-dire qu'on commencera la suite des $p : q$ par $a : 1$; on la continuera ensuite sans ambiguïté, indéfiniment [1].

Or, on établit : 1° *que la suite des* $p : q$ *distinctes est exactement celle des réduites de la fraction continue ordinaire qui représente* ω; 2° *que le quotient incomplet auquel on s'arrête (exclusivement) dans cette fraction, pour obtenir la réduite* $p : q$, *est égal au nombre des triangles* T, *de pointe* $p : q$, *traversés par la droite* D_0.

4. *Cas d'un nombre* ω *quadratique.* — Si ω vérifie l'équation

$$a\omega^2 + 2b\omega + c = 0,$$

où a, b, c sont entiers et premiers entre eux, considérons la demi-circonférence

$$a(\xi^2 + \eta^2) + 2b\xi + c = 0,$$

soit C, et suivons-la, dans le demi-plan, *en nous dirigeant vers le point* ω. Opérons sur C comme tout à l'heure sur D_0, en formant la série successive

---

[1] Si ω est rationnel, la suite s'arrêtera à ω.

des abscisses des pointes (par rapport à C) des domaines traversés par C : il est évident géométriquement que *cette série coïncide, à partir d'un certain terme, avec la série analogue relative à* D_0.

Appelons maintenant *arc de* C tout arc intercepté sur C par un des triangles T; en répétant des raisonnements classiques, on reconnaît que ces arcs se répartissent en *périodes;* une période est formée par μ arcs *successifs*, découpés sur C par des triangles

$$T^{(1)}, \quad T^{(2)}, \quad \ldots, \quad T^{(\mu)};$$

l'arc suivant serait découpé par le triangle transformé de $T^{(1)}$ par une substitution modulaire fixe, S, changeant ω (et C) en elle-même; sous forme binaire, S est la substitution *semblable fondamentale* de la forme (a, b, c). (Le choix entre S et S^{-1} se fait en prenant celle des deux substitutions qui change un point de C en un point plus rapproché de ω.) La *période* suivante est dès lors formée par les triangles

$$T^{(1)}S, \quad T^{(2)}S, \quad \ldots, \quad T^{(\mu)}S, \quad \text{etc.}$$

D'après la signification géométrique des quotients incomplets de la fraction continue ω, il est clair que ceux qui correspondent aux triangles d'une période sont les mêmes, dans le même ordre, que ceux de la période suivante, et ainsi de suite : de là résultent *la périodicité de la fraction continue*, la périodicité *inverse* de celle qui correspond au nombre quadratique conjugué de ω, et bien d'autres propriétés de ces développements.

5. *Réduites de M. Hurwitz.* — Ce sont les formes quadratiques binaires indéfinies (α, β, γ) pour lesquelles $\alpha > 0$ et $\gamma < 0$. On reconnaît aisément que le nombre de ces réduites équivalentes à F est celui des formes, ψ, équivalentes à F, dont la circonférence représentative coupe *les deux côtés rectilignes* du triangle initial T_0.

Or, il est clair que l'arc de C intérieur à T équivaut modulairement à l'arc, intérieur à T_0, d'une et d'une seule forme ψ; on obtient ce dernier arc en appliquant au premier la substitution modulaire qui change T en T_0 et la pointe de T en le sommet ∞ de T_0 : on en conclut que le nombre des formes ψ est celui des triangles T traversés par C, dans l'intervalle d'une période d'arcs; donc, d'après le n° 3, il est égal à la *somme* des quotients incomplets de la fraction continue ω, pour l'intervalle d'une période.

Enfin, on établit facilement qu'à la période des arcs sur C correspond la période *minima* des quotients incomplets, ou cette période répétée deux

fois, selon que la forme initiale (a, b, c) n'équivaut pas ou équivaut à $(-a, b, -c)$ (Dirichlet). Donc :

Le nombre des réduites de M. Hurwitz équivalentes à (a, b, c) est égal à la somme des quotients incomplets de la période minima obtenue dans la réduction en fraction continue de ω, racine positive quelconque de $a\omega^2 + 2b\omega + c = 0$, ou égal au double de cette somme, selon que (a, b, c) n'équivaut pas ou équivaut à $(-a, b, -c)$.

On aurait pu donner de ce théorème une autre démonstration, en suivant la marche de Dirichlet; mais la méthode indiquée s'étend seule au cas suivant; de plus, elle met en évidence une interprétation géométrique intéressante des fractions continues.

6. *Réduites d'Hermite.* — On appelle ainsi les formes dont la circonférence représentative *pénètre* dans le domaine fondamental classique du groupe modulaire. La recherche du nombre de ces réduites qui équivalent à F est notablement plus difficile que la précédente, parce que, au lieu des triangles T, dont *tous* les sommets sont sur $\eta = 0$ ou à l'infini, il faut introduire les domaines modulaires ordinaires, dont *un seul* sommet jouit de cette propriété; de même, au développement en fraction continue de ω, il faut substituer la méthode d'approximation d'Hermite. Nous reviendrons, avec quelque détail, sur cette question qui est l'objet principal de notre travail; énonçons seulement ici le résultat final, analogue à celui du n° 5 :

Soient $h_1, h_2, \ldots, h_k$ les quotients incomplets de la période minima obtenue dans la réduction de ω en fraction continue; le nombre total des réduites d'Hermite équivalentes à (a, b, c) est $(1 + h_1) + (1 + h_2) + \ldots + (1 + h_k)$, si l'on ne regarde pas comme distinctes deux réduites telles que (α, β, γ) et $(-\alpha, \beta, -\gamma)$.

Il y a exception lorsque, parmi les circonférences représentatives des réduites, il en est qui passent par l'un ou l'autre des deux points

$$z = \pm \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2},$$

sommets du domaine modulaire fondamental : il faut alors, pour rétablir l'exactitude, compter pour *deux* chacune des réduites correspondantes.

MÉCANIQUE ANALYTIQUE. — *Sur les liaisons cachées et les forces gyroscopiques apparentes dans les systèmes non holonomes.* Note de M. PAUL APPELL.

I. Dans la recherche d'une représentation mécanique d'un phénomène, on ne peut *a priori* admettre que les liaisons cachées sont d'une nature spéciale : on doit donc, pour embrasser le cas le plus général, supposer que ces liaisons ne sont pas holonomes et employer, non les équations de Lagrange ni les équations canoniques, mais les équations générales comme celles qui résultent de la considération de l'énergie d'accélération.

Ce point de vue, qui paraît devoir intéresser les physiciens, a été indiqué dans une Note, *Sur l'emploi possible de l'énergie d'accélération dans les équations de l'Électrodynamique*, que j'ai présentée à l'Académie dans la séance du 22 avril 1912 (*Comptes rendus*, t. 154, p. 1037); il a été développé dans une Note de M. Édouard GUILLAUME, *Sur l'extension des équations mécaniques de M. Appell à la physique des milieux continus; application à la théorie des électrons* (*Comptes rendus*, t. 156, 10 mars 1913, p. 875).

Si l'on emploie, à tort, les équations de Lagrange, on est amené à introduire, en plus des forces réellement appliquées, des forces *apparentes* qui, d'après la terminologie de Sir William Thomson (*Treatise on Natural Philosophy*, Vol. I, Part I, new edition, Cambridge, 1879, p. 391-415), sont des forces *gyroscopiques*, comme celles qui se présentent dans certains phénomènes électromagnétiques.

C'est ce fait que je me propose de mettre en lumière d'une manière générale.

II. Quoique la considération du seul système à étudier suffise, il me paraît préférable de faire la comparaison que je vais employer.

Imaginons deux systèmes (A) et (B), à liaisons cachées indépendantes du temps et sans frottements, l'un (A) holonome, l'autre (B) non holonome. Supposons que ces deux systèmes aient le même nombre k de degrés de liberté et la même expression pour leur énergie cinétique

$$2T = \Sigma a_{ij} q'_i q'_j,$$

les coefficients a_{ij} étant des fonctions des paramètres $q_1, q_2, \ldots, q_k$; supposons enfin que les forces réellement appliquées aux deux systèmes dérivent de la même fonction de forces,

$$U(q_1, q_2, \ldots, q_k).$$

ou, plus généralement, que la somme des travaux de ces forces, pour un déplacement quelconque δq_1, δq_2, ..., δq_k, ait la même expression

$$Q_1 \delta q_1 + Q_2 \delta q_2 + \ldots + Q_k \delta q_k$$

dans les deux systèmes.

Le fait que des systèmes de ce genre existent résulte d'un exemple que j'ai donné dans mon *Traité de Mécanique* (2e édition, t. 2, p. 385, n° 469).

Dans ces conditions, les équations de mouvement du système (A) sont

$$\text{(A)} \qquad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial q'_i}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i \qquad (i = 1, 2, \ldots, k).$$

Celles du système (B) pourront s'écrire

$$\frac{\partial S}{\partial q'_i} = Q_i,$$

S désignant l'énergie d'accélération de ce système; on pourra aussi les mettre sous la forme

$$\text{(B)} \qquad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial q'_i}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i + \Delta_i,$$

les Δ_i étant des termes correctifs homogènes et du second degré par rapport aux composantes q'_1, q'_2, ..., q'_k des vitesses; la composition analytique de ces termes Δ_i a été indiquée dans un article intitulé : *Remarques d'ordre analytique sur une nouvelle forme des équations de la Dynamique*, que j'ai publié dans le *Journal de Mathématiques* de M. Jordan, 5e série, t. 7, 1901, p. 5-12. On peut aussi obtenir ces termes en utilisant, d'une façon convenable, les calculs de Hertz (*Œuvres*, t. 3).

On voit alors que, pour l'observateur qui croirait les liaisons du système (B) holonomes, il semblerait que ce système soit soumis non seulement aux forces réelles donnant naissance aux termes Q_1, Q_2, ..., Q_k, mais encore à des forces apparentes donnant naissance aux termes correctifs Δ_1, Δ_2, ..., Δ_k.

D'ailleurs ces forces apparentes sont *gyroscopiques*. En effet, l'application du théorème des forces vives montre que les deux systèmes d'équations (A) et (B) entraînent la même équation des forces vives

$$\frac{dT}{dt} = Q_1 q'_1 + Q_2 q'_2 + \ldots + Q_k q'_k,$$

obtenue en les ajoutant, après les avoir multipliées respectivement par q'_1, q'_2, ..., q'_k.

On obtient donc la relation

$$(C) \qquad \Delta_1 q'_1 + \Delta_2 q'_2 + \ldots + \Delta_k q'_k = 0,$$

qui a lieu quelles que soient les composantes $q'_1, q'_2, \ldots, q'_k$ des vitesses et les paramètres $q_1, q_2, \ldots, q_k$, puisque toutes ces quantités peuvent être prises arbitrairement à l'instant initial. La somme des travaux des forces apparentes Δ_i est donc nulle dans le déplacement réel : ces forces sont *gyroscopiques*.

Si l'on fait un changement de variables *sous forme finie*

$$q_i = f_i(p_1, p_2, \ldots, p_k) \qquad (i = 1, 2, \ldots, k),$$

les équations (A) et (B) conservent les mêmes formes, où les q et les q' sont remplacés par les p et les p', où les Q sont remplacés par les P déduits de l'identité

$$Q_1 \delta q_1 + \ldots + Q_k \delta q_k = P_1 \delta p_1 + \ldots + P_k \delta p_k,$$

et où les Δ qui définissent les forces apparentes sont remplacés par des Γ déduits de l'identité analogue

$$\Delta_1 \delta q_1 + \ldots + \Delta_k \delta q_k \equiv \Gamma_1 \delta p_1 + \ldots + \Gamma_k \delta p_k.$$

Les forces apparentes se comportent donc, dans ce changement de variables, comme de véritables forces.

L'exemple le plus simple des considérations que nous venons de développer est fourni par la théorie du cerceau et de la bicyclette, telle qu'elle est exposée dans le Mémoire de M. Carvallo (*Journal de l'École Polytechnique*, 11e série, 1900-1901, 5e et 6e Cahiers).

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les lois de la dissolution* (réponse à M. Colson). Note de M. **Henry Le Chatelier**.

M. Colson, dans des Notes récentes, a cité avec une insistance évidente, mon nom, mes formules de l'équilibre chimique et mes anciennes expériences sur la solubilité des sels. C'est une invite formelle à une réponse de ma part; je m'empresse de déférer à ce désir.

Le but de ces Communications était de démontrer l'inexactitude de la formule

$$i \times \frac{dC}{C} = -500 \times \frac{dT}{T^2} \times \rho.$$

que j'ai donnée il y a 30 ans (*Comptes rendus*, t. 100, 1885, p. 50) et que Van't Hoff a reprise ultérieurement.

L'auteur a négligé de signaler une conséquence capitale de ses expériences; il aurait découvert la solution d'un problème cherché sans succès depuis longtemps par de nombreux savants : la réalisation du mouvement perpétuel.

Le carbonate de soude anhydre se dissoudrait avec dégagement de chaleur et posséderait cependant, contrairement aux indications de la formule, une solubilité croissante avec la température.

Prenons donc une certaine quantité de la solution saturée de ce sel à la température T et ramenons-la à une température inférieure T^0. Laissons se déposer à cette température le sel qui doit cristalliser par suite de la diminution de solubilité. Soit $-Q$ la quantité de chaleur absorbée par cette séparation. Réchauffons maintenant le sel cristallisé et la solution, puis mettons-les en contact à la température T pour régénérer la solution primitive. Nous aurons un dégagement de chaleur $+Q$. En laissant maintenant retomber cette quantité de chaleur de la température T à la température T^0 par l'intermédiaire d'une machine de Carnot, nous produirons un travail égal à

$$425 \times Q \times \frac{T - T^0}{T}.$$

Autant de fois nous recommencerons le même cycle, autant de fois nous produirons la même quantité de travail, sans avoir rien dépensé en échange. C'est donc bien là le mouvement perpétuel.

Quelques esprits arriérés, fidèles aux vieilles traditions classiques (j'ai le malheur d'être de ceux-là), se demanderont peut-être si, avant de bouleverser les principes de toute science, pour une seule expérience contradictoire, il n'y aurait pas lieu de commencer par discuter la valeur même de cette expérience.

M. Colson cite deux faits relatifs, l'un au carbonate de soude et l'autre au chlorure de sodium. Pour le premier de ces sels l'affirmation de la solubilité croîssante est purement hypothétique. La mesure n'a jamais été faite et elle semble même irréalisable dans l'état actuel de la science, le sel anhydre s'hydratant immédiatement au contact de l'eau. C'est donc là une preuve purement fictive.

Dans le cas du chlorure de sodium, la difficulté est d'une autre nature. Tout roule sur la considération des différentielles secondes. C'est là un

sujet toujours délicat, on n'a pas le droit de sauter à pieds joints par-dessus les difficultés; elles sont nombreuses.

Deux méthodes de mesures ont été employées pour prouver qu'à la température de 0°, la chaleur d'équilibre du sel marin est positive. La première procède par deux différences successives entre des grandeurs 50 fois plus grandes que le résultat final. L'auteur lui-même déclare que les erreurs possibles sont supérieures en valeur absolue à la grandeur mesurée. Il n'y a donc pas lieu d'insister.

La seconde méthode, au contraire, repose sur une mesure directe. Je ne puis pas en contester le principe, puisque je l'ai recommandée lors de mes expériences sur les butyrates et les isobutyrates, comme la seule exacte. Elle n'est pas cependant exempte de difficultés et ne convient que pour les chaleurs de dissolution importantes; celles des butyrates et des isobutyrates sont peut-être 100 fois plus fortes que celle du chlorure de sodium. L'emploi de cette méthode comporte des corrections multiples, dont il ne sera pas inutile de chercher à apprécier l'importance.

1° La chaleur d'humectation de la poudre sèche du sel doit être défalquée de la chaleur totale observée. Les mesures faites sur du sable quartzeux en grains de $0^{mm},005$ ont donné 14^{Cal} par gramme. En admettant le même chiffre pour le chlorure de sodium, cela ferait pour une molécule $+ 800^{Cal}$. La finesse du sel, il est vrai, ne devait pas être si grande. En prenant seulement des grains de $0^{mm},05$, cela ferait encore un dégagement de $+ 80^{Cal}$.

2° La chaleur de dissolution, qui figure dans la formule, se rapporte à des cristaux d'un rayon de courbure infini, pour lesquels l'intervention de l'énergie superficielle est négligeable. La chaleur de dissolution croît avec la finesse. L'on n'a pas de mesures relatives au chlorure de sodium, mais si l'on admet les chiffres trouvés pour le sulfate de baryte et le sulfate de chaux, cette seconde quantité de chaleur serait pour des grains de $0^{mm},005$, de $+ 200^{Cal}$ et pour des grains de $0^{mm},05$, de $+ 20^{Cal}$.

3° Les expériences faites à $0^{\circ},15$ sont sujettes à une autre cause d'erreur : la formation de l'hydrate à 2^{mol} d'eau. Cette chaleur doit être voisine de 2000^{Cal}. Il suffit donc de l'hydratation d'une petite quantité du sel solide resté au contact de la dissolution pour occasionner de graves perturbations.

4° Je ne discuterai pas les mesures calorimétriques elles-mêmes. La régularité de l'abaissement de température par $0^{\circ},02$ laissera cependant rêveurs les savants habitués aux mesures thermochimiques.

En somme, la correction à apporter aux chiffres publiés doit être de l'ordre d'une centaine de calories, c'est-à-dire que la chaleur d'équilibre du chlorure de sodium à 0° serait voisine de -70^{Cal} plutôt que de $+30^{Cal}$. En tout cas le signe doit certainement être changé.

Si l'on ne demande à ces expériences que ce qu'elles peuvent donner, elles fournissent une vérification parfaite de la formule contestée. Au point de vue qualitatif, elles montrent nettement la décroissance de la chaleur d'équilibre du chlorure de sodium et sa tendance à s'annuler au voisinage de 0°. Par suite, d'après la formule, la solubilité du sel doit tendre vers un minimum (et non vers un maximum, comme cela a été indiqué sans doute par suite d'un *lapsus calami*). Or, en prenant dans les Tables les solubilités du chlorure de sodium et en extrapolant vers les basses températures, où les mesures sont impossibles par suite de la formation de l'hydrate, on trouve un minimum de solubilité vers — 10°.

Si l'on veut essayer la comparaison au point de vue quantitatif, ce qui est d'ailleurs illusoire en raison de la précision insuffisante des mesures de solubilités et des mesures calorimétriques, on trouve par application de la formule

$$2 \times \frac{0,005}{35} = -500 \times \frac{dT}{75000} \times \rho. \qquad \text{d'où} \qquad \rho = -42^{Cal},$$

ce qui rentre bien dans les valeurs indiquées plus haut.

Je ne puis donc que remercier M. Colson de la vérification qu'il a donnée par ses expériences de ma formule. Cette vérification cependant n'était pas nécessaire, parce que la formule en question est une conséquence nécessaire des principes fondamentaux de l'énergétique dans les limites de précision des lois de Mariotte et de Gay-Lussac, à condition de considérer le terme i comme une variable, comme une fonction de la température et de la concentration. Si, au contraire, on le considère comme un paramètre fixe, la formule n'est plus qu'approchée, mais cependant très approchée.

En ce qui concerne la coïncidence de la chaleur de dissolution nulle avec le minimum de la courbe de solubilité, la conclusion est dans tous les cas rigoureuse et indépendante de la grandeur du paramètre i.

BALISTIQUE. — *Sur la trajectoire des projectiles lancés avec grande vitesse initiale sous un angle de projection voisin de 45°.* Note de M. DE SPARRE [1].

Les corrections à faire subir à u et à y pour une valeur donnée de x sont donc fournies par les formules (11) et (12), avec la condition que, pour $x = 0$,

$$\Delta u = \Delta y = \frac{d\,\Delta y}{dx} = \frac{d^2\,\Delta y}{dx^2} = 0,$$

puisque les valeurs initiales de u, y, $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d^2 y}{dx^2}$ sont égales à celles prises dans la première approximation.

Nous admettrons maintenant que la trajectoire est partagée en arcs d'étendue assez restreinte pour que sur chacun d'eux on puisse poser

$$\frac{n}{u}(\cos\theta - \cos\theta_0) + hy\,\varphi(v) = ax + bx^2, \tag{13}$$

$$\frac{n}{u^4}(\cos\theta - \cos\theta_0) + \frac{hy}{u^3}\varphi(v) = a_1 x + b_1 x^2, \tag{14}$$

a, b, a_1, b_1 étant déterminés par les conditions que les deux membres des égalités précédentes, qui sont égaux pour $x = 0$, le soient également pour $x = x_1$, x_1 étant la valeur de x pour la fin de l'arc, obtenue par la première approximation et que, de plus, leurs dérivées soient égales pour $x = 0$.

Ces conditions donnent [2]

$$ax_1 + bx_1^2 = 2\frac{n}{u_1}\sin\frac{\theta_0 - \theta_1}{2}\sin\frac{\theta_0 + \theta_1}{2} + \frac{\delta_0 - \delta_1}{\delta_0}\varphi(v_1), \tag{15}$$

$$a_1 x_1 + b_1 x_1^2 = 2\frac{n}{u_1^4}\sin\frac{\theta_0 - \theta_1}{2}\sin\frac{\theta_0 + \theta_1}{2} + \frac{\delta_0 - \delta_1}{\delta_0}\frac{\varphi(v_1)}{u_1^3}, \tag{16}$$

$$a = \frac{ng\,\mathrm{tang}\,\theta_0}{v_0^3} + \frac{\delta_0 - \delta_1}{\delta_0}\frac{\mathrm{tang}\,\theta_0}{y_1}\varphi(v_0), \tag{17}$$

$$a_1 = \frac{ng\,\mathrm{tang}\,\theta_0}{u_0^3 v_0^3} + \frac{\delta_0 - \delta_1}{\delta_0}\frac{\mathrm{tang}\,\theta_0}{y_1}\frac{\varphi(v_0)}{u_0^3}. \tag{18}$$

---

(1) Voir *Comptes rendus*, t. 161, 1915, p. 767.

(2) En tenant compte des relations

$$\frac{d\theta}{dx} = -\frac{g}{v^2}, \qquad \frac{dy}{dx} = \mathrm{tang}\,\theta, \qquad hy_1 = \frac{\delta_0 - \delta_1}{\delta_0}.$$

En tenant compte de (13) et (14) et remarquant de plus que

$$\Delta \operatorname{tang}\theta = \frac{d\Delta y}{dx},$$

les équations (11) et (12) donneront pour la fin de l'arc où $x = x_1$

$$\Delta u = \frac{\mathrm{K}x_1}{3}(a\,x_1 + b\,x_1^2) + \frac{\mathrm{K}ax_1^2}{6},$$

$$\Delta \operatorname{tang}\theta = \frac{\mathrm{K}gx_1^2}{6}(a_1x_1 + b_1x_1^2) + \frac{\mathrm{K}ga_1x_1^3}{6},$$

$$\Delta y = \frac{\mathrm{K}gx_1^3}{30}(a_1x_1 + b_1x_1^2) + \frac{\mathrm{K}ga_1x_1^4}{20}.$$

Si alors nous tenons compte des relations (15), (16), (17) et (18) et si, pour simplifier l'écriture, nous posons

(19) $$\gamma = \frac{\mathrm{K}nx_1}{3},$$

(20) $$\nu = \mathrm{K}x_1\frac{\delta_0 - \delta_1}{6\delta_0},$$

(21) $$\lambda = \frac{\gamma}{u_1}\sin\frac{\theta_0 - \theta_1}{2}\sin\frac{\theta_0 + \theta_1}{2} + \nu\varphi(v_1).$$

(22) $$\mu = \frac{\gamma g x_1 \operatorname{tang}\theta_0}{2v_0^2} + \frac{\nu x_1 \operatorname{tang}\theta_0}{y_1}\varphi(v_0),$$

(23) $$\lambda' = \frac{x_1 g}{u_1^3}\lambda,$$

(24) $$\mu' = \frac{x_1 g}{u_0^3}\mu,$$

on aura

(25) $$\Delta u_1 = 2\lambda + \mu,$$

(26) $$\Delta \operatorname{tang}\theta_1 = \lambda' + \mu',$$

(27) $$\Delta y_1 = 0{,}2x_1\lambda' + 0{,}3x_1\mu'.$$

En résumé on calculera, pour chaque arc de la trajectoire, une première approximation de la valeur des variables pour la fin de l'arc au moyen des formules (2), (5), (6), (7), (8) et (9) et des Tables de fonctions balistiques de Siacci.

On en déduira la valeur δ_1 de δ à la fin de l'arc par la formule (1) [1]

[1] Il n'y aura pas en général à calculer une deuxième approximation de δ, car la correction Δy_1 de y ne sera pas assez considérable pour faire éprouver à δ une variation dont il y ait lieu de tenir compte.

et l'on aura alors pour les valeurs finales u', θ' et y' de u, θ, y correspondant à la valeur x_1 de x,

$$u' = u_1 + \Delta u_1, \qquad \operatorname{tang}\theta' = \operatorname{tang}\theta_1 + \Delta \operatorname{tang}\theta_1, \qquad y' = y_1 + \Delta y_1;$$

et l'on en conclura la valeur finale v' de v pour la fin de l'arc.

Nous avons appliqué la méthode précédente au calcul de la trajectoire du canon allemand de 381 (celui de Dunkerque) dont les caractéristiques, d'après ce qui a été publié en Allemagne à son sujet, seraient les suivantes :

$$a = 0,381, \qquad p = 760, \qquad v_0 = 940.$$

Nous avons de plus pris pour l'indice balistique la valeur $i = 0,865$ qui est donnée par Cranz (¹) comme étant celui des projectiles normaux de l'artillerie allemande ayant 1,3 calibre pour la longueur de la partie ogivale.

Nous ferons remarquer toutefois, au sujet de l'indice balistique, qu'il est très possible et même probable, que l'on a pu le réduire, plus ou moins notablement, par une modification de la partie antérieure ou encore plus de la partie postérieure du projectile, et il en serait résulté une augmentation de la portée. Nous avons refait le même calcul en supposant la densité de l'air constante et égale à sa valeur au sol; les deux résultats sont résumés dans le Tableau suivant :

Trajectoire lorsqu'on tient compte de la diminution de la densité de l'air.

θ.	Y.	X.	V.
45°. 0′	0	0	940
36.29	6640	7490	572
20.45	10315	13948	421
0. 0	11382	19443	364
−25. 8	10046	25303	371
−45.35	5972	30873	412
−59.47	0	35359	407

Trajectoire lorsqu'on suppose la densité de l'air constante et égale à 1.

θ.	Y.	X.	V.
45°. 0′	0	0	940
35.18	6587	7490	482
20.24	8836	11555	332
0. 0	9467	14846	284
−25.18	8662	18375	283
−45.46	6284	21609	310
−65.19	0	25692	344

(¹) CRANZ, *Lehrbuch der Ballistik*, t. I, p. 48.

On voit que par l'effet de la diminution de la densité de l'air la portée est augmentée de 9667^{m}, soit de près de 10^{km} ou de 38 pour 100 environ.

On remarquera aussi que, par suite de cette circonstance, la vitesse après le sommet passe d'abord par un minimum, puis par un maximum (1) et arrive au point de chute en décroissant.

MÉMOIRES LUS.

MÉDECINE. — *Action des antiseptiques sur le pus;* par M. **Pierre Delbet.**

Le problème du traitement des plaies infectées est d'une complexité si grande qu'il faut dissocier ses éléments pour l'étudier d'une manière scientifique.

Dans une précédente Communication, j'ai montré à quel point les antiseptiques troublent l'un des modes de défense de l'organisme, la défense cellulaire par la phagocytose.

J'apporte une nouvelle série d'expériences par lesquelles j'ai étudié l'action des antiseptiques sur le pus lui-même. Ces expériences conduisent à des résultats d'apparence paradoxale.

Technique. — Dans chaque série d'expériences, le pus provenant d'un malade et rendu par battage aussi homogène que possible est réparti en un certain nombre de pipettes où l'on introduit un volume à peu près double de la solution à étudier. Ces pipettes fermées à la lampe sont placées à l'étuve en même temps qu'une pipette témoin. Au bout de 24 heures, on les rouvre et avec chacune d'elles on fait un ensemencement et une préparation.

Résultat des ensemencements. — Bien que ces conditions soient particulièrement favorables aux antiseptiques, puisque le pus baigne dans la solution pendant 24 heures, la stérilisation est l'exception. Les ensemencements donnent en général des cultures abondantes.

L'antiseptique qui a été le plus efficace est l'un des plus faibles. La solution d'acide phénique à 2 pour 100 a stérilisé 6 fois sur 15.

---

(1) Fait déjà signalé par Charbonnier.

La stérilisation a été obtenue seulement 2 fois sur 8 avec l'éther, 2 fois sur 9 avec le sublimé, 1 fois sur 6 avec l'eau oxygénée, 2 fois sur 12 avec la liqueur de Dakin, pas une seule fois sur 13 avec la liqueur de Labarraque.

Un pus hématique additionné de deux fois son volume de liqueur de Dakin depuis 13 jours donne encore des cultures de staphylocoque et de streptocoque.

Dans un grand nombre de cas, les bouillons ensemencés avec les pyocultures faites dans les antiseptiques donnent des cultures plus abondantes que les tubes ensemencés avec les pyocultures témoins.

De même, il n'est pas rare que le nombre de microbes augmente dans les plaies pansées avec des antiseptiques.

Trois hypothèses m'avaient paru capables d'expliquer ces faits : 1° l'altération des leucocytes; 2° la suppression des propriétés bactéricides des humeurs; 3° l'accoutumance des microbes aux antiseptiques.

Je ne reviens pas sur les troubles de la phagocytose. La pyoculture m'a montré que le pus a parfois des propriétés bactéricides très marquées, mais je n'ai pas trouvé de méthode précise pour en étudier les variations. J'ai réussi à faire des races de streptocoques antiseptico-résistants (éther et acide phénique), mais elles cultivent pauvrement.

Étude des préparations. — L'étude des préparations des pyocultures faites dans les antiseptiques m'a conduit à une quatrième hypothèse.

Dans les pyocultures antiseptiques, particulièrement celles à l'hypochlorite, alors que les microbes sont détruits dans des parties étendues des préparations, ils sont extrêmement nombreux en certains points. La comparaison montre qu'en ces points ils se sont plus abondamment développés que dans la pyoculture témoin. C'est surtout le streptocoque qui présente ces colonies exubérantes.

Ce phénomène singulier m'a paru ne pouvoir s'expliquer que par l'hypothèse suivante. Les hypochlorites se combinent avec certains éléments du pus, de manière à former des substances qui sont très favorables aux microbes. Ces substances, je les appellerai provisoirement *intermédiaires* parce qu'elles se forment avant que l'antiseptique agisse sur les microbes.

Les combinaisons chimiques qui les produisent ont pour résultat non seulement de supprimer l'antiseptique, mais de le remplacer dans certains cas par un bon milieu de culture.

Milieux de culture à l'hypochlorite. — J'ai cherché à donner de cette hypothèse une démonstration expérimentale.

L'œuf, blanc et jaune mêlés par battage, est un milieu médiocre pour le staphylocoque, mauvais pour le streptocoque. Si on l'additionne d'un tiers, de moitié, de deux tiers de liqueur de Dakin, on obtient, dans la plupart des cas, un milieu de culture bon pour le staphylocoque, excellent pour le streptocoque. Or ce dernier microbe, lorsque la phase du vibrion et du perfringens est passée, reste l'agent d'infection le plus fréquent et le plus redoutable des plaies de guerre.

Sur ces milieux à l'hypochlorite, je n'ai pas obtenu, à l'air libre, de cultures pures de vibrion ni de perfringens. L'insuffisance de mon installation ne m'a pas permis de faire de cultures anaérobies Mais en ensemençant du perfringens sur des cultures déjà poussées de streptocoques, j'ai obtenu à l'air libre une culture abondante d'un bacille qui, bien que ne ressemblant plus morphologiquement au perfringens, a tué le cobaye en 15 à 20 heures avec production de gaz.

Les modifications chimiques produites par les hypochlorites, qui font de l'œuf un bon milieu de culture, particulièrement pour le streptocoque, me paraissent porter sur les graisses et sur les protéiques. Il se produit vraisemblablement des savons et une certaine dislocation peu avancée de la molécule d'albumine qui la rend plus utilisable pour les microbes. Mais cette question chimique dépasse de beaucoup ma compétence.

Si l'on envisage le microbe comme un réactif, on est conduit à penser que les modifications de l'œuf sont du même ordre que celles du pus. En effet les streptocoques prennent les mêmes caractères : longues chaînettes avec organisations très apparentes des grains en diplocoques.

Ainsi il arrive, avec certains antiseptiques, qu'en voulant tuer les microbes, on leur prépare une pâture.

La formation de substances intermédiaires, jointe à la suppression de la phagocytose par altération des cellules, explique que dans certains cas les pansements antiseptiques troublent l'évolution des plaies, augmentent le nombre des microbes et sont plus nuisibles qu'utiles.

CORRESPONDANCE.

M. le Ministre de l'Instruction publique, des Beaux-Arts et des Inventions intéressant la défense nationale invite l'Académie à procéder à la désignation de deux candidats pour chacune des deux places de Membres

titulaires vacantes au Bureau des Longitudes par suite des décès de M. le Commandant *Guyou* (Section de la Marine) et de M. *Hatt* (Section d'Astronomie).

(Renvoi aux Sections de la Division des Sciences mathématiques.)

M. **Almroth-E. Wright** adresse des remercîments pour la distinction que l'Académie a accordée à ses travaux.

M. le Directeur de l'**École vétérinaire de Lyon** adresse des remercîments pour la subvention qui lui a été accordée sur la *Fondation Loutreuil*.

ASTRONOMIE. — *Sur quelques applications astronomiques de la photographie stéréoscopique. Description d'un appareil spécial, le « stéréogoniomètre ».* Note de M. **J. Comas Solà**, présentée par M. Bigourdan.

Dans une Communication insérée dans les *Comptes rendus* du 9 août 1915, j'ai donné un premier aperçu des applications que pourrait avoir la photographie stéréoscopique dans les études astronomiques des étoiles; et cela n'exige que la superposition binoculaire, dans un stéréoscope courant, de photographies bien réussies, séparées par un intervalle de temps assez court. Postérieurement, des expériences terrestres, sur des points connus en position, m'ont démontré qu'on peut aller encore bien plus loin, en sensibilité, que je n'avais supposé au début. Sans prétendre à donner encore un nombre définitif sur le minimum de perception stéréoscopique (d'ailleurs différent selon les organismes), pour le moment et pour mon cas, qui est normal, je m'arrête, à l'œil nu, entre 0",1 et 0",2 de déplacement angulaire. Dans les conditions où j'ai pris les photographies stellaires, ce déplacement serait dix fois moindre, soit entre 0",01 et 0",02. Eu égard à ces faibles valeurs angulaires, on prévoit tout de suite les grandes applications astronomiques de la méthode. J'ai pu, en effet, mettre en relief le mouvement propre d'un pourcentage élevé d'étoiles avec un mois seulement d'intervalle.

Ces résultats surprenants m'ont porté tout de suite à la construction d'un petit appareil indispensable dans ces études, et que j'appelle *stéréogoniomètre*. Son but est de donner l'angle de position du maximum de

relief ou de creux, c'est-à-dire la direction et le sens du mouvement des étoiles relativement brillantes rapportées au plan des étoiles les plus faibles et que, logiquement, on doit supposer bien plus éloignées.

Le stéréogoniomètre est une boîte en cuivre qu'on peut mettre facilement, comme une vue stéréoscopique, dans l'intérieur d'un stéréoscope courant.

Cette boîte a deux trous de 51^{mm} de diamètre et dont les centres sont séparés de 72^{mm}. Ces trous sont constitués par deux anneaux tournants et dentés dans leur limbe; une double vis micrométrique, d'un pas égal, donne simultanément un même mouvement de rotation aux deux anneaux, dans lesquels on place et fixe, par des ressorts, les deux photographies à examiner, sur papier ou sur verre, préalablement orientées. Un des anneaux est divisé en degrés. On lit, sans enlever le stéréogoniomètre du stéréoscope, les déplacements donnés aux photographies, au moyen d'un vernier placé sur le côté de l'anneau divisé. De cette manière, on peut déterminer le sens du maximum de relief ou de creux donné par l'étoile qu'on étudie, par rapport aux petites étoiles du fond qui l'entourent. Dans la pratique, il est préférable de déterminer l'angle de position qui correspond au passage de l'étoile qu'on vise par le plan des étoiles du fond. Cette position doit être théoriquement éloignée de 90° du maximum de relief ou creux, ou 180° de l'autre passage par le plan des étoiles du fond.

En répétant plusieurs fois les observations et en tenant compte des conditions théoriques antérieures, on peut obtenir, en général, même pour des étoiles à très faible mouvement, une très satisfaisante approximation.

En faisant tourner toujours dans le même sens les anneaux du stéréogoniomètre, on arrive, par exemple, à un angle α dans lequel l'étoile est sensiblement dans le plan du fond; on continue à tourner, on arrive à un autre angle α', à partir duquel l'étoile commence à ne pas être sensiblement dans ce plan. L'angle $\frac{\alpha'-\alpha}{2}$ mesurera la limite de notre sensibilité au relief pour l'étoile en question. Si, d'autre part, on détermine expérimentalement le minimum absolu m de notre sensibilité au relief, $\dfrac{m}{\sin\frac{\alpha'-\alpha}{2}}$ nous donnera la valeur du maximum de relief pour ladite étoile. C'est d'ailleurs une échelle stéréométrique très utile et qui peut être contrôlée par des observations de comparaison avec un astre à déplacement connu, tel que Neptune.

Au moyen de ce procédé stéréoscopique, dont la sensibilité et la précision dépassent beaucoup celles des procédés micrométriques anciens, j'ai pu voir et fixer l'angle de position du mouvement propre d'un grand nombre d'étoiles, notamment dans les constellations d'Antinoüs, d'Andromède, dans les Pléiades, etc. D'ailleurs c'est un procédé très simple et qui n'a pas besoin d'instruments puissants; aussi je pense qu'en organisant une

collaboration, en peu d'années on pourrait avoir des mouvements propres d'un très grand nombre d'étoiles.

Tout récemment, j'ai pu enregistrer par ce procédé, et d'une façon extrêmement ostensible, la parallaxe de l'étoile 61 Cygne, d'accord avec les courbes cycloïdes théoriques de l'angle de position et de relief. Cette série de photographies, commencée le 7 août 1915, a été continuée chaque mois jusqu'au présent. Je ne peux pas avancer encore des nombres, puisqu'il faut pour cela quelques mois de plus pour bien déterminer le mouvement propre de cette étoile par rapport aux petites étoiles qui l'entourent.

Dans le même champ il y a encore quelque autre étoile de parallaxe bien sensible. Enfin, je pense qu'on pourra facilement arriver à des parallaxes de 0″,01, ou plus faibles encore, avec des instruments plus forts que le mien (objectif de 16^{cm}), mais parfaits. Le même procédé pourra être appliqué, sans doute, à l'étude orbitale des étoiles doubles, etc.

MÉCANIQUE RATIONNELLE. — *Simplification d'une formule de M. Liapounoff.* Note de M. **Pierre Humbert**, présentée par M. Appell.

Dans son Mémoire *Sur les figures d'équilibre peu différentes des ellipsoïdes d'une masse liquide homogène douée d'un mouvement de rotation*, troisième Partie, M. Liapounoff a exposé une méthode pour le calcul des éléments d'un jacobien critique quelconque. Lorsque la fonction de Lamé correspondante ne contient pas de radical, on est amené, dans la suite des opérations, à calculer la valeur de l'expression

$$K = E^2(\rho)\left\{\sum \frac{1}{2h_i(1-h_i)(h_i-q)}\,\frac{1}{E'^2(-h_i)(\rho+h_i)} + \frac{3}{4q\rho}\sum\frac{1}{h_i E'^2(-h_i)} - \frac{1}{4}\left[\frac{1}{\rho+1}+\frac{1}{q(\rho+q)}\right]\sum\frac{1}{(1-h_i)(h_i-q)E'^2(-h_i)}\right\},$$

dans laquelle ρ et q sont connus, et $E(\rho)$ est la fonction de Lamé

$$E(\rho) = (\rho+h_1)(\rho+h_2)\ldots(\rho+h_m).$$

Les sommes sont prises de $i=1$ à $i=m$.

Nous nous proposons de donner à cette expression une forme beaucoup plus simple. Soit $B(\rho)$ le polynome, de degré inférieur au degré de $E(\rho)$, tel qu'on ait

$$A(\rho)E(\rho) + B(\rho)E'(\rho) \equiv 1, \tag{1}$$

A étant un polynome de degré inférieur à celui de $E'(\rho)$.

Cherchons à calculer les sommes figurant dans K. Par décomposition en éléments simples, nous avons

$$\frac{B(\rho)}{\rho(\rho+1)(\rho+q)E(\rho)} = \frac{B(o)}{q\rho E(o)} + \frac{B(-1)}{(1-q)(\rho+1)E(-1)} + \frac{B(-q)}{q(q-1)(\rho+q)E(-q)}$$
$$+\sum \frac{B(-h_i)}{h_i(1-h_i)(h_i-q)E'(-h_i)}\frac{1}{\rho+h_i},$$

ce qui, en tenant compte du fait que, d'après (1),

$$B(-h_i)E'(-h_i)=1,$$

nous donne la première des sommes en question.

De même

$$\frac{B(\rho)}{\rho E(\rho)} = \frac{B(o)}{\rho E(o)} - \sum \frac{1}{h_i(\rho+h_i)E'^2(-h_i)},$$

ce qui, en multipliant les deux membres par ρ et faisant tendre ρ vers l'infini, donne

$$\sum \frac{1}{h_i E'^2(-h_i)} = \frac{B(o)}{E(o)}.$$

Enfin le même procédé nous donne

$$\sum \frac{1}{(1-h_i)(h_i-q)E'^2(-h_i)} = \frac{B(-1)}{(q-1)E(-1)} + \frac{B(-q)}{(1-q)E(-q)}.$$

Remplaçant dans K ces sommes par leurs valeurs, en tenant compte de

$$\frac{B(o)}{E(o)\rho(\rho+1)(\rho+q)} = \frac{B(o)}{q\rho E(o)} + \frac{B(o)}{(1-q)(\rho+1)E(o)} + \frac{B(o)}{q(q-1)(\rho+q)E(o)},$$

et en posant, avec M. Liapounoff,

$$\Delta^2(\rho)=\rho(\rho+1)(\rho+q),$$

nous obtenons

$$\frac{K\Delta^2(\rho)}{E^2(\rho)} = \frac{1}{2}\frac{B(\rho)}{E(\rho)} + \frac{1}{4}\frac{B(o)}{E(o)}$$
$$-\left[\frac{1}{4(\rho+1)(1-q)} + \frac{1}{4q(q-1)(\rho+q)}\right]\left[\frac{B(o)}{E(o)} + \frac{B(-1)}{E(-1)} + \frac{B(-q)}{E(-q)}\right].$$

D'autre part,

$$\frac{B(o)}{E(o)} = \sum \frac{1}{h_i E'^2(-h_i)}, \qquad \frac{B(-1)}{E(-1)} = \sum \frac{1}{(h_i-1)E'^2(-h_i)},$$
$$\frac{B(-q)}{E(-q)} = \sum \frac{1}{(h_i-q)E'^2(-h_i)}.$$

Or, d'après M. Liapounoff, entre les h_i et q existent m relations de la forme

$$\frac{1}{h_i}+\frac{1}{h_i-1}+\frac{1}{h_i-q}=2\frac{E''(-h_i)}{E'(-h_i)}.$$

Donc

$$\frac{B(0)}{E(0)}+\frac{B(-1)}{E(-1)}+\frac{B(-q)}{E(-q)}=2\sum\frac{E''(-h_i)}{E'^3(-h_i)},$$

somme qui est nulle, étant la somme des résidus de la décomposition en éléments simples de la fraction rationnelle $\frac{1}{E^2(\rho)}$.

Donc enfin

$$K\,\Delta^2(\rho)=\frac{1}{4}E^2(\rho)\frac{B(0)}{E(0)}+\frac{1}{2}E(\rho)\,B(\rho).$$

Il n'y a pas besoin d'insister sur la simplicité d'une telle expression comparée à celle de M. Liapounoff. Comme on obtient $B(\rho)$ par les opérations rationnelles du plus grand commun diviseur entre $E(\rho)$ et sa dérivée, le calcul de K pourra se faire sans que l'on connaisse les racines de $E(\rho)$.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur une série nouvelle de composés platiniques analogues aux sels de Cossa.* Note de MM. **L. Tschugaeff** et **W. Lebedinski**, présentée par M. A. Haller.

L. Ramberg (1) ainsi que K. Hofmann et Bugge (2) ont démontré, il y a une dizaine d'années, que les chloroplatinites solubles (par exemple : K^2PtCl^4) donnent avec les nitriles organiques (R CN) des composés correspondant à la formule $[Pt\,2\,RCN.Cl^2]$. Aucun autre produit n'a été signalé jusqu'ici dans cette réaction.

En reprenant l'étude de ces corps qui nous intéressent à des points de vue différents, nous avons réussi à démontrer que les eaux mères résultant de l'action de l'acétonitrile sur le chloroplatinite de potassium contiennent, en même temps que l'excès de K^2PtCl^4, un autre corps également soluble dans l'eau. Tout comme le chloroplatinite, ce corps est précipitable par le chlorure de la première base de Reiset. En traitant le précipité brut, formé dans ces conditions, par de l'eau chaude additionnée de quelques gouttes

(1) *D. Ch.*, 9e série, t. 40, 1907, p. 2578.
(2) *Id.*, p. 1772.

d'acide chlorhydrique, on obtient une solution jaunâtre qu'on sépare du sel de Magnus resté insoluble.

Le filtrat abandonne par refroidissement un précipité cristallin de couleur orange, formé par des plaques quadratiques et rappelant singulièrement le sel double de Cossa $[Pt\,4\,NH^3]\left[Pt\,{NH^3 \atop Cl^3}\right]^2$.

Les données analytiques obtenues, ainsi que les réactions chimiques de ce corps, ne firent que confirmer la supposition qui s'impose par elle-même, et notamment que nous avons ici le sel complexe analogue à celui de Cossa $[Pt\,4\,NH^3]\left[Pt\,{Cl^3 \atop CH^3CN}\right]^2$ et correspondant à l'acide $H\left[Pt\,{Cl^3 \atop CH^3CN}\right]$.

Chauffé avec de l'acide chlorhydrique en excès, le corps orangé laisse déposer bientôt un précipité abondant, de couleur rose foncé qui se change avec le temps en vert. Ce corps possède la composition et les réactions bien connues du sel vert de Magnus, le précipité rose représentant la forme isomère de ce sel décrit par Jörgensen. Cette réaction peut être représentée de la façon suivante :

$$[Pt\,4NH^3]\left[Pt\,{Cl^3 \atop CH^3CN}\right]^2 + 2HCl = [Pt\,4NH^3]\,PtCl^4 + [PCl^4]H^2 + 2CN^3CN;$$

l'acétonitrile formé est naturellement hydrolysé en acide acétique et en ammoniaque.

On remarquera que, d'après l'équation ci-dessus, l'ion $[PtCl^4]^{--}$ doit se former en quantité double par rapport à l'ion $[Pt\,4NH^3]^{++}$ présent. Ainsi la moitié de l'acide $[PtCl^4]H^2$ doit rester à l'état libre, ce qui a été confirmé par l'expérience.

En effet, le liquide séparé par filtration du sel de Magnus donne de nouveau un précipité abondant du même sel par l'addition du chlorure de la première base de Reiset. De plus, dans une expérience quantitative, nous avons obtenu un poids du sel vert très voisin de celui prévu par la théorie.

Pour obtenir des sels solubles correspondant à l'acide $H[PtCl^3.CH^3CN]$, on traite le sel double $[Pt\,4NH^3]\left[Pt\,{Cl^3 \atop CH^3CN}\right]^2$ par le chloroplatinite correspondant en solution aqueuse acidulée de quelques gouttes de HCl et à la température du bain-marie. L'addition de l'acide chlorhydrique est indispensable pour éviter l'hydrolyse. Avec le chloroplatinite de potassium la réaction se passe suivant l'équation

$$[Pt\,4\,NH^3]\left[Pt\,{Cl^3 \atop CH^3CN}\right]^2 + K^2PtCl^4 = 2\left[Pt\,{Cl^3 \atop CH^3CN}\right]K + [Pt\,4\,NH^3][PtCl^4].$$

Le sel potassique $\left[Pt \begin{matrix} Cl^3 \\ CH^3CN \end{matrix}\right]K$, que nous n'avons obtenu jusqu'ici qu'en solution aqueuse, redonne le sel double $[Pt 4 NH^3]\left[Pt \begin{matrix} Cl^3 \\ CH^3CN \end{matrix}\right]^2$ par addition du chlorure de la première base de Reiset; chauffé avec de l'acide chlorhydrique, il est décomposé avec formation de chloroplatinite de potassium; par l'action de l'acétonitrile en solution neutre, il donne le sel de Hofmann et Bugge.

De l'ensemble des faits précédents il résulte que l'acétonitrile se comporte vis-à-vis des chloroplatinites solubles d'une façon tout à fait analogue à l'ammoniaque et aux amines organiques.

MINÉRALOGIE. — *Sur la présence du platine en Espagne.* Note [1] de MM. **Domingo de Orueta** et **S. Piña de Rubies**, présentée par M. H. Le Chatelier.

On a signalé plusieurs fois la présence du platine en Espagne, soit dans les sables aurifères de quelques rivières, soit dans des minéraux comme la pyrargyrite; mais il s'agissait toujours de *très petites* quantités de métal n'ayant pas comme origine le gisement péridotique, forme classique du gîte primaire du platine.

En Andalousie existe, entre Malaga et Gibraltar, le massif ou chaîne de Ronda, constituée par une série de roches fort semblables par leur constitution et leur distribution à celles décrites par Duparc, qui forment les gisements platinifères de l'Oural.

La zone centrale de péridotites mesure 72^{km} de long sur 20^{km} de large et se trouve entourée par d'autres de moindre étendue; nous pouvons la considérer comme une des plus importantes, sinon la plus vaste du monde. L'étude microscopique minutieuse des matériaux de ce gisement faite par l'un de nous [2] a mis en évidence l'analogie frappante qui existe entre ces roches et celles qui constituent les gisements platinifères de l'Oural, surtout en ce qui concerne *la dunite*, identité confirmée par l'étude chimique, faite également par l'un de nous, qui démontre qu'il s'agit de la même roche que dans l'Oural avec la même composition moléculaire:

---

(1) Séance du 20 décembre 1915.

(2) Domingo de Orueta, *Resultado práctico del estudio petrográfico de la Serrania de Ronda.* Instituto de Ingenieros civiles, 30 octubre 1915. Madrid.

$SiO^4Fe^2 + 11 SiO^4Mg^2$, formule identique à celle trouvée précédemment (¹) pour une trentaine de dunites provenant des dix principaux gisements platinifères de l'Oural. La teneur en chromite est aussi la même pour les deux roches. Étant donnée l'identité absolue entre ces dunites et tenant compte que cette roche est la gangue du platine, nous avons procédé à la recherche de celui-ci, d'abord sur des alluvions concentrés prises au contact du Bed-rock. L'étude spectrographique (faite avec le professeur A. del Campo) et ensuite l'étude chimique ont démontré la *présence du platine*.

La dunite draine à son profit tout le platine qui, originellement, s'est trouvé dans une masse déterminée de magma avant sa différenciation; en effet, on observe généralement que, plus grand est le centre dunitique, plus grande est sa richesse en platine (²) (sauf quelques exceptions; exemple : le gisement de Kitlim).

Comme un des affleurements dunitiques qui se trouvent dans la masse péridotique de Ronda, celui de Taguil, est à lui seul plus vaste que le plus grand gisement dunitique-platinifère du monde, un de nous (³) a cru de la plus haute importance de pratiquer quelques sondages pour avoir une idée approximative de l'importance de ces alluvions. Les résultats obtenus ont varié depuis des traces de platine jusqu'à des teneurs de 28^g de platine par mètre cube. La moyenne d'une cinquantaine de sondages a donné environ 3^g au mètre cube de sable platinifère.

Comme il s'agit d'une masse énorme d'alluvions, l'affaire a été prise en mains par l'État espagnol, qui se charge de faire tous les travaux nécessaires pour la reconnaissance de ces alluvions platinifères en vue d'une exploitation éventuelle.

Outre les dunites, on trouve toute la série de roches péridotiques, ce qui fait penser que la différenciation du magma n'a pas été absolument identique à celle de l'Oural. Cette question sera abordée dans une étude géologique et pétrographique de ces gisements, qui paraîtra prochainement et sera suivie de l'étude chimique et spectrographique des principaux matériaux du gisement : la dunite, la chromite, et le platine de Ronda.

(¹) S. Pina de Rubies, *Estudio acerca de la Dunita platinifera de los Urales* (*Rev. R. Acad. Cien. F. y Nat.*, septiembre 1911, Madrid. — L. Duparc, *Le platine et les gîtes platinifères de l'Oural*, 1911, p. 9.

(²) L. Duparc, *loc. cit.*, p. 65.

(³) Domingo de Orueta, *loc. cit.*

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur les betteraves attaquées par le* Cercospora beticola sacc. Note (¹) de M. **Émile Saillard**, présentée par M. L. Maquenne.

La betterave à sucre a été attaquée, cette année, par un champignon qui, d'après le laboratoire de Pathologie végétale, est le *Cercospora beticola sacc.*; les effets de la maladie se sont surtout fait sentir dans l'Oise, Seine-et-Oise, une partie de Seine-et-Marne, etc.; ils ont été moins marqués aux confins de la région betteravière : Seine-Inférieure, Eure, Loiret, etc.

La récolte a été mauvaise en quantité et en qualité, quoique sa richesse saccharine, à part quelques exceptions, ait été à peu près la même qu'en année moyenne. En général les jus étaient moins purs et plus chargés de sels; les jus et sirops alcalins perdaient la plus grande partie de leur alcalinité pendant les chauffages pour l'épuration et l'évaporation; enfin on a obtenu, par 100^{kg} de racines apportées à l'usine, moins de sucre en sac et plus de sucre dans les mélasses qu'à l'ordinaire.

On avait constaté des anomalies semblables sur les betteraves de l'année très sèche 1911; à quoi faut-il les attribuer?

Au point de vue de l'industrie sucrière, l'azote total de la betterave à sucre peut être divisé en trois parties :

1° *L'azote albuminoïde*, qui est précipité presque en totalité par l'épuration calcico-carbonique.

2° *L'azote ammoniacal et amidé éliminable* (celui qui prend la forme de sel ammoniacal par ébullition avec un acide fort), qui se dégage presque entièrement, à l'état d'ammoniaque, pendant les chauffages en milieu alcalin (épuration, évaporation, cuites).

3° *L'azote nuisible*, qui, pour les fabriques qui font du sucre blanc, s'accumule dans la mélasse et augmente la proportion de celle-ci.

Suivant Andrlik (Bohême) l'azote total des betteraves est dosé par la méthode Kjeldahl-Iodlbauer; l'azote albuminoïde est précipité par l'hydrate de cuivre; l'azote amidé et ammoniacal est dosé dans le jus de digestion aqueuse (débarrassé de son azote albuminoïde) par ébullition de 2 heures en milieu acidifié par de l'acide sulfurique et distillation subséquente avec un excès de magnésie; l'azote nuisible, enfin, se calcule par différence (²).

(¹) Séance du 20 décembre 1915.

(²) Pour plus de détails voir Em. Saillard, *Betterave et sucrerie de betterave*, p. 162.

Les dosages de sucre ci-après ont été faits par la méthode de digestion aqueuse à chaud Degener-Saillard, ainsi que par l'inversion chlorhydrique et l'inversion diastasique.

Betteraves de 1915.		I.	II.	III.	IV.	V.
Sucre par digestion Degener-Saillard		15,10	11,41	13,16	14,53	15,36
Sucre par inversion chlorhydrique.	Méthode optique	14,80	11,00	12,81	14,26	15,24
	Méthode chimique	14,81	10,98	12,80	14,25	15,23
Sucre par inversion diastasique.	Méthode optique	14,81	10,99	12,79	14,27	15,23
	Méthode chimique	14,79	11,00	12,80	14,25	15,23
Azote total (p. 100 de sucre)		2,05	4,06	2,82	2,13	1,69
Azote albuminoïde (p. 100 de sucre)		0,96	1,34	1,42	0,85	0,88
Azote amidé et ammoniacal (p. 100 de sucre).		0,29	0,82	0,41	0,36	0,10
Azote nuisible (p. 100 de sucre)		0,80	1,90	0,99	0,92	0,71

Avant de tirer aucune conclusion de ces chiffres, je voudrais rappeler quelques résultats obtenus au cours des années précédentes; nous en avons beaucoup à notre disposition, attendu que depuis 1901 nous faisons chaque année des essais culturaux pour comparer les variétés de betteraves ou essayer différentes formules d'engrais.

Années.	Richesse saccharine.	Pour 100 de sucre. Azote total.	albuminoïde.	amidé et ammoniacal.	nuisible.
1907 (7 champs de 12 parcelles).	16,10	1,28	0,79	0,11	0,38
1909 (6 » de 6 »).	15,87	1,35	0,76	0,11	0,48
1910 (5 » de 6 »)	16,10	1,33	0,83	0,11	0,39
1911 (6 » de 7 »).	16,32	1,85	0,94	0,23	0,68
1912 (9 » de 7 »).	17,35	1,27	0,76	0,11	0,40
1915 (voir plus haut).	»	2-4	0,88-1,42	0,10-0,82	0,7-1,9

Conclusions. — 1° Les betteraves de 1915 contenaient, pour 100 de sucre, plus d'azote total, amidé, ammoniacal et nuisible que celles des années précédentes; elles en contenaient même plus que celles de l'année très sèche 1911. Comme ces dernières, elles ont donné lieu à de fortes pertes d'alcalinité et à une proportion élevée de mélasse.

2° Les deux inversions (chlorhydrique et diastasique) sont concordantes entre elles, mais les résultats en ont été plus faibles (jusqu'à 0,4 pour 100 pour le deuxième lot) que ceux obtenus par digestion aqueuse. Il y avait donc, dans ces racines, des matières dextrogyres, autres que le saccharose, non précipitables par le sous-acétate de plomb.

Nous avons reconnu que ces matières polarisantes disparaissent pour la plus grande partie, en tant que matières actives, pendant le travail industriel, en sorte qu'il ne reste presque plus d'azote amidé et ammoniacal dans les mélasses.

La disparition de ces substances dextrogyres autres que le saccharose est donc corrélative de l'élimination de l'azote amidé et ammoniacal et constitue une perte de polarisation. Des essais particuliers nous ont d'ailleurs appris que l'acide aspartique et l'acide glutamique, chauffés en milieu alcalin, perdent peu à peu de leur pouvoir rotatoire en dégageant de l'ammoniaque.

Ces recherches ont été effectuées en collaboration avec M. Wehrung.

ANATOMIE. — *Un cas de cordons thoraciques latéraux, vestiges embryonnaires probables de la bande de Wolf chez un homme.* Note de M. **Jules Regnault**, présentée par M. Edmond Perrier.

Nous avons eu l'occasion d'observer ces jours-ci une anomalie assez curieuse chez un homme dont la photographie est mise sous les yeux de l'Académie. Il s'agit d'un matelot, Pierre M., qui a de chaque côté du thorax un cordon saillant étendu du bord postérieur de l'aisselle à l'os iliaque près de l'articulation sacro-iliaque, suivant la ligne qu'a dû occuper la bande de Wolf.

Ce matelot a 30 ans, il ne présente aucune autre malformation; on note, dans ses antécédents, une fistule anale opérée en juin 1914 et une infection syphilitique qui a laissé une séro-réaction positive.

Un médecin qui l'a examiné en octobre 1914 a considéré les saillies anormales comme des cordons phlébitiques anciens mais éteints.

Un autre médecin qui l'a vu en octobre 1915 a noté que ces raies présentent une induration qu'il a comparée à celle des tissus chéloïdiens.

Quand nous les avons examinés, en décembre 1915, ces cordons avaient le volume d'une plume d'oie, leur saillie était plus accentuée quand le bras était relevé; ils étaient durs, indolores et présentaient quelques légères nodosités. Les circonstances actuelles n'ont pas permis de pratiquer une biapsie avec coupes microscopiques.

Le malade dit que ces cordons ont augmenté de volume et ont été momentanément douloureux après l'opération de la fistule (comme s'ils avaient été le siège d'une phlébite), mais il reconnaît qu'ils existaient depuis son enfance. Il n'a jamais eu une maladie de foie pouvant provoquer le dévelop-

pement d'une circulation thoraco-abdominale supplémentaire. D'ailleurs, en pareil cas, ces cordons ne seraient pas rectilignes, isolés et symétriques.

Ils semblent plutôt constituer des vestiges de la crête de Wolf de l'embryon et des membranes latérales ou ailes de certains animaux. Nous n'avons pas trouvé trace d'une anomalie semblable dans la littérature scientifique. Le cas nous a paru curieux et intéressant, c'est pourquoi nous le soumettons à l'Académie.

PHYSIOLOGIE. — *Formule individuelle de croissance physique pour les enfants des deux sexes.* Note [1] de M. **Paul Godin**, présentée par M. Edmond Perrier.

Avec la formule individuelle de croissance physique, on « fait le point » d'un enfant, d'un adolescent de l'un ou l'autre sexe, et l'on établit la *qualification physique* de l'enfance. En d'autres termes, on détermine la position actuellement occupée par l'enfant sur la courbe totale de la croissance, on marque sur cette courbe le moment prochain ou éloigné de l'éclosion pubertaire, on évalue les ressources physiques dont disposent ses activités intellectuelle et locomotrice, on localise et l'on apprécie quantitativement ses insuffisances de développement, on prévoit sa taille future, sa taille adulte.

Dans ma Note du 6 juillet 1914, figure sous le n° 6 des *lois de croissance*, l'énoncé suivant : « Des proportions déterminées pour chaque catégorie de constitutions organiques répondent à la période pubertaire... ». Aujourd'hui, je puis dire que « des proportions déterminées répondent à chacun des âges de l'évolution de croissance entre la naissance et 21 ans ».

Parmi les divers rapports proportionnels, le rapport entre les segments qui contiennent les viscères est particulièrement caractéristique, à condition toutefois qu'on envisage ces segments du point de vue de leur volume, calculé de façon approchée par la multiplication des diamètres.

Le volume du tronc V est rapporté au volume du crâne C, soit $\frac{C}{V}$. Ce rapport implique les corrélations anatomo-physiologiques de masse entre les viscères contenus, c'est-à-dire entre les viscères thoraco-abdominaux et les viscères encéphaliques. Il est un autre rapport, très caractéristique

(1) Séance du 20 décembre 1915.

également, qui tient compte des corrélations de ces mêmes viscères thoraco-abdominaux, V, avec les membres O, envisagés dans leur longueur : c'est le rapport $\frac{O}{V}$. Les quotients de ces deux fractions sont exprimés en unités et en dixièmes. Pratiquement, la réduction du nombre des chiffres est obtenue en divisant par un même nombre 3 les divers facteurs O, V et C qui, du reste, seront ensuite suffisamment représentés pour V et pour C par les trois premiers chiffres des produits et, pour O, par les deux premiers chiffres de la somme.

Et ce sont précisément ces deux rapports qui constituent la formule individuelle de croissance physique de l'enfant : $\frac{O}{C}$ et $\frac{C}{V}$.

La comparaison à celle de l'adolescent moyen de la formule individuelle de croissance physique d'un enfant fournit les notions importantes qui ont été mentionnées au début de cette Note.

Prenons un exemple : la formule individuelle d'un garçon de 13 ans et demi, Ph..., est

$$\frac{O}{V} = 11,7 \quad \text{et} \quad \frac{C}{V} = 4,2;$$

tandis que celle de l'adolescent moyen du même âge est

$$\frac{O}{V} = 12,2 \quad \text{et} \quad \frac{C}{V} = 4,5.$$

Voici pour Ph... le résultat de la comparaison :

a. L'*âge physiologique* (âge du développement physique) est de 12 ans et demi, marquant un retard d'un an sur l'âge chronologique.

b. L'*âge pubertaire* (différence entre l'âge physiologique et 15 ans et demi, âge moyen de l'éclosion pubertaire) est — 3; en d'autres termes, sa puberté se fera dans trois ans.

c. L'infériorité du rapport $\frac{C}{V}$ qui est de 0,3 marque une légère insuffisance du tronc vis-à-vis du crâne, insuffisance des viscères végétatifs à l'égard des viscères nerveux.

d. Pour le rapport $\frac{O}{V}$, l'infériorité atteint 0,5. Ici, c'est en fonction de la longueur des leviers locomoteurs que l'insuffisance du tronc se manifeste :

e. La taille actuelle est de $1^{m},44$. Cette stature, correspondant au rapport $\frac{C}{V} = 4,2$ et à l'âge physiologique de 12 ans et demi, représente les 84 centièmes de la taille adulte de Ph... Nous savons donc que sa taille adulte sera de $1^{m},70$.

f. Les proportions chez cet adolescent sont normales (l'écart de la moyenne étant inférieur à trois unités).

La formule individuelle de croissance physique constitue, on le voit, une source unique et fort riche de données fondamentales pour les directions médicale, hygiénique et éducative de l'enfance.

PHYSIOLOGIE. — *Sur la galvanotaxie des leucocytes.* Note ([1]) de M. **Maurice Mendelssohn**, présentée par M. A. Dastre.

Dans mes recherches sur l'irritabilité électrique des leucocytes, j'ai obtenu, en ce qui concerne l'action du courant galvanique, les résultats suivants :

L'énergie électrique exerce son action non seulement sur la forme, mais aussi sur la motilité des globules blancs du sang. Le leucocyte, sous l'influence du courant électrique, peut changer de place en exécutant une série de mouvements de propulsion dans une direction déterminée par le sens du courant. L'excitation galvanique du leucocyte, notamment l'excitation galvanique bipolaire, provoque, comme dans l'amibe, un état de contraction accompagnée des modifications de structure caractéristiques de l'état de contraction de la matière vivante en général. A l'anode, le protoplasma du globule blanc se contracte, son contour devient irrégulier et son aspect trouble. A la cathode le protoplasma est hyalin. Si l'on renverse les pôles, le protoplasma hyalin correspondant à la cathode devient vacuolaire et cesse de s'étendre. Si l'on excite les leucocytes au moment où ses pseudopodes s'étendent, on constate qu'à la fermeture du courant les pseudopodes se contractent et tout leur protoplasma afflue vers le corps cellulaire.

Le leucocyte est excité par le courant galvanique pendant tout le temps de son passage : l'excitation se produit à l'anode et à la cathode lors de la fermeture du courant et à la cathode seulement au moment de l'ouverture du courant. Ces phénomènes se produisent avec des courants faibles et moyens. Si l'on applique d'emblée un courant fort, le corps cellulaire du leucocyte, sans passer par le stade de contraction, subit, à la suite d'excitations hypermaximales, la destruction granuleuse du côté de l'anode.

Mais l'action du courant galvanique ne se borne pas seulement aux changements de la forme du leucocyte et au déplacement de son protoplasma. Le courant galvanique exerce aussi une action manifeste sur l'orientation

([1]) Séance du 20 décembre 1915.

des mouvements des globules blancs. C'est ainsi que se produit la *galvanotaxie* des leucocytes ([1]).

A la suite d'un grand nombre d'expériences, je pus déterminer avec une précision suffisante l'action du courant galvanique sur la direction des mouvements des leucocytes.

Lorsqu'un leucocyte au repos, avec ou sans ses nombreux pseudopodes, est traversé par un courant galvanique, il exécute une série de mouvements de reptation vers la cathode après avoir envoyé dans cette direction, aussitôt après la fermeture du courant, un gros pseudopode, dans lequel vient affluer la plus grande partie de sa masse protoplasmique. Le leucocyte change alors de forme; d'irrégulier et polypseudopodique qu'il était à l'état de repos, il devient allongé et pourvu d'un seul gros pseudopode du côté de la cathode. Ainsi transformé le leucocyte se place, à la fermeture du courant, son grand axe dans le sens du courant.

Si un leucocyte en mouvement est surpris par la fermeture du courant galvanique dont la cathode est opposée au sens de la reptation du globule blanc, ce dernier modifie sa direction primitive et se met à ramper vers la cathode. Il suffit de renverser le courant pour qu'un gros pseudopode se forme immédiatement du côté opposé du corps cellulaire du leucocyte et dans la direction de la nouvelle cathode, vers laquelle le globule blanc se met à ramper aussitôt. Les mouvements des leucocytes soumis à l'action du courant galvanique s'orientent donc toujours vers la cathode tant que le courant reste fermé. Les globules blancs du sang présentent par conséquent une galvanotaxie cathodique.

Il résulte de ces recherches que le leucocyte est doué non seulement d'une irritabilité électrique propre, pour ainsi dire cytoplasmique, mais aussi d'une irritabilité galvanotaxique grâce à laquelle le courant galvanique peut orienter la locomotion du globule blanc dans un sens déterminé.

Ce n'est pas ici le lieu de tenter l'explication des faits précités, ni d'entrer dans les détails de la méthode qui a servi pour les établir. Je le ferai dans un travail ultérieur où ces questions seront traitées *in extenso*.

([1]) Sous le nom de *galvanotaxie* on désigne la propriété que possèdent certains organismes, uni- ou pluricellulaires, de se mouvoir activement dans un sens ou dans l'autre sous l'influence du courant galvanique. La galvanotaxie peut être positive ou négative, suivant que le sujet excité par le courant se dirige vers le pôle positif ou négatif. — Voir, pour plus de détails, mon article : *Galvanotaxie*, dans le *Dictionnaire de Physiologie* de Ch. Richet, t. 7, 1904, p. 1.

ZOOLOGIE. — *Sur le chambrage des huîtres et sur l'infection possible des chambres par le fait d'une Annélide tubicole parasite de la coquille.* Note [1] de MM. C. **Houlbert** et C. **Galaine**, présentée par M. Edmond Perrier.

L'origine du chambrage des huîtres n'a pas encore reçu d'explication satisfaisante; la théorie qui admet que le Mollusque se défend en s'isolant, par une mince couche de nacre, contre une certaine quantité de vase introduite accidentellement dans sa coquille est insoutenable.

Voici quelques observations, recueillies récemment dans les parcs de la baie de Cancale et qui, tout en complétant nos connaissances sur cette curieuse particularité biologique, permettent d'expliquer quelques-uns des accidents infectieux auxquels les huîtres ont donné lieu.

L'huître chambrée, disent les auteurs, présente, *au-dessous du crochet, à l'intérieur de la valve creuse, une petite poche, contenue dans l'épaisseur de cette valve et limitée seulement du côté de la cavité de la coquille par une mince couche de nacre.*

Il est vrai que, dans quelques huîtres chambrées, principalement dans les jeunes, on ne trouve qu'une seule poche; mais, dans le plus grand nombre des cas et surtout chez les vieilles huîtres, nous avons trouvé deux, trois, quatre et même jusqu'à cinq chambres superposées. Très souvent même, nous avons observé des poches identiques dans l'épaisseur de la valve operculaire.

On ne peut pas dire non plus *que la couche de nacre qui limite la chambre ait été sécrétée pour clore une cavité accidentellement envahie par la vase.* Presque toujours, en effet, nous avons trouvé les chambres absolument propres, et il était facile de voir que leur intérieur n'avait jamais été souillé par aucune matière étrangère. Le seul fait bien visible est celui-ci : en différents points de la cavité uncinale, les couches de nacre successives ne sont point au contact, elles se sont formées à une petite distance les unes des autres, comme si l'animal, diminuant d'épaisseur, et habitant, par suite, une maison trop grande, avait voulu ramener sa demeure à ses propres dimensions; et, de fait, tous les ostréiculteurs considèrent que l'huître qui habite une coquille chambrée, est un animal amaigri, sans saveur, et ayant perdu au moins 25 pour 100 de sa valeur nutritive.

---

(1) Séance du 20 décembre 1915.

Le liquide contenu dans les chambres est, en général, tout à fait limpide, et, dans la grande majorité des cas, aseptique.

A l'analyse, on trouve qu'il renferme une quantité de chlorure de magnésium supérieure à celle de l'eau de mer; c'est ce chlorure magnésien, associé à une petite proportion de sulfate, qui donne le goût âcre (analogue à celui de l'eau de Châtel-Guyon) qu'on perçoit lorsqu'on crève les chambres superficielles en ouvrant les huîtres, accident qu'il est d'ailleurs *à peu près impossible d'éviter* si l'on n'est pas prévenu.

Lorsque d'autre part, par le fait des parasites dont nous parlerons plus loin, un peu de vase pénètre dans les chambres uncinales, le liquide de ces chambres acquiert une odeur sulfhydrique très désagréable qui rend l'huître immangeable. Tout porte à croire que l'invasion des chambres par la vase introduit des bactéries sulfhydrogènes et qu'il s'y produit des réactions analogues à celles qui ont lieu dans la vase des ports.

Il va sans dire que toutes les bactéries, banales ou pathogènes, qui habitent dans la vase sous-jacente, pénétreront dans les chambres par le même mécanisme et qu'ainsi peuvent s'expliquer la plupart des accidents infectieux auxquels les huîtres ont donné lieu.

Plusieurs espèces marines vivent en commensales ou en parasites dans l'épaisseur de la coquille des huîtres; celle que nous avons trouvée le plus fréquemment, à Cancale, est une Annélide tubicole, indéterminée, mais appartenant probablement au genre *Sclerocheilus*.

Cette Annélide creuse, entre les couches de nacre, des canaux très allongés, à trajet sinueux, de coloration brunâtre, partant du bord externe de la coquille et s'étendant plus ou moins loin vers l'intérieur. En disséquant avec soin quelques-uns de ces trajets canaliculeux, nous avons vu que l'Annélide en occupe le fond et qu'elle y vit recourbée en forme d'U. Tout autour du canal, les couches de nacre sont décalcifiées et colorées en brun. Si, *comme cela se produit fréquemment*, l'Annélide vient à abandonner sa galerie, celle-ci est immédiatement envahie par la vase et par le cortège immense des bactéries qu'elle héberge; la galerie du parasite devient le point de départ d'une infection microbienne très intense et c'est alors qu'on voit s'étendre ces grandes taches d'abord jaunâtres, puis brunes et même quelquefois noires, qui ornent d'une façon si capricieuse l'intérieur des coquilles parasitées.

En examinant la disposition de ces taches, on constate qu'elles gagnent de plus en plus vers les parties centrales de la coquille, et qu'elles finissent par arriver jusqu'aux chambres uncinales; d'ailleurs, même en dehors de l'action de l'Annélide parasite, les germes infectieux peuvent attaquer la

coquille par ses bords et pénétrer plus ou moins loin entre les feuillets de nacre; les deux modes d'infection coexistent fréquemment.

La proportion des huîtres avec des chambres uncinales contaminées par la vase varie suivant les localités; lorsque l'infection existe, la consommation des huîtres présente un danger réel, puisqu'il est à peu près impossible de manger une huître sans crever la chambre.

Le chambrage des huîtres n'est pas, ainsi qu'on l'a cru jusqu'ici, un accident pathologique; nous le considérons comme la persistance d'une propriété ancestrale, dont les manifestations les plus remarquables se sont rencontrées chez les Rudistes de l'époque crétacée et chez tous les Ostréidés à long crochet (*Ostrea cornucopiæ*).

Les Rudistes représentent, en effet, un phylum pélécypodien, adapté à un mode de vie spécial; ils vivaient en bancs épais comme les huîtres, et leur coquille inférieure (gauche) était chambrée naturellement par des cloisons transversales (chambres à eau des Radiolites et des Caprinelles). D'autres lamellibranches (*Spondylus*) et un grand nombre de Céphalopodes ont aussi possédé cette propriété; le cloisonnement régulier de la coquille chez les Orthocères, chez les Ammonidés, chez le Nautile et la Spirule, n'est autre chose qu'un chambrage naturel.

Il n'y a donc rien d'extraordinaire à retrouver cette tendance, à l'état de vestige, chez les Ostréidés actuels.

A 16 heures l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16 heures et demie.

A. Lx.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 10 JANVIER 1916.

PRÉSIDENCE DE M. CAMILLE JORDAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE. — *Sur une extension des théorèmes de Poncelet relatifs aux polygones inscrits ou circonscrits à des coniques.* Note de M. GASTON DARBOUX.

Dans une *Étude sur le mouvement d'une droite mobile dont trois points décrivent les trois faces d'un angle trièdre*, qui a commencé à paraître dans le numéro de janvier 1916 du *Bulletin des Sciences mathématiques*, j'ai été conduit à une proposition qui rappelle les célèbres théorèmes de Poncelet. Il s'agit d'un triangle dont les trois sommets sont assujettis à demeurer sur trois coniques, définies respectivement par les trois équations

$$(1)\qquad \left\{\begin{aligned} x^2\left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{\rho^2}\right)+y^2\left(\frac{1}{b^2}-\frac{1}{\rho^2}\right)+z^2\left(\frac{1}{c^2}-\frac{1}{\rho^2}\right)&=0,\\ x^2\left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{\rho'^2}\right)+y^2\left(\frac{1}{b^2}-\frac{1}{\rho'^2}\right)+z^2\left(\frac{1}{c^2}-\frac{1}{\rho'^2}\right)&=0,\\ x^2\left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{\rho''^2}\right)+y^2\left(\frac{1}{b^2}-\frac{1}{\rho''^2}\right)+z^2\left(\frac{1}{c^2}-\frac{1}{\rho''^2}\right)&=0,\end{aligned}\right.$$

tandis que ses côtés doivent demeurer respectivement tangents à trois autres coniques, dont les équations en coordonnées tangentielles sont

$$(2)\qquad \left\{\begin{aligned} u^2(a^2-\rho^2)+v^2(b^2-\rho^2)+w^2(c^2-\rho^2)&=0,\\ u^2(a^2-\rho'^2)+v^2(b^2-\rho'^2)+w^2(c^2-\rho'^2)&=0,\\ u^2(a^2-\rho''^2)+v^2(b^2-\rho''^2)+w^2(c^2-\rho''^2)&=0.\end{aligned}\right.$$

Il semble que les équations (1) et (2), qui sont au nombre de six, devraient déterminer un nombre limité de positions du triangle cherché.



En réalité le problème est impossible si l'on n'a pas

$$(3) \qquad \rho^2 \rho'^2 \rho''^2 = a^2 b^2 c^2,$$

et, si cette relation est satisfaite, il est indéterminé, de sorte qu'on peut trouver une suite continue de triangles satisfaisant aux conditions proposées.

L'analogie avec les théorèmes de Poncelet est évidente; mais tandis que, dans ces théorèmes, *les polygones mobiles demeurent inscrits ou circonscrits à une même conique*, il n'en est plus de même ici. *Les coniques décrites par les sommets du triangle mobile ou enveloppes de ses côtés sont toutes différentes les unes des autres.*

Cela m'a conduit à proposer la recherche suivante : Considérons un polygone de n côtés dont le mouvement soit défini par les conditions suivantes : ses $n-1$ premiers sommets sont assujettis à demeurer sur des coniques (C_1), (C_2), ..., (C_{n-1}); ses n côtés doivent envelopper n autres coniques (Γ_1), (Γ_2), ..., (Γ_n). Dans quel cas la courbe décrite par le sommet laissé libre se réduira-t-elle à une conique, ou du moins se décomposera-t-elle en plusieurs courbes dont l'une au moins sera une conique? Tel est le problème dont les théorèmes de Poncelet nous donnent une solution particulière. Le but de cette Note est de montrer qu'il a d'autres solutions, beaucoup plus générales que celle qui est fournie par ces théorèmes, si célèbres à juste titre, et par le cas particulier que nous avons signalé.

A cet effet, nous commencerons par rappeler que les coniques sont des courbes unicursales et qu'on peut prendre pour les coordonnées d'un de leurs points ou d'une de leurs tangentes des fonctions entières et du second degré d'un certain paramètre t. D'après cela, si l'on veut qu'une droite variable coupe une conique (C_1) en un point M_1 et touche une autre conique (C_2) en un point M_2, il y aura, entre les coordonnées u, v, w de la tangente en M_2 et les coordonnées x, y, z du point M_1, la relation

$$ux + vy + wz = 0.$$

Si l'on exprime x, y, z en fonction du paramètre t_1 relatif au point M_1 de (C_1) et u, v, w en fonction du paramètre t_2 relatif au point M_2 de la conique (C_2), on obtiendra une relation

$$(4) \qquad F(t_1, t_2) = 0$$

qui sera quadratique à la fois par rapport à t_1 et à t_2 et qui dépendra, par conséquent, de huit constantes dans le cas le plus général.

Les relations doublement quadratiques de la forme (4) sont bien connues depuis Euler qui, le premier, les a introduites dans la théorie des fonctions elliptiques. On sait qu'elles fournissent les intégrales d'équations différentielles de la forme

$$\frac{dt_1}{\sqrt{\Delta_1(t_1)}} = \pm \frac{dt_2}{\sqrt{\Delta_2(t_2)}} \tag{5}$$

où $\Delta_1(t_1)$, $\Delta_2(t_2)$ désignent des polynomes du quatrième degré qui, par deux substitutions linéaires différentes, peuvent être ramenés à être identiques. Rappelons que le polynome $\Delta_1(t_1)$ a pour racines les valeurs de t_1 auxquelles correspondent par l'équation (4) deux valeurs égales de t_2; et de même les racines du polynome $\Delta_2(t_2)$ sont celles auxquelles correspondent deux valeurs égales de t_1.

D'après cela, si nous revenons à la question de géométrie relative aux coniques (C_1), (C_2), nous voyons que, dans l'équation (4) correspondante, *les racines du polynome $\Delta_1(t_1)$ sont les paramètres des quatre points de (C_1) qui sont sur (C_2), et les racines du polynome $\Delta_2(t_2)$ sont les paramètres des quatre points de contact avec (C_2) des tangentes communes à (C_1) et à (C_2).* Ces deux remarques sont importantes pour la suite.

Considérons maintenant un polynome de p côtés dont les p sommets seront assujettis à rester sur des coniques (C_1), (C_3), ..., (C_{2p-1}), tandis que ses côtés devront être tangents à des coniques (C_2), (C_3), ..., (C_{2p}). En désignant par t_i la valeur du paramètre qui fixe la position d'un point sur la conique (C_i), on exprimera les conditions auxquelles doit satisfaire le polygone par des équations de la forme

$$\left\{\begin{array}{l} F_1(t_1, t_2) = 0, \\ F_2(t_2, t_3) = 0, \\ \dots\dots\dots\dots \\ F_{2p-1}(t_{2p-1}, t_{2p}) = 0, \\ F_{2p}(t_{2p}, t_1) = 0, \end{array}\right. \tag{6}$$

et le problème que nous avons à résoudre s'énoncera comme il suit :

Étant données les fonctions t_2, t_3, ..., t_{2p} de t_1 définies par les $2p-1$ premières équations (6) et la fonction u de t_1, définie par l'équation

$$F_{2p}(t_{2p}, u) = 0, \tag{7}$$

est-il possible de disposer des coefficients contenus dans les relations double-

ment quadratiques de telle manière que l'une au moins des branches de la fonction u définie par l'équation (7) soit

$$u = t_1 ?$$

S'il en est ainsi, on aura une suite continue de polygones satisfaisant à la relation cherchée.

Le problème d'Analyse auquel on est conduit de cette manière est de ceux dont on peut entreprendre la solution. Dans le cas général, l'élimination des fonctions intermédiaires conduit à une relation

$$\Psi(t_1, u) = 0 \tag{8}$$

qui est du degré 2^{2p} par rapport à t_1 et à u, et l'étude des points singuliers de la fonction u montre qu'on ne peut avoir

$$t_1 = u.$$

Mais il y a des cas particuliers dans lesquels l'équation précédente se décompose et qui fournissent la solution cherchée.

Nous avons vu que toute équation doublement quadratique de la forme (4) est l'intégrale d'une équation différentielle de la forme (5), et nous avons défini les racines des polynomes $\Delta_1(t_1)$, $\Delta_2(t_2)$ qui figurent dans l'équation (5). Appliquons cette remarque aux équations (6); nous verrons que l'équation

$$F_i(t_i, t_{i+1}) = 0$$

sera l'intégrale d'une certaine équation différentielle

$$\frac{dt_i}{\sqrt{\Delta_i^i(t_i)}} + \frac{dt_{i+1}}{\sqrt{\Delta_{i+1}^i(t_{i+1})}} = 0. \tag{9}$$

L'équation suivante

$$F_{i+1}(t_{i+1}, t_{i+2}) = 0$$

sera de même l'intégrale d'une équation différentielle

$$\frac{dt_{i+1}}{\sqrt{\Delta_{i+1}^{i+1}(t_{i+1})}} \pm \frac{dt_{i+2}}{\sqrt{\Delta_{i+2}^{i+1}(t_{i+2})}} = 0. \tag{10}$$

Si donc les constantes ont été choisies de telle manière qu'on ait identiquement

$$\Delta_{i+1}^{i+1}(t_{i+1}) = \Delta_{i+1}^i(t_{i+1}), \tag{11}$$

on voit que la combinaison des équations (9) et (10) donnera

$$\frac{dt_i}{\sqrt{\Delta_i^i(t_i)}} \pm \frac{dt_{i+2}}{\sqrt{\Delta_{i+2}^{i+1}(t_{i+2})}} = 0$$

et, par conséquent, la relation doublement biquadratique qui existe généralement entre t_i et t_{i+2} se décomposera ici en deux équations doublement quadratiques. Si donc la relation (11) a lieu pour toutes les valeurs de i depuis $i = 1$ jusqu'à $i = 2p - 1$, la fonction u de t_1 se décomposera en plusieurs branches, toutes liées à t_1 par des équations doublement quadratiques, et l'une de ces branches pourra donner la solution

$$u = t_1.$$

Tel est le principe de la solution que nous allons développer; mais auparavant nous donnerons l'interprétation géométrique des conditions (11). D'après une remarque faite plus haut, elles signifient que *les coniques* C_{2i-1}, C_{2i}, C_{2i+1} *ont les mêmes tangentes communes et que les coniques* C_{2i}, C_{2i+1}, C_{2i+2} *ont les mêmes points communs*. De là résulte un moyen bien simple de construire la chaîne des coniques employées. On prendra arbitrairement (C_1), (C_2), puis C_3 devra être choisie parmi les coniques inscrites au quadrilatère formé par les tangentes communes à (C_1) et à (C_2); C_4 passera par l'intersection de (C_2) et de (C_3), C_5 devra être inscrite au quadrilatère circonscrit à (C_3) et à (C_4); et ainsi de suite. *Toutes les coniques auront, par conséquent, pour triangle conjugué celui qui est commun à* (C_1) *et à* (C_2).

Il résulte d'autre part, de la condition (11), que toutes les équations doublement quadratiques qui relient les paramètres t_i et t_{i+1} pourront se résoudre par l'emploi de fonctions elliptiques *toutes de même module*.

ASTRONOMIE. — *Les manuscrits des Œuvres de Jean de Lignières* (1). Note de M. G. BIGOURDAN.

ERFURT (*suite*).

Q. 366 (Mitte des 14 Jh.) — 1. Bl. 1-8'. Item *canones* de *sinibus*, arcubus et cordis et alii bonis (*Iohannis de Lineriis*). Ueber-u. Unterschr. von Joh. de Wasia. Canones primi mobilis mag. Ioh. de W. (! sic). Anf.: Cuiuslibet arcus propositi sinum rectum inve-

(1) Voir page 18 de ce Volume.

nire. Sinus rectus est; wie F. 377 Nr 3. Ende : Arcum equinoxialis — invenire. Multiplica sinum — in 37. huius dictum est.

2. Bl. 9-23. *Canones tabularum Alfoncii* (a *Iohanne de Lineriis* instituti). Anf. : Priores astrologi motus corporum — tabulis prescripsimus. Numerum annorum. Ende : Revolucio cuiuslibet ann. — mundi invenire. Scias anni incarnacionis — in radice et sic patet propositum. Siehe F. 377 Nr 4. In Minuscul roth durchstrichten : Expl. can. tabul. astr. per mag. Ioh. de Lin. Dazu noch : Tempus prime coniunctionis Ianuarii — faciliori modo invenire. Scias numerum annorum possibilis per 31^{am} huius.

5. Bl. 28-32'. *Canones tabularum* magistri *Iohannis de Lyneriis*. Anf. : Multipl. — Glasquensis. — integrarum, sonst wie Q 349 Nr 7. Ende : vel oppositionis diebus equatis. Von derselbem Hand in gleicher Ausstattung wie Nr 2.

6. Bl. 33-37'. *Exposicio canonum Iohannis de Lyneriis*. Anf. : Circa canonem de invencione augium sunt tria. Ende : in auge sui deferentis.

8. Bl. 40-49. *Saphea* magistri *Iohannis de Lyneriis* de *composicione* et *utilitate quadrantis*. Anf. u. Ende wie Q 355 Nr 21. Dazu : Expl. can. Saphee mag. Ioh. de Lin. Wie Nr 2 geschr.

Q. 376 (Um 1349). — 4. Bl. 107-116. Egregius liber demonstrativus cum commento continens canones primi mobilis mag. Ioh. de Lyneriis. Anf. u. Ende wie Q. 366 Nr 1 u. Expl. can. de pr. mob. mag. Ioh. de Lin. a. D. 1349° die 19. m. Iunii in Monasterio.

Q 382 (Um 1322) — 1. Bl. 1-5'. Iohannis de Lineriis canones primi mobilis. Anf. u. Ende ähnlich wie Q 366 Nr 1. Statt Unterschr. von sp. Hand am Rande : Expl. can. prim. mob.

2. Bl. 5'-15. Eiusdem canones de tabulis Alfonsinis instituti. Anf. wie Q. 366 Nr. 2 Ende : Expl. — Lineriis ordinati et completi Parisius a. ab incarnacione D. 1322°.

4. Bl. 16-18'. Canones minutiarum (Iohannis de Lineriis). Anf. wie F.377 Nr 8 mit var. : philosophicarum u. prep. Ende : ponam pl. q. isti ad pr. n. s. In Minuskel : Expl. c. m.

Q 385 (Anf. der 2 Hälfte des 14. Jh.). — 7. Bl. 60-66. Iohannis de Lineriis algorismus minutiarum.

Anf. wie F.377 Nr 8. Am Ende noch : Expl. can. minuciarum.

Q 386 (Anf. der 2 Hälfte des 14. Jh.). — 12. Bl. 31-35'. Tractatus de minuciis vulgaribus et physicis. Anf. wie F.377 Nr 8. Am Ende noch : Expl. algorismus de min.

Florence (Bibl. Monast. B. M. Florentinæ).

D'après Montfaucon, t. I, p. 428.

18. *Tabulæ primi mobilis Magistri Joannis de Lineriis.*

Londres (British Museum).

A Catalogue of the Harleian Manuscripts... 1808, in-f°.

80. — 10. Canones Johannis de Liveriis. 85.

The Arundel Manuscripts. (Cat. of Mss. in the B. Museum. New series. Vol. I, 1834.)

88. — 11. Canones primi mobilis Johannis de Lineriis sive Ligneriis, fol. 39 *b*.

531. — 5. Canones tabularum Alfonsi, sive de Eclipsibus Solis et Lune, secundum M. Joannem de Saxonia, 48. Ce Mss est peut-être identique à celui décrit par Rico y Sinobas ([1]), où on lit, p. 59 : *Explicunt canones super tabules illust. regis Alfonsii que ordinavit Johannes de Saxonia et sequuntur canones eclipsium*, segun la doctrina de Linneriis, los cuales terminan en la vitela 63, verso, con la frase *Deo gratias.*

Egerton. **889.** — Tabulæ Johannis de Liveriis, cum canonibus ejusdem, super easdem.

Melk (Autriche).

Catalogus codicum manu scriptorum qui in bibliotheca monasterii Mellicensis O. S. B. servantur, 1889.

51 ([2]). (Sœc. XV). — **1.** f. 1-9ª. *Joannis de Ligneriis, magistri, Canones primi mobilis.* Incip. Cuiuslibet arcus propositi sinum rectum invenire. Sinus rectus est medietas corde portionis arcus duplicate. Explic. : Quod si illud, quod ex additione provenerit, fuerit plus 90 gradibus minuatur de 180 et quod remanserit erit altitudo stelle maxima sed ex parte ovali. In fine. Expliciunt canones et primi mobilis ordinati per magistrum Johannem de Lineriis.

29. f. 86ᵇ-102ᵇ. *Joannis de Ligneriis Canones tabularum annorum et aerarum.* Incip. Priores astrologi motus corporum celestium diligentissimis considerationibus observantes eosdem alio et alio tempore sub diversis principiis diversarum nationum posterioribus descripserunt. Explic. : Propositum. Et sic est finis. Deo gratias.

30. f. 103ª-105ª. *Correctiones tabularum Alfonsi, regis Castellæ,* probabilius ejusdem *Joannis de Ligneriis.* Incip. : Tabulam annorum collectorum quinque erarum bisextilium scilicet incarnationis, Alphonsi, Alexandri, Cesaris et Diocletiani quantum ad annos collectos sic corrige. Explic. : Expliciunt correctiones tabularum Alfonsi regis Castellæ illustris.

49. f. 255-267. *Dantkonis Liber canonum super tabula regis Alfonei et parte tabularum Joannis de Ligneriis.* Incip. : Tempus est mensura motus. Explic. : Explicit liber canonum magistri Dantkonis super tabula illustris regis Alfonsii et partem tabularem Joannis de Ligneriis.

Milan (Ambrosienne).

D'après Montfaucon, t. I, p. 518.

Joannis Linerii de primo mobili.

([1]) *Libros del Saber de Astronomia del Rey D. Alfonso X de Castilla*, t. V, Partie I, p. 67.

([2]) Le même mss **51** contient diverses tables anonymes dressées sur le méridien de Paris.

Munich.

C. Halm, G. Laubmann.... *Catalogus codicum latinarum Bibliothecæ regiæ Monacensis.* Monachii 1868...

5640. f. 117 Tabulæ magistri *Johannis de Lineriis.*

11067. f. 160 *Johannes de Lineriis* de minutiis. f. 174 Cosmographia sive de distantiis civitatum et regnorum, f. 176 Canon pro horologiis in plano vel in pariete. f. 180 De practica et de compositione aequatorii planetarum, solis et lunæ. f. 188 [De quadrante et sphæra.].

14684. f. 22 *Johannis de Lineriis* liber de minutiis a. 1356.

14908. f. 162 *Joannis de Lineriis* liber de minutiis seu fractionibus.

19550. f. 217 (s. xiv) Canones primi et secundi mobiles extracti ab Albategne per magistrum *Johannem de Lineriis.*

26667. *Johannis de Lineriis* Canones astronomici.

D'après A. Favaro (Bull. Boncompagni, XII, p. 64), un autre manuscrit de Munich, analysé par S. Günther [1] renfermerait : 20. Algorismus numerorum Johannis de lineriis.

Oxford.

H. O. Coxe. *Catalogi Codicum Manuscriptorum bibliothecæ Bodleianæ.* Pars tertia (Bibl. Canonicianæ), 1854.

248. — 2. *Johannis de Liveriis* [Ligneriis] et Francisci de Belle-Valle liber de correctione Kalendarii, prævia ad Clementem papam VI. epistola; cum tabulis, fol. 23.

Incip. epist. « O quantum gaudium nos oves Domini celebrare debemus cum ecclesia Dei. » Incipit opus « In hoc opusculo quatuor sunt tractatus, in primo namque tractatu declarabitur, quid est annus verus. »

Prope ad finem occurrunt ista, « Adhuc autem multi sunt modi, quibus aureus numerus potest corrigi, qui determinatius atque precisus ponuntur in libello de correctione aurei numeri, quem ordinavimus de mandato domini nostri Clementis pape sexti, anno Domini nostri 1345, in civitate Ammone. »

499. — 6. *Johannes de Lineriis* Tabulæ astronomicæ, canonibus posthabitis, fol. 154.

Subscribuntur: « Anno Domini millesimo quadringentesimo quinquagesimo secundo Tabulæ presentes magistri Johannis de Lineriis scripte sunt per Johannem de Bazyn in studio Pragensi, in collegio beatissime Marie virginis domus Beczkonis. »

In calce, « Expliciunt canones tabularum magistri Johannis de Lineriis finiti per Johannem de Bazyn in collegio », etc. Anno Domini 1470.

G. Macray. *Id.* Pars nona (Codices K. Digby), 1883.

57. — 11. Canones de usu instrumentorum astronomicorum, anno 1350 (ut

---

(1) *Analyse einiger kosmographischer Codices der Münchener Hof- und Staatsbibliothek*, 1878, p. 218.

videtur) compositi, in quibus quædam de instrumento Joh. Campani, equatorio magistri Johannis de Lyvers, equatorio Profacii vocato *semisse*, et instrumento per quendam abbatem de S. Albano composito vocato Albion.

Inc. « Quia nobilissima sciencia astronomie non potest bene sciri sine instrumentis. »

114. — 3. Canones magistri J. de Liveris, super tabula sequentes que sunt super Parisius.

168. — 6. « Equatorium planetarum secundum magistrum Johannem magistrum de Lyners » : abbreviatio Equatorii Joh Campani.

Inc. « Quia nobilissima sciencia astronomie. »

228. — 17. « Tractatus de utilitatibus equatorii planetarum magistri Johannis de Lineriis. »

Inc. « Descriptiones que sunt in equatorio notificare. »

Expl. « — a fine arcus zodiaci seu equantis usque ad principium. Explicit ars utendi equatorio planetarum magistri Johannis de Lineris. Corrigitur secundum exemplum. »

Steinschneider (*Bull. Boncompagni*, XII, p. 349) donne le contenu d'un mss (27 Canoniciana) de la bibliothèque Bodleienne, et qui renferme, fol. 88 :

4. « Tabulæ sinuum et cordarum ascensionum signorum rerum (?) eclipsium et aliorum quam plurimum, quas composuit magister *Johannes de Lineriis* Picardus diocesis Ambianensis A. D. 1322. » — Then more tables chiefly of Toledo (from Alfonso probably.) Comparer à 1719, Cambridge.

H.-O. Coxe. *Cat. Cod. Mss. qui in Collegiis Aulisque Oxoniensibus hodie adservantur.* Pars. II, 1852.

Aula B. M. M. **2.** — 15. Tabula sinus M. Jo. de Ligneriis. Ce ms pourrait être celui qui est indiqué ainsi par Edw. Bernard (II_2, p. 84, **2515.** — 4) : Tabulas declinationum Zodiaci ab Æquinoxiali, et sinuum per Mag. Jo. Lynovys.

Edw. Bernard. — *Catalogi librorum Manuscriptorum Angliæ et Hiberniæ* in unum collecti. Oxoniæ, 1697, in-f°, 2 tomes en 3 et 2 parties, respectivement.

I_1, p. 129. Th. Bodlei.	**2492**	— 2.	Jo. de Liveriis Canones S. Sphæræ, 20.
II_2, p. 192, Th. Gale.	**6177**	— 343.	Canones Joannis de Liveriis.
III_2, p. 208, S. Pepys.	**6768**	— 49.	Algorismus in Minutiis Magistri Joh. de Liveriis.
» »	**6775**	— 56.	Canones Tabularum Æquationum primi Mobilis et Eclipsium, per Magistrum Jo. de Liveriis.

(1) Ce manuscrit et le précédent se trouvent publiés, avec une œuvre de Prosdocimo de' Beldomandi, en 1483 (Padoue), puis en 1540 (Venise). Dans une importante étude sur ce mathématicien, A. Favaro a donné beaucoup de détails sur ces éditions dans *Bull. Boncompagni*, XII (1879), p. 41-60.

II_2, p. 399, Appendix. 820 — 5. Algorismus de Miniis vulgaribus secundum Magist. Joh. de Liveriis.
» » » — 13. Tabula æquationis dierum cum noctibus secundum Magist. Joh. de Lyveriis.

Padoue.

G.-F. Tommasini, *Bibliothecæ Patavinæ Manuscriptæ publicæ et privatæ :*

p. 111. Canones Quadrantis compositivi et Operativi Jo : de Lineriis Siculi. In fine Explicit Tractatus Quadrantis Mag. Joan. de Linerijs. Scriptus 1396. penultima Augusti.
p. 111. De Minutiis Liverius, 8 (1).
p. 111. Jo : de Linerijs Siculus de Minutijs.
p. 111. Jo : de Liveriis Siculi. Algorithmus de Minutijs vulgaribus et Physicis.
p. 139. Joannis de Linariis. Canones sinuum cum tabulis. f. c.

Paris (Bibliothèque nationale).

H. Omont, *Nouvelles acquisitions du département des manuscrits* pendant les années 1900-1910 :

1893, f° 65. *Joannis de Lineriis* « Theorica motuum omnium planetarum » seu « compositio et practica et theoria astrolabii planetarum ».

En outre, un manuscrit de Saint-Victor (n° 26), décrit par Rico y Sinobas (*loc. cit.*, p. 61) contient les parties suivantes, dont la troisième doit être de J. de Lignières :
f° 86. *Tabula elevatione signorum ad Parisis cuius latitudo est* 48° *et* 50′.
f° 97 r°. *Radius mediorum motuum ad meridianum Parisiensis per anno* 1380 *et pro anno* 1400.
f° 96 v°. *Tabule ad sciendum motum solis et lunæ, in unum diei anno dom* 1332... *mensis januarii per Magistrum Iohem di Monte Fortii, secundum equationem tabularum Alphonsii.*

Prague.

J. Truhlár. *Catalogus Codicum manu scriptorum latinorum* qui in C. R. bibliotheca publica atque universitatis pragensis asservantur; 1905 :

1298, f°s 244^{a}-256^{b}. (*Johannis de Lineriis*) *Algorismus minutiarum.* « Modum representacionis minuciarum » × « Expl. algorismus minuciarum N. de T. (*Nicolai de Tepla*) a. d. 1443 in dies. Apollonie ventre tanen famelico. »
1826, f°s 22^{b}-40^{b}. Tabulæ mag. Johannis de Lineriis. « Tabula sinus » × « residuum tabule ascencionis in latitudine 52 gradum. »

ROME.

E. NARDUCCI. *Catalogo di Manoscrotti...* da D. Baldassarre Boncompagni, 2e éd., Rome, 1892 :

603 (car. 5 v. lin 8-13). Traité d'arithmétique dans lequel on lit : « Me suis occuppe en ceste dicte Ville de paris a Reduire et a Rediger par escript sellon mon petit entendement ce dict present traicte en ce mois daoust Mccccixxv ». — Parmi les auteurs cités, on trouve « Aristote, platon, pitagoras, ysidore Boisse Alebert Alixandre de Villedieu, Maistres bartholomieux des Roumains lehan de Sacro bosco lehan de Ligneriis lehan de Mehuns et lehan Loquemeren. »

Les numéros 63 (112), 65 (155) et 66 (187) de la même collection sont des manuscrits de Baldi, *Vite de Matematici* et donnent quelques détails sur la vie de J. de Lignières.

B. BONCOMPAGNI (dans son *Bulletino*, XII, 376-377) a signalé et décrit en partie un manuscrit du Vatican (*Codice Urbinate*, n° 1399), sur le titre duquel on lit :

In hoc codice continentur. — Instrumentum armillare, Iohannis de Lineriis. Equatori. Eiusdem de minutiis, numerorum eiusdem utilitates astrolabii imagines stellarũ fixarum.

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur les réduites d'Hermite.* Note de M. G. HUMBERT.

1. La méthode d'Hermite pour l'approximation d'une irrationnelle positive ω, telle que je l'ai développée dans une Note récente (*Comptes rendus*, t. 161, 13 décembre 1915, p. 717) que je désignerai par Note I, conduit à une expression de ω analogue au développement en fraction continue.

Soit la fraction continue ordinaire

$$(1) \qquad \omega = h_0 + \frac{1}{h_1 + \dots} = (h_0, h_1, h_2, \dots);$$

désignons les réduites successives par

$$(2) \qquad p'_1 : q'_1; \ \dots; \ p'_n : q'_n; \ \dots,$$

et, si $p' : q' = (h_0, h_1, \dots, h_{k-1})$, convenons de dire que h_k est le quotient incomplet qui *suit* la réduite $p' : q'$.

Nous savons (Note I) quelles réduites il faut supprimer dans la série (2)

pour obtenir la *suite d'Hermite*; si $p'_n : q'_n$ est l'une d'elles, les deux réduites qui l'encadrent sont, au contraire, à conserver, et le quotient incomplet, h_n, qui suit $p'_n : q'_n$ est nécessairement égal à 1.

Considérons alors, dans la fraction continue (1), la partie

$$(3) \qquad \cfrac{1}{h_{n-1}+\cfrac{1}{h_n+\cfrac{1}{h_{n+1}+\cfrac{1}{h_{n+2}}}}}, \qquad \text{où} \qquad h_n=1;$$

elle s'écrit identiquement

$$(4) \qquad \cfrac{1}{(1+h_{n-1})-\cfrac{1}{(1+h_{n+1})+\cfrac{1}{h_{n+2}}}}.$$

Si l'on fait subir à la fraction continue (1) cette modification, pour chaque terme à supprimer dans la série (2), et cela en suivant l'ordre des termes de cette série, on arrive, pour ω, à une expression telle que

$$(5) \qquad \omega = a_0+\cfrac{\varepsilon_1}{a_1+\cfrac{\varepsilon_2}{a_2+\ldots}}$$

où les a_i sont des entiers positifs et où les ε_i sont ± 1. Sans pousser plus loin cette étude, qui offrirait peut-être quelque intérêt, retenons seulement que les fractions qu'on obtient, en s'arrêtant dans (5) aux *quotients incomplets* successifs, a_0, a_1, ..., à savoir les fractions :

$$(6) \qquad \frac{a_0}{1}, \quad \ldots, \quad \frac{p'}{q'}, \quad \frac{p}{q}, \quad \frac{P}{Q}, \quad \ldots,$$

forment la *suite d'Hermite*. Il est évident que, si a_m est le quotient incomplet qui suit $p:q$ dans (5), on a

$$(7) \qquad P = pa_m+\varepsilon_m p', \qquad Q = qa_m+\varepsilon_m q'.$$

2. *Signification géométrique des a_m.* — Nous savons que les $p:q$ sont les abscisses des pointes des domaines modulaires que traverse successivement la droite $\xi=\omega$, suivie de $+\infty$ à ω; de plus (Note I), on a

$$(8) \qquad P = b_0+ps, \qquad Q = d_0+qs.$$

b_0 et d_0 étant des entiers qui se déduisent de p et de q, et s un entier; on

aurait de même

(9) $$\pm p' = b_0 + ps', \qquad \pm q' = d_0 + qs',$$

et s', s sont respectivement les plus grands entiers contenus dans les nombres (6) de la Note I, où l'on aurait écrit p et q au lieu de a et c.

Enfin, on reconnaît que $s - s' + 1$ est le nombre des domaines modulaires, de pointe $p:q$, traversés par la droite $\xi = \omega$; et, de (7), (8), (9), on déduit que $s - s'$ est égal à a_m. Donc :

Soit a_m le quotient incomplet qui suit la fraction $p:q$, dans le développement (5); $(1 + a_m)$ *est le nombre des domaines modulaires, de pointe $p:q$, que traverse la droite $\xi = \omega$.*

3. *Cas d'un nombre quadratique.* — Supposons que ω soit une racine positive de l'équation $a\omega^2 + 2b\omega + c = 0$, où a, b, c sont entiers et premiers entre eux; désignons par C la demi-circonférence

$$a(\xi^2 + \eta^2) + 2b\xi + c = 0,$$

dans le demi-plan supérieur, et suivons-la en nous dirigeant vers ω. Suivons de même la droite $\xi = \omega$, de $+\infty$ à ω : on démontre, et c'est le point fondamental, que C et la droite *finissent* par traverser *les mêmes domaines modulaires*, sauf une exception (*voir* plus bas n° 6).

D'autre part, en vertu de l'interprétation géométrique de la réduction continuelle, on sait que, si l'on appelle *arc de* C la portion de C comprise dans un domaine modulaire, il existe, sur C, μ arcs successifs, non équivalents deux à deux modulairement; les μ arcs suivants équivalent aux précédents par une substitution modulaire S, qui change ω en ω et C en C, etc. Chaque système de μ arcs ainsi définis se nomme une *période*.

Considérons maintenant l'expression (5) de ω et la suite (6); d'après ce qui précède, on peut, en allant assez loin dans cette suite, y prendre des termes consécutifs, en nombre limité, r,

$$\frac{p_1}{q_1}, \quad \frac{p_2}{q_2}, \quad \ldots, \quad \frac{p_r}{q_r},$$

dont les valeurs sont les abscisses des pointes des domaines modulaires traversés par la droite $\xi = \omega$, *et par* C, dans l'intervalle d'une période d'arcs; on a, en vertu de (7), $p_{\nu+1} = p_\nu a_\nu + \varepsilon_\nu p_{\nu-1}$ et $(1 + a_\nu)$ est le nombre des domaines de pointe $p_\nu : q_\nu$ *que traverse* C.

Dès lors, *le nombre* μ *des arcs d'une période* est donné par

$$(10) \qquad \mu = \sum_{\nu=1}^{\nu=r} (1 + a_\nu);$$

sous une autre forme, *c'est là le nombre des réduites d'Hermite* équivalentes à la forme indéfinie (a, b, c).

Rappelons qu'une réduite d'Hermite est une forme dont la circonférence représentative *pénètre* dans le domaine fondamental ordinaire du groupe modulaire.

4. *Autre expression.* — On peut transformer, d'une manière intéressante, le second membre de (10), *en introduisant, au lieu du développement* (5), *celui*, (1), *en fraction continue ordinaire.*

Observons d'abord que les quotients incomplets, a_ν, de (5), qui correspondent à une période d'arcs, se reproduisent indéfiniment dans le même ordre : car, si C coupe $(1 + a_\nu)$ domaines de pointe $p_\nu : q_\nu$, elle coupe le même nombre de domaines de pointe $(p_\nu : q_\nu)$ S, en désignant par ce symbole le transformé de $p_\nu : q_\nu$ par la substitution modulaire S considérée au n° 3.

Il est bien connu que, dans (1), la suite des h_i est également périodique, et l'on démontre que la période des h_i correspond à celle des a_ν, quand on passe de (1) à (5) de la manière indiquée au n° 1.

Or, si dans (3), on considère la somme $\Sigma(1 + h)$, étendue aux quatre quotients incomplets, h_{n-1}, h_n, h_{n+1}, h_{n+2} qui y figurent, et si, d'autre part, on considère, dans (4), la même somme, étendue aux trois quotients incomplets qui y figurent, à savoir $1 + h_{n-1}$, $1 + h_{n+1}$, h_{n+2}, on trouve, dans les deux cas, *la même valeur*, $h_{n-1} + h_{n+1} + h_{n+2} + 5$, car $h_n = 1$. Comme on passe de (1) à (5) par une série d'opérations analogues à celle qui fait passer de (3) à (4), on voit que la somme $\Sigma(1 + a_\nu)$, second membre de (10), est égale à la somme $\Sigma(1 + h_k)$, étendue aux quotients incomplets, h_k, de la fraction continue ordinaire (1), dans l'intervalle qui correspond à une période d'arcs sur C.

Enfin, à une période d'arcs correspond, dans les expressions (5) et (1), la période *minima* des quotients incomplets, ou cette période répétée deux fois, selon que la forme (a, b, c) n'équivaut pas, ou équivaut à $(-a, b, -c)$.

De là le théorème définitif, en observant que, si (α, β, γ) est une réduite d'Hermite, il en est de même de $(-\alpha, \beta, -\gamma)$:

5. THÉORÈME. — *Soit φ une forme quadratique binaire, indéfinie et primitive,* (a, b, c), *telle qu'une racine,* ω, *de* $a\omega^2 + 2b\omega + c = 0$ *soit positive; pour obtenir le* NOMBRE TOTAL DES RÉDUITES D'HERMITE *équivalentes à* φ, *on réduira* ω *en fraction continue ordinaire, et l'on prendra les quotients incomplets* $h_1, h_2, \ldots, h_k$ *de la période minima : le nombre cherché sera* $\Sigma(1 + h_i)$. *On ne regardera pas comme distinctes deux réduites telles que* (α, β, γ) *et* $(-\alpha, \beta, -\gamma)$.

6. *Cas d'exception.* — C'est celui où C passerait par un sommet de domaine modulaire, autre que la pointe. D'ailleurs, il est clair, ω étant irrationnel, que la droite $\xi = \omega$ ne peut contenir de tels points.

Alors, parmi les réduites d'Hermite équivalentes à φ, il en est dont les circonférences représentatives passent par l'un des points $z = \pm \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$, sommets à distance finie du domaine modulaire fondamental, ϖ_0, et que nous désignerons par A et B.

D'autre part, il est aisé de voir que, en traversant un point équivalent à A ou à B, la circonférence C passe d'un domaine modulaire ϖ_1 à un autre, ϖ_2, tandis que la droite $\xi = \omega$ ne passe de ϖ_1 à ϖ_2 qu'en traversant *deux* domaines intermédiaires. On en conclut de suite que *l'énoncé du n° 5 subsiste, à la condition de compter pour* DEUX *toute réduite d'Hermite dont la circonférence représentative passe par* A *ou* B.

Dans ce qui suit, nous dirons, pour abréger, que (α, β, γ) et $(-\alpha, \beta, -\gamma)$ sont *inversement opposées*.

7. *Exemples :* 1° $\varphi = x^2 - 14y^2$. — On trouve en tout *quatorze* réduites d'Hermite, non deux à deux inversement opposées, et dont les arcs représentatifs ne passent ni par A, ni par B; à savoir :

$$(1, 0, -14);\quad (1, \pm 1, -13);\quad (1, \pm 2, -10);\quad (1, \pm 3, -5);\quad (1, \pm 4, 2);$$
$$(2, \pm 4, 1);\quad (2, \pm 2, -5);\quad (2, 0, -7).$$

D'autre part, en fraction continue,

$$\sqrt{14} = (3, \overline{1, 2, 1, 6}, \overline{1, 2, 1, 6}, \ldots);$$

et l'on a bien

$$(1 + 1) + (1 + 2) + (1 + 1) + (1 + 6) = 14.$$

2° $\varphi = x^2 - 13y^2$. — On trouve *vingt-deux* réduites, deux à deux inver-

sement opposées, à savoir :

$$\pm(1, 0, -13); \quad \pm(1, \pm 1, -12); \quad \pm(1, \pm 2, -9); \quad \pm(1, \pm 3, -4);$$
$$\pm(3, \pm 2, -3); \quad \pm(3, \pm 1, -4);$$

que nous devons compter pour moitié seulement, soit *onze*, en ne conservant, par exemple, que celles où le premier coefficient est positif. Parmi les réduites qui restent, les suivantes ont leur circonférence représentative passant par A ou B :

$$(1, \pm 3, -4); \qquad (3, \pm 1, -4);$$

elles sont au nombre de *quatre*; et il faut dès lors ajouter 4 à 11 (n° 6), ce qui donne *quinze*.

Or, en fraction continue,

$$\sqrt{13} = (3, \overline{1, 1, 1, 1, 6}, \overline{1, 1, 1, 1, 6}, \ldots)$$

et l'on constate bien que

$$(1+1)+(1+1)+(1+1)+(1+1)+(1+6) = 15.$$

8. On pourrait aussi chercher le nombre des *réduites principales* d'Hermite équivalentes à φ, en appelant ainsi les réduites dont la circonférence représentative coupe l'*arc* AB (de centre O et de rayon 1). Il est facile de voir que leur nombre est *deux fois celui des termes de la période minima des quotients incomplets dans l'expression* (5); on peut aussi le rattacher à la période de (1), mais d'une manière moins simple. Disons seulement ici que :

Si, dans le développement de ω en fraction continue ordinaire, aucun des quotients incomplets de la partie périodique n'est égal à 1, le nombre des réduites d'Hermite équivalentes à (a, b, c) est deux fois le nombre de ces quotients.

On ne regarde pas comme distinctes deux réduites inversement opposées, et une réduite dont l'arc passe par A ou B ne compte que pour *une*.

Le cas où le quotient incomplet 1 figure dans la partie périodique de la fraction continue donne des résultats plus compliqués.

Exemple : $\varphi = 7x^2 - 34xy - 16y^2$. — Les réduites d'Hermite sont deux à deux inversement opposées; leur nombre *total* est 26. Celles, de premier

coefficient positif, qui sont principales, sont les *six* suivantes :

$$(7, -17, -16);\quad (16, 17, -7);\quad (16, -15, -11);$$
$$(11, 15, -16);\quad (11, -18, -7);\quad (7, 18, -11).$$

Enfin $\omega = \frac{1}{7}(17 + \sqrt{401}) = (\overline{5, 3, 2}, \overline{5, 3, 2}, \ldots)$; la période comprend *trois* termes, et $6 = 2.3$.

M. L. Mangin fait hommage à l'Académie d'un Mémoire intitulé : *Phytoplancton de l'Antarctique. Expédition du « Pourquoi-Pas? »*, 1908-1910.

CORRESPONDANCE.

ASTRONOMIE. — *Observations de la comète* 1915 *a* (*Mellish*), *faites à l'Observatoire d'Athènes, avec l'équatorial Doridis* (*Gautier* $0^m,40$). Note de M. D. Eginitis, présentée par M. Bigourdan.

Dates. 1915.	Temps moyen d'Athènes.	Δα.	Δδ.	Nombre de comp.	α apparente.	Log. fact. parall.	δ apparente.	Log. fact. parall.	★.
	h m s	m s	′ ″		h m s		° ′ ″		
Sept. 17....	15.11.50,99	−4.31,81	+7.36,2	10:10	6.25.23,85	$\bar{1},592_n$	−19.55.46,7	0,813	1
» 18....	15. 3.30,91	+4.43,74	−1.17,9	10:10	6.24.52,73	$\bar{1},597_n$	−19.45. 1,4	0,811	2
Nov. 13....	10.53.47,38	+1.48,79	−6.40,6	10:10	4.50.36,33	$\bar{1},450_n$	− 5.42. 1,6	0,771	3
» 15....	9.58.52,02	−2.24,91	−4.15,9	10:10	4.45.46,54	$\bar{1},538_n$	− 4.59.27,2	0,761	4
» 16....	10.49.18,34	+0.44.10	+0.39,1	9:10	4.43.14,70	$\bar{1},409_n$	− 4.36.46,4	0,766	5
» 17....	10.49.56,48	+2. 3,48	+1.38,5	9: 9	4.40.48,31	$\bar{1},390_n$	− 4.14.51,3	0,764	6

Positions des étoiles de comparaison.

★.	Gr.	α moyenne 1915,0.	Réduction au jour.	δ moyenne 1915,0.	Réduction au jour.	Autorités.
		h m s	s	° ′ ″	″	
1.......	8,9	6.29.53,54	+ 2,12	−20. 3.41,3	+18,4	Paris, 7908
2.......	7,0	6.20. 6,78	+ 2,21	−19.44. 2,8	+19,3	Paris, 7663
3.......	4,3	4.48.43,06	+ 4,48	− 5.35.39,3	+18,3	A.G. Strasbourg, 1301
4.......	8,9	4.48. 6,92	+ 4,53	− 4.55.29,1	+18,0	A.G. Strasbourg, 1299
5.......	8,3	4.42.26,04	+ 4,56	− 4.37.43,7	+18,0	A.G. Strasbourg, 1269
6.......	8,0	4.38.40,24	+ 4,59	− 4.16.48,1	+18,3	A.G. Strasbourg, 1244

Remarques. — 1915 *sept.* 17 : La comète a l'aspect d'une nébulosité à bords mal définis; elle est un peu allongée du côté opposé au Soleil, formant une queue très courte et à peine visible. Noyau simple, stellaire (11e gr.) un peu excentrique et entouré d'une faible condensation. Atmosphère légèrement troublée.

1915 *sept.* 18 : Même aspect.

1915 *nov.* 13 : La comète a l'aspect d'une nébulosité circulaire à bords mal définis et avec une faible condensation autour du noyau (9,5 gr.) qui occupe le centre de cette nébulosité. Ciel légèrement couvert; cirrus par intervalles.

1915 *nov.* 15 : Noyau stellaire (11e gr.). Même aspect. Lune, 9^j.

1915 *nov.* 16 : Noyau stellaire (11,5 gr.). Même aspect. Lune, 10^j. Ciel légèrement couvert; cirrus par intervalles.

1915 *nov.* 17 : Même aspect. Noyau extrêmement faible. Lune, 11^j.

Ces observations ont été faites à l'aide de MM. Paraskévopoulos et Zaglakidis.

CHIMIE PHYSIQUE. — *La conservation frigorifique des dissolutions d'aluminate de soude.* Note (1) de M. **G.-A. Le Roy**, transmise par M. d'Arsonval.

On sait combien sont instables les dissolutions aqueuses d'aluminate de soude, surtout concentrées. On sait que ces dissolutions abandonnées à elles-mêmes, à la température ordinaire et en vase fermé, subissent rapidement, en quelques jours, des phénomènes de décomposition spontanée, par quoi la majeure partie de l'alumine se précipite à l'état solide, la soude restant dans la solution.

Cette grande instabilité constitue un grave inconvénient pour maintenir en réserve ces dissolutions, quand il y a lieu d'en constituer un fort stock en vue d'applications différées; tel l'emploi de ces dissolutions pour l'imperméabilisation des vêtements et effets (draps, tentes) militaires, d'après le nouveau procédé dont j'ai dernièrement entretenu l'Académie (2).

J'ai cherché un moyen apte à retarder ou à empêcher cette décomposition spontanée et nuisible; je suis arrivé à ce résultat par l'emploi du froid artificiel, utilisé à quelques degrés au-dessous de 0° C.

En effet, d'après mes essais expérimentaux, les dissolutions aqueuses concentrées d'aluminate de soude commercial, qui à cette concentration

(1) Séance du 3 janvier 1916.

(2) Cf. *Comptes rendus*, t. 161, 1915, p. 602.

sont incongelables même vers -20°, peuvent, étant placées en récipients clos et réfrigérées à -1° ou -2° C., rester indéfiniment inaltérées.

L'expérience suivante a été instituée à titre de démonstration :

Soient deux flacons en verre de 5^l de capacité (A) et (B); on les remplit tous deux avec une dissolution d'aluminate de soude, dont la composition sommaire est mentionnée ci-dessous en (C). Les deux flacons étant bouchés, on abandonne (A) à lui-même à la température de laboratoire, soit vers 20° C. environ. Le second flacon ou (B) est placé dans la case réfrigérée à -1°, -2° d'une armoire frigorifique maintenue en action sans discontinuité. Dans ces conditions, on a observé qu'aucune décomposition ne se produit dans le flacon (B) réfrigéré, même après un mois; la composition chimique n'a pas varié, comme il est mentionné analytiquement ci-dessous en (D). Au contraire, le liquide du flacon non réfrigéré (A) a, selon la décomposition spontanée connue, commencé à se troubler dès les premiers jours, avec dépôt d'alumine précipitée, sans cesse accru; la composition de la partie surnageante et limpide est mentionnée ci-dessous en (E) :

Échantillon d'aluminate.		(C) initial.	(D) réfrigéré.	(E) décomposé.
Densité à 15°		1,3324	1,3322	1,2736
Alumine (Al^2O^3), pour 100 en volumes		21,90 g	21,88 g	7,40 g
Alcalinité exprimée en SO^4H^2 pour 100 en volumes	en présence de phénolphtaléine	30,00	30,00	31,90
	» de tropéoline	54,20	54,20	21,29

Donc un refroidissement modéré permet de réaliser d'une manière simple, facile et pratique, aussi prolongée, semble-t-il, qu'on peut le souhaiter, la « stabilisation » des dissolutions d'aluminate de soude.

C'est là un exemple d'application du froid artificiel pour la conservation d'un produit périssable inorganique, assimilable aux procédés de conservation frigorifique des produits ou denrées organiques périssables.

GÉOLOGIE. — *Itinéraires géologiques à travers le Maroc central.* Note de MM. **Russo** et **Tussau**, transmise par M. Ch. Depéret.

Dans une précédente Note (*Comptes rendus*, 9 août 1915) nous avons décrit les régions tabulaires du Maroc occidental, comprenant à partir de la côte un premier plateau pliocène, un second miocène, un troisième crétacé supérieur, à altitudes croissantes.

De nouvelles observations dans la région de l'oued Zem nous permettent d'abord de compléter l'étude du plateau crétacé ou *plateau de Settat* avant d'aborder la région énergiquement plissée du Préatlas et du Moyen Atlas.

1° *Plateau crétacé de Settat.* — En suivant ce plateau vers le Nord-Est, on observe que les couches ne sont pas absolument horizontales, mais se relèvent graduellement à l'Est, ainsi que le plateau lui-même, de sorte que les assises les plus anciennes affleurent de ce côté, tandis que vers l'Ouest, la falaise qui domine la plaine d'El Graar montre seulement les couches supérieures turoniennes et sénoniennes, reposant en transgression sur le Paléozoïque plissé, ainsi que l'a déjà indiqué M. Gentil.

La série complète des assises crétacées du plateau de Settat est la suivante :

Sénonien :

16. Calcaires gris supérieurs.
15. Calcaires jaunes compacts, avec *Gastropodes* indéterminables.
14. Calcaires bruns à silex et dents de poissons.

Turonien :

13. Calcaires gris.
12. Calcaire et craie jaune avec grès dorés intercalés : *Cardium productum* Sow., *Rostellaria* cf. *Reussi* Geinitz.
11. Calcaires cristallins.
10. Calcaires à silex.

Cénomanien :

9. Calcaires blancs : *Astarte formosa* Sow., *Corbis Alapetitei* Perv., *Panopæa* sp. *Trochus* cf. *marrotianus* d'Orb.
8. Calcaires cristallins.
7. Calcaires gréseux jaunes.
6. Calcaires crayeux blancs et jaunes : *Astarte formosa*, *Cardita tenuicostata* Sow., *Uchauxia*, *Turritella*, *Scalaria*, *Otostoma*, baguettes de *Cidaris*.
5. Grès dorés.
4. Calcaires à silex.
3. Calcaires gris jaunâtres glauconieu .
2. Calcaires cristallins.
1. Calcaires de l'oued Zem avec têtes de chat : *Plicatula auressensis* Coq., *Plic. Fourneli* Coq., *Exogyra Delettrei* Coq. ([1]).

Substratum d'argiles jaunes et rouges, avec conglomérats à la base (? Infra-lias ou Trias) représenté à l'ouest du plateau vers Settat et Ben Ahmed.

2° *Région plissée du Préatlas et de l'Atlas.* — Vers l'Est, le Crétacé supérieur repose sur un complexe de schistes verts, gris ou rouges et de graüwackes, très fortement plissé, sous forme de brachyanticlinaux orientés NNE-SSO ou parfois N-S, et recoupés par des filons de quartz. Cette

([1]) Tous les fossiles cités dans cette Note ont été déterminés par MM. Ch. Depéret et Dareste de la Chavanne.

région porte le nom de *pays Zaïan* et constitue une préparation à la montagne, un véritable Préatlas. Par places, sur les pitons, on observe des lambeaux de la couverture crétacée.

L'aspect du pays est celui d'une série de chaînons parallèles séparés par des combes et coupés par des cluses, rappelant l'allure jurassienne, ce qui nous la fait désigner sous le nom de *Jura marocain*, conjointement avec le Moyen Atlas, bien que la majeure partie de ces montagnes soit formée de terrains primaires.

Le pays Zaïan est, en effet, formé d'un substratum schisteux probablement *silurien* et *dévonien*, surmonté en discordance par des calcaires et quartzites *dinantiens*. On en trouve un bon type à Sidi-Lamine avec :

6. Calcaires gris à tiges d'encrines.
5. Calcaires compacts noirs.
   Discordance.
4. Graüwacke.
3. Schistes feuilletés gris et verts.
2. Zone injectée de quartz.
1. Schistes feuilletés presque verticaux.

L'ensemble de la région est bordée à l'Est et à l'Ouest par deux fractures ayant donné passage à des basaltes riches en olivine, tantôt compacts, tantôt amygdaloïdes; ce sont les failles de Sidi-ben-Abed et de Khenifra. Entre ces deux cassures, les chaînons parallèles sont au nombre de quatre principaux, marqués par quatre séries de sommets : 1° Bou-Zamour; 2° Mohajibat; 3° Tabaïnout; 4° Bou-Moussa.

Chaque chaînon se présente comme un anticlinal à voûte érodée avec retombées de *calcaires à encrines dinantiens*.

Ces calcaires, riches en fossiles au Tabaïnout, présentent la succession suivante :

4. Calcaires blancs (pendage E).
3. Calcaires gris clair (pendage E) : *Productus semireticulatus* Fleming, *Martinia glabra* Martin, *Solarium planorbe* d'Arch., *Trochus bisulcatus* Phillips.
2. Schistes et graüwackes.
1. Quartzites verticaux.

Dans les calcaires gris foncé de Sidi-Lamine, qui représentent un niveau un peu supérieur aux calcaires blancs, nous avons trouvé de nombreuses tiges d'encrines indéterminables, et dans des quartzites associés un bel échantillon de *Posidonomya Becheri* de grande taille.

La cassure volcanique de Khenifra limite le pays Zaïan et établit le contact avec la haute vallée de l'Oum-er-Rbia par l'intermédiaire de dépôts argileux et de conglomérats rouges semblables à ceux de Ben-Abbou et contenant des feuilles de conifères (? Trias).

On aboutit, en remontant la vallée, à la plaine de Tadla, qui est un synclinal de calcaires éocènes riches en fossiles assez mal conservés. Nous avons relevé la coupe de la vallée de Kaïkat :

6. Calcaires rougeâtres : *Mesalia* cf. *Blanckenhorni* Opp., *Turritella* n. sp. (très allongée, à suture très oblique).
5. Grès marneux dorés.
4. Marnes et grès à dents de Squales : *Odontaspis cuspidata* Ag., *Otodus obliquus* Ag., *Myliobatis* sp.
2. Calcaires marneux.
1. Calcaires schistoïdes.

Par places, ces couches contiennent des bancs de conglomérats que l'on retrouve en îlots sur le plateau crétacé, vers Oued Zem et Boujad.

Il existe donc au pied du Moyen Atlas une zone déprimée (*synclinal subatlasique*) où a pénétré la mer éocène entre le Moyen Atlas et le pays Zaïan. On peut y voir un homologue du synclinal éocène subalpin des Alpes occidentales.

Dominant toute cette région à l'Est, s'élève le Moyen Atlas sur lequel nous avons pu recueillir quelques documents qui feront l'objet d'une Note ultérieure.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Valeur des éléments magnétiques à l'Observatoire du Val-Joyeux au 1er janvier* 1916. Note de M. **Alfred Angot.**

Les observations magnétiques ont été continuées au Val-Joyeux en 1915 dans les mêmes conditions que les années précédentes.

Les valeurs des éléments magnétiques pour le 1er janvier 1916, données ci-dessous, résultent de la moyenne des observations horaires relevées sur le magnétographe le 31 décembre 1915 et le 1er janvier 1916 et rapportées à des mesures absolues. La variation séculaire des divers éléments est la différence entre ces valeurs et celles qui ont été indiquées pour le 1er janvier 1915 [1].

[1] *Comptes rendus*, t. 160, 1915, p. 106.

Valeurs absolues et variations séculaires des éléments magnétiques à l'Observatoire du Val-Joyeux.

	Valeurs absolues pour l'époque 1916,0.	Variation séculaire.
Déclinaison	13°35′,65	— 9′,67
Inclinaison	64°39′,4	+ 2′,0
Composante horizontale	0,19715	+ 0,00001
Composante verticale	0,41627	+ 0,00066
Composante nord	0,19163	+ 0,00014
Composante ouest	0,04634	— 0,00054
Force totale	0,46060	+ 0,00060

La diminution de la déclinaison continue à être extrêmement rapide, elle dépasse 9′ en moyenne par an depuis 5 ans. L'inclinaison, qui avait constamment diminué jusqu'à l'époque actuelle, semble avoir passé par un minimum au commencement de 1915 et entrer dans une phase ascendante. La composante horizontale est, en ce moment, à peu près stationnaire.

BOTANIQUE. — *Les* Ephedra *possèdent un ovaire clos et un ovule inclus.* Note de MM. **O. Lignier** et **Adr. Toison**, présentée par M. Guignard.

Dans notre Mémoire sur la fleur du *Welwitschia mirabilis* [1], nous avions été amenés à conclure qu'elle porte à son sommet *deux verticielles de carpelles décussés*, *très réduits et unis en un ovaire clos* (d'ordinaire appelé *enveloppe* ou *tégument interne*), sur le fond duquel *le nucelle dressé représente un ovule nu par réduction.*

Ces conclusions hardies, contredisant les opinions classiques, n'étaient appuyées que sur l'interprétation du parcours des faisceaux vasculaires dans l'axe de la fleur et dans ses appendices. Encore notre raisonnement se trouvait-il un peu affaibli par l'existence de certaines particularités singulières et surtout par quelques lacunes importantes de ce parcours. Certes, nous avions essayé de montrer que ces diverses insuffisances résultaient très probablement, soit de la compression évidente des fleurs entre leurs bractées axillantes et la tige-support, soit de leur réduction générale non moins évidente. Mais il n'en devait pas moins rester dans l'esprit du lecteur un doute peu favorable à nos conclusions.

---

(1) O. Lignier et Adr. Tison, *Les Gnétales, leur fleur et leur position systématique* (*Ann. d. Sc. nat.*, *Bot.*, 1912).

Il est donc d'un intérêt tout particulier de constater que la fleur des *Ephedra*, si voisine de celle du *Welwitschia*, ne fait que confirmer de la façon la plus ferme les conclusions de notre précédent Mémoire et, surtout, qu'elle le fait, non par la répétition des mêmes arguments, mais par l'apport d'arguments nouveaux, très différents des précédents.

Si, en effet, chez les *Ephedra*, l'ovaire qui se montre tétracarpellé, comme celui du *Welswitschia*, est peut-être encore plus réduit que dans ce genre, on y retrouve cependant, du moins dans sa base, *un système libéro-ligneux serviteur de l'ovule*, système qui manquait totalement chez le *Welwitschia*. Ce système comprend : 1° *l'équivalent des faisceaux placentaires* tels qu'on les trouve dans la base d'un ovaire d'Angiosperme à placentation basilaire, *groupés en un massif axial à orientation renversée;* 2° (*E. trifurca*) *l'équivalent d'un faisceau funiculaire et d'une chalaze*, c'est-à-dire d'un faisceau semblable à ceux qui, chez les Angiospermes, pénètrent dans la base des ovules et s'y étalent. En outre, *une coque* comparable à celle des téguments séminaux, mais souvent réduite à une cupule basilaire, limite inférieurement les tissus du nucelle.

Le système placentaire forme une cupule vasculaire qui, située au-dessus d'une première cupule constituée par la base des faisceaux dorsaux de l'ovaire, est contiguë à l'extrémité inférieure de la coque. Le cordon qui se rend à la chalaze, s'en détache et traverse la coque en son milieu; quant à la chalaze elle-même, elle s'étale sur le fond intérieur de cette coque en une petite cupule dans laquelle prédominent deux faisceaux latéraux.

La présence de cette coque et sa position par rapport à la chalaze (comme par rapport au placenta) permettent de conclure que le soi-disant nucelle dans la base duquel elles se trouvent, chez les *Ephedra*, est bien *un ovule*, comme nous l'avions affirmé chez le *Welwitschia*. Elles nous autorisent en outre à dire que cet ovule, au lieu d'être, comme nous l'avions affirmé pour ce genre, un ovule réduit au nucelle, est peut-être plutôt *un ovule devenu massif par concrescence du tégument et du nucelle.*

Et ces déductions, s'ajoutant aux précédentes, nous amènent à conclure, relativement aux *Ephedra*, à peu près dans les mêmes termes que nous l'avions fait relativement au *Welwitschia*, mais avec beaucoup plus de force : malgré sa grande réduction, *la fleur des* Ephedra *est du type angiospermique;* elle comprend *un ovaire terminal tétracarpellé uniloculaire à placentation basilaire et prolongé en style;* sur le fond de cet ovaire se trouve *un ovule unique qui est dressé et, en apparence, réduit au nucelle.*

Comme ce nucelle, encore pourvu d'une chambre pollinique bien carac-

térisée, fournit une goutte collectrice, celle-ci, à défaut du canal micropylaire disparu, *s'insinue dans le style ovarien* et vient perler à son sommet.

Comme, d'autre part, les *Ephedra* ont conservé nombre d'autres caractères gymnospermiques, nous dirons d'eux, comme du *Welwitschia*, que ce sont *des Angiospermes très primitives et très spécialisées*, qui ont encore conservé des caractères gymnospermiques très nets.

BOTANIQUE APPLIQUÉE. — *Sur l'analyse des textiles.* Note de M. **Pontio**, présentée par M. L. Mangin.

Les chimistes qui sont chargés de l'identification des textiles savent combien sont grandes les difficultés de cette étude lorsqu'il s'agit, par exemple, de différencier les chanvres (*Cannabis sativa*) des pseudo-chanvres (*Crotalaria juncea*), ou encore de distinguer un mélange de chanvre et de lin.

La présente Note a pour but de faire connaître les modifications apportées au procédé Vétillard pour réaliser une analyse rapide et précise des textiles; elles consistent en un traitement préalable des filasses par les alcalis et les décolorants avant l'action des réactifs.

Nous avons reconnu que ce traitement préalable, loin d'être nuisible aux fibres comme le pensait Vétillard, est nécessaire au contraire, pour obtenir une cellulose donnant, sous l'objectif du microscope, tous les détails et toutes les finesses de sa structure anatomique. La cellulose conserve, après ce traitement, la lignine qui lui est propre et qui aide à la caractériser; les formes de la cellule non seulement ne sont pas altérées, mais sont mises en évidence d'une façon toute particulière; ce traitement a, en outre, l'avantage de dissocier facilement les fibres et permet de supprimer l'emploi du mortier; enfin les caractères de certains textiles et les colorations obtenues avec le réactif iodo-sulfurique sont modifiés sensiblement.

Nous avons observé en outre que le réactif Vétillard présente des inconvénients : d'une part à cause de l'insuffisance d'iode, et d'autre part à cause de la trop grande concentration en acide. Après de nombreux essais, nous avons adopté et nous proposons la formule suivante pour le réactif iodo-sulfurique :

A. *Solution d'iode :* Iodure de potassium, 3^g, Eau, 100^c. Iode bisublimé en excès.

B. *Solution acide :* Acide sulfurique pur à 66° B., 24^{g}. Eau, 16^{g}. Glycérine pure à 22° B., 16^{g}.

On mélangera d'abord l'acide et l'eau, et, après refroidissement, on ajoutera la glycérine, en agitant le mélange sous l'eau froide. Le réactif doit être renouvelé tous les mois au moins.

L'analyse d'un textile comporte alors deux opérations successives :

1° Traitement des filasses par les alcalis très dilués et les décolorants;

2° Examen microscopique après action du réactif iodo-sulfurique.

1° *Traitement des filasses ou filaments.* — Si l'examen porte sur des filasses, prélever un échantillon moyen de 3^{g} environ; si ce sont des tissus, séparer la chaîne et la trame pour être examinées l'une après l'autre.

Chaque échantillon représente une quantité qui peut varier de 1^{g} à 3^{g}. Celui-ci est introduit dans un verre cylindrique de Bohême d'une capacité de 350$^{cm^3}$ environ, et renfermant 150$^{cm^3}$ d'une solution de soude caustique à 2 pour 100, soit 20^{g} par litre d'eau.

On porte à l'ébullition 15 minutes en ayant soin de remplacer au fur et à mesure l'eau qui s'évapore par de l'eau bouillante. On jette ensuite le liquide, qui est généralement très coloré avec les filasses ou les cordages, et on le remplace par une même quantité de solution de soude qu'on porte de nouveau à l'ébullition pendant 15 minutes encore. Le verre est ensuite amené sous le robinet d'eau, le liquide est décanté, et la filasse lavée complètement jusqu'à réaction neutre.

Ensuite, dans le même verre, on introduit 150$^{cm^3}$ d'une solution d'hypochlorite de soude à 1° B. étendue de trois fois son volume d'eau, soit 25$^{cm^3}$ d'hypochlorite à 1° B. et 75$^{cm^3}$ d'eau. Porter à l'ébullition 2 minutes exactement. Jeter le liquide. Laver à grande eau. Traiter ensuite 5 minutes l'échantillon par 150$^{cm^3}$ d'une solution de bisulfite de soude à 5° B. étendue de son volume d'eau, soit 75$^{cm^3}$ de bisulfite à 5° B. et 75$^{cm^3}$ d'eau. Laver à grande eau jusqu'à réaction neutre. Placer ensuite le produit ainsi préparé dans un tube à glucose avec de l'eau distillée pour être ultérieurement soumis à l'examen microscopique.

2° *Examen microscopique.* — Pour procéder à cet examen, on imbibe les fibres, préalablement séchées au papier buvard, de la solution A. Après contact de 2 minutes, on sèche de nouveau complètement; on ajoute la solution B, et l'on place le couvre-objet. Cette opération est indispensable pour obtenir des résultats comparables.

Après avoir noté les différents caractères observés sur plusieurs champs de la préparation, tels que : la coloration et la structure anatomique des fibres ou analogues; la forme des fibres ligneuses, des cellules de l'épiderme, du parenchyme, des vaisseaux ligneux, etc., on choisit un endroit de la préparation qui représente le mieux possible l'ensemble des particularités observées, et l'on en prend une épreuve photographique en couleur sur plaque autochrome, qui servira à mesurer les diamètres de fibres vues dans leur longueur et en même temps de modèle de comparaison. Cette mensuration se fera très facilement, connaissant d'avance le grossissement exact de l'épreuve obtenu avec le micromètre objectif et le verre dépoli de la chambre noire de l'appareil microphotographique.

L'emploi judicieux des alcalis et des décolorants nous permet d'obtenir des fibres textiles purifiées sans altérer leur nature ni modifier leur structure.

Si le traitement que nous venons d'indiquer est appliqué d'abord sur un textile type, comme le coton hydrophile par exemple, on obtiendra une cellulose pure qui prendra, sous l'action des réactifs, une teinte violacée, intermédiaire entre le brun produit par l'iode et le bleu donné par l'iodure d'amidon. Si, d'autre part, nous faisons subir à tous les textiles devant être identifiés le même traitement uniforme, nous obtiendrons pour chacun d'eux un produit, blanc d'aspect, mais qui prendra, sous l'action du réactif iodo-sulfurique, une teinte variant du bleu au jaune, en passant par toutes les teintes intermédiaires que donne une cellulose plus ou moins riche en lignine, à parois plus ou moins épaisses, ou encore se présentant sous la forme de fibres en faisceaux. Cette dernière forme des filaments, après le traitement énergique qu'ils ont subi, est rare, mais quelques textiles de nature ligneuse, le jute en particulier, se désagrègent difficilement et conservent en partie leurs fibres agglutinées.

Par ce procédé, nous pensons qu'il est possible de se dispenser de l'examen des fibres vues dans leur section transversale, car chacun sait les difficultés que présente le travail de la préparation des coupes, et, dans le cas de recherches courantes qui demandent à être effectuées rapidement, cet examen peut être négligé.

PHYSIOLOGIE. — *Sur les toxines des Araignées et particulièrement des Tégénaires.* Note de M. **Robert Lévy**, présentée par M. A. Dastre.

Dans deux Notes précédentes, j'avais publié des résultats concernant l'arachnolysine, substance hémolytique et toxique contenue dans le corps d'*Epeira diademata* Clerck.

Dans la première ([1]), je démontrais que l'arachnolysine se trouve exclusivement dans les Épeires femelles. Elle se localise dans les ovaires et est éliminée en totalité ou en presque totalité par la ponte. La jeune Araignée, jusqu'à ce que ses propres ovules se développent, ne contient d'autre arachnolysine que celle du vitellus de l'œuf qui lui a donné naissance.

([1]) Robert Lévy, *Relations entre l'arachnolysine et les organes génitaux femelles des Araignées* (*Épeirides*) (*Comptes rendus*, t. 154, 1912, p. 77).

Dans la seconde (¹), je montrais qu'une macération d'œufs d'Épeire chauffée à 62° ou traitée par un acide est inactivée, mais qu'elle peut être réactivée par deux moyens :

1° Par addition d'une macération des mêmes œufs diluée au point de n'être plus active par elle-même;

2° Par addition d'une macération d'œufs de *Meta segmentata* Clerck (Épeiride), non hémolytique si elle est seule.

Je comparais ces propriétés à celles des sérums hémolytiques : j'appelais *sensibilisatrice d'Épeire* l'arachnolysine inactivée, et *complément de Meta* la macération d'œufs de Meta réactivante.

Les conclusions de mes deux Notes ne concernaient que la propriété hémolytique.

Mais l'arachnolysine n'est pas seulement une toxine hémolytique. Inoculée à des animaux, elle produit des phénomènes d'intoxication générale allant jusqu'à la mort.

Dans les recherches qui ont suivi, j'ai d'une part étendu mes conclusions à la propriété toxique générale et d'autre part cherché si je trouverais des toxines dans des espèces d'Araignées autres que les Épeirides étudiées (*Epeira diademata* Clerck, *Epeira cornuta* Clerck, *Epeira umbratica* Clerck, *Epeira redii* Scop., *Zilla X-notata* Clerck). Je ne recherchai le poison que dans les œufs.

La toxine contenue dans les cinq espèces d'Épeirides étudiées était de l'arachnolysine vraie, pouvant être identifiée avec celle d'*Epeira diademata*. Je retrouvai cette même arachnolysine chez un autre Épeiride : *Singa hamata* Clerck et chez un Théridiide : *Theridion lineatum* Clerck.

Je retrouvai une toxine *complémentaire* analogue à celle des œufs de Meta chez deux autres Épeirides : *Mangora acalypha* Walck. et *Tetragnatha montana* E. Sim., ainsi que chez trois *Linyphia* : *Linyphia triangularis* Clerck, *Linyphia montana* Clerck et *Linyphia hortensis* Sundev.

Nous voyons là une parenté physiologique très nette entre les Épeirides, les *Theridion* et les *Linyphia* (²).

Dans une autre famille, les Agélénides, je trouvai une espèce : *Tegenaria atrica* C. Koch, dont les œufs étaient hémolytiques et toxiques. Quand je voulus voir s'il s'agissait encore là d'arachnolysine vraie, je fus amené à

(¹) Robert Lévy, *Sur le mécanisme de l'hémolyse par l'arachnolysine* (*Comptes rendus*, t. 155, 1912, p. 233).

(²) Les *Linyphia*, autrefois rapportées à la famille des Théridiides, sont aujourd'hui rattachées, à titre de sous-famille, à celle des Épeirides.

conclure que la toxine de Tégénaire est une toxine tout à fait différente.

Comme l'arachnolysine, elle se trouve exclusivement chez les femelles et elle est éliminée par la ponte. Mais elle présente avec l'arachnolysine un certain nombre de différences; nous les ferons ressortir en indiquant ci-dessous les propriétés de la toxine.

1° Les œufs de *Tegenaria atrica* sont fortement hémolytiques. Un œuf pèse de 1^{mg} à $1^{mg},3$. Un quart d'œuf peut hémolyser, en environ 1 heure, à 37°, 1^{cm^3} d'une émulsion de globules de Bœuf à 5 pour 100.

Ils hémolysent les globules d'Homme, de Bœuf, de Lapin, de Souris, de Rat. Ils sont sans action sur ceux de Cheval, de Porc, de Mouton, de Chien, de Pigeon, de Canard, de Poule.

Différence avec l'arachnolysine : cette dernière hémolyse les globules de Canard et de Poule, globules qui sont ici insensibles.

2° Une macération à l'eau physiologique d'œufs de *Tegenaria atrica*, contenant 10 œufs par centimètre cube, est inactivée par un chauffage, à l'étuve sèche, de 10 minutes à 60°-62° ou de 30 minutes à 50°. La toxine de Tégénaire est donc bien plus fragile que l'arachnolysine qui, dans les mêmes conditions, nécessite en moyenne de 6 à 8 heures d'étuve à 62°.

La toxine est également inactivée par l'addition d'acide chlorhydrique.

3° Les œufs de *Tegenaria atrica* sont, tout comme l'arachnolysine, très toxiques pour le Lapin (en injections intraveineuses) et la Souris (en injections intrapéritonéales). Mais, contrairement à l'arachnolysine, ils sont dépourvus d'action locale et, de plus, lors de l'injection intraveineuse au Lapin, les phénomènes morbides sont différents : troubles respiraroires moindres et excitation motrice bien plus considérable.

4° Par aucun moyen je n'ai pu réactiver la toxine de Tégénaire inactivée par la chaleur ou l'acide. Le procédé par addition de même toxine diluée a notamment échoué. Il y a donc lieu de classer encore la toxine de Tégénaire parmi les toxines simples, alors que j'avais été amené à considérer l'arachnolysine comme une toxine complexe.

La toxine de *Tegenaria atrica* est donc nettement différente de l'arachnolysine des Épeires.

J'ai étudié les œufs d'une autre Tégénaire : *Tegenaria parietina* Fourcroy, pensant trouver chez elle des propriétés analogues.

Je constatai que les œufs de *Tegenaria parietina* sont dépourvus de toute action hémolytique et de toute action toxique. Je ne pus non plus déceler en eux aucune propriété *complémentaire* analogue à celle des œufs de *Meta*, ni vis-à-vis de l'arachnolysine inactivée, ni vis-à-vis de la toxine de *Tegenaria atrica* inactivée.

Il est extrêmement curieux de voir deux espèces d'Araignées appartenant au même genre différer si profondément au point de vue des toxines.

Ce cas trouve son équivalent dans une particularité signalée par Mme Phisalix (1). La sécrétion cutanée muqueuse de *Rana esculenta* Lacép. est extrêmement toxique, tandis que la même sécrétion de *Rana temporaria* Lacép. ne présente qu'une action purement locale et aucune action toxique générale. « Ce caractère physiologique, dit Mme Phisalix, suffirait à lui seul à distinguer les deux espèces. »

Le caractère physiologique présence ou absence de toxine dans les œufs peut de même suffire à distinguer *Tegenaria atrica* de *Tagenaria parietina*.

PHYSIOLOGIE. — *Des rapports entre la sécrétion surrénale et la fonction vaso-motrice du nerf splanchnique.* Note (2) de MM. **E. Gley** et **Alf. Quinquaud**, présentée par M. Henneguy.

D'expériences que nous avons fait connaître antérieurement (3) il résulte que l'excitation du nerf splanchnique ne détermine plus son effet habituel sur la pression artérielle quand on a enlevé les glandes surrénales chez le chien, mais que, chez le chat et le lapin, au contraire, cet effet persiste, souvent atténué, il est vrai, chez ce dernier animal. En recherchant la cause de cette remarquable différence, il nous a semblé qu'elle dépend simplement d'une disposition anatomique.

L'extirpation des surrénales, chez le chat et le lapin, peut être faite à la condition d'une dissection soignée, sans léser les splanchniques. La glande, en effet, surtout chez le premier de ces animaux, est séparée du nerf et assez distante pour que, avec de l'attention, il soit possible de ne pas tirailler ni déchirer de filets nerveux en l'enlevant; chez le lapin, la même manœuvre, plus délicate, est néanmoins praticable. Mais, chez le chien, les relations sont tellement étroites entre l'appareil splanchnique et les capsules, et le tronc nerveux est si rapproché de la portion moyenne de la glande droite, et, d'autre part, de l'extrémité supérieure de la glande gauche, qu'on ne peut enlever l'une et l'autre sans risquer de le léser des deux côtés. On s'explique par suite que la surrénalectomie, chez cet animal, mette presque sûrement obstacle à l'effet de l'excitation du splanchnique.

---

(1) Mme Marie Phisalix, *Sur l'indépendance des propriétés toxiques et des propriétés vaccinantes dans la sécrétion cutanée muqueuse des Batraciens et de quelques Poissons* (*Comptes rendus*, t. 157, 1913, p. 1160).

(2) Séance du 3 janvier 1916.

(3) E. Gley et Alf. Quinquaud, *Influence de la sécrétion surrénale sur les actions vaso-motrices dépendant du nerf splanchnique* (*Comptes rendus*, t. 157, 1913, p. 66).

Toutefois ce n'était là qu'une supposition, fondée, il est vrai, sur des observations anatomiques. Pour en vérifier la justesse au point de vue

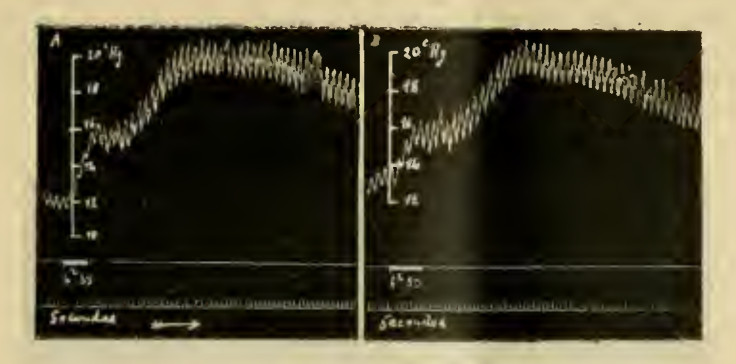


Fig. 1 (tracé réduit de moitié). — Chien ♂, de 12kg,500, chloralosé. Pression dans la carotide gauche. Après la préparation des deux glandes, injection intraveineuse de 0g,02 de curare, respiration artificielle, section des deux pneumogastriques. — En A, à 16h35m, excitation du splanchnique gauche. En B, à 16h50m, même excitation, après la ligature des veines.

physiologique, il importait de réaliser la surrénalectomie chez le chien sans toucher au splanchnique.

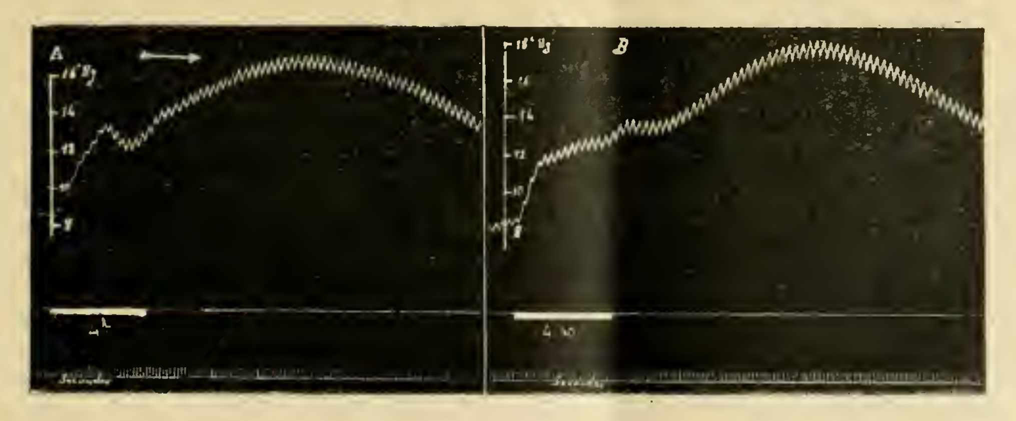


Fig. 2 (tracé réduit de moitié). — Chat ♂, castré, de 7kg, chloralosé. Pression dans l'artère carotide gauche. Préparation des deux glandes, puis injection intraveineuse de 0g,015 de curare, respiration artificielle, section des deux pneumogastriques. — En A, à 16h, excitation du splanchnique gauche. En B, à 16h30m, même excitation après ligature des veines surrénales. — Température de l'animal en A et en B : 38°.

Nous y sommes arrivés grâce à une technique qui sera décrite ailleurs, dans un travail détaillé, et nous avons alors constaté que, malgré l'extirpation complète, celle-ci étant pratiquée avec les précautions que l'expérience nous a montrées nécessaires, on obtient, pour certaines excitations du splanchnique (celles qui ne déterminent pas une élévation de la pression artérielle supérieure au double de la pression initiale).

le même effet que celui qu'on avait observé avant l'opération; que si le tronc nerveux a été déchiré ou même seulement tiraillé, il se produit une notable diminution ou même quelquefois une suppression de l'action du nerf.

Ces résultats nous ont amenés à reprendre systématiquement, non seulement sur le chien, mais aussi sur le chat et sur le lapin, les expériences d'excitation du splanchnique consécutivement à la ligature des veines efférentes des capsules surrénales.

Dans cette série d'expériences nous avons toujours lié, en passant par la voie

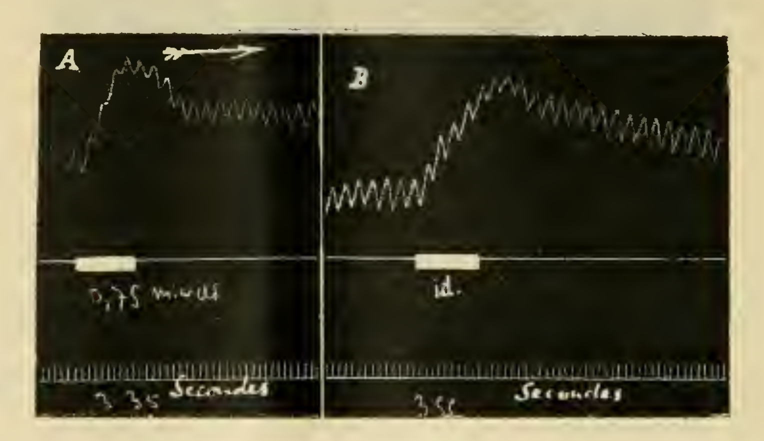


Fig. 3. — Lapin ♂, de $2^{kg},420$, anesthésié par l'uréthane ($1^{g},50$ par kilogramme). Pression dans la carotide gauche. Les deux glandes ayant été préparées, on fait une injection intrapleurale de $0^{g},0075$ de curare; respiration artificielle, section des deux pneumogastriques. — En A, à $15^{h}35^{m}$, excitation du bout périphérique du splanchnique gauche. En B, à $15^{h}55^{m}$, même excitation après ligature des veines surrénales. — Température de l'animal en A : 39°,3; en B : 39°.

lombaire, la veine des deux glandes et excité le bout périphérique du splanchnique gauche avant et après la ligature veineuse à gauche. Or, comme on peut le voir sur les tracés des figures 1, 2 et 3, le résultat de l'excitation a été le même dans les deux cas.

Mais ne pourrait-il se faire que l'adrénaline, dont les excitations du splanchnique provoquent l'excrétion, fût éliminée, dans ces conditions, par les lymphatiques et, passant par le canal thoracique, se répandît ensuite dans le système circulatoire? Dans plusieurs expériences sur le chien, nous avons isolé, après ligature des veines surrénales, le canal thoracique, puis excité le nerf splanchnique; le canal alors ayant été lié, nous avons pu constater que l'effet d'une nouvelle excitation du nerf est identique à celui de la première.

D'après ces recherches, et contrairement à ce qui est en passe d'être très généralement admis depuis quelques années, l'excitation du splanchnique vaso-moteur, du moins dans les conditions de nos expériences, ne paraît donc mettre en jeu qu'une action neuro-musculaire et ne produit pas son effet par l'intermédiaire d'une action humorale (sécrétion d'adrénaline).

BACTÉRIOLOGIE. — *Sur l'emploi méthodique des antiseptiques, basé sur l'examen bactériologique du pus, dans le traitement des plaies infectées.* Note de M. **Cazin** et Mlle **S. Krongold**, présentée par M. Roux.

Les observations bactériologiques et cliniques prises à l'hôpital de l'École Polytechnique (ambulance de Mme Messimy), depuis le mois de décembre 1914, nous ont montré qu'il n'est pas possible d'adopter une méthode unique pour la désinfection des plaies septiques. Celles-ci, en effet, présentent une flore très variable qui réagit différemment sous l'influence des antiseptiques et se montre plus ou moins réfractaire à certains d'entre eux. C'est ainsi que nous fûmes amenés à régler l'emploi des antiseptiques d'après la flore microbienne des plaies, examinée de jour en jour. Ces examens réguliers nous montrèrent les variations rapides d'une flore microbienne soumise à l'action d'un antiseptique donné. De simples frottis suffisent déjà à nous renseigner sur la quantité croissante ou décroissante des microorganismes pullulant dans la plaie et sur la nature des microbes pathogènes, celle-ci ayant été, en outre, spécifiée autant que possible par des cultures faites à l'Institut Pasteur, dans le laboratoire de M. Danysz.

Ces données bactériologiques, *recueillies méthodiquement*, nous ont permis de déterminer l'activité bactéricide de certains antiseptiques et de nous orienter sur l'utilité de leur emploi et le choix qu'il convient de faire parmi eux, suivant la flore observée.

Seul l'examen bactériologique d'une plaie infectée, fait d'une façon aussi précoce que possible, permet également de lutter fructueusement par la sérothérapie et la vaccinothérapie contre la diffusion des microbes.

Nous résumerons brièvement dans cette Note quelques-uns des résultats observés à la suite de l'emploi méthodique de certains antiseptiques, basé sur des données bactériologiques précises.

Dans les observations communiquées par l'un de nous à la Société de Médecine de Paris, le 14 mai 1915, nous avons déjà signalé les résultats remarquables que nous a donnés l'usage du *sérum polyvalent* de MM. Leclainche et Vallée dans le traitement des infections à streptocoques. Nous avons, depuis, multiplié nos observations, qui nous permettent aujourd'hui de signaler d'une part l'action presque exclusive du sérum de MM. Leclainche et Vallée sur les suppurations à streptocoques, et, d'autre part,

son efficacité bien minime lorsqu'il s'agit de suppurations dues aux anaérobies, tels que le *Bacillus perfringens* et le vibrion septique, accompagnés de streptocoques anaérobies, de tétragènes. Notons en passant l'action rapide de ce sérum, employé en pansements humides, sur les plaques érysipélateuses, qui disparaissent très vite sous l'influence de ce traitement, et semblent en quelque sorte fuir le sérum appliqué localement, puis finalement cessent complètement de se manifester au bout de quelques jours.

Dans le traitement des plaies infectées dont la flore contient du bacille pyocyanique ou des staphylocoques en prédominance, associés à divers diplocoques, cocci ou autres bactéries banales, la solution antiseptique de nitrate d'argent à 1 pour 200000, suivant la méthode exposée par M. Danysz dans une Note à l'Académie des Sciences, le 18 janvier 1915 ([1]), nous a donné les meilleurs résultats.

Enfin, dans les suppurations des plaies gangréneuses les plus redoutables où l'on trouve presque toujours le *Bacillus perfringens* ou le vibrion septique, souvent avec du streptocoque anaérobie, du *bacterium coli*, du tétragène, l'*action bactéricide* la plus énergique nous a été fournie par les solutions d'hypochlorite de soude.

Nous avons employé deux préparations d'hypochlorite :

1° L'hypochlorite de soude préparé, suivant la *méthode de Dakin*, par addition d'acide borique ayant pour but de neutraliser l'alcalinité de la liqueur primitive;

2° *L'eau de Javel*, diluée selon le conseil de M. Borrel dans la proportion de 15^{g} pour 1^{l} d'eau stérilisée ([2]).

Cette solution d'eau de Javel à 15 pour 1000 est fortement bactéricide et peut être appliquée au traitement des plaies infectées, sous forme d'irrigations pendant plusieurs jours et même plusieurs semaines sans déterminer la moindre irritation. Nous l'avons également employée pour des bains prolongés et en instillation continue, en diluant davantage la solution, dans la proportion de 10^{cm^3} ou même seulement de 5^{cm^3} pour 1^{l} d'eau stérilisée, de façon à éviter que son usage prolongé produise une irritation de la peau; or l'action de la solution resta, malgré sa dilution, fortement bactéricide.

La solution de Dakin s'est montrée irritante, malgré tout le soin qu'on a mis dans sa préparation suivant le procédé indiqué par son auteur, et son action bactéricide nous a paru être inférieure à celle de l'eau de Javel à 15 pour 1000, qui, d'autre part, n'est nullement irritante, même

---

([1]) *Comptes rendus*, t. 160, 1915, p. 107.

([2]) Eau de Javel du commerce à 42^{vol} de Cl.

après un usage prolongé pendant 3 ou 4 semaines. Les propriétés antiseptiques de cette solution d'eau de Javel semblent particulièrement actives lorsqu'il s'agit de plaies infectées par des anaérobies.

Le sérum de Leclainche et Vallée paraît tout à fait indiqué lorsqu'il s'agit des plaies à streptocoques et des manifestations érysipélateuses.

Le nitrate d'argent à 1 pour 200000, lorsqu'il s'agit des plaies atones à bactéries banales (b. pyocyanique, staphylocoques, cocci).

CHIRURGIE. — *Appareil pour réduction et contention des fractures simples compliquées des huit segments des membres.* Note (¹) de MM. **Santamaria** et **Salonne**, présentée par M. Edmond Perrier.

M. A.-S. de Santamaria a imaginé un appareil, étudié en collaboration avec le Dr Salonne, qui soutient successivement, réduit et contient les fractures simples ou compliquées des huit segments des membres supérieurs et inférieurs (cuisse, jambe, bras, avant-bras des deux côtés du corps). Il constitue, selon beaucoup de chirurgiens, un réel progrès dans le traitement des fractures.

Cet instrument est simple, souple, léger, robuste, précis, peu encombrant, facilement applicable.

Il immobilise de façon absolue, jusqu'à la guérison, les fragments coaptés et, outre l'avantage des pansements faciles, il permet des corrections successives, si besoin, des fragments osseux déplacés, et assure leur coaptation aussi exacte que possible.

Éclairé par la radioscopie (graphie) le chirurgien peut, au moyen du jeu des vis et des genouillères, écarter les fragments, les rapprocher, leur faire subir un mouvement de torsion, de translation, en un mot corriger toutes les positions vicieuses, ce qui est absolument impossible avec les appareils employés jusqu'ici.

Les attelles extensibles sont fixées au-dessus et au-dessous du foyer de la fracture par des colliers plâtrés, aux deux segments du membre brisé; l'articulation sise au-dessus et celles au-dessous sont comprises dans cette immobilisation.

Au moment de l'extension de l'appareil, les plâtres se tassent au contact des points d'appui classiques de squelette et sur les régions anatomiques voisines aussi bien au-dessus qu'au-dessous du foyer de la fracture; les fragments osseux réduits se trouvent solidement maintenus jusqu'à la guérison.

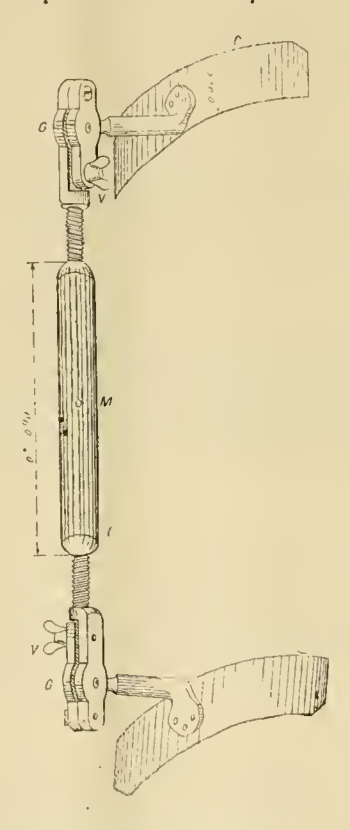
L'appareil s'appuie chaque fois en haut sur un bloc puissant constitué non seulement

(¹) Séance du 3 janvier 1916.

par le plâtre, mais aussi par le fragment supérieur de la fracture, l'articulation y attenant (épaule, coude, hanche, genou) et les parties molles.

En s'appuyant sur la totalité de cette lourde masse, l'extension fait descendre le fragment osseux inférieur de la fracture, que seul on cherche à mobiliser et qui seul est mobilisable.

Ce n'est donc pas le plâtre supérieur tout seul qui sert de point d'appui; il pourrait



glisser sans inconvénient, si toutefois ce glissement était possible; en outre, la pression ne se fait pas en un point unique et se trouve très disséminée.

Cet instrument répond à lui tout seul à la série d'interventions que réclame le traitement de toute fracture; il est successivement :

1° Un appareil de soutien; dès son application, les fragments sont absolument immobilisés et le blessé devient aisément transportable.

2° Un appareil de réduction; elle se fait au moment qui paraît le plus propice, plusieurs jours même après l'application, sans enlever l'appareil qui reste définitif, dès qu'il est posé.

Par une progression très douce d'un manchon fileté, agissant par milli-

mètre, la réduction du chevauchement peut se faire en une fois ou en séances successives sans souffrance.

Le jeu des quatre genouillères permet les mouvements de latéralité et de rotation dans l'axe du membre.

A tout moment, on peut procéder aux corrections indiquées soit par les données cliniques, soit par la radiographie; en cas de perte de substance osseuse, on peut rapprocher les segments des os fracturés.

Des manchons interchangeables de dimensions variables permettent d'employer l'instrument même dans des cas de très larges plaies et rendent possibles des corrections de chevauchements atteignant 13^{cm}.

3° Un appareil de contention; aussitôt après la réduction, l'appareil devient par un simple serrage des vis un instrument d'immobilisation absolue; il assurera la contention jusqu'à consolidation de la fracture.

4° C'est enfin un appareil propre à favoriser la mobilisation précoce des articulations voisines, en cas de luxation (poignet et cou-de-pied); l'appareil, laissé en place, permet des mouvements journaliers de ces articulations, tout en ménageant dans l'intervalle l'immobilité absolue.

Cet appareil, en mettant à la portée des praticiens une méthode unique applicable à un grand nombre de fractures des membres supérieur et inférieur, simplifie leur tâche dans le choix à faire parmi les nombreux moyens de traitement plus ou moins recommandables de ce genre de traumatismes.

L'ensemble de ces conditions permet de déduire qu'en outre du soulagement apporté aux blessés, cet instrument réunit bien les conditions favorables pour diminuer le pourcentage des incapacités de travail ou des infirmités consécutives à ces traumatismes si fréquents en ce moment.

L'appareil a été expérimenté dans plusieurs des grands centres chirurgicaux de province et de Paris, entre autres dans deux services du Val-de-Grâce; tous ont reconnu que l'appareil est appelé à rendre de réels services et ont préconisé sa vulgarisation.

HISTOLOGIE. — *Sur les terminaisons du nerf acoustique.* Note (1) de M. E. Vasticar, présentée par M. Henneguy.

J'ai fait connaître dans des Notes précédentes (2) deux modes de terminaison du nerf acoustique; il en existe un troisième.

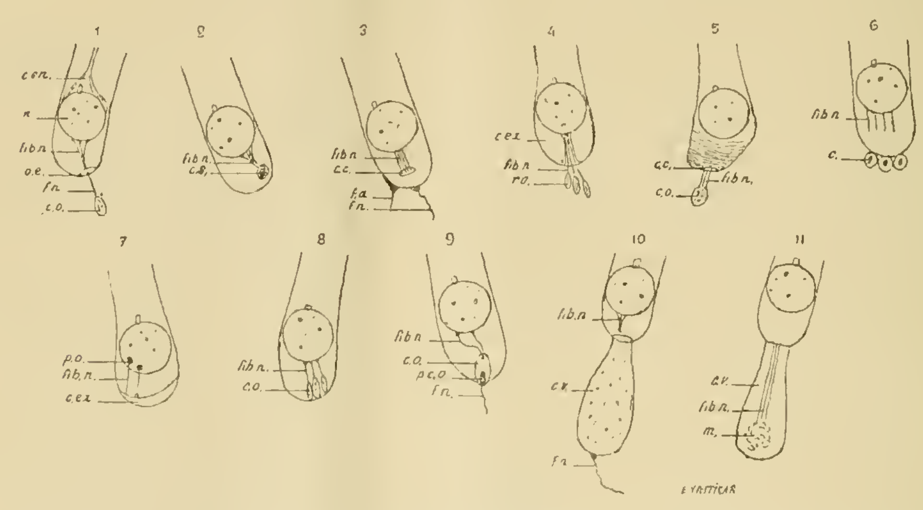
---

(1) Séance du 3 janvier 1916.

(2) *Sur les terminaisons du nerf acoustique* (*Comptes rendus*, t. 161, 1915, p. 649 et 748).

Des fibrilles nerveuses émanent directement du noyau :

Des réactifs appropriés révèlent l'existence des fibrilles nerveuses à l'intérieur même de la cellule auditive. Elles occupent l'espace infranucléaire. Dans les cas les plus favorables j'observe sur le bord inférieur du noyau certains points colorés proéminents et régulièrement arrondis. De chacun de ces points se détache une fibrille nerveuse infiniment délicate, bien calibrée, à peine ondulée (*fib. n.*, *fig.* 1). Ces fibrilles se groupent en un faisceau qui vient émerger de la cellule par l'orifice externe du canalicule central intra-exoplasmique (*f. n.*, *fig.* 1) pour aboutir au



Abréviations. — *c.*, corpuscule extra-cellulaire inclus dans une logette contiguë à l'enveloppe cellulaire; *c. c.*, canalicule central du corps exoplasmique; *c. en.*, cône endoplasmique; *c. ex.*, cupule exoplasmique de la cellule auditive externe du Lapin; *c. o.*, corpuscule ovoïde ou olivaire; *c. s.*, corpuscule sphérique; *c. v.*, corps volumineux appendu à la cellule auditive; *f. a.*, filament d'attache de l'enveloppe; *fib. n.*, fibrille nerveuse; *f. n.*, filament nerveux; *m.*, masse nerveuse incluse dans le corps volumineux; *n.*, noyau cellulaire; *o. e.*, orifice externe du canalicule central intra-exoplasmique; *p. c. o.*, petit corps ovoïde; *p. o.*, points d'origine nucléaire des fibrilles nerveuses intra-cellulaires.

pôle supérieur d'un corpuscule ovoïde de dimensions variables (*c. o.*, *fig.* 1). Ce dernier est ici assez volumineux, son grand diamètre égalant la moitié de celui du noyau et le petit étant de longueur moitié moindre. Il apparaît libre sur cette préparation, mais il est assez fréquemment inclus dans cette logette membraneuse appendue à l'extrémité de la cellule.

La réunion de ces fibrilles nerveuses s'opère parfois sur un corpuscule plus ou moins sphérique situé à l'intérieur de la cellule (*c. s.*, *fig.* 2). Sur cette préparation trois fibrilles émergent du noyau de points colorés dont un seul est nettement visible, et atteignent en convergeant le corpuscule

intra-cellulaire déjeté en dedans vers la paroi axiale de la cellule auditive qui est ici une cellule de la première rangée (*fib. n.*, *fig.* 2).

Au lieu de converger, ces fibrilles nerveuses peuvent être parallèles. Émanant du pôle inférieur du noyau, elles constituent un faisceau de fibres rectilignes, excessivement ténues, faiblement séparées les unes des autres. Elles sont au nombre de trois ou quatre (*fib. n.*, *fig.* 3). Leur extrémité inférieure est nettement limitée au niveau d'un petit cercle coloré représentant l'orifice interne du canalicule central intra-exoplasmique (*c. c.*, *fig.* 3). L'extrémité profonde de la cellule est surmontée d'une petite saillie boutonneuse située dans l'axe de la cellule et du sommet de laquelle se détache un filament nerveux assez délié (*f. n.*, *fig.* 3). Latéralement subsiste, extérieurement à l'enveloppe cellulaire, un fragment de filament d'attache d'origine conjonctive avec sa large base d'implantation (*f. a.*, *fig.* 3).

Sur la figure 4 le noyau de la cellule repose sur le corps exoplasmique (*c. ex.*); le canalicule central a été ouvert longitudinalement et laisse apercevoir à son intérieur trois fibrilles nerveuses parallèles venues du pôle inférieur du noyau (*fib. n.*). Après avoir dépassé l'orifice externe du canalicule, elles suivent des directions légèrement divergentes avant de rejoindre de petits renflements ovoïdes situés sur leur trajet et disposés à des hauteurs différentes. Le bout central de ces fibrilles a été rompu au delà de ces renflements au cours des manipulations.

La figure 5 ne montre que les prolongements extra-cellulaires de ces fibrilles éminemment délicates, faiblement ondulées, parallèles entre elles (*fib. n.*) aboutissant à un corpuscule ovoïde unique d'assez grandes dimensions (*c. o.*). A leur point d'émergence de la cellule existe une dépression de l'enveloppe en forme d'entonnoir dont on distingue la ligne circulaire qui est l'orifice externe du canal intra-exoplasmique (*c. e.*). Cet orifice siège sur le prolongement de l'axe de la cellule. Je remarque l'aspect un peu particulier de l'extrémité profonde de cette cellule dû à un aplatissement de son côté externe. Toute la portion sous-nucléaire de l'enveloppe est en outre fortement teintée par les réactifs employés.

Les fibrilles nerveuses intra-cellulaires paraissent parfois situées sur un même plan; elles occupent alors une plus grande étendue de la largeur de l'espace sous-nucléaire. Sur la figure 6 elles se détachent au nombre de quatre du pôle inférieur du noyau et descendent parallèlement (*fib. n.*). On ne peut les suivre que sur une partie de leur trajet. Des corpuscules

extra-cellulaires au nombre de trois, inclus dans des logettes accolées entre elles ainsi qu'à la paroi cellulaire, semblent leur correspondre (*c.*).

On aperçoit quelquefois d'une façon très nette les points d'origine nucléaire de ces fibrilles nerveuses. Sur la figure 7 ils siègent au nombre de deux un peu au-dessus de la ligne de contour inférieure du noyau sous une forme bien arrondie (*p. o.*). Les fibrilles qui s'en détachent se dirigent en bas légèrement en dedans (*fib. n.*). Leur trajet semble interrompu à la hauteur de la surface concave du corps exoplasmique au contact de laquelle l'une de ces fibrilles présente un petit épaississement.

J'observe chez une cellule auditive de la première rangée trois fibrilles nerveuses dont l'origine nucléaire se fait au niveau de petites saillies boutonneuses visibles sur le bord inférieur du noyau (*fib. n.*). Elles sont courtes, peu ondulées et aboutissent à l'extrémité supérieure effilée de corpuscules olivaires intra-cellulaires dont l'extrémité inférieure plus arrondie est en contact avec la paroi interne de l'enveloppe cellulaire (*c. o.*, *fig.* 8).

Chez une cellule de la troisième rangée dont le noyau est situé à une assez grande distance du fond de la cellule, deux fibrilles nerveuses se détachent de petites éminences de même coloration situées sur le bord inférieur du noyau (*fib. n.*, *fig.* 9). Après un trajet un peu flexueux, elles se réunissent sur un même point coloré situé sur le pôle supérieur d'un corps ovoïde qui occupe le fond du segment profond de la cellule (*c. o.*, *fig.* 9). Ce corps est assez volumineux; son grand axe est orienté dans celui de la cellule atteignant à peu près la longueur du diamètre du noyau, sa largeur étant moitié moindre. Il est transparent et limité par une enveloppe à surface très régulière. Il est permis d'apercevoir à son intérieur et à sa partie inférieure un autre corpuscule de même forme assez fortement coloré (*p. c. o.*, *fig.* 9). Les deux pôles inférieurs de ces deux corpuscules se confondent et font un peu saillie en dehors de l'enveloppe. Il s'en détache extérieurement un filament nerveux descendant verticalement (*f. n.*, *fig.* 9).

J'observe enfin chez une cellule de la première rangée des fibrilles nerveuses d'une ténuité extrême se détachant du pôle inférieur du noyau pour se réunir rapidement en un faisceau se dirigeant vers le fond de la cellule. Extérieurement est appendue à la cellule un corps très volumineux allongé en forme de boudin, présentant un léger étranglement à son point de jonction à l'enveloppe cellulaire (*c. v.*, *fig.* 10). Son grand diamètre

égale environ le double de celui du noyau; son petit diamètre est un peu moindre que celui de ce dernier. Il est constitué par une membrane granuleuse extérieurement. A l'extrémité profonde de ce corps se remarque une petite saillie semi-sphérique colorée, à laquelle fait suite un filament nerveux se dirigeant transversalement vers le tunnel (*f. n.*, *fig.* 10).

Une autre préparation montre l'intérieur de ce corps, appartenant à une cellule de la deuxième rangée, constitué par une membrane mince limitant une vaste cavité intérieure. A son point de jonction à la cellule se remarque un aplatissement de l'enveloppe cellulaire du centre duquel se détachent trois ou quatre fibrilles nerveuses très fines (*fib. n.*, *fig.* 11), presque rectilignes, parallèles entre elles, aboutissant à une masse de même coloration que les fibrilles, mal délimitée, qui occupe le fond de cette sorte de poche membraneuse (*m.*, *fig.* 11).

TÉRATOLOGIE. — *Déformation remarquable de la bouche chez un Grondin gris* (Trigla gurnardus *L.*). Note de M. **Delphy**, présentée par M. Edmond Perrier.

Le 30 novembre 1915 a été apporté au Laboratoire maritime du Muséum un Grondin qui venait d'être pris au chalut dans les parages de Saint-Marcouf et considéré par le pêcheur qui l'apportait comme un « phénomène » ([1]).

Ce Poisson, d'aspect normal dans l'ensemble, présente une tête extrêmement bizarre par suite d'une déformation considérable de tout l'orifice buccal, particulièrement de la mâchoire inférieure.

L'animal, vu de profil, semble, au premier coup d'œil, avoir la bouche grande ouverte, alors qu'au contraire elle est presque complètement fermée, comme on le constate en la regardant par la face ventrale. La mandibule est enfoncée sous la mâchoire supérieure jusqu'à peu près au niveau de l'ethmoïde; elle est à moitié reportée sur le côté gauche. Les choses se présentent comme si la mâchoire inférieure avait subi un choc violent de bas en haut ([2]) et de droite à gauche, et comme si la mâchoire supérieure avait subi le contre-coup de ce choc hypothétique; son côté gauche (19^{mm}) est beaucoup plus court que le droit (24^{mm}). En même temps les rayons

([1]) Je suis fort obligé à M. Osmond, de Réville, qui veut bien me signaler et me faire parvenir les Poissons remarquables qu'il lui arrive de pêcher ou de trouver dans les pêches apportées à quai.

([2]) Je suppose l'animal placé dans sa position normale de natation.

branchiostèges semblent avoir été tirés violemment de haut en bas et d'avant en arrière, les copules restant à peu près dans le plan de symétrie de l'animal, et toute la peau s'étendant entre la mandibule et l'hyoïde a subi une élongation, formant sous le fond de la bouche une espèce de poche à laquelle nous ne voyons rien de comparable.

La peau qui recouvre la mâchoire inférieure semble être coalescente avec celle de la mâchoire supérieure en un point où se rencontrent le dentaire et l'articulaire avec le maxillaire, du côté gauche; la mâchoire inférieure est au contraire désarticulée du côté droit, l'articulaire y étant séparé de l'angulaire ou, plus vraisemblablement, celui-ci s'étant « décroché » de l'hypotympanique. La mâchoire inférieure est ainsi dénuée de toute faculté de mouvement, en quelque sens que ce soit.

Le fait le plus remarquable sans doute est la dissymétrie générale de cette tête à laquelle elle est limitée, dissymétrie parfaitement nette sur la face ventrale, mais visible encore même par la face dorsale. Tout le reste du corps semble parfaitement normal; voici les caractéristiques principales de l'animal étudié :

D_1 : VIII; D_2 : 19; C : 17?; A : 19; P : 11 + III; V : I + 5. Longueur totale (du bout du museau à l'extrémité de la caudale) 258^{mm}; largeur maxima du corps 29; hauteur maxima 37; longueur de la tête 62; hauteur minima du pédoncule caudal 9; diamètre longitudinal de l'œil 15; diamètre transversal de l'œil 11; espace interorbitaire 19; espace préorbitaire 28; D_1 : hauteur 38, longueur 33; D_2 : hauteur 10, longueur 80; C : longueur 57.

Aux anomalies de morphologie externe en correspond-il d'internes, des troubles anatomiques? Une dissection seule pourrait le faire connaître, mais détruirait un exemplaire si exceptionnel.

Maintenant, quelle peut être la cause d'une telle déformation? Nous avons parlé plus haut de choc et dit que les rayons branchiostèges semblaient avoir été tirés violemment? Ceci éveille immédiatement l'idée d'un accident, d'un traumatisme quelconque.

D'abord, la déformation décrite est-elle profonde et avons-nous affaire à une vraie anomalie, pour ne pas parler de monstruosité, ou n'est-ce qu'une apparence due à un déplacement momentané d'organes qui pourraient reprendre leur place normale? Tout ce que nous avons dit plus haut concourt à écarter cette hypothèse et d'ailleurs la mâchoire inférieure ne pourrait être rétablie en sa place qu'en déchirant les connexions anormales actuelles.

Quoi qu'il en soit, il nous semble bien que cette déformation paraît être ancienne. Peut-être même s'est-elle produite au cours du développement de l'animal. L'accroissement exagéré de la peau entre la mandibule et

l'hyoïde n'a vraisemblablement pu se faire rapidement et nous ne voyons pas quel accident pourrait l'expliquer.

D'autre part, *une remarque s'impose :* l'animal est d'assez grande taille [E. Moreau (1) indique pour *Trigla gurnardus* L. 0m,30 à 0m,40]. Or il semble être dans l'impossibilité presque absolue de se nourrir. Comment aurait-il donc pu parvenir à la taille qu'il présente? La question est embarrassante. Mais la nourriture du Grondin gris est très variée (2) et celui qui nous occupe peut s'être nourri de petites Galathées, de Mysidés, de Porcellanes, d'Annélides de toutes sortes. Mais B. Hofer (3) signale d'ailleurs des cas de fermeture complète de l'orifice buccal et suppose « qu'il a fallu aux Poissons, dans tous ces cas, absorber leur nourriture par la fente operculaire en même temps que l'eau de respiration » (4). Remarquons aussi que cette déformation considérable de toute la partie antérieure détermine une certaine difficulté de natation; mais, étant données les mœurs sédentaire des Trigles, qui ne font guère que pour ainsi dire ramper sur le fond ou nager à une faible hauteur, cela ne fait pas un grand obstacle à la facilité de recherche de la nourriture.

En somme, il est très probable que nous avons affaire à une véritable *monstruosité*, produite nous ne saurions dire exactement par quelle cause, mais vraisemblablement par une cause *mécanique*, au cours du développement *embryonnaire*.

Aucune anomalie semblable n'a encore été signalée chez aucun Trigle, à notre connaissance. Nous ne pourrions en rapprocher, à la rigueur, que les cas de « Poissons à tête de boule-dogue » (*bull-dog headed fishes*) collationnés par Bateson (5) et par B. Hofer (6) (p. 308) ou peut-être mieux ceux de déformation des mâchoires et de fermeture de l'orifice buccal cité par ce dernier (p. 312), quoique tous ces cas soient encore fort différents de celui que nous signalons.

---

(1) *Histoire naturelle des Poissons de la France*, Paris, 1881.

(2) H.-E Sauvage, *La nourriture de quelques Poissons de mer* (*Ann. St. aquic. Boulogne-sur-Mer*, I, 1, 1892, p. 39-51).

(3) Bruno Hofer, *Handbuch der Fischkrankheiten*. Stuttgart, 1906.

(4) « *Merkwürdig ist in allen diesen Fällen, dass die Fische ihre Nahrung durch den Kiemendeckelspalt zugleich mit dem Atemwasser aufgenommen haben mussten.* »

(5) *Materials for the study of variations*. London, 1894.

(6) *Loc. cit.*

Si maintenant il était utile de donner un nom à la malformation ci-dessus étudiée, on pourrait dire que c'est un cas d'opisthognatisme inférieur senestre.

A 15 heures trois quarts l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16 heures et quart.

G. D.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 17 JANVIER 1916.

PRÉSIDENCE DE M. CAMILLE JORDAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE. — *Sur une extension des théorèmes de Poncelet relatifs aux polygones inscrits ou circonscrits à des coniques.* Note de M. **GASTON DARBOUX**.

Les différentes remarques qui ont été présentées dans ma précédente Communication m'ont permis de développer de la manière suivante la solution du problème que je m'étais proposé :

Nous rapporterons toutes les coniques (C_i) au triangle conjugué commun.

Soient

$$(C_{2n-1}) \qquad \frac{x_{2n-1}^2}{A_{2n-1}^2}+\frac{y_{2n-1}^2}{B_{2n-1}^2}+\frac{z_{2n-1}^2}{C_{2n-1}^2}=0$$

les équations des coniques de rang impair. Un de leurs points pourra être défini par les formules

$$(12) \quad x_{2n-1}=A_{2n-1}(1-t_{2n-1}^2), \qquad y_{2n-1}=iB_{2n-1}(1+t_{2n-1}^2), \qquad z_{2n-1}=2C_{2n-1}t_{2n-1}.$$

Soient de même

$$(C_{2n}) \qquad A_{2n}^2x_{2n}^2+B_{2n}^2y_{2n}^2+C_{2n}^2z_{2n}^2=0$$

les équations des coniques de rang pair. Un de leurs points sera défini par les formules

$$(13) \qquad A_{2n}x_{2n}=1-t_{2n}^2, \qquad B_{2n}y_{2n}=i(1+t_{2n}^2), \qquad C_{2n}z_{2n}=2t_{2n},$$

où t_{2n} désigne, comme t_{2n-1}, un paramètre variable, véritable coordonnée du point sur la conique correspondante.

En exprimant que la tangente à la conique (C_{2n}) vient couper les coniques (C_{2n-1}) et (C_{2n+1}) en des points qui sont définis respectivement par les valeurs t_{2n-1} et t_{2n+1} des paramètres t, on sera conduit aux deux équations suivantes :

$$(14)\quad \left\{\begin{aligned} &A_{2n-1}A_{2n}(1-t_{2n-1}^2)(1-t_{2n}^2)\\ &\quad - B_{2n-1}B_{2n}(1+t_{2n-1}^2)(1+t_{2n}^2)+4C_{2n-1}C_{2n}t_{2n}t_{2n-1}=0,\\ &A_{2n+1}A_{2n}(1-t_{2n+1}^2)(1-t_{2n}^2)\\ &\quad - B_{2n+1}B_{2n}(1+t_{2n+1}^2)(1+t_{2n}^2)+4C_{2n+1}C_{2n}t_{2n}t_{2n+1}=0.\end{aligned}\right.$$

Ces équations se résolvent très facilement par l'emploi de fonctions elliptiques de même module. On n'a qu'à poser

$$(15)\quad \left\{\begin{aligned} &A_{n-1}A_n = 1 + k\,\mathrm{sn}^2\alpha_{n-1},\\ &B_{n-1}B_n = 1 - k\,\mathrm{sn}^2\alpha_{n-1},\\ &C_{n-1}C_n = \mathrm{cn}\,\alpha_{n-1}\,\mathrm{dn}\,\alpha_{n-1};\end{aligned}\right.$$

$$(16)\quad \left\{\begin{aligned} &t_1=\sqrt{k}\,\mathrm{sn}\,\omega,\qquad \ldots,\qquad t_n=\sqrt{k}\,\mathrm{sn}\,\omega_{n-1},\\ &\qquad\qquad \omega_n-\omega_{n-1}=\alpha_n,\end{aligned}\right.$$

k étant le module des fonctions elliptiques et les α_i étant des constantes arbitraires. Si l'on veut obtenir les sommets de la ligne brisée et les points de contact de ses côtés avec les lignes de rang pair, on aura donc

$$(17)\quad \left\{\begin{aligned} &x_{2n+1}= A_{2n+1}(1-k\,\mathrm{sn}^2\omega_{2n}),\\ &y_{2n+1}= i\,B_{2n+1}(1+k\,\mathrm{sn}^2\omega_{2n}),\\ &z_{2n+1}= 2\,C_{2n+1}\sqrt{k}\,\mathrm{sn}\,\omega_{2n};\end{aligned}\right.$$

$$(18)\quad \left\{\begin{aligned} &A_{2n}x_{2n}=1-k\,\mathrm{sn}^2\omega_{2n-1},\\ &B_{2n}y_{2n}=i(1+k\,\mathrm{sn}^2\omega_{2n-1}),\\ &C_{2n}z_{2n}=2\sqrt{k}\,\mathrm{sn}\,\omega_{2n-1}.\end{aligned}\right.$$

On prendra arbitrairement A_1, B_1, C_1, qui ne jouent aucun rôle dans la question et qu'on pourrait supposer égaux à 1, par exemple; les formules (15) détermineront de proche en proche toutes les coniques, qui dépendront du module k et des constantes α_i. Il sera aisé de vérifier qu'elles sont dans la relation géométrique signalée plus haut.

Pour qu'il y ait fermeture de la ligne brisée, il sera nécessaire et suffisant qu'on ait

$$\frac{A_{2p+1}}{A_1}=\frac{B_{2p+1}}{B_1}=\frac{C_{2p+1}}{C_1}$$

et

$$\omega_{2p}=\omega$$

à un multiple près des périodes. Cela donnera trois conditions auxquelles

devront satisfaire les constantes α_i. On les obtient sous la forme suivante :

(19) $$\frac{(1+k\,\mathrm{sn}^2\alpha_{2p})(1+k\,\mathrm{sn}^2\alpha_{2p-2})\ldots(1+k\,\mathrm{sn}^2\alpha_2)}{(1+k\,\mathrm{sn}^2\alpha_{2p-1})(1+k\,\mathrm{sn}^2\alpha_{2p-3})\ldots(1+k\,\mathrm{sn}^2\alpha_1)}$$
$$=\frac{(1-k\,\mathrm{sn}^2\alpha_{2p})(1-k\,\mathrm{sn}^2\alpha_{2p-2})\ldots(1-k\,\mathrm{sn}^2\alpha_2)}{(1-k\,\mathrm{sn}^2\alpha_{2p-1})(1-k\,\mathrm{sn}^2\alpha_{2p-3})\ldots(1-k\,\mathrm{sn}^2\alpha_1)}$$
$$=\frac{\mathrm{cn}\,\alpha_{2p}\ \mathrm{cn}\,\alpha_{2p-2}\ldots\mathrm{cn}\,\alpha_2}{\mathrm{cn}\,\alpha_{2p-1}\,\mathrm{cn}\,\alpha_{2p-3}\ldots\mathrm{cn}\,\alpha_1}\,\frac{\mathrm{dn}\,\alpha_{2p}\ldots\mathrm{dn}\,\alpha_2}{\mathrm{dn}\,\alpha_{2p-1}\ldots\mathrm{dn}\,\alpha_1}$$

et

(20) $$\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\ldots+\alpha_{2p}\equiv 0.$$

Si ces trois relations entre les constantes sont vérifiées, on aura une suite continue de polygones satisfaisant aux conditions proposées.

Ces polygones donnent naissance à un certain nombre de relations géométriques. Je signalerai seulement les suivantes :

Si l'on considère l'ensemble des $2p$ points constitués par leurs sommets ou par les points de contact de leurs côtés avec la conique qu'ils enveloppent, deux quelconques de ces points sont toujours conjugués par rapport à une conique fixe.

En effet, considérons l'identité

$$\begin{aligned}&[1+k\,\mathrm{sn}^2(\omega_{n'}-\omega_n)](1-k\,\mathrm{sn}^2\omega_n)(1-k\,\mathrm{sn}^2\omega_n)\\&-[1-k\,\mathrm{sn}^2(\omega_{n'}-\omega_n)](1+k\,\mathrm{sn}^2\omega_n)(1+k\,\mathrm{sn}^2\omega_{n'})\\&+4k\,\mathrm{cn}(\omega_{n'}-\omega_n)\,\mathrm{dn}(\omega_{n'}-\omega_n)\,\mathrm{sn}\,\omega_n\,\mathrm{sn}\,\omega_{n'}=0\end{aligned}$$

qui joue un rôle essentiel dans l'analyse précédente.

Comme $\omega_{n'}-\omega_n$ est une constante, cette identité conduira évidemment à des relations de la forme

(21) $$A_{n,n'}x_nx_{n'}+B_{n,n'}y_ny_{n'}+C_{n,n'}z_nz_{n'}=0,$$

$A_{n,n'}$, $B_{n,n'}$, $C_{n,n'}$ étant des constantes qu'on trouvera aisément dans chaque cas particulier.

Par exemple, si n et n' sont impairs, il s'agira de deux sommets du polygone ; on aura

$$A_{nn'}=\frac{1}{A_nA_{n'}}[1+k\,\mathrm{sn}^2(\alpha_{n-1}+\alpha_{n-2}+\ldots+\alpha_{n'})],$$

$$B_{nn'}=\frac{1}{B_nB_{n'}}[1-k\,\mathrm{sn}^2(\alpha_{n-1}+\ldots+\alpha_{n'})],$$

$$C_{nn'}=\frac{1}{C_nC_{n'}}\mathrm{cn}(\alpha_{n-1}+\ldots+\alpha_{n'})\,\mathrm{dn}(\alpha_{n-1}+\ldots+\alpha_{n'}),$$

en supposant $n>n'$.

La relation (21) exprime évidemment la propriété annoncée, et nous voyons que les coniques que divisent harmoniquement les différents couples de points considérés *admettent toutes le même triangle conjugué.*

On démontrerait de même que, *si l'on considère les côtés du polygone et les tangentes en chacun de ses sommets à la conique décrite par ce sommet, deux quelconques de ces 2p droites sont conjuguées par rapport à une conique fixe.* Les coniques ainsi obtenues admettent le même triangle conjugué que toutes les précédentes.

Les deux propriétés que nous venons de signaler s'étendent au cas où la ligne brisée ne se ferme pas. Elles permettent de déterminer tous ses sommets et tous ses côtés d'*une manière univoque* quand on connaît le premier sommet et le premier côté.

L'exemple qui a été l'occasion de ce travail et qui a été signalé au début est, on s'en assure aisément, une des applications les plus simples de la théorie générale que nous venons de développer. Je terminerai en indiquant une autre application qui donne lieu à un résultat curieux.

Supposons que *toutes* les constantes α_i d'indice pair soient nulles. Alors on a

$$A_{2i}A_{2i+1} = B_{2i}B_{2i+1} = C_{2i}C_{2i+1} = 1$$

et toutes les coniques (C_{2i+1}) se confondent avec les coniques (C_{2i}). La ligne brisée correspondante peut se définir comme il suit :

D'un point de (C_1) on mène une tangente à (C_2); du point de contact de cette tangente on mène une tangente à (C_4), et ainsi de suite. *Le côté qui précède chaque sommet est tangent en ce sommet à la courbe décrite par ce sommet.*

Pour que cette ligne se ferme, il faudra que son dernier côté soit tangent à (C_1), précisément au point qui sert de départ à la ligne brisée. Les conditions de fermeture se réduiront ici aux suivantes :

$$(22)\qquad \begin{aligned} &(1 + k\,\mathrm{sn}^2\alpha_1)(1 + k\,\mathrm{sn}^2\alpha_3)\ldots(1 + k\,\mathrm{sn}^2\alpha_{2p-1}) \\ &= (1 - k\,\mathrm{sn}^2\alpha_1)(1 - k\,\mathrm{sn}^2\alpha_3)\ldots(1 - k\,\mathrm{sn}^2\alpha_{2p-1}) \\ &= \mathrm{cn}\,\alpha_1\,\mathrm{cn}\,\alpha_3\ldots\mathrm{cn}\,\alpha_{2p-1}\,\mathrm{dn}\,\alpha_1\,\mathrm{dn}\,\alpha_3\ldots\mathrm{dn}\,\alpha_{2p-1}, \end{aligned}$$

$$(23)\qquad \alpha_1 + \alpha_3 + \ldots + \alpha_{2p-1} = 0.$$

Supposons, par exemple, qu'il s'agisse d'un triangle. Alors, il faut faire $p = 3$ et les équations (22) nous donnent

$$\mathrm{sn}^2\alpha_1 + \mathrm{sn}^2\alpha_3 + \mathrm{sn}^2\alpha_5 + k^2\,\mathrm{sn}^2\alpha_1\,\mathrm{sn}^2\alpha_3\,\mathrm{sn}^2\alpha_5 = 0,$$

$$1 + k^2\,\mathrm{sn}^2\alpha_1\,\mathrm{sn}^2\alpha_3 + k^2\,\mathrm{sn}^2\alpha_5\,\mathrm{sn}^2\alpha_1 + k^2\,\mathrm{sn}^2\alpha_1\,\mathrm{sn}^2\alpha_5 = \mathrm{cn}\,\alpha_1\,\mathrm{cn}\,\alpha_3\,\mathrm{cn}\,\alpha_5\,\mathrm{dn}\,\alpha_1\,\mathrm{dn}\,\alpha_3\,\mathrm{dn}\,\alpha_5.$$

Il en résulte que les trois fonctions $\text{sn}^2\alpha_1$, $\text{sn}^2\alpha_3$, $\text{sn}^2\alpha_5$ sont les racines d'une équation du troisième degré, qui est

$$X^3 + k^2\alpha X^2 + (k^4\alpha^2 + k^2\alpha + \alpha)X - \alpha = 0, \tag{24}$$

et où α est entièrement arbitraire. Il est remarquable qu'alors la condition (23),

$$\alpha_1 + \alpha_3 + \alpha_5 = 0, \tag{25}$$

soit vérifiée d'elle-même. Car si l'on écrit l'équation (24) sous la forme

$$X(X + k^2\alpha)^2 = \alpha(1 - X)(1 - k^2X),$$

on verra facilement que, lorsque α varie, la somme des trois intégrales

$$\int_0^\lambda \frac{dX}{\sqrt{X(1-X)(1-k^2X)}}$$

relative aux trois racines, c'est-à-dire la somme

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_5,$$

demeure constante. Par conséquent, cette somme, étant nulle pour $\alpha = 0$, doit demeurer nulle pour toutes les valeurs de α.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Le fluor dans le règne végétal.* Note de MM. **Armand Gautier** et **Paul Clausmann**.

Nos publications antérieures ont fait connaître les méthodes qui nous ont permis de doser le fluor, même à l'état de traces, dans les minéraux, les eaux, les tissus vivants [1]. Pour nous en tenir à ces derniers, nous avons constaté que le fluor existe dans tous les tissus de l'animal, mais en proportions et sous deux formes, au moins, très différentes : dans les tissus annexiels de la peau, tissus à vie obscure (épiderme, émail des dents, ongles, poils, cheveux, etc.), le fluor est abondant et peut dépasser 180 milligrammes par 100 grammes de tissu sec. Au contraire, dans les tissus à haute vitalité, on trouve à peine de 1 à 4 milligrammes de fluor pour 100 grammes de matière sèche. Enfin dans les tissus à vitalité médiocre

---

(1) *Comptes rendus*, t. 154, 1912, p. 1469, 1670, 1753, et *Bull. Soc. chim.*, 4e série, t. 11, p. 875.

(os, tendons, cartilages, etc.), le fluor est en proportions intermédiaires.

Dans tous les cas le fluor accompagne le phosphore, et, sans lui être proportionnel, augmente ou diminue avec lui; mais tandis que dans les tissus à vitalité intense et rapide métabolisme on trouve seulement 1 à 4 parties de fluor pour 350 et jusqu'à 1500 parties de phosphore, dans les tissus à vie obscure, tissus de protection mécanique ou d'ornementation destinés à s'éliminer directement en nature (épiderme, poils, cheveux, ongles, etc.), on trouve 1 partie de fluor pour 3,5 à 5 parties seulement de phosphore, proportions qui sont celles-là même qu'on rencontre dans les fluophosphates minéraux tels que les apatites. Ainsi, à mesure que fonctionnent et se désassimilent les micelles des tissus à vie très spécialisée (muscles, glandes, etc.), le fluor, qui d'abord y faisait partie d'édifices organisés très complexes où l'on ne saurait distinguer son mode d'union au phosphore, se concentre peu à peu, augmente par rapport à ce dernier élément, jusqu'à ce qu'enfin, dans les appendices de la peau (poils, cheveux, plumes, ongles, etc.) destinés à s'éliminer, soit atteint le rapport $\frac{P}{F} = 3$ à 5 qui est celui des fluophosphates, c'est-à-dire jusqu'à ce que le fluor soit passé sous la forme minérale désormais inutilisable par l'économie animale et par conséquent prêt à être rejeté au dehors [1].

Ces remarques, qui résument notre long travail sur l'état du fluor dans les tissus animaux, nous ont amenés, tout naturellement, à aborder les mêmes études chez les plantes. Contiennent-elles toutes nécessairement du fluor ? Cet élément se fixe-t-il plus particulièrement dans certains organes du végétal ? Le fluor et le phosphore s'accompagnent-ils toujours dans les tissus de la plante et y varient-ils dans le même sens ? Existe-t-il des végétaux ou des familles végétales qui aient un besoin plus spécial de cet élément? A ces questions répondent en partie les recherches dont nous commençons aujourd'hui l'exposé.

Mais obligés de nous borner dans ce long travail, et désireux aussi de nous rendre compte des voies par lesquelles le fluor passe de la plante à l'animal, nous l'avons plus particulièrement recherché dans les végétaux ou parties végétales qui servent à l'alimentation de l'homme et des herbivores : blé, seigle, avoine, fruits, légumes, foin, paille, etc., puis, complémentairement, dans les feuilles, les bois, les écorces, etc.

---

(1) Voir à ce sujet nos Mémoires, *Comptes rendus*, t. 156, 1913, p. 1347 et 1425; t. 157, 1913, p. 94; *Bull. Soc. chim.*, 4e série, t. 13, p. 905; t. 15, p. 241; *Bull. Acad. Méd.*, 3e série, t. 71, p. 63.

Pour les raisons plus haut rappelées, nous nous sommes toujours astreints à doser comparativement le phosphore dans les échantillons mêmes où nous dosions le fluor.

Le Tableau suivant résume ces dosages. Les quantités de fluor et de phosphore y sont toujours exprimées en milligrammes et rapportées à 100 grammes de tissus végétaux, frais ou secs :

Tableau comparatif des quantités de fluor et de phosphore dans diverses plantes et leurs produits.

Nature du produit.	Fluor en 100g de substance fraîche.	Fluor en 100g de substance sèche.	Phosphore en 100g de substance sèche.	Rapport $\frac{P}{F}$	Remarques.
		Graminées.			
	mg	mg	mg		
Blé (farine)..........	0,83	1,00	150	150	Terrain calcaire de Champagne.
» (son)............	0,59	0,68	1080	1588	
Blé (farine)..........	1,17	1,41	134	95	Terrain granitique de Bretagne.
» (son)............	0,36	0,42	1102	2623	
Autre farine de blé...	0,71	0,86	»	»	Terrain calcaire (Marne).
Seigle (farine).......	0,52	0,61	176	288	
Orge (farine)........	2,0	2,20	»	»	
Riz..................	0,80	0,94	101	107	Décortiqué.
		Légumineuses.			
Haricots blancs......	1,70	2,10	530	252	En grains de Soissons.
Lentilles.............	1,56	1,80	500	277	
Haricots verts........	0,019	0,21	»	»	Gousse comestible.
Luzerne.............	1,30	5,65	318	56	Tiges et feuilles.
Sainfoin.............	2,72	7,25	167	23	Tiges et feuilles.
		Crucifères.			
Chou pommé........	0,088	1,08	»	»	Chou vert.
Chou-fleur..........	0,21	2,57	»	»	Pomme du chou.
Navet (racines).......	0,14	2,02	»	»	Navet de Paris.
Radis (racines).......	0,06	2,0	769	384	Petit radis rose.
Cresson.............	0,093	1,34	»	»	Feuilles et tiges.
Rave...............	0,24	1,20	268	223	
Moutarde (graines)...	1,45	1,58	»	»	Moutarde noire.
» (fanes).....	0,76	6,80	383	56	
Diplotaxis...........	0,010	0,059	»	»	Plante entière.

Tableau comparatif des quantités de fluor et de phosphore dans diverses plantes et leurs produits (*suite*).

Nature du produit.	Fluor en 100g de substance fraiche.	Fluor en 100g de substance sèche.	Phosphore en 100g de substance sèche.	Rapport. $\frac{P}{F}$.	Remarques.
		Rosacées.			
Poire (pulpe)........	mg 0,022	mg 0,17	»	»	Variété Passe-crassane.
Pomme (pulpe)......	0,034	0,21	mg 63	300	
» (peau).......	0,76	2,78	83,7	30	
Pêche (chair)........	0,29	3,93	219	55	
» (noyau).......	0,74	2,60	»	»	
Abricot (chair)......	0,30	2,50	157	62	
Cerise..............	0,37	3,70	159	43	Chair et peau.
Fraise..............	0,12	1,40	»	»	
		Solanées.			
Pommes de terre (tubercule)...........	0,084	0,30	»	»	Variété saucisse rouge (sans la peau).
Fécule de pomme de terre..............	0,158	0,18	80	444	
Tomates (fruit)......	0,20	4,06	»	»	
		Polygonées.			
Sarrasin (farine).....	2,17	2,53	»	»	
Oseille..............	0,98	13,87	621	45	Feuilles.
		Synanthérées.			
Chicorée............	0,32	5,88	702	119	Feuilles.
Pissenlit............	0,97	8,20	464	56	Feuilles.
		Ombellifères.			
Carottes.............	0,036	0,34	»	»	Racine.
		Asparaginées.			
Asperge.............	0,52	7,94	736	93	Jeune pousse ou turion.
		Chénopodées.			
Epinard.............	0,37	3,00	»	»	Jeunes feuilles.
Betterave...........	1,00	13,4	490	36,6	Feuilles.
		Malvacées.			
Cacao...............	1,69	1,78	224	125	Fève décortiquée.

TABLEAU COMPARATIF DES QUANTITÉS DE FLUOR ET DE PHOSPHORE DANS DIVERSES PLANTES ET LEURS PRODUITS (*suite*).

Nature du produit.	Fluor en 100g de substance fraîche.	Fluor en 100g de substance sèche.	Phosphore en 100g de substance sèche.	Rapport $\frac{P}{F}$.	Remarques.
		Rubiacées.			
	mg	mg	mg		
Café vert	1,20	1,45	327	225	Graines non torréfiées (Martinique).
		Ampélidées.			
Raisin	0,12	0,81	»	»	Raisin noir (grains sans la rafle).
		Morées.			
Figue	0,27	1,98	»	»	Figue fraîche.
		Juglandées.			
Noix	0,68	0,78	»	»	Amande.
		Musacées.			
Banane (pulpe)	0,07	0,38	»	»	Fruit mûr.
» (peau)	0,56	5,10	»	»	Id.
		Acotylédonées.			
Fougère	2,70	8,50	123	14,4	Fougère mâle, tige entière.
Champignon de couche	0,84	8,40	1237	147	État frais.
Cèpes	0,052	0,61	»	»	État frais.
		Autres produits végétaux : tiges, pailles, bois, écorces.			
Foin	0,40	»	»	»	Formé principalement de graminées mûres.
Paille de blé	0,94	1,04	»	»	État ordinaire (fusion des cendres au creuset avec CO^3NaK).
Peuplier (bois)	0,34	0,40	»	»	
» (écorce)	0,34	0,45	20	44	
Sapin (bois)	1,30	1,40	13	9,3	
Pin (bois)	1,45	1,75	25,6	14	
Chêne (bois)	0,59	0,66	»	»	
» (écorce)	0,48	0,59	43,5	73	
Bouleau (bois)	1,04	1,40	43,5	31	
» (écorce)	5,90	7,40	17,4	2,3	Expérience à répéter!
Noyer (bois)	0,31	0,36	»	»	
Acacia (bois)	0,60	0,71	8,7	12	
» (écorce)	0,32	0,37	16,5	44	

De ces données expérimentales il semble qu'on peut tirer les quelques conclusions suivantes :

Chez les végétaux, les *feuilles* sont les organes les plus riches en fluor. On trouve de 3^{mg} à 14^{mg} de cet élément dans 100 grammes de feuilles calculées sèches : luzerne $5^{mg},65$; sainfoin $7^{mg},25$; oseille $13^{mg},87$; chicorée $5^{mg},88$; épinard 3^{mg}; pissenlit $8^{mg},20$; betterave $13^{mg},40$; moutarde $6^{mg},80$. Dans ces mêmes feuilles les proportions de phosphore sont, elles aussi, très généralement élevées par rapport au reste de la plante : luzerne 318^{mg}; chicorée 702^{mg}; oseille 621^{mg}; pissenlit 464^{mg}; betterave 490^{mg}, etc., toujours pour 100 grammes de feuilles séchées à 110°.

Les *bourgeons* (choux-fleurs, asperges) sont un peu moins riches en fluor : $2^{mg},57$ et $7^{mg},94$ pour 100 grammes de parties sèches. Nous n'avons dosé le phosphore que dans l'asperge où il s'élève à la forte dose de 736^{m} pour 100 grammes.

Les *tiges*, *bois* et *écorces* sont les organes de la plante les plus pauvres en fluor. Il y varie, d'après nos dosages, de $0^{mg},36$ à $1^{mg},7$ pour 100 grammes. Comme on devait s'y attendre, ces tissus végétaux sont aussi les plus pauvres en phosphore : bois d'acacia $8^{mg},7$; sapin 13^{mg}; écorce de pin 25^{mg}; écorce de peuplier 20^{mg}; écorce de bouleau $17^{mg},4$ pour 100 grammes à l'état sec.

Les *racines* que nous avons examinées (*racines comestibles*) contiennent du fluor et aussi du phosphore en proportions très variables : *Fluor :* carotte, $0^{mg},34$; navet, $2^{mg},02$; radis, 2^{mg}. *Phosphore :* radis, 769^{mg}; rave, 268^{mg}; toujours pour 100 grammes secs.

Les *fruits pulpeux* (partie comestible) sont moyennement riches en fluor: pêche, $3^{mg},93$; abricot, $2^{mg},50$; cerise, $3^{mg},70$; tomate, $4^{mg},06$. Leur richesse en phosphore est elle-même moyenne : pêche, 219^{mg}; abricot, 157^{mg}; cerise, 159^{mg}; pomme, 63^{mg} pour 100^{g} à l'état sec.

Dans un même fruit pulpeux, toujours à l'état sec, la pulpe est plus pauvre en fluor que la peau :

	Fluor pour 100^{g}.		Fluor pour 100^{g}.
	mg		mg
Pulpe de pomme......	0,21	Peau de pomme......	2,78
Pulpe de banane......	0,38	Peau de banane......	5,10

Par rapport aux parties comestibles, les quantités de phosphore augmentent aussi dans la peau ou l'épisperme des fruits et des graines.

Dans les *graines* les quantités de fluor sont moyennes et comparables à celles que l'on trouve dans les pulpes de fruits comestibles. En fait, dans les

graines que nous avons examinées, et quelle que soit leur famille végétale, les quantités de fluor sont assez peu variables comme le montrent les nombres suivants :

	Fluor pour 100g secs.
	mg
Farines de blé (suivant l'origine)...... 1mg,0 à	1,41
» de seigle...........................	0,60
» de sarrasin..........................	2,53
Orge..	2,20
Riz	0,94
Haricots blancs.............................	2,10
Lentilles...................................	1,80
Moutarde (graine)...........................	1,58
Cacao (décortiqué)..........................	1,78
Café (vert).................................	1,45

Les terrains granitiques favorisent l'enrichissement en fluor des farines de céréales.

L'épisperme du grain de blé (son) est très pauvre en fluor (0^{mg},42 à 0^{mg},68 pour 100^{g} de son), alors qu'il est très riche en phosphore (1080^{mg} à 1102^{mg}). Cette remarque, fort inattendue, mériterait d'être confirmée sur d'autres échantillons et pour d'autres céréales.

Les farines que fournissent ces graines sont généralement, comme la pulpe des fruits, d'une richesse modérée en phosphore (farine de blé 134^{mg} et 150^{mg} pour 100 grammes secs; farine de seigle, 176^{mg}; farine de riz, 108^{mg}).

Dans les graines des légumineuses, les quantités de phosphore sont élevées. Nous avons trouvé : lentilles, 500^{mg}; haricots, 530^{mg}, pour 100 grammes à l'état sec. On savait depuis longtemps que ces aliments sont très phosphorés.

Malgré les nombreuses données que fournissent ces recherches, nous n'avons pu distinguer jusqu'ici de groupe végétal où le fluor paraisse plus particulièrement nécessaire et abondant. C'est ce que montre le Tableau ci-dessus où les résultats sont groupés par familles naturelles. Il est vrai que nous avons dû ranger en chacune d'elles des organes végétaux très dissemblables : fruits, feuilles, tiges, racines, etc., qui, nous l'avons vu, ont, dans un même végétal, une teneur très différente en fluor.

Pour les divers organes d'une même plante, on ne saurait distinguer une loi simple qui lie les variations du fluor à celles du phosphore. Mais, comme chez les animaux, ces deux éléments croissent le plus souvent ou

diminuent ensemble. Toutefois, pour une même espèce de tissu, le rapport $\frac{P}{F}$ paraît plus variable dans la plante que chez l'animal. On remarquera aussi que ce rapport $\frac{P}{F}$, qui varie de 350 à 700 environ dans la plupart des tissus animaux à vie intense, est généralement très inférieur à ces chiffres dans les tissus végétaux, même dans ceux où la vie est la plus active.

Quoique très incomplets encore, les résultats de cette longue étude, qui nous a déjà occupés plusieurs années, paraissent avoir au moins l'intérêt de toutes les choses sur lesquelles on ne possédait auparavant aucune sorte d'indication.

Comme il est désirable que tout travail ait une conclusion pratique, malgré les embarras et les soucis de l'heure présente, nous examinons actuellement l'influence que peut exercer le fluor sur la culture des plantes utilisables.

PALÉONTOLOGIE. — *Les Cosmocératidés, histoire d'une famille d'Ammonites, d'après un Mémoire posthume de M. Robert Douvillé* (1). Note (2) de M. **Henri Douvillé**.

Les Ammonites qui constituent cette famille sont caractérisées par la présence de deux rangées de tubercules sur la région externe; les côtes, souvent interrompues sur la ligne siphonale, se correspondent toujours d'un côté à l'autre.

L'origine de la famille est obscure; peut-être faut-il la faire remonter à l'*Amm. Taylori* du Lias; dans tous les cas elle est largement représentée dès le Bajocien par les deux genres *Garantia* et *Strenoceras*. On a voulu quelquefois les rapprocher des *Parkinsonia*, abondants au même niveau, mais les analogies ne sont qu'apparentes et ne résistent pas à un examen approfondi : les tubercules externes manquent, les côtes sont alternes, et en outre les cloisons sont nettement différentes.

---

(1) L'auteur avait terminé le manuscrit et préparé les planches avant de partir pour le front où il a malheureusement trouvé la mort. Le Mémoire a été publié par le Service de la Carte géologique et par les soins de son père; il est accompagné de 24 planches en photogravure, d'après les photographies de l'auteur.

(2) Séance du 10 janvier 1916.

Les *Garantia* sont des formes lourdes probablement benthiques, tandis que les *Strenoceras* seraient néritiques; il ne peut être question d'une différence de sexe entre ces deux groupes, les languettes de l'ouverture, caractéristiques des mâles, ayant été signalées dans l'un et l'autre genre. Dans les *Garantia* les mâles paraissent présenter une évolution ontogénique plus rapide, ils sont tachygénétiques.

Les différentes espèces de *Garantia* sont caractérisées par la disposition des côtes, toutes bifurquées régulièrement (*G. Garanti* d'Orb.), ou plus raides et moins nombreuses (*G. bifurcata* Ziet.), ou polyfurquées avec large interruption ventrale (*G. baculata* Quenst.), ou fines et fasciculées dans *G. densicostata* Quenst. et *G. longovicienśis* Steinm.; cette dernière espèce se distingue par l'importance plus grande des côtes ombilicales. L'ornementation des *Garantia* à côtes fasciculées rappelle celle des *Kepplerites* du Callovien, mais comme les formes analogues manquent dans le Bathonien, il faut les considérer seulement comme des *variations prémonitoires*.

Les *Strenoceras* plus petits, plus ornés devaient habiter les rivages; les côtes sont toujours simples dans *St. niortense* d'Orb., quelquefois bifurquées dans *St. subfurcatum* Ziet.; elles se réunissent deux à deux aux tubercules externes dans *St. Bigoti* Brasil, disposition fréquente dans le Callovien, et qui apparaît ici pour la première fois. Le *St. prœcontrarium* (espèce nouvelle du Bajocien fondée sur un individu un peu irrégulier) présente aussi un caractère nouveau, le renversement en arrière des côtes externes, et ce caractère va être habituel dans les espèces suivantes du Bathonien :

St. contrarium d'Orb., *Haugi*, espèce nouvelle à enroulement plus rapide et ornementation moins régulière, *subcontrarium* Behr. ; cette dernière espèce riche en individus et en variétés (variété épineuse, var. *Termieri*, nov., à côtes non réfractées) dans le gisement de Vauvenargues. Enfin *St. Julii* d'Orb., caractérisé par l'apparition de tubercules ombilicaux.

Le genre *Kepplerites*, caractéristique du Callovien, rappelle l'ornementation des *Garantia* à côtes fasciculées, mais les tubercules externes disparaissent rapidement et la coquille s'arrondit dans le stade sénile : *K. Goweri* Sow. a des cotes ombilicales saillantes, terminées par un tubercule; celui-ci disparaît et l'ornementation est plus atténuée dans *K. Galilœi* Opp. ; elle s'atténue encore davantage dans *K. calloviensis* Sow., où les côtes ombilicales n'ont pas plus d'importance que les côtes externes.

Le genre *Cosmoceras* se distingue par sa forte ornementation ; les formes

anciennes du Callovien inférieur présentent de chaque côté trois séries de tubercules ombilicaux, latéraux et externes : dans *C. Elisabethæ* Pratt, forme anglaise représentée en France par *C. Couffoni* (nov. sp.) plusieurs côtes se réunissent à un même tubercule externe; *C. Jason* Rein. est une forme mince, probablement nageuse et dans laquelle l'ornementation s'atténue fréquemment de bonne heure par tachygenèse; *C. Grossouvrei*, nov. sp., est une espèce à tours épais, largement ombiliquée, à côtes flexueuses et à tubercules peu individualisés; *C. Castor* (Rein.) Nikitin présente des côtes peu nombreuses, simples ou bifurquées, aboutissant deux à deux à un même tubercule externe; dans la variété *Bizeti*, nov., les côtes sont épaisses et rejetées en arrière; *C. Pollux* (Rein.) Nikitin a des côtes simples et les tubercules externes sont transformés en épines. *C. Bigoti*, nov. sp., remplace *C. Jason*, dans la couche à *athleta*, c'est une forme lourde, benthique, à cloison plus découpée et à lobes plus profonds, tandis que cette dernière espèce était nageuse ou nectique; en outre plusieurs côtes convergent vers un même tubercule externe.

Le *C. Proniæ* Teiss., du même niveau se rapproche beaucoup de l'espèce précédente par sa variété *crassa*.

Les *C. ornatum* Schl. et *Duncani* Sow. se distinguent des espèces précédentes par la disparition des tubercules ombilicaux; dans le jeune âge il est difficile de les différencier. Dans l'adulte le *C. ornatum* est à tours étroits et ombilic large, les tubercules latéraux sont bien développés et persistent longtemps, les tours prennent une section arrondie, les côtes traversent la région siphonale et les tubercules externes ne disparaissent que dans le stade sénile.

Les *C. Duncani* de la zone à *athleta* se rapprochent beaucoup de l'espèce précédente, mais les différences s'accentuent rapidement, les tours deviennent plus larges et l'ombilic plus étroit, les tubercules latéraux disparaissent de bonne heure et la forme générale s'aplatit de plus en plus.

M. R. Douvillé signale enfin deux espèces rares du même niveau, *C. spoliatum* Roll., forme tachygénétique presque dépourvue de tubercules et *C. pollucinum* Teiss., reproduisant presque la forme du *C. Pollux*.

Les cloisons de ces espèces ont été dessinées avec grand soin, toutes les fois que l'état de conservation des échantillons l'a permis.

En résumé, M. R. Douvillé fait observer :

1° Qu'il existe une ressemblance indéniable dans l'ornementation de tous les genres qui constituent cette famille.

2° Qu'il y a eu à différents moments réapparition de types antérieurs;

l'identité n'est pas complète, mais les analogies sont suffisantes pour attribuer ces formes successives à une même tendance intérieure à varier dans un sens déterminé.

On peut ainsi citer les analogies entre certains *Garantia* et les *Kepplerites*, entre les *Strenoceras* et les *Cosmoceras*; le *Str. Julii* du Bathonien présente les tubercules ombilicaux qui ne réapparaîtront que dans les *Cosmoceras* du Callovien.

« Cette tendance à varier dans un sens déterminé, qui se manifeste ainsi par des *variations prémonitoires* et par des *retours ataviques*, est ce qui constitue l'individualité de la famille, c'est son originalité propre. »

En présentant à l'Académie le Mémoire que M. Maurice Lugeon, professeur de Géologie à l'Université de Lausanne, vient de faire paraître dans les *Matériaux pour la Carte géologique de la Suisse*, M. **Pierre Termier** s'exprime en ces termes :

« Lorsque parut en 1910, sous la signature de M. Maurice Lugeon, la Carte géologique spéciale, à l'échelle du $\frac{1}{50000}$, des Hautes Alpes calcaires entre la Lizerne et la Kander, j'eus l'honneur d'offrir à l'Académie, au nom de l'auteur, un exemplaire de cette Carte admirable et d'appeler sur l'œuvre de M. Lugeon l'attention de mes Confrères.

» Le Mémoire que M. Lugeon offre aujourd'hui, par mon intermédiaire, à notre Bibliothèque, est le premier fascicule de l'Explication qui doit accompagner la Carte. Ce fascicule forme la 30e livraison (nouvelle série) des *Matériaux pour la Carte géologique de la Suisse*, publiés par la Commission géologique de la Société helvétique des Sciences. Il est intitulé : *Les Hautes Alpes calcaires entre la Lizerne et la Kander* (*Wildhorn, Wildstrubel, Balmhorn et Torrenthorn*) et comprend 8 planches en couleurs et 61 clichés dans le texte.

» La région dont il s'agit est une des plus curieuses et des plus compliquées des Alpes. Elle est formée par l'accumulation de trois nappes que M. Lugeon a distinguées dès 1902 et qu'il a nommées *nappes helvétiques*. Ces nappes, où les faciès des terrains diffèrent, ne sont, en somme, que d'immenses replis superposés, affectant la couverture sédimentaire du massif cristallin de l'Aar, et s'enfonçant, au Nord, sous les nappes des Préalpes, dont l'origine est au sud du même massif. Toute la synthèse de ce fragment de l'immense chaîne a été donnée par M. Lugeon en 1902; et peu de travaux ont eu, sur le développement de la Géologie alpine, une

plus grande influence que son Mémoire de 1902 sur les grandes nappes de recouvrement des Alpes suisses. Mais, après avoir vu l'ensemble et promulgué la synthèse, il fallait descendre dans le détail, corriger les cartes existantes, analyser patiemment les phénomènes, accumuler les preuves en faveur de la nouvelle théorie que beaucoup de géologues trouvaient trop audacieuse. C'est à quoi s'est employé M. Lugeon ; et son œuvre analytique ne mérite pas moins que son œuvre synthétique de retenir notre admiration.

» Je ne crois pas qu'il soit possible de pousser plus loin l'observation géologique et la représentation, par le dessin, des phénomènes observés. M. Lugeon, qui aime passionnément la montagne, excelle à la reproduire dans des croquis où le charme des hauts paysages s'unit à la clarté de l'interprétation tectonique. Géologue autant qu'on peut l'être, et, avec cela, profondément artiste, il a le secret de choisir les points de vue et, quand il a fait choix du tableau à peindre, le secret plus subtil de se borner aux traits essentiels et de mettre en relief les phénomènes principaux. On reconnaît le paysage et l'on en comprend la signification géologique. Avec lui, la montagne reste belle et la structure en paraît presque simple.

» Les dix coupes en couleurs par lesquelles se termine l'atlas des planches, ainsi préparées par un nombre immense d'observations qui s'enchaînent et se vérifient, ne renferment plus qu'une faible part d'hypothèse. Les contournements et les superpositions qu'elles nous offrent, si extraordinaires soient-ils, sont presque tous nécessités par les croquis précédents. Aucun monument de cette taille n'avait encore été élevé à la gloire des nouvelles théories tectoniques ; et, en dehors des bassins houillers où s'exerce depuis longtemps l'activité humaine, aucune région de l'écorce terrestre n'est connue aussi bien, ni aussi profondément, que ces montagnes entre la Lizerne et la Kander, depuis que M. Lugeon nous les a cartographiées, dessinées et décrites. »

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la formation d'une liste de deux candidats qui sera présentée à M. le Ministre de l'Instruction publique pour une place de Membre titulaire vacante dans la Section d'Astronomie du *Bureau des Longitudes*.

Au premier tour de scrutin, destiné à la désignation du candidat de première ligne, le nombre de votants étant 35,

M. Maurice Hamy obtient....... 33 suffrages
M. Pierre Puiseux » .... 2 »

Au second tour de scrutin, destiné à la désignation du candidat de seconde ligne, le nombre des votants étant 34,

M. Pierre Puiseux obtient....... 33 suffrages
M. Renaud » .... 1 suffrage

En conséquence, la liste qui sera présentée à M. le Ministre de l'Instruction publique comprendra :

En première ligne........ M. **Maurice Hamy**
En seconde ligne......... M. **Pierre Puiseux**

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la formation d'une liste de deux candidats qui sera présentée à M. le Ministre de l'Instruction publique pour une place de Membre titulaire vacante dans la Section de Marine du *Bureau des Longitudes*.

Au premier tour de scrutin, destiné à la désignation du candidat de première ligne, le nombre de votants étant 33,

M. Renaud obtient............ 31 suffrages
M. Arago » .... 2 »

Au second tour de scrutin, destiné à la désignation du candidat de seconde ligne, le nombre de votants étant 31,

M. Arago obtient............ 30 suffrages

Il y a 1 bulletin blanc.

En conséquence, la liste qui sera présentée à M. le Ministre de l'Instruction publique, comprendra :

En première ligne.............. M. **Renaud**
En seconde ligne............... M. **Arago**

CORRESPONDANCE.

M[me] veuve L.-E. Merlin adresse des remercîments pour la distinction que l'Académie a accordée aux travaux de son fils, M. **Jean Merlin**, mort au champ d'honneur.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur des solutions de certaines équations intégrales linéaires de troisième espèce considérées comme limites d'équations de deuxième espèce.* Note de M. **Ch. Platrier**, présentée par M. Émile Picard.

1° Soient trois nombres, α négatif, β positif, p positif entier et deux fonctions $\psi(x)$ et $K(x, y)$ holomorphes pour $\alpha \leqq x \leqq \beta$ et $\alpha \leqq y \leqq \beta$. Considérons l'équation de seconde espèce en $\varphi(x)$:

$$(1) \qquad x^p \varphi(x) = \psi(x) + \lambda \int K(x, y)\, \varphi(y)\, dy,$$

où l'intégrale est prise dans le champ $I(\varepsilon, \eta)$ qui comprend les deux intervalles α à $-\varepsilon$ et η à β, ε et η désignant deux quantités positives très petites.

L'équation (1) admet, en général, une solution unique

$$(2) \qquad \varphi(x) = \frac{\alpha_p}{x^p} + \frac{\alpha_{-p1}}{x^{p-1}} + \ldots + \frac{\alpha_1}{x} + \zeta(x),$$

$\zeta(x)$ désignant une fonction holomorphe de x pour $\alpha \leqq x \leqq \beta$ et les α des fonctions méromorphes de λ que nous calculerons tout d'abord.

Nous ferons ensuite tendre ε et η vers zéro de telle sorte que $\log \frac{\varepsilon}{\eta}$ tende vers une constante C et nous établirons : 1° que $\varphi(x)$ *tend vers une fonction méromorphe en* λ *qui dépend homographiquement du paramètre* C, résultat déjà obtenu par une autre voie (voir Ch. Platrier, *Journal de Mathématiques*, 6e série, t. 9, 3e fasc., 1913); 2° que *toutes les quantités* α *sauf* α_1 *tendent identiquement vers zéro.*

2° Sauf indication contraire, nous supposerons, dans ce qui suit, que les intégrations s'étendent au champ $I(\varepsilon, \eta)$. Ceci posé, remplaçons dans (1) la fonction $\varphi(x)$ par son expression (2) et écrivons que $\zeta(x)$ est holomorphe pour $x = 0$. Nous établirons ainsi l'équivalence entre l'équation (1) et le système

$$\zeta(x) = f(x) + \lambda \int H(x, y) \zeta(y)\, dy; \tag{3}$$

$$A_\theta + \lambda \int B_\theta(y) f(y)\, dy = 0. \quad (\theta = 0, 1, 2, \ldots, \overline{p-1}). \tag{4}$$

Cela par des raisonnements déjà exposés (voir Ch. Platrier, *Comptes rendus*, 1913, t. 156, p. 1825, et t. 157, p. 28) et après avoir défini les quantités $f(x)$, $H(x, y)$, A_θ et $B_\theta(y)$ par les égalités suivantes :

$$\psi(x) = x^p \chi(x) + \sum_{\varpi=0}^{\varpi=p-1} a_\varpi x^\varpi;$$

$$h_\theta(x) = \int \frac{K(x, y)}{y^\theta}\, dy = x^p k_\theta(x) + \sum_{\varpi=0}^{\varpi=p-1} \beta_\varpi^{(\theta)} x^\varpi;$$

$$f(x) = \chi(x) + \lambda \sum_{\varpi=1}^{\varpi=p} \alpha_\varpi k_\varpi(x);$$

$$K(x, y) = x^p H(x, y) + \sum_{\varpi=0}^{\varpi=p-1} b_\varpi(y) x^\varpi;$$

$$A_\theta = a_\theta - \alpha_{p-\theta} + \lambda \sum_{\varpi=1}^{\varpi=p} \alpha_\varpi \beta_\theta^{(\varpi)};$$

$$B_\theta(y) = b_\theta(y) + \lambda \int b_\theta(x)\, \mathcal{H}(x, y, \lambda)\, dx.$$

$\mathcal{H}(x, y, \lambda)$ désignant la résolvante de Fredholm relative au noyau $H(x, y)$ au paramètre λ et au champ $I(\varepsilon, \eta)$. Le système linéaire (4) en $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_p$ permet de calculer ces fonctions de λ.

3° Désignons par $X_q(x, y)$, $Y_q(x, y)$, $Z_q(x, y)$ les coefficients de x^q, y^q, $x^q y^q$ dans $K(x, y)$ et mettons en évidence les quantités $U_\varpi = \int \frac{dy}{y^\varpi}$ dans le système (4). Il s'explicitera ainsi

$$a_\theta + \lambda \int B_\theta(y) \chi(y)\, dy - \alpha_{p-\theta} + \lambda \sum_{q=1}^{q=p} \alpha_q D_q^\theta = 0 \qquad (\theta = 0, 1, 2, \ldots, \overline{p-1}) \tag{5}$$

avec

(6) $$D_q^{(\theta)} = \frac{1}{\theta!} \int \left[\frac{\partial^\theta Y_q(x, y)}{\partial x^\theta} \right]_{x=0} dy + \int\int B_0(x) Z_q(x, y)\, dx\, dy + \sum_{\varpi=1}^{\varpi=q} \frac{1}{q-\varpi!} U_\varpi E_q^{(\theta)}(\varpi)$$

et

(7) $$E_q^{(\theta)}(\varpi) = \frac{1}{\theta!} \left[\frac{\partial^{\theta+q-\varpi} K(x, y)}{\partial x^\theta \partial y^{q-\varpi}} \right]_{\substack{x=0\\y=0}} + \int B_0(x) \left[\frac{\partial^{q-\varpi} X_q(x, y)}{\partial y^{q-\varpi}} \right]_{y=0} dx.$$

Comme U_ϖ est de degré $\varpi - 1$ en $\frac{1}{\varepsilon}$ et $\frac{1}{\eta}$, le système d'équations (5) donne pour les quantités α des quotients de deux quantités de degré maximum $1 + 2 + \ldots + \overline{p-1}$ en $\frac{1}{\varepsilon}$ et $\frac{1}{\eta}$, le dénominateur commun et le numérateur de α_1 étant effectivement de degré $\frac{p(p-1)}{2}$, les autres numérateurs étant de degré inférieur; de plus, le coefficient du terme de degré $\frac{p(p-1)}{2}$ du dénominateur est de la forme $\mu + \nu \log \frac{\varepsilon}{\eta}$, μ et ν désignant deux facteurs méromorphes en λ à limites déterminées quand ε et η tendent vers zéro. Si donc, dans cette dernière hypothèse, $\log \frac{\varepsilon}{\eta}$ tend vers C, les quantités $\alpha_2, \alpha_3, \ldots, \alpha_p$ tendent identiquement vers zéro et α_1 tend vers une quantité de la forme $\frac{P}{M + CN}$, M, N, P désignant trois fonctions méromorphes de λ bien déterminées. D'autre part, en vertu de (3), $\zeta(x)$ tend vers une fonction homographique en C et méromorphe en λ

(8) $$\zeta(x) = \chi(x) + \lambda \int_\alpha^\beta \mathcal{H}(x, y, \lambda) \chi(y)\, dy + \frac{\lambda P}{M + CN} \left[k(x) + \lambda \int_\alpha^\beta \mathcal{H}(x, y, \lambda) k(y)\, dy \right],$$

$\mathcal{H}(x, y, \lambda)$ désignant la résolvante de Fredholm relative au noyau holomorphe $H(x, y)$ au paramètre λ et au champ $(\alpha - \beta)$; $k(x)$ désignant la limite linéaire en C de la fonction $k_1(x)$ définie ci-dessus.

L'expression (2) de $\varphi(x)$ montre alors que sa limite, *solution au sens indiqué par M. E. Picard* (voir E. Picard, *Annales de l'École Normale supérieure*, 1911) *de l'équation intégrale linéaire de troisième espèce*

$$x^p \varphi(x) = \psi(x) + \lambda \int_\alpha^\beta K(x, y) \varphi(y)\, dy,$$

est une fonction homographique en C, *méromorphe en* λ *et* x *et admettant comme seul pôle en* x *le pôle simple* $x = 0$. C. Q. F. D.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une classe de polynomes à une variable.* Note de M. ANGELESCO, présentée par M. Appell.

1. Démontrons qu'il existe un polynome $P_n(x)$ de degré sn en x, et un seul, satisfaisant aux sn conditions

$$(1)\quad \begin{cases} \displaystyle\int_{\alpha_1}^{\beta_1} \varphi_1(x) P_n(x) x^i\,dx = 0, \\ \displaystyle\int_{\alpha_2}^{\beta_2} \varphi_2(x) P_n(x) x^i\,dx = 0, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots, \\ \displaystyle\int_{\alpha_s}^{\beta_s} \varphi_s(x) P_n(x) x^i\,dx = 0 \\ (i = 0, 1, 2, \dots, n-1), \end{cases}$$

les fonctions $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(x)$, ..., $\varphi_s(x)$ conservant des *signes constants*, pour x respectivement dans les intervalles (α_1, β_1), (α_2, β_2), ..., (α_s, β_s), et tous ces intervalles n'ayant *aucun élément commun*. Le cas $s = 1$ est connu et nous donne pour $P_n(x)$ un polynome de degré n en x qu'on appelle *polynome de Legendre généralisé*. Dans le cas général que nous considérons, les conditions (1) nous fournissent sn équations linéaires et homogènes du premier degré, qui nous donnent les $sn + 1$ coefficients du polynome $P_n(x)$ à un même facteur constant près. Si un polynome P, d'un degré *quelconque* en x, satisfait aux n conditions

$$\int_{\alpha_\gamma}^{\beta_\gamma} \varphi_\gamma(x)\, P x^i\,dx = 0 \qquad (i = 0, 1, 2, \dots, n-1),$$

il est facile de voir que ce polynome P change au moins n fois de signe dans l'intervalle $(\alpha_\gamma, \beta_\gamma)$; donc l'équation $P = 0$ a au moins n racines réelles et distinctes dans cet intervalle. Ceci nous prouve que l'équation $P_n(x) = 0$ a toutes ses racines réelles et distinctes, n par n dans chaque intervalle (α_1, β_1), (α_2, β_2), ..., (α_s, β_s).

Ces considérations nous permettent aussi de voir qu'il ne peut y avoir d'autre polynome de degré sn satisfaisant aux conditions (1), car si $P'_n(x)$ était un tel polynome, le polynome $P_n(x) + \lambda P'_n(x)$ satisferait aussi aux conditions (1); en choisissant alors λ de manière à annuler le terme du plus haut degré dans ce polynome, on arriverait au résultat absurde, qu'un

polynome d'un degré moindre que sn change au moins s fois de signe entre deux limites de la variable.

2. Désignons par $X_m^\gamma(x)$ le polynome de Legendre généralisé, de degré m, qui satisfait aux m conditions

$$\int_{\alpha_\gamma}^{\beta_\gamma} \varphi_\gamma(x) X_m^\gamma(x) x^i \, dx = 0 \qquad (i = 0, 1, 2, \ldots, m-1).$$

On a évidemment s égalités de la forme

$$\begin{aligned}
P_n(x) &= X_{ns}^1(x) + \alpha_1^1 X_{ns-1}^1(x) + \alpha_2^1 X_{ns-2}^1(x) + \ldots + \alpha_{ns-n}^1 X_n^1(x),\\
P_n(x) &= X_{ns}^2(x) + \alpha_1^2 X_{ns-1}^2(x) + \alpha_2^2 X_{ns-2}^2(x) + \ldots + \alpha_{ns-n}^2 X_n^2(x),\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,\\
P_n(x) &= X_{ns}^s(x) + \alpha_1^s X_{ns-1}^s(x) + \alpha_2^s X_{ns-2}^s(x) + \ldots + \alpha_{ns-n}^s X_n^s(x).
\end{aligned}$$

En éliminant entre ces inégalités $P_n(x)$, on trouve $s-1$ polynomes de degré $ns-1$ qui doivent être identiquement nuls; d'où l'on déduit les $ns(s-1)$ équations linéaires du premier degré qui nous permettront de déterminer les $ns(s-1)$ constantes α_μ^ν. Donc le polynome $P_n(x)$ pourra être déterminé lorsque l'on connaît les polynomes de Legendre généralisés $X_m^\gamma(x)$ correspondants.

3. Proposons-nous de déterminer le polynome le plus général $\Phi(x)$, de degré sn en x, tel que les développements suivant les puissances descendantes de la variable des s fonctions

$$\Phi(x)\int_{\alpha_1}^{\beta_1} \frac{\varphi_1(z)}{x-z}dz, \qquad \Phi(x)\int_{\alpha_2}^{\beta_2} \frac{\varphi_2(z)}{x-z}dz, \qquad \ldots, \qquad \Phi(x)\int_{\alpha_s}^{\beta_s} \frac{\varphi_s(z)}{x-z}dz$$

ne contiennent aucune des puissances

$$\frac{1}{x}, \quad \frac{1}{x^2}, \quad \ldots, \quad \frac{1}{x^n}.$$

On trouve que le polynome $\Phi(x)$ cherché est celui qui satisfait aux conditions (1). $\Phi(x)$ est donc précisément le polynome $P_n(x)$.

Posons

$$\Phi_i(x) = \int_{\alpha_i}^{\beta_i} \varphi_i(z) \frac{P_n(x) - P_n(z)}{x-z} dz.$$

Les fractions rationnelles de même dénominateur

$$\frac{\Phi_1(x)}{P_n(x)}, \quad \frac{\Phi_2(x)}{P_n(x)}, \quad \ldots, \quad \frac{\Phi_s(x)}{P_n(x)}$$

représentent respectivement les intégrales

$$\int_{\alpha_1}^{\beta_1} \frac{\varphi_1(z)}{x-z}\,dz, \quad \int_{\alpha_2}^{\beta_2} \frac{\varphi_2(z)}{x-z}\,dz, \quad \ldots, \quad \int_{\alpha_s}^{\beta_s} \frac{\varphi_s(z)}{x-z}\,dz,$$

aux termes près de l'ordre $\frac{1}{x^{sn+n+1}}$. Un exemple de ce mode d'approximations simultanées de plusieurs fonctions est donné par Hermite dans son Mémoire [1] : *Sur quelques équations différentielles linéaires.*

4. Pour donner un exemple de polynome $P_n(x)$, considérons le cas particulier

$$\varphi_1(x) = \varphi_2(x) = \ldots = \varphi_s(x) = (x-a_0)^{-\mu_0}(x-a_1)^{-\mu_1}\ldots(x-a_s)^{-\mu_s},$$
$$\alpha_1 = a_0, \quad \alpha_2 = a_1, \quad \ldots, \quad \alpha_s = a_{s-1},$$
$$\beta_1 = a_1, \quad \beta_2 = a_2, \quad \ldots, \quad \beta_s = a_s,$$

où l'on suppose

$$\mu_0 < 1, \quad \mu_1 < 1, \quad \ldots, \quad \mu_s < 1 \quad \text{et} \quad a_0 < a_1 < \ldots < a_s.$$

On voit alors facilement que le polynome $P_n(x)$ correspondant sera le polynome

$$(x-a_0)^{\mu_0}(x-a_1)^{\mu_1}\ldots(x-a_s)^{\mu_s} \frac{d^n (x-a_0)^{n-\mu_0}(x-a_1)^{n-\mu_1}\ldots(x-a_s)^{n-\mu_s}}{dx^n}.$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la convergence des séries trigonométriques conjuguées.* Note de M. J. **Priwaloff**, présentée par M. Émile Picard.

M. S. Bernstein a démontré l'inégalité remarquable :

Si une somme trigonométrique d'ordre n au plus

$$S_n(x) = a_0 + \sum_{k=1}^{n} (a_k \cos kx + b_k \sin kx) = a_0 + \sum_{k=1}^{n} A_k(x)$$

est $\leqq$ M en valeur absolue sur le segment $0 \leqq x \leqq 2\pi$, on a

$$|S'_n(x)| = \left| \sum_{k=1}^{n} k(-a_k \sin kx + b_k \cos kx) \right| = \left| \sum_{k=1}^{n} k\bar{A}_k(x) \right| \leqq n\mathrm{M}$$

sur ce même segment [2].

---

[1] *Œuvres de Charles Hermite*, t. 3, p. 197.

[2] Mémoires couronnés par l'Académie de Belgique, 1911.

Je commence par généraliser la proposition ci-dessus, en démontrant l'inégalité suivante : *Soit*

$$S_n(x) = a_0 + \sum_{k=1}^{n} A_k(x)$$

une somme trigonométrique d'ordre n au plus, $\leqq M$ *en valeur absolue sur un segment quelconque* (a, b); *en prenant un segment* (a', b') *intérieur à* (a, b), *de longueur aussi voisine de* $(b-a)$ *qu'on voudra, il existe toujours une constante positive* C [*dépendant seulement de* (a', b')], *telle qu'on ait*

$$|S'_n(x)| = \left|\sum_{k=1}^{n} k\overline{A}_k(x)\right| < MCn$$

sur le segment (a', b').

En utilisant les inégalités de M. S. Bernstein, après quelques calculs nous démontrons d'abord notre proposition pour les sommes trigonométriques non complètes (des cosinus ou des sinus), en prenant un segment quelconque $(-h, +h)$.

Pour démontrer l'inégalité ci-dessus, faisons la substitution

$$x = \xi + x', \qquad \text{où} \qquad \xi = \frac{a+b}{2}.$$

Cela nous donne

$$a_0 + \sum_{k=1}^{r} A_k(x) = a_0 + \sum_{k=1}^{n} [A_k(\xi)\cos kx' - \overline{A}_k(\xi)\sin kx'];$$

par condition

$$\left| a_0 + \sum_{k=1}^{n} [A_k(\xi)\cos kx' - \overline{A}_k(\xi)\sin kx'] \right| \leqq M,$$

sur le segment $(-h, h)$, où $h = \frac{b-a}{2}$.

On voit bien que

$$\left| a_0 + \sum_{k=1}^{n} A_k(\xi)\cos kx' \right| \leqq M \qquad \text{et} \qquad \left| \sum_{k=1}^{n} \overline{A}_k(\xi)\sin kx' \right| \leqq M$$

sur $(-h, +k)$.

Donc, en vertu du précédent, en désignant par $(-h', h')$ un segment intérieur à $(-h, h)$, de longueur aussi voisine de $2h$ qu'on voudra, il existe deux constantes positives C′ et C″ [dépendant seulement de $(-h', +h')$]

telles qu'on ait les inégalités

$$\left|\sum_{k=1}^{n} k\mathrm{A}_k(\xi)\sin kx'\right| < \mathrm{MC}'n \qquad \text{et} \qquad \left|\sum_{k=1}^{n} k\overline{\mathrm{A}}_k(\xi)\cos kx'\right| < \mathrm{MC}''n$$

sur $(-h', h')$.

En faisant l'addition, nous en déduisons

$$\left|\sum_{k=1}^{n} k\left[\mathrm{A}_k(\xi)\sin kx' + \overline{\mathrm{A}}_k(\xi)\cos kx'\right]\right| < \mathrm{M}(\mathrm{C}'+\mathrm{C}'')n = \mathrm{MC}n$$

sur $(-h', h')$.

En revenant de x' à x nous aurons l'inégalité cherchée.

D'après le théorème bien connu de M. Borel sur les systèmes d'intervalles, il résulte de l'inégalité ci-dessus la proposition plus générale :

Si dans l'ensemble parfait $\mathfrak{P}$ *de mesure* $p(p>0)$ *une somme trigonométrique d'ordre n au plus*

$$\mathrm{S}_n(x) = a_0 + \sum_{k=1}^{n} \mathrm{A}_k(x)$$

est $\leqq \mathrm{M}$ *en valeur absolue, il existe toujours un ensemble parfait* $\mathfrak{P}_1$ *(une partie de* $\mathfrak{P}$*) de mesure aussi voisine de p qu'on voudra et une constante positive* C *(dépendant seulement de* $\mathfrak{P}_1$*) telles qu'on ait l'inégalité*

$$|\mathrm{S}'_n(x)| = \left|\sum_{k=1}^{n} k\mathrm{A}_k(x)\right| < \mathrm{MC}n$$

dans l'ensemble $\mathfrak{P}_1$.

En utilisant l'inégalité de M. S. Bernstein, M. Fejer a démontré le résultat suivant [1] :

Si la série trigonométrique

$$a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos nx + b_n\sin nx) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}\mathrm{A}_n(x)$$

est convergente uniformément sur le segment $0 \leqq x \leqq 2\pi$, la série conjuguée

$$c + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n\sin nx - b_n\cos nx) = c + \sum_{n=1}^{\infty}\overline{\mathrm{A}}_n(x)$$

est convergente *presque partout* sur ce même segment.

---

[1] *Journ. für Math.*, t. 144.

En utilisant l'inégalité généralisée, nous pouvons démontrer la proposition beaucoup plus générale :

Si la série trigonométrique de Fourier d'une fonction à carré sommable

$$a_0 + \sum_{n=1} A_n(x)$$

est convergente dans l'ensemble $\mathfrak{M}$ *de mesure m, m > 0, la série conjuguée*

$$c + \sum_{n=1}^{\infty} \overline{A}_n(x)$$

est convergente presque partout dans $\mathfrak{M}$.

En désignant par $s_n(x)$ la somme des $n+1$ premiers termes de la série donnée, par $\sigma_n(x)$, $\Sigma_n(x)$ les sommes simples et la moyenne arithmétique de la série conjuguée, nous avons l'identité de M. Fejer [1]

$$\text{(A)} \qquad \Sigma_n(x) = \sigma_n(x) + \frac{s'_n(x)}{n+1}.$$

Il résulte du théorème démontré par M. Egoroff [2] que la série donnée est convergente uniformément dans un ensemble parfait $\mathfrak{P}$ de mesure aussi voisine de m qu'on voudra.

Donc, à chaque t il correspond un nombre n_0 tel qu'on ait dans $\mathfrak{P}$

$$|s_n(x) - s_{n_0}(x)| < t \qquad \text{pour} \qquad n > n_0.$$

En vertu de la formule (A), nous avons

$$|\Sigma_n(x) - \sigma_n(x)| \leqq \frac{|s'_{n_0}(x)|}{n+1} + \frac{|[s_n(x) - s_{n_0}(x)]'|}{n+1}.$$

En choisissant n suffisamment grand pour qu'on ait $\left|\frac{s'_{n_0}(x)}{n+1}\right| < t$ et en appliquant l'inégalité démontrée, il en résulte

$$|\Sigma_n(x) - \sigma_n(x)| < t + Ct = (1 + C)t$$

dans l'ensemble $\mathfrak{P}_1$, lorsque n est suffisamment grand. Cela prouve que $\sigma_n(x)$ converge en chaque point de $\mathfrak{P}_1$ où $\Sigma_n(x)$ est convergente. Donc $\sigma_n(x)$ converge presque partout dans $\mathfrak{M}$, la série conjuguée étant une série de Fourier d'une fonction à carré sommable. C. Q. F. D.

---

(1) *Journ. für Math.*, t. 144.

(2) *Comptes rendus*, t. 152, 1911, p. 244.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la formation de bases pyridiques et isoquinoléiques à partir de la caséine.* Note de MM. **Amé Pictet** et **Tsan Quo Chou**, présentée par M. Armand Gautier.

La question de la genèse des alcaloïdes dans les plantes est loin d'être résolue. On tend cependant de plus en plus à voir dans ces composés, non point des produits d'assimilation, représentant une étape dans l'édification des matières albuminoïdes, mais au contraire des produits de déchet résultant de la désagrégation de ces mêmes matières.

La principale objection qu'on ait faite à cette interprétation est que la molécule d'un grand nombre d'alcaloïdes contient certains groupements atomiques, et en particulier le noyau de la pyridine (ou le double noyau de la quinoléine ou de l'isoquinoléine) qui n'existent pas dans la molécule des albumines.

L'un de nous ([1]) a cherché à répondre à cette objection en émettant l'hypothèse que ce noyau pyridique se forme après coup, grâce à des condensations qui interviendraient entre les produits primordiaux de la décomposition des albumines et d'autres substances coexistant dans les tissus végétaux et dont la principale serait l'*aldéhyde formique* continuellement engendrée dans les feuilles. Ces condensations donneraient naissance au nouveau noyau, soit par élargissement du noyau pyrrolique des albumines, soit par cyclisation de chaînes azotées ouvertes.

Il nous a paru intéressant de rechercher si ces phénomènes pourraient être reproduits en dehors de la plante vivante; en d'autres termes si, en hydrolysant *in vitro* une albumine en présence d'aldéhyde formique, on obtiendrait des substances basiques renfermant dans leur molécule le noyau de la pyridine et se rapprochant en cela des alcaloïdes naturels.

Nous avons, dans ce but, chauffé au bain-marie, pendant environ 6 heures, 50^g de caséine avec 150^g d'acide chlorhydrique (densité 1,19), et pendant toute la durée de l'opération, nous avons fait tomber goutte à goutte dans le mélange 25^g de méthylal. On sait que le méthylal est décomposé par les acides minéraux en aldéhyde formique et alcool méthylique. L'hydrolyse de la caséine s'effectuait donc en présence d'une source permanente d'aldéhyde formique.

Le produit de la réaction est très complexe; il nous aurait fallu beaucoup de temps

---

([1]) A. Pictet, *Archives des Sciences physiques et naturelles*, t. 19, p. 329, et Conférence à la Société chimique de France, 2 juin 1906.

et de travail pour en séparer et en caractériser tous les constituants. Nous avons été au plus pressé qui était d'y constater la présence de composés à noyaux pyridiques. Pour cela, après avoir réuni les solutions acides provenant de plusieurs opérations, nous les avons évaporées à sec, nous avons mélangé le résidu avec trois fois son poids de chaux vive, puis soumis le tout à la distillation dans une cornue de cuivre. Ce traitement devait éliminer certains groupes d'atomes (carboxyles, hydroxyles, chaînes latérales), mais laisser intacts les noyaux des molécules.

Le produit de cette distillation est une huile jaunâtre, dont le poids s'élève à 9 pour 100 de celui de la caséine mise en œuvre. Cette huile se dissout presque entièrement dans l'acide chlorhydrique étendu. On constate, dans la solution, la présence de bases primaires, secondaires et tertiaires. Ces dernières nous intéressant plus particulièrement, nous les avons débarrassées des autres par un traitement au nitrite de soude, puis, après les avoir remises en liberté, nous les avons soumises à la distillation fractionnée. Elles passent de 70° à 300°, en ne laissant qu'un résidu insignifiant.

Des différentes fractions ainsi obtenues nous avons isolé les bases suivantes, dont nous avons pu caractériser quelques-unes par leurs propriétés et les points de fusion de leurs sels :

1. *Pyridine*, C^5H^5N (en faible quantité). Point de fusion du picrate 165°-166°.

2. 2.6-*diméthylpyridine*, C^7H^9N. Points de fusion du picrate 168°, du chloromercurate 188°, du chloraurate 124°.

3. Une seconde base de même formule C^7H^9N, décolorant le permanganate à froid et donnant de fort beaux sels, à points de fusion élevés : picrate 238°, chloraurate 225°, chloromercurate 235°, chloroplatinate 285°. Nous n'avons pu déterminer sa constitution.

4. *Isoquinoléine*, C^9H^7N (50 pour 100 du mélange basique). Point de fusion 24°, point d'ébullition 240°. Points de fusion du picrate 223°, du sulfate 205°-206°.

5. 4-*méthylisoquinoléine*, $C^{10}H^9N$. Point d'ébullition 255°-257°. Points de fusion du picrate 193°, du chloroplatinate 255°.

6. Une base $C^{11}H^{11}N$ (probablement une éthylisoquinoléine ou une diméthylisoquinoléine). Picrate fusible à 240°, chloraurate vers 195°, chloroplatinate au-dessus de 300°.

7. Une base $C^{12}H^{13}N$. Point de fusion du picrate 185°.

Chose curieuse, il ne nous a pas été possible de déceler dans le mélange des bases la moindre trace de quinoléine.

Il va de soi que nous avons effectué une expérience en tout semblable à la précédente, mais *sans addition de méthylal;* elle ne nous a fourni aucune des bases énumérées plus haut.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la nitration de l'acide phénylpropiolique.* Note de M. S. REICH, présentée par M. Armand Gautier.

Les trois acides nitro-phénylpropiliques isomériques,

$$C^6H^4 \begin{cases} C \equiv C.COOH \\ NO^2 \end{cases},$$

sont connus; ils ont été préparés par déshydrogénation des acides nitrocinnamiques

$$C^6H^4 \begin{cases} CH = CH.COOH \\ NO^2 \end{cases},$$

mais la nitration directe de l'acide phénylpropiolique n'a pas encore été effectuée. J'ai étudié cette réaction afin de savoir si le groupe $C \equiv C.COOH$ oriente un nouveau substituant dans la position *méta* (comme le font les groupes COOH, CHO, NO^2, CN, SO^3H) ou dans les positions *para* et *ortho* (ainsi que le font les groupes OH, NH^2, CH^3, $CH^2.COOH$).

J'ai constaté que l'acide phénylpropiolique peut être nitré sans qu'il y ait oxydation de la chaîne latérale, si l'on procède comme suit :

On refroidit, à $-20°$, 3^{cm^3} d'acide nitrique (densité 1,5) exempt de vapeurs nitreuses, et l'on y introduit par petites portions $0^g,1$ d'acide phénylpropiolique; on maintient la solution pendant 5 à 10 minutes à la température indiquée, puis on la verse sur de la glace pilée; il se dépose une poudre blanche, qu'on jette sur un filtre et qu'on lave à l'eau. Après cristallisation dans l'alcool étendu, on obtient de fines aiguilles incolores; celles-ci fondent à 181° et constituent l'*acide para-nitrophénylpropiolique.*

Si l'on effectue la nitration en ne refroidissant qu'à 0°, cet acide est accompagné d'une petite quantité de son isomère *ortho*. Ce dernier reste dans les eaux mères lorsqu'on fait cristalliser le mélange dans l'eau bouillante. Additionnées d'alcali et de glucose et portées à l'ébullition, ces eaux mères prennent une coloration verdâtre, puis bleue, et après 3 jours de repos on y trouve un dépôt d'indigo ($0^g,02$ à partir de $0^g,2$ d'acide phénylpropiolique.

Je n'ai pas constaté, dans ces nitrations, la formation d'acide *méta*-nitrophénylpropiolique.

Le groupe $C \equiv C.COOH$ oriente donc le radical NO^2 en *para*, et secon-

dairement en *ortho*. Ce fait est surprenant, car on sait que les groupes C≡N et COOH, qui présentent avec lui une grande analogie de constitution, dirigent au contraire le nouveau substituant dans la position *méta*.

On sait, d'autre part, que l'acide cinnamique et l'acide hydrocinnamique donnent par nitration directe des dérivés paranitrés avec un peu de dérivés orthonitrés. Les trois acides

$$C^6H^5-CH^2-CH^2-COOH,$$
$$C^6H^5-CH=CH-COOH,$$
$$C^6H^5-C\equiv C-COOH$$

se comportent donc de la même manière à la nitration. Cela ne confirme pas la théorie qui attribue au degré de saturation des chaînes latérales une influence sur l'orientation.

Le groupe C≡C.COOH étant environ cent fois plus électronégatif que le groupe COOH (la constante de dissociation de l'acide phénylpropiolique est 0,59, tandis que celle de l'acide benzoïque est 0,006), le résultat de mon expérience est également en contradiction avec les règles de la substitution qui attribuent aux groupes électronégatifs un pouvoir d'orientation en *méta*.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Sur les observations de Haga et Jaeger relatives à certaines dissymétries des radiogrammes cristallins.* Note de M. G. Friedel, présentée par M. Pierre Termier.

H. Haga et F.-M. Jaeger ont publié depuis quelques mois (¹) une série d'observations d'où il résulterait que certaines lames taillées dans un cristal orthorhombique parallèlement à l'un des plans de symétrie du réseau, et recevant un faisceau de rayons X normal à ce plan, fourniraient un radiogramme n'offrant qu'un seul plan de symétrie.

On sait que, l'absence de centre ne paraissant pas pouvoir être révélée par les radiogrammes (²), tout cristal orthorhombique, même antihémiédre, doit montrer dans les radiogrammes trois plans de symétrie trirectangulaires. Les observations de Haga et Jaeger tendraient à montrer qu'il n'en est pas toujours ainsi.

(¹) F.-M. Jaeger, *Bull. de l'Acad. Roy. des Sciences d'Amsterdam*, t. 17, 1915, p. 1204. — H. Haga et F.-M. Jaeger, *Ibid.*, t. 18, 1915, p. 542 et 559.

(²) G. Friedel, *Comptes rendus*, t. 157, 1913, p. 1533.

Les faits principaux qui ressortent des Mémoires de Haga et Jaeger sont les suivants :

1° La dissymétrie constatée n'a aucun rapport avec celle qui résulterait de l'absence, dans la structure du cristal, d'un plan de symétrie appartenant à son réseau. Une telle dissymétrie mériédrique porterait, non sur les positions des taches de diffraction, mais seulement sur leurs intensités, les positions des plans réflecteurs et par suite celles des taches étant entièrement définies par le réseau. Dans les radiogrammes de Haga et Jaeger, les taches ont subi, par rapport aux positions normales de symétrie, des déplacements souvent très importants.

2° Il suffit de transformer les radiogrammes dissymétriques de Haga et Jaeger en projections stéréographiques des pôles des plans réflecteurs pour constater immédiatement que *tout* se passe comme si le cristal, parfaitement homogène, et supposé d'abord placé de manière que l'un des axes binaires du réseau coïncide avec le faisceau incident, avait tourné d'un petit angle par rapport à cette position, sans aucune déformation, la rotation s'étant d'ailleurs faite en général autour de l'un des deux autres axes binaires ou à peu près. On sait qu'un déplacement angulaire de 1° ou 2° suffit pour déformer le radiogramme au point de le rendre méconnaissable. Dans les radiogrammes de Haga et Jaeger, la rotation, qu'elle soit réelle ou, comme le croient les auteurs, apparente, atteint et dépasse parfois 3°.

Ainsi on obtiendrait des radiogrammes *identiques* à ceux que publient Haga et Jaeger si l'on imprimait une rotation de 1°, 2°, 3° à une lame primitivement bien orientée, et cela sans qu'il intervienne aucun phénomène nouveau. Tout l'intérêt des observations de Haga et Jaeger consiste donc en ceci qu'un tel résultat est annoncé comme obtenu avec des lames parfaitement orientées. On est, dès lors, étonné de ne trouver dans les Mémoires en question que des indications sommaires et peu convaincantes sur les précautions prises pour assurer l'exacte orientation des lames cristallines dans la partie traversée par les rayons. Il reste permis de soupçonner que tout le nouveau phénomène se réduit à l'effet d'une orientation imparfaite, soit que les lames n'aient pas été taillées comme il convient, ou qu'elles présentent des plages diversement orientées, soit que, bien taillées et uniformément orientées, elles n'aient pas été placées dans la direction voulue. Ce qui me paraît fortement confirmer cette supposition, c'est que les auteurs, dans leurs premiers Mémoires, paraissent ne pas s'être rendu compte de l'effet considérable de déformation produit sur le radiogramme par les petits déplacements angulaires de la lame et ne pas s'être mis en garde contre cette cause d'erreur.

3° Certaines lames ont donné, dans des poses différentes et après déplacement, tantôt un radiogramme normal, tantôt un radiogramme déformé. Chacun de ces radiogrammes est d'ailleurs composé de taches nettes et simples, révélant ainsi un cristal bien homogène dans la partie traversée par les rayons. Il est regrettable que les auteurs n'aient pas cherché la limite entre les deux sortes de plages et la manière dont se fait le passage de l'une à l'autre. On ne peut que se demander si, entre les deux poses, la lame cristalline n'a pas subi un déplacement angulaire ou si, bien orientée dans une de ses parties, elle ne se composait pas de plages ayant des orientations légèrement divergentes, comme il arrive bien souvent.

4° Les plans de symétrie que les radiogrammes anomaux montrent subsistants (à supposer, bien entendu, l'exacte orientation des lames) sont parfois incompatibles entre eux. Ainsi une lame parallèle au plan (001) ayant montré deux plans de symétrie (100) et (010), ce qui est normal; et une lame parallèle au plan (100) n'en ayant montré qu'un seul, qui est (010), ce qui constitue l'anomalie signalée par Haga et Jaeger; une lame parallèle à (010) n'en montre qu'un aussi, mais qui est (001), et non pas, comme on devait s'y attendre, (100).

Tous ces faits s'expliquent d'eux-mêmes et entièrement s'il est possible d'admettre une orientation imparfaite des lames. Par contre, ils sont bien étranges si toutes les précautions ont vraiment été prises pour réaliser, dans la partie traversée par les rayons, une orientation exacte. Après avoir conclu à quelque défaut de la théorie en vertu de laquelle les radiogrammes de cristaux orthorhombiques doivent montrer trois plans de symétrie, Jaeger a dû reconnaître que cette théorie n'est pas en cause. L'absence d'un plan de symétrie ne saurait se manifester par un déplacement des taches si le réseau est orthorhombique, mais seulement par la dissymétrie de leurs intensités. Haga et Jaeger imaginent à présent que le nouveau phénomène serait dû à des perturbations de la structure du cristal, perturbations qu'ils attribuent à l'existence de *plans vicinaux internes*. Mais ils ne définissent pas ces plans et ne tentent pas d'en expliquer l'action, même sommairement.

On sait, depuis les premiers radiogrammes cristallins, quel est l'effet des perturbations de la structure homogène du cristal sur les radiogrammes : les taches deviennent multiples. Chaque tache simple et nette du radiogramme du cristal homogène est remplacée par un groupe de taches plus ou moins contiguës, plus ou moins séparées. Lorsque les rayons X traversent une portion de cristal imparfaitement homogène, c'est-à-dire en somme un ensemble de plusieurs éléments cristallins homogènes ayant des orienta-

tions légèrement différentes, chacun de ces éléments agit à peu près comme s'il était seul et le radiogramme se compose de plusieurs radiogrammes simples superposés correspondant chacun à l'une de ces orientations. Si l'un de ces radiogrammes est symétrique, les autres ne le sont pas. Et si l'on imagine que l'un de ces autres radiogrammes, non symétriques, existe seul, on ne dira plus que la structure cristalline est troublée, mais tout simplement que la lame cristalline, dans la partie traversée par les rayons, est mal orientée. Il se peut d'ailleurs qu'elle soit bien orientée dans une autre partie, rien n'étant plus commun que les édifices cristallins imparfaitement homogènes dont l'orientation varie d'un point à un autre.

Dans les radiogrammes publiés par Haga et Jaeger, il n'y a point de taches multiples. Ils sont en général remarquablement nets et proviennent incontestablement de cristaux qui, dans la partie traversée par les rayons, étaient sensiblement homogènes. Dès lors, on ne voit guère en quoi pourrait consister cette prétendue perturbation interne qui laisserait le cristal homogène et aurait pour effet d'imiter exactement, dans le radiogramme, une simple rotation du cristal. Il est infiniment plus naturel d'admettre, jusqu'à preuve du contraire, que cette rotation est réelle et conforme à celle qui se lit immédiatement sur le radiogramme. Avant de chercher, avec Haga et Jaeger, la cause du nouveau phénomène, il y a lieu, me semble-t-il, d'attendre que les auteurs en aient démontré l'existence, ce qui ne saurait se faire en accumulant les radiogrammes, mais bien plutôt en apportant des preuves convaincantes de la parfaite orientation des lames cristallines ayant donné les radiogrammes anomaux.

CHIMIE AGRICOLE. — *Déplacement de la potasse et de l'acide phosphorique contenus dans certaines roches, par quelques substances employées comme engrais.* Note de M. G. André, présentée par M. A. Gautier.

J'ai montré (*Comptes rendus*, t. 157, 1913, p. 856) que la trituration prolongée, au contact de l'eau distillée, d'un feldspath microcline avec divers sels employés comme engrais ou qui peuvent se trouver normalement dans le sol, était capable de libérer une certaine quantité de la potasse contenue dans le feldspath. Les dissolutions nutritives que renferme la terre arable tirent leur origine de cette double décomposition, laquelle est d'autant plus avancée que les éléments solides sont amenés à un plus grand état de finesse.

I. J'ai poursuivi cette étude sur la *glauconie* (silicate hydraté de fer et de potassium). Ce minéral possède, suivant ses origines, une composition assez variable. L'échantillon dont j'ai fait usage renfermait 7,08 pour 100 de potasse.

J'ai soumis, pendant 130 heures, dans le même appareil que celui que j'ai décrit dans ma précédente Note, un poids déterminé de glauconie à l'action de divers sels en présence de l'eau. Le minéral avait été, au préalable, passé au tamis n° 70. Dans le Tableau ci-dessous, je donne les résultats des dosages de la potasse qui s'est dissoute à la suite de ce broyage énergique. Le liquide a été séparé des corps solides en suspension par une filtration sur filtre de collodion.

Poids de glauconie employée :	Poids des substances salines ajoutées en présence d'eau :	K^2O solubilisée :	K^2O solubilisée pour 100 du poids de la glauconie.	K^2O solubilisée pour 100 de la potasse contenue dans la glauconie.
10 g	0	0,0230 g	0,23	3,24
10	$CO^3Ca = 1$ g	0,0402	0,40	5,67
10	$NaCl = 1$	0,0398	0,39	5,62
10	$NO^3Na = 1$	0,0508	0,50	7,17
10	$SO^4(NH^4)^2 = 1$	0,0706	0,70	9,97
10	$SO^4Ca = 1$	0,0394	0,39	5,56

La trituration de la glauconie au sein de l'eau, au contact des sels ci-dessus désignés, a donc mis en liberté des doses notables de potasse du même ordre de grandeur que celles que m'avait données le feldspath microcline. Le sel marin et surtout le nitrate de sodium ont eu, sur la solubilisation de la potasse, un effet plus énergique que sur le feldspath. Ce dernier, dans les mêmes conditions de temps et de quantité de matière, n'avait fourni, pour 100 de potasse contenue dans le minéral, respectivement que 3,25 et 3,21. L'action du carbonate de calcium sur la glauconie est plus marquée que sur le feldspath chez lequel la mise en liberté de la potasse, sous l'influence du même agent, n'atteignait que 2,38 pour 100 de l'alcali total. Il en est de même de l'action du sulfate de calcium. On remarquera que le déplacement maximum de la potasse a été obtenu au contact du sulfate d'ammonium, où il atteint près de 10 pour 100 de la potasse totale. Le sulfate d'ammonium avait d'ailleurs donné un résultat analogue avec le feldspath, mais le déplacement de la potasse était un peu moins élevé (7,38 pour 100). La solubilisation de la potasse de la glauconie, amenée à un très grand état de finesse par trituration, est donc susceptible de fournir des

chiffres plus élevés que ceux que le feldspath avait présentés, et le rôle d'engrais potassique que peut jouer ce minéral est loin d'être négligeable.

II. En vue de généraliser les résultats obtenus par cette méthode, je me suis adressé à un minéral très important, l'apatite. J'ai cherché quelle était la quantité d'acide phosphorique capable d'être solubilisée par voie de double décomposition lorsqu'on triture, dans les mêmes conditions que précédemment, de la poudre d'apatite avec certains sels solubles employés comme engrais. L'apatite passe pour représenter une forme de l'acide phosphorique fort peu assimilable par les végétaux, en raison de sa texture cristalline, de sa dureté et de sa très faible solubilité dans les conditions où elle se trouve dans le sol à la suite de la désagrégation des roches primitives.

Voici le résultat de quatre expériences dans lesquelles j'ai soumis chaque fois 10^g d'une apatite d'Ontario (contenant 39,33 P^2O^5 pour 100), préalablement pulvérisée, à un broyage énergique d'une durée de 134 heures, au contact de l'eau et de 1^g des substances suivantes : carbonate d'ammonium, nitrate de sodium, nitrate de potassium, carbonate de potassium. Ces substances ont été choisies parmi celles qui se rencontrent dans le sol : le carbonate d'ammonium provenant de la fermentation des matières azotées, le carbonate de potassium provenant de l'action concomitante du gaz carbonique et de l'eau sur les feldspaths, les nitrates de sodium et de potassium faisant partie des engrais que l'on distribue à la terre. Après le broyage, on a jeté le magma sur le filtre, on a lavé à l'eau distillée et, dans le liquide filtré, on a recherché l'acide phosphorique. Le résultat a été négatif dans le cas du carbonate d'ammonium, bien que, pendant le broyage, on ait eu soin d'en faire de nouvelles additions en raison de la volatilité du sel; il a été également négatif vis-à-vis des nitrates, alors que, d'après certains expérimentateurs, le phosphate tricalcique *précipité* serait légèrement soluble en présence de ces sels. Au contraire, le carbonate de potassium a déplacé une certaine quantité d'acide phosphorique; soit, pour 10^g d'apatite, $0^g,0139$ P^2O^5, ce qui correspond à 0.35 pour 100 de l'acide phosphorique contenu dans la matière initiale. Ainsi se trouve vérifié le rôle attribué, par beaucoup d'auteurs, au carbonate de potassium comme solubilisateur du phosphate tricalcique dans le sol. On a souvent regardé comme étant avantageuse l'addition, au fumier de ferme, d'une certaine quantité de phosphate tricalcique, en estimant que le carbonate d'ammonium, issu de la fermentation de ce fumier, serait apte à dissoudre quelque

peu ce phosphate. L'expérience que je viens de rapporter montre que cette solubilité est presque nulle : ce qui, d'ailleurs, est conforme aux observations de la pratique, laquelle ne tire, le plus souvent, aucun bénéfice de cette opération.

ÉCONOMIE RURALE. — *La culture de la betterave sucrière dans le sud-ouest de la France.* Note de M. H. **Bouygues**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Les essais de culture de la betterave à sucre, dont je donne plus loin les résultats, ont été décidés à la fin de 1913, c'est-à-dire un an avant la guerre, à la suite d'une série de considérations d'ordre agricole et industriel.

De toutes ces considérations, la localisation presque exclusive de la précieuse racine aux départements du nord de la France et la situation géographique de ceux-ci ont le plus contribué à me pousser dans cette voie.

Les circonstances actuelles ont montré que mes prévisions n'avaient rien d'exagéré et qu'en effet ce n'est pas sans danger qu'on peut laisser localisée dans une région de la France une culture industrielle de cette importance.

Comme le dit excellement M. Ribot [1] : « Ce qui est en cause dans la culture de la betterave sucrière, c'est un grand intérêt économique qui n'est pas restreint à quelques départements, mais qui est un intérêt français par l'étendue même des intérêts qu'il couvre. »

Il me parut donc intéressant d'entreprendre des recherches dans ce sens et, tout d'abord, je pensais à les effectuer dans la région du sud-ouest de la France.

Toutefois, comme je ne pouvais étendre ces essais à tous les départements de cette région à la fois et que certains déjà sont livrés partiellement à la culture de la betterave de distillerie, je limitais, en 1914, mes expériences à quatre départements : le Lot, le Lot-et-Garonne, la Gironde et la Dordogne, dans lesquels le tabac est cultivé.

En comparant, en effet, entre elles les natures minéralogiques des terres à betterave et à tabac, ainsi que leurs constitutions chimiques, je dus reconnaître que, là où le tabac était cultivé, la betterave devait pouvoir

---

[1] Voir L. Malpeaux, *La Betterave à sucre*, Hachette et Cie, p. 1.

l'être aussi : ces deux plantes demandant des terres profondes et fraîches sans être humides et s'accommodant surtout des sols argilo-siliceux ou argilo-calcaires avec humus abondant.

Je créai donc, dans chacun des départements précités, des champs d'expérience. Mais la mobilisation générale survenant, ceux-ci furent presque tous abandonnés à eux-mêmes, à l'exception de ceux que j'avais effectués dans une des régions fertiles des Causses du Quercy.

Les betteraves de ces champs reçurent au contraire, jusqu'au moment de l'arrachage, tous les soins culturaux nécessaires et ce sont elles qui ont donné en 1914 les résultats ci-après.

Durant l'année 1915, les essais ont été poursuivis dans ce même département, non plus dans le Causse, mais dans les terres d'alluvions de la vallée du Lot.

Je résume, dans le Tableau suivant, les résultats qui ont été obtenus pendant ces deux années d'essais :

Année des essais.	Variétés essayées.	Poids moyen de la récolte par hectare.	Pourcentage en sucre.
1914.	Sucrières :		
	Vilmorin............	37500^kg	15,6
	Klein-Wanzleben....	35000	17,1
	De distillerie :		
	Blanche à collet vert..	36000	7,5
	» rose..	37000	6,8
	» gris..	36000	9,5
1915.	Sucrières :		
	Vilmorin............	40000	17,6
	Klein-Wanzleben....	40200	17,4
	De distillerie :		
	Blanche à collet vert..	39200	14,2
	» rose..	38500	12,8
	» gris..	39200	11,5

Les observations et les faits de ce Tableau montrent, comme je l'avais prévu, que la culture de la betterave dans nos terres du Sud-Ouest promet d'être rémunératrice au moins pour les variétés sucrières. En effet :

1° Le poids moyen de la récolte par hectare, pour les variétés sucrières, dans le Lot est un peu supérieur à celui qu'on réalise d'habitude dans le nord de la France. M. Malpeaux (1) admet en effet que celui-ci est de 35000^kg environ.

(1) *Loc. cit.*, p. 85.

2° Le rendement moyen en sucre de ces mêmes variétés est, lui aussi, au moins égal au rendement minimum que fournissent les cultures du nord de la France, puisqu'il n'est pas inférieur à 15 pour 100.

Ces mêmes observations me permettent encore de dire :

1° Les terrains des régions fertiles du Causse ont sensiblement la même fertilité que les terrains d'alluvions de la vallée du Lot, du moins pour les betteraves à sucre. Au contraire, les betteraves de distillerie ont plus mal réussi dans le Causse que dans les alluvions où elles ont atteint un pourcentage en sucre aussi élevé que dans les départements du Nord. Toutefois l'écart entre les moyennes de chaque année est si grand qu'on ne peut se prononcer d'une façon ferme sans procéder à de nouveaux essais.

2° Les conditions climatologiques étant les mêmes pour les quatre départements précités, on peut affirmer, sans essais préalables, que les terres analogues à celles du Lot se prêteraient fort bien à la culture de la betterave. Tels sont les terrains qui s'étendent dans la Dordogne, depuis Les Eyzies jusqu'à Sarlat et de Sarlat jusqu'à Sainte-Foy-la-Grande. Telles sont encore les terres de Lot-et-Garonne comprises entre Fumel et Tonneins en passant par Villeneuve-sur-Lot et Saint-Livrade.

Durant 1916 d'autres essais seront poursuivis dans des terrains analogues et dans des terrains complètement différents des précédents.

MICROBIOLOGIE. — *Sur le traitement des plaies de guerre anciennes.* Note de M. M. Bassuet, présentée par M. E. Roux.

En une discussion récemment ouverte devant la Société de Chirurgie, la notion du microbisme latent, quelque peu oubliée durant de longues années, prenait un regain d'actualité. Tour à tour, à l'occasion d'une Note de M. Phocas sur ce sujet [1], les professeurs Delbet et Quénu, MM. Tuffier, Chaput, Moty et Schwartz [2] rapportaient des observations toutes à l'appui de l'existence et du réveil du microbe latent. C'est à l'acte chirurgical que chacun rapporte cette reviviscence de l'infection d'anciennes lésions, ou très améliorées ou guéries, et l'on est unanime à regarder comme fâcheuse, dans la plupart des cas, la réaction provoquée par l'intervention.

Notre but est de faire connaître, parallèlement aux faits précités, des

(1) Phocas, *Le réveil de l'infection des plaies par l'acte chirurgical* (*Bulletin et Mémoires de la Société de Chirurgie*, t. 41, 1915, p. 1933).

(2) Phocas, *Ibid.*, p. 1959-1970.

exemples de réveil du microbisme latent, rappel déterminé non point par un traumatisme opératoire, mais par une intervention sérothérapique appropriée, réveil, aussi, *entièrement favorable au blessé*, rapidement libéré, ensuite, d'une lésion ancienne non guérie.

Attaché en qualité de chirurgien au centre de fistuleux de Beaugency, nous avons eu l'occasion d'y traiter 421 anciens blessés ayant séjourné, sans y guérir, de 8 à 14 mois en divers hôpitaux ([1]). Tous ces blessés ont été traités par le sérum polyvalent contre les pyogènes préparé, à l'École d'Alfort, pour le Service de santé de l'armée, par les professeurs Leclainche et Vallée. Chez le plus grand nombre d'entre eux, le sérum a été utilisé en simples pansements locaux, tandis que chez certains autres nous avons eu recours, en outre, à des injections sous-cutanées ou intraveineuses du sérum.

Sous l'influence de ce traitement, chez 49 de nos blessés encore porteurs de lésions anciennes, nous avons vu survenir, à distance de la plaie traitée ou du point d'injection du sérum, mais toujours sur une cicatrice complète d'une autre blessure, un réveil de l'infection éteinte en apparence. Celui-ci se traduit, en tous les cas, par l'évolution rapide d'un abcès riche en pus qui s'ouvre spontanément sur l'ancienne cicatrice. Le plus souvent, 31 fois sur 49, des débris vestimentaires, des esquilles osseuses, des fragments de projectiles, et, dans un cas, un drain de 7^{cm} sont éliminés. La guérison locale survient hâtivement, coïncidant avec une amélioration rapide de l'état général le plus souvent fâcheux ou inquiétant jusque-là.

Un réveil violent du microbisme latent, entretenu par des corps étrangers ou quelque foyer infectieux profond, est donc provoqué par le traitement sérique, à la faveur sans doute de la reviviscence des réactions cellulaires sous la stimulation déterminée par les anticorps du sérum. Loin d'être fâcheux, ce réveil aboutit à la libération hâtive et complète de blessés jusqu'alors immobilisés depuis de longs mois ([2]).

C'est bien, semble-t-il, à une stimulation leucocytaire qu'il convient de

---

([1]) Chez le plus grand nombre de nos blessés, le contrôle bactériologique des plaies indique une prédominance marquée du streptocoque sur toutes les autres espèces microbiennes.

([2]) Encore que nous n'ayons jamais observé la moindre complication chez des blessés porteurs d'anciennes lésions viscérales guéries et qu'au contraire nous ayons obtenu dans un cas de fistule intrathoracique l'élimination au quatrième pansement de deux fragments de balle, nous considérons comme contre-indiqué l'usage *hypodermique* du sérum polyvalent chez des blessés présentant d'anciennes lésions viscérales closes.

rapporter l'éveil libérateur de ces foyers anciens et clos, si l'on en juge par les phénomènes observés au cours du traitement des fistules atones et persistantes. Dans le trajet de celles-ci l'introduction, après lavage à la solution de Ringer-Locke, d'une mèche de gaze simple, imprégnée de sérum polyvalent, détermine très vite l'apparition de manisfestations aiguës qui s'étendent ensuite au voisinage immédiat de la lésion. Dès les deux premiers pansements, la suppuration paraît s'accentuer; en fait la fistule élimine, non du pus septique, mais un abondant exsudat leucocytaire. Si le trajet aboutit à une lésion osseuse simple, sans esquilles ni corps étrangers, l'exsudation se ralentit bien vite; la fistule se rétrécit et guérit rapidement sans que, le plus souvent, un grattage ait été nécessaire (¹). Les réactions observées sont réduites à leur plus simple expression.

Tout au contraire, elles atteignent leur maximum d'intensité sur les fistules entretenues par des corps étrangers, tels que fragments osseux, débris de vêtements ou de projectiles. Aux manifestations indiquées plus haut s'ajoutent alors, dès les second ou troisième pansements, un agrandissement de l'ouverture fistulaire qui s'élargit progressivement tant que les corps étrangers auxquels aboutit le trajet demeurent en place. Les réactions cellulaires profondes sont d'ailleurs telles que la mobilisation de ceux-ci s'accomplit bientôt; certains viennent d'eux-mêmes avec la mèche du pansement, d'autres sont simplement extraits à la pince dès que leur mobilisation le permet (²). Nous avons à ce jour extrait de la sorte, sans aucune autre intervention, 377 corps étrangers divers tels que : esquilles osseuses, débris de projectiles, drains, fils d'argent, etc. Les réactions enregistrées, qui revêtent dans les premiers jours les apparences d'un réveil de l'infection locale sont donc entièrement favorables en ce qu'elles réalisent à merveille la séparation spontanée, *la délimitation du mort du vif* sans acte chirurgical, suivie d'une cicatrisation hâtive du foyer primitif.

Non dommageables, les réactions obtenues sont la raison même du succès d'un procédé d'intervention qui, en 3 mois et demi, nous a permis d'évacuer, guéris, 282 vieux blessés sur 421 admis en ce délai dans notre service (³).

(¹) Nous n'avons eu à pratiquer que 17 grattages sur 202 cas d'ostéites anciennes.

(²) Il y a intérêt à extraire ainsi les corps étrangers aussitôt leur mobilisation obtenue. On continue ensuite le pansement sérique.

(³) Il convient d'observer que dans cette statistique figurent les blessés arrivés jusqu'au dernier jour et qu'ainsi le pourcentage mensuel des évacuations est encore plus élevé qu'il ne paraît l'être.

Nous estimons donc que la sérothérapie spécifique représente un procédé de choix pour le traitement et l'évacuation rapide des blessés porteurs de fistules en apparence chronique, consécutives à des ostéites ou à des corps étrangers.

Avec le minimum d'interventions chirurgicales, on rend de la sorte, dans un très bref délai, soit à leur dépôt, soit à la vie civile, de nombreux sujets immobilisés depuis plusieurs mois.

ZOOLOGIE. — *Sur la morphologie et la phylogénie des* Acuariidæ (*Nématodes*). Note (¹) de M. L.-G. Seurat, présentée par M. Edmond Perrier.

La morphologie de l'appareil génital femelle nous a déjà servi à établir les enchaînements des divers genres de la famille des *Spiruridæ*. La même méthode peut être appliquée à la famille des *Acuariidæ*, caractérisée par les deux lèvres latérales, les papilles œsophagiennes latérales insérées en arrière de l'anneau nerveux, et l'ovéjecteur cuticulaire tubuliforme.

1. L'*Acuaria anthuris* Rud. paraît très voisine de la souche primitive de la famille, du moins en ce qui concerne la morphologie de l'appareil génital femelle : la vulve, située au milieu du corps, donne accès dans un ovéjecteur cuticulaire rectiligne, très court, infundibuliforme, sans aucune différenciation en vestibule et sphincter, remarquable par l'importance de sa tunique musculaire externe; la partie musculo-épithéliale de l'ovéjecteur (*trompe*) est caractérisée par son allongement démesuré : elle atteint $4^{mm},5$; cette trompe, recourbée en crosse, se divise en deux branches opposées, qui vont rejoindre les utérus; ces derniers ont gardé, chez les *Acuaria*, la disposition divergente primitive.

Chez d'autres *Acuaria*, en particulier l'*Acuaria laticeps* Rud., l'ovéjecteur cuticulaire est différencié en un vestibule et un sphincter; la région initiale de l'ovéjecteur est un court vestibule cyathiforme, remarquable par l'épaisseur de sa tunique musculaire et la ténuité de son revêtement cuticulaire interne. La région suivante, correspondant au sphincter, se distingue de la précédente par la diminution d'épaisseur de la tunique musculaire et l'importance plus grande du revêtement cuticulaire; le sphincter est, en outre, caractérisé par l'existence de cellules musculaires longi-

(¹) Séance du 3 janvier 1916.

tudinales ayant même longueur que lui; la trompe, très courte, se divise rapidement en deux branches opposées, lesquelles, après un trajet de 1^{mm}, rejoignent les utérus; ces derniers sont presque égaux, l'utérus antérieur mesurant $7^{mm},2$, l'utérus postérieur $8^{mm},7$ (femelle jeune de $11^{mm},2$ de longueur totale).

Le rameau des Dispharages ne paraît pas offrir une grande variation dans la morphologie de l'appareil femelle : les Dispharages les plus évolués sont ceux chez lesquels la vulve s'ouvre au voisinage immédiat de l'anus (*Acuaria alata* Rud. et *Acuaria invaginata* Linst.)

2. Le phylum le plus important de la famille des *Acuariidæ* est celui des Physaloptères, caractérisés par la collerette annulaire céphalique servant à la fixation de l'animal et la transformation de la région initiale de la trompe en un réservoir ovoïde où s'accumulent les œufs mûrs. Nous ne connaissons pas de Physaloptères à utérus opposés; toutefois, chez le *Physaloptera Galinieri* Seurat, la vulve est voisine du milieu du corps et la trompe se divise en deux branches diamétralement opposées, dont l'une gagne l'utérus postérieur, tandis que l'autre remonte vers la région œsophagienne où elle rejoint l'utérus antérieur; ce dernier à se dirige tout d'abord vers l'avant, mais ne tarde pas à se recourber et revenir vers l'arrière pour cheminer à côté de l'utérus postérieur.

Chez les Physaloptères la vulve, le plus souvent, s'ouvre bien en avant du milieu du corps, voire même dans la région œsophagienne; l'ovéjecteur est dirigé d'avant en arrière et les branches paires de la trompe descendent côte à côte vers les utérus.

On peut suivre le déplacement graduel de la vulve vers la région antérieure : chez le *P. subalata* Schneid. elle est encore peu éloignée du milieu du corps; chez le *P. Crosi* Seurat elle s'ouvre à quelque distance au delà de la terminaison de l'œsophage; chez le *P. alata* Rud. elle est située au cinquième antérieur de la longueur du corps; enfin, chez le *P. alata* var. *Nouveli* Seurat elle s'ouvre au neuvième antérieur de la longueur.

Ce déplacement de la vulve coïncide avec une transformation progressive de l'appareil denticulaire labial : chez le *P. Galinieri* les lèvres buccales portent sur leur face interne trois grandes dents dépassant leur bord libre et une petite dent externe, à peine visible; chez le *P. subalata* la dent externe devient plus apparente; chez le *P. Crosi* elle atteint presque la hauteur des dents internes; chez le *P. clausa* elle est légèrement plus grande que celles-ci; chez le *P. alata* elle est triangulaire, fortement chitinisée et beaucoup plus haute que les dents internes qu'elle masque complètement; enfin chez les *P. paradoxa* Linst. et *abbreviata* Rud. la dent externe est énorme et les dents internes sont à peine visibles.

Les tubes génitaux des Physaloptères présentent deux autres particularités : chez la plupart, la région distale des utérus, d'un calibre plus faible que le reste de l'organe, est différenciée en un réceptacle séminal qui passe graduellement à l'utérus ou bien est séparé par deux étranglements. Des formes très voisines (*P. abbreviata* Rud., *P. paradoxa* Linst.) peuvent présenter les deux dispositions.

Les tubes génitaux présentent chez quelques formes : *P. abbreviata* Rud., *P. paradoxa* Linst. (= *quadrovaria* Leiper), *P. tumefaciens* Henry et Blanc, une quadripartition qui a pour résultat l'augmentation du nombre des œufs.

La tendance de la vulve à s'avancer vers la région antérieure du corps mène, en s'accentuant, au groupe si important des Filaires. Le passage des *Acuariidæ* aux *Filariidæ* est établi par les *Acanthocheilonema* (*A. Weissi* Seurat), chez lesquels la vulve s'ouvre au vingt-quatrième antérieur de la longueur du corps; chez les vraies Filaires, elle est voisine de la bouche.

3. Un rameau spécial est constitué par la *Thubunæa pudica* Seurat, où les deux lèvres latérales portent sur leur face interne trois dents semblables à celles du *P. Galinieri*; la vulve s'ouvre au tiers antérieur de la longueur et les utérus courent parallèlement vers l'arrière; la trompe, d'un calibre uniforme, ne présente aucune dilatation servant à l'emmagasinement des œufs.

4. Nous rattachons aux *Acuariidæ* les Rictulaires, remarquables par leur extrémité antérieure relevée vers la face dorsale, leur bouche s'ouvrant dorsalement comme celle des Ankylostomes, leur cavité buccale armée de dents; mais ces ressemblances sont de simples convergences, dues à un même genre de vie. La vulve, chez les Rictulaires, s'ouvre dans la région antérieure du corps et les utérus courent parallèlement vers l'arrière.

On a vu les rapports des *Acuariidæ* et des *Filariidæ*; les formes primitives des *Acuariidæ* et des *Spiruridæ* (*Protospirurinæ*) sont très affines et ces derniers semblent issus de la souche des *Acuariidæ*; d'autre part, ceux-ci, par l'*Ophiostomum tacapense* Seurat, se relient aux *Heterakidæ*, en sorte que cette famille nous apparaît comme l'une des plus importantes du groupe des Nématodes.

A 16 heures et quart l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 18 heures et quart.

A. Lx.

ERRATA.

(Séance du 10 janvier 1916.)

Note de MM. *Lignier* et *Tison*, Les *Ephedra* possèdent un ovaire clos et un ovule inclus :

Page 79, 2e ligne du titre, *au lieu de* Toison, *lire* Tison.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 24 JANVIER 1916.

PRÉSIDENCE DE M. CAMILLE JORDAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action comparée du saccharose et du sucre interverti sur la liqueur cupropotassique.* Note de M. L. MAQUENNE.

Dans une précédente Note ([1]), nous avons appelé l'attention sur ce fait que le saccharose est beaucoup plus sensible que le sucre interverti aux variations de la température et à la durée de sa chauffe avec le réactif cupropotassique. Le présent travail a pour objet d'apporter quelques précisions sur ces deux points importants.

1° *Influence de la température sur la réduction par l'inverti.* — Les expériences qui suivent ont toutes porté sur 20^{mg} de sucre interverti, sous un volume total de $36^{cm^3},2$, y compris 10^{cm^3} de liqueur bleue et autant de liqueur blanche. Les températures indiquées sont celles du bain dans lequel ont été plongées les fioles, primitivement froides, le niveau de l'eau extérieure dépassant de 1^{cm} à 2^{cm} celui du liquide intérieur. Dans ces conditions, après 10 minutes de chauffe, temps choisi pour la durée de chaque essai, la température intérieure de la fiole est encore d'environ 1° plus basse que celle du bain :

Températures....	65°	70°	75°	80°	85°	90°	95°	100°
Réductions	58,0	63,0	64,0	65,0	66,0	66,5	67,0	68,0

On voit que, à partir de 70°, l'influence recherchée est très régulière et

---

([1]) *Comptes rendus*, t. 161, 1915, p. 617.

assez faible pour être négligeable quand les écarts de température ne dépassent pas 2° ou 3°. Il n'en est plus de même pour la température de 65° qui, à ce point de vue spécial, semble insuffisante pour atteindre en 10 minutes la période de proportionnalité qui commence au voisinage de 70°; en conséquence il conviendrait, dans les recherches quantitatives très précises, de préférer cette dernière température ou, si l'on aime mieux opérer à 65°, de régler le bain d'eau aussi exactement que possible; enfin de n'y introduire la fiole qu'après l'avoir au préalable portée à une température constante, par exemple 40° (¹). On pourrait également prolonger la chauffe jusqu'à 15 minutes, ce qui, comme nous le verrons plus loin, produit à peu près le même effet qu'une légère élévation de la température.

2° *Influence de la température sur la réduction par le saccharose.* — On a employé ici un sucre en tablettes très pur et paraissant dépourvu de réducteurs. Chaque expérience a porté sur 10^g de produit, occupant un volume total de 36$^{cm^3}$,2, et a duré exactement 10 minutes, comme ci-dessus :

Températures........	65°	70°	75°	80°	85°	90°	95°	100°
Réductions..........	3,0	4,0	6,0	9,0	12,0	17,0	25,0	41,0

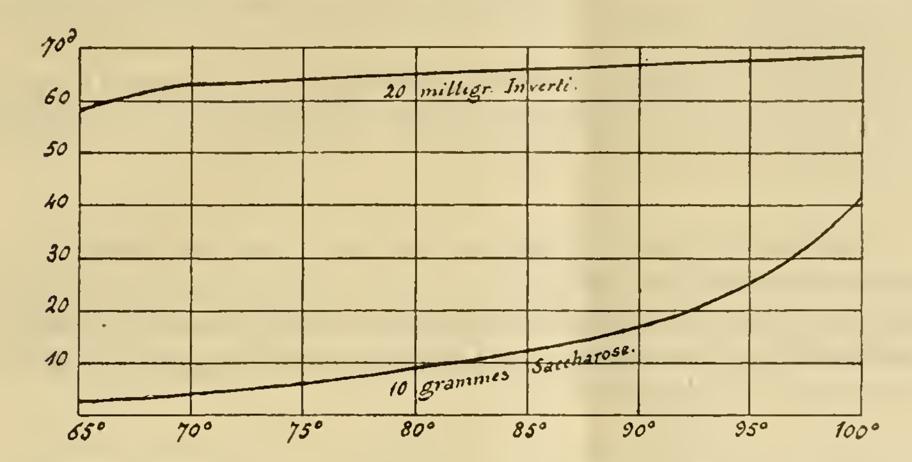
La marche ascensionnelle des réductions est dans ce cas considérablement plus accentuée qu'avec le sucre interverti, ce qui amène à cette conclusion, déjà formulée par plusieurs personnes, en particulier par M. H. Pellet, que, pour atténuer l'influence perturbatrice que le saccharose exerce sur le dosage des sucres réducteurs, il est nécessaire d'opérer à une température aussi basse que possible. L'examen du graphique ci-contre, qui résume les données précédentes, montre que c'est au voisinage de 70°, entre 65° et 75°, que se trouve la zone la plus favorable : le sucre pur réduit alors, dans les conditions indiquées, de 8000 à 10000 fois moins que l'inverti, c'est-à-dire que son influence est devenue plus de dix fois moindre qu'à l'ébullition.

On remarquera cependant, d'après l'allure de la courbe, que, dans l'échelle des températures qui permettent à la réaction de s'effectuer en un temps abordable, la réduction propre au saccharose ne peut jamais devenir nulle; dans les dosages d'inverti on devra donc toujours tenir compte de la présence du cristallisable (M. Saillard en tient compte même

(¹) Nous devons rappeler à ce propos que M. Pellet, qui conseille 10 minutes de chauffe à 65°, mesure la température à l'intérieur de la fiole, ce qui constitue un mode opératoire tout différent de celui que nous venons de décrire.

à 62°-64°), sous peine de commettre une erreur qui, d'après le tableau précédent, atteint pour 10g de sucre trois à quatre divisions de la burette, correspondant à environ 1mg ou 0,01 pour 100 du sucre analysé.

Une réduction de cet ordre échappe le plus souvent aux méthodes de



titrage qui sont fondées sur la séparation de l'oxyde cuivreux précipité; c'est pourquoi la méthode à l'hyposulfite, qui permet de reconnaître sûrement 0mg,25 d'inverti dans 20g de sucre, est en pareil cas préférable à toute autre (¹).

3° *Influence du temps de chauffe sur la réduction par l'inverti.* — Les expériences ont été conduites encore de la même manière, sous un volume total de 36cm³,2.

		65°.					100°.			
Durée (en minutes)..		10.	15.	20.	30.	60.	5.	10.	15.	20.
	mg	d		d	d	d	d	d	d	d
Inverti	1,5	2,5	»	3,0	3,0	2,5	3,5	3,5	3,5	4,0
Inverti	5,0	14,5	»	14,5	14,5	14,5	13,5	15,0	16,0	17,0
Inverti	20,0	56,5	61,0	61,5	62,5	63,5	66,0	68,0	70,5	70,5
Inverti	50,0	152,5	161,5	163,5	164,5	163,5	165,5	166,0	167,0	167,5

La durée de la chauffe n'a, comme la température, qu'une faible influence

(¹) 20g de sucre pur ou 1mg,5 d'inverti, chauffés 10 minutes à 65° avec le réactif cuivrique, ne laissent qu'un dépôt douteux sur filtre ou dans un tube à centrifugation, tandis qu'ils accusent une réduction équivalente à cinq ou trois divisions par la méthode à l'hyposulfite : l'oxyde cuivreux paraît être, d'après cela, très légèrement soluble dans le milieu où il a pris naissance.

sur les résultats, sauf aussi pour la température de 65° (extérieur), qui paraît à peine suffisante; en opérant comme nous l'avons dit il conviendrait, si l'on tient à cette température, de chauffer 15 minutes, ce qui permettrait de rester dans la zone où le saccharose ne possède encore qu'un très faible pouvoir réducteur et par conséquent de craindre moins les écarts possibles de température.

Nous ferons remarquer, d'ailleurs, que l'action de l'inverti sur la liqueur cupropotassique s'exerce toujours plus régulièrement lorsqu'il est mélangé de saccharose que lorsqu'il est seul.

4° *Influence du temps de chauffe sur la réduction par le saccharose,* — Les expériences ci-après ont été faites avec 10^g, 15^g et 20^g de sucre en tablettes sensiblement pur, dissous dans un mélange de 10^{cm^3} d'eau, 10^{cm^3} de liqueur bleue et 10^{cm^3} de liqueur blanche, occupant les volumes respectifs de 36^{cm^3},2, 39^{cm^3},3 et 42^{cm^3},5 environ.

		65°.				70°.		100°.			
	Durée (en min.).	10.	20.	.	60.	10.	20.	5.	10.	15.	20.
Sucre	10^g	3,0	5^d,5	8^d,0	14^d,5	4^d,0	7^d,5	15^d,5	32^d,5	51^d,5	69^d,5
	15	4,0	7,5	10,0	15,5	»	»	14,5	31,5	49,0	62,5
	20	5,0	9,0	11,0	16,0	8,0	12,0	14,5	30,5	45,0	59,5

L'influence du temps de chauffe se manifeste ici de la façon la plus nette : la réduction augmente avec la durée de l'expérience et, pour les températures peu élevées et des doses de sucre n'excédant pas 15^g, lui est presque exactement proportionnelle. Il en résulte la règle suivante qui sans doute n'est pas très pratique, mais qui néanmoins peut rendre service quand on ne dispose pas pour la comparaison de saccharose rigoureusement pur :

Tout sucre qui, à la dose de 10^g *pour* 36^{cm^3},2, *donne en* 10 *minutes, à* 65°, *une réduction dont le double surpasse d'une division ou davantage celle qu'il fournit dans les m^mes conditions en* 20 *minutes, est un sucre qui contient de l'inverti.*

La méthode est fort sensible et l'on peut de cette manière reconnaître la présence dans 10^g et même 20^g de sucre d'une fraction de milligramme de réducteurs. C'est ainsi qu'en ajoutant 0^{mg},5 d'inverti à 10^g de saccharose pur nous avons obtenu des réductions respectivement égales à 4^d,0 en

10 minutes et $6^d,5$ en 20 minutes de chauffe à 65°; la différence

$$4 \times 2 - 6,5 = 1,5,$$

à 3 divisions pour 1^{mg} d'inverti, correspond bien, comme on pouvait s'y attendre, à la composition du mélange étudié.

Aux températures supérieures à 65° la proportionnalité en question n'est plus aussi nette et à 100° la réduction diminue sensiblement quand la proportion de sucre devient plus forte, alors qu'elle augmente à 65° et 70°. Il doit donc exister une température, voisine de 100°, pour laquelle la réduction est, entre certaines limites, indépendante de la quantité de sucre mise en œuvre.

Ce phénomène de renversement est analogue à celui que nous avons déjà signalé pour la température de l'ébullition (*loc. cit.*), à savoir qu'après avoir augmenté jusqu'à un certain maximum avec la proportion de sucre, la réduction diminue si l'on vient à accroître encore la concentration des liqueurs.

Remarquons enfin que l'énorme influence qu'exercent sur le sucre, vis-à-vis du réactif cupropotassique, des variations même faibles de la température le rend sensible aux fluctuations de la pression atmosphérique quand on opère à l'ébullition ou dans un bain d'eau bouillante. Cette influence de la pression extérieure a déjà été signalée à propos de l'analyse des sucres, où elle peut donner lieu à des erreurs atteignant plusieurs milligrammes, mais il semble qu'elle n'ait pas été jusqu'à présent rapportée à sa véritable cause, qui est le très rapide accroissement du pouvoir réducteur du sucre avec la température.

La complication de tous ces phénomènes augmente encore quand, au lieu d'opérer avec du saccharose ou de l'inverti purs, on expérimente leurs mélanges, parce qu'alors chacun d'eux intervient pour modifier les équilibres chimiques qui s'établissent entre les différentes combinaisons cuivriques existant au sein de la liqueur; néanmoins ils présentent toujours dans leur allure une régularité suffisante pour qu'il soit possible d'attribuer à chacun des composants du mélange sucré la part qui lui revient dans la réduction globale. Nous en verrons bientôt la preuve lorsque nous essaierons d'appliquer ces principes au dosage des réducteurs dans les sucres industriels.

M. A. Lacroix offre le Tome XII (première Partie) du *Bulletin de l'Académie malgache* de Tananarive.

CORRESPONDANCE.

M. J. **Costantin** adresse des remercîments pour la subvention qui lui a été accordée sur la *Fondation Loutreuil.*

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Trois fascicules des *Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences*, transmis par M. l'Ambassadeur de France à Washington.

2° *L'industrie chimique et la Science : opinion de quelques savants anglais.* (Présenté par M. H. Le Chatelier.)

THÉORIE DES NOMBRES. — *La solution générale de l'équation* $X^3\rho + Y^3 = 1$. Note de M. **Boris Delaunay**, présentée par M. Émile Picard.

C'est à Lagrange que nous devons la résolution générale des équations indéterminées du second degré à deux variables. Lagrange a fait la remarque qu'il paraît que la résolution des équations analogues, dont le degré dépasse le second, ne peut pas être trouvée, circonstance analogue à celle qui se présente dans la résolution des équations algébriques après le quatrième degré.

Jusqu'à nos jours nous savons encore bien peu sur ces équations. Il faut tout de même citer un théorème dû à Axel Thue, que l'équation $\varphi(x, y) = m$, où φ est une forme binaire, dont le degré est supérieur à 2, ne peut avoir un nombre infini de solutions en nombres entiers.

Après avoir étudié tout ce qu'on peut bien trouver sur ces matières et particulièrement un Mémoire du mathématicien russe Woronoï (*Sur une extension de l'algorithme des fractions continues*, 1896, en russe, Petrograd), qui contient une méthode sûre pour calculer les unités fondamentales de Dirichlet des corps algébriques du troisième degré, j'ai essayé de chercher la résolution générale des équations indéterminées binaires du troisième degré.

Voici un théorème aussi simple qu'élégant auquel je suis parvenu, au moins pour les équations de la forme $X^3\rho + Y^3 = 1$:

L'équation $X^3\rho + Y^3 = 1$, ρ *étant un nombre entier différent d'un cube, n'a pas de solution en nombres entiers* X *et* Y, *si l'unité fondamentale du corps* $\Omega(\sqrt[3]{\rho})$ *n'est pas de la forme* $B\sqrt[3]{\rho} + C$, *et a la seule solution* $X = B$, $Y = C$, *si elle a la forme* $B\sqrt[3]{\rho} + C$.

Je parle ici de l'unité fondamentale de Dirichlet $a(\sqrt[3]{\rho})^2 + b\sqrt[3]{\rho} + c$, dont les coefficients a, b et c sont des nombres entiers, n'ayant pas le même signe, et dont les puissances à exposants entiers positifs et négatifs représentent toutes les unités de la forme $A(\sqrt[3]{\rho})^2 + B\sqrt[3]{\rho} + C$, dont les coefficients A, B et C sont entiers.

On voit que tout revient à calculer l'unité fondamentale $a(\sqrt[3]{\rho})^2 + b\sqrt[3]{\rho} + c$, ce qu'on peut faire par la méthode de Woronoï.

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur les formes quadratiques binaires positives.* Note de M. **Gaston Julia**, présentée par M. G. Humbert.

Soit

$$ax^2 - 2bxy + cy^2$$

une forme positive *réduite*, on a

$$a, c > 0, \qquad ac - b^2 > 0, \qquad 2|b| \leqq a \leqq c.$$

On sait que les trois premiers minima propres de la forme sont

$$a, c \quad \text{et} \quad a - 2b + c$$

en supposant, ce qui ne diminue aucunement la généralité, $b \geqq 0$.

Dans sa Note du 17 mai 1915 (¹), M. Humbert établit les propositions suivantes :

1° Le quatrième minimum est $a + 2b + c$, obtenu pour $x = 1$, $y = -1$;

2° Le cinquième minimum est $4a - 4b + c$, obtenu pour $x = 2$, $y = 1$;

3° Le sixième minimum est le plus petit des deux entiers $4a + 4b + c$ et $a - 4b + 4c$, obtenus respectivement pour $x = 2$, $y = -1$, et $x = 1$, $y = 2$;

4° Si le sixième minimum est le second, $a - 4b + 4c$, de ces entiers, le septième minimum sera le premier, $4a + 4b + c$.

Je vais donner de ces propositions une nouvelle démonstration.

(¹) *Comptes rendus*, t. 160, 1915, p. 647.

Soient $x'Ox$, $y'Oy$ deux axes coordonnés [1], et figurons le réseau des points à coordonnées entières par rapport à ces axes. A sera le point $(x=1, y=0)$, B $(x=0, y=1)$, C $(x=1, y=1)$, D $(x=-1, y=+1)$, E $(x=2, y=1)$, F $(x=2, y=-1)$, K $(x=1, y=2)$. Les mêmes lettres affectées d'un accent : A′, B′, ... désigneront les points diamétralement opposés à A, B, ...

Envisageons l'ellipse variable $\mathcal{E}$

$$ax^2 - 2bxy + cy^2 = t^2.$$

Si t croît, elle s'enfle en restant homothétique à elle-même.

Interprétons les conditions de réduction :

1° $2b \leqq a$ indique que *le diamètre de la direction* Ox *traverse le segment* BC *plus près de* B *que de* C ;

2° $2b \leqq c$ indique que *le diamètre de la direction* Oy *traverse* AC *plus près de* A *que de* C ;

3° $a \leqq c$ indique que *les points où l'ellipse coupe* Oy *sont plus voisins de* O *que ceux où elle coupe* Ox.

Ceci posé, considérons l'ellipse de la famille qui passe par le point

$$\text{E}(x=2, y=1);$$

son équation est

$$ax^2 - 2bxy + cy^2 = 4a - 4b + c.$$

Des propriétés élémentaires des diamètres d'une conique, et de leurs propriétés 1° et 2° qui correspondent ici aux conditions de réduction, il suit que les prolongements des côtés du rectangle de centre O, de base EF sont tout entiers extérieurs à l'ellipse considérée.

Remarquons aussi que K est extérieur à cette ellipse, car ses coordonnées $(x=1, y=2)$ donnent à la forme $ax^2 - 2bxy + cy^2$ la valeur $a - 4b + 4c$ qui est supérieure à $4a - 4b + c$; donc les prolongements des côtés du rectangle d'axes Ox, Oy, dont K est un sommet, sont extérieurs à l'ellipse considérée. Par conséquent, $\mathcal{E}$ ne peut contenir (et elle les contient effectivement), parmi les points du réseau, que les points A, B, C, D, leurs symétriques par rapport à O et des points de Ox et Oy, qui ne sont plus des points primitifs (les seuls points primitifs sur Ox, Oy étant A, B, et leurs symétriques). De plus, à cause de la propriété 1° des diamètres, on

---

[1] Pour la simplicité de l'exposition on peut les supposer rectangulaires, mais ce n'est nullement indispensable.

voit que l'ellipse $\mathcal{E}$ en grandissant rencontrera dans l'ordre B, puis C, puis D, puis E, et à cause de la propriété 3° on voit qu'elle rencontrera A avant B.

Nous avons donc déterminé les cinq premiers minima propres de la forme; ils sont donnés dans l'ordre par les points A, B, C, D, E.

Envisageons maintenant l'ellipse de la famille passant par F, son équation est

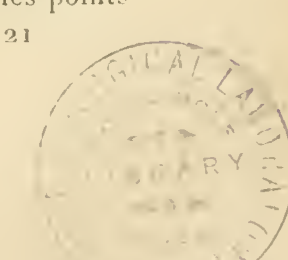
$$ax^2 - 2bxy + cy^2 = 4a + 4b + c.$$

La recherche précédente nous assure qu'elle contient A, B, C, D, E.

Pour les coordonnées de K($x = 1$, $y = 2$) la forme prend la valeur $a - 4b + 4c$, et les conditions de réduction ne permettent pas de classer $a - 4b + 4c$ et $4a + 4b + c$. Deux cas sont donc possibles :

1° $4a + 4b + c \leqq a - 4b + 4c$. — Alors l'ellipse envisagée ne contient pas K. Il suit de là que les prolongements des côtés du rectangle $KK_1K'K'_1$ [$K_1(x = 1, y = -2)$] sont extérieurs à cette ellipse. Les demi-droites menées par F parallèles à Ox et Oy' le sont aussi, et celles par F' parallèles à Ox', Oy. Enfin la demi-droite parallèle à Ox menée par ($x = 3$, $y = 1$) et sa symétrique par rapport à O, le sont aussi. Il suit de là que l'ellipse envisagée contient les seuls points primitifs du réseau A, B, C, D, E. Dans ce cas, F fournit le sixième minimum propre de la forme.

2° $4a + 4b + c > a - 4b + 4c$. — Alors *l'ellipse envisagée contient* K. Mais elle ne contient pas K_1($x = 1$, $y = -2$) qui donne à la forme la valeur $a + 4b + 4c$ supérieure à $4a + 4b + c$. Donc les demi-droites parallèles à Ox et Oy' menées par K_1 et leurs symétriques par rapport à O sont extérieures à l'ellipse, les demi-droites parallèles à Ox, Oy' menées par F et leurs symétriques par rapport à O le sont aussi. K_1 étant extérieur à l'ellipse, le point K_2($x = 1$, $y = 3$) le sera *a fortiori* (propriété 2° des diamètres); en vertu de la même propriété, le point K_3($x = 2$, $y = 3$) le sera aussi puisque F est sur l'ellipse. Donc les demi-droites parallèles à Oy menées par ce dernier point et par K_2 seront extérieures à l'ellipse; il en sera de même de la demi-droite parallèle à Ox menée par K_3, et des trois demi-droites symétriques des précédentes par rapport à O. Enfin, K'_1 étant extérieur, le point ($x = 3$, $y = 2$) le sera aussi, ainsi que les demi-droites parallèles à Ox, Oy menées par ce point, et leurs symétriques par rapport à O. L'ellipse passant par F', le point ($x = 3$, $y = 1$) lui sera extérieur, ainsi que la demi-droite parallèle à Ox issue de ce point, et sa symétrique par rapport à O. Conclusion : l'ellipse envisagée ne contient parmi les points



du réseau que les points A, B, C, D, E, K, leurs symétriques par rapport à O, peut-être des points de Ox, Oy qui ne sont pas primitifs, et peut-être le point $x=2$, $y=2$ qui n'est pas non plus primitif.

Dans ce cas nous avons donc déterminé les sept premiers minima propres de la forme; nous connaissons déjà les cinq premiers, le sixième sera fourni par $K(x=1, y=2)$, le septième par $F(x=2, y=-1)$.

Nota. — Dans ce qui précède nous avons raisonné le plus souvent en supposant que les conditions de réduction étaient de vraies inégalités $0 < 2b < a < c$. Quand l'une ou l'autre, ou deux de ces inégalités, deviennent des égalités, il pourra arriver que deux ou même trois des minima successifs que nous venons de déterminer soient égaux; ce seront toujours deux ou trois minima consécutifs.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *L'écart de deux fonctions quelconques.* Note de M. **Maurice Fréchet**, présentée par M. Hadamard.

En théorie des fonctions, on est conduit dans bien des questions (séries trigonométriques, intégration, etc.) à négliger ce qui se passe dans un ensemble de mesure très petite (c'est-à-dire un ensemble qui peut être enfermé dans des intervalles dont la somme des longueurs est très petite). En se plaçant à ce point de vue, on envisagera comme voisines deux fonctions qui ne diffèrent que d'une quantité très petite sauf peut-être sur un ensemble de points de mesure très petite. En particulier, on ne considérera pas comme distinctes deux fonctions qui sont égales presque partout (c'est-à-dire sauf sur un ensemble de points de mesure nulle).

Il est alors intéressant de remarquer qu'on définit ainsi une classe d'éléments qui au sens de ma Thèse est une classe parfaite ($\mathcal{E}$) admettant une généralisation du théorème de Cauchy. En d'autres termes, *quelles que soient les fonctions $f(x)$, $g(x)$ définies sur un intervalle fixe* J, *on peut leur faire correspondre un nombre (f, g) que nous appellerons leur écart et qui satisfait aux conditions suivantes :*

1° La valeur de l'écart (f, g) n'est pas altérée si l'on substitue à f, g deux fonctions f_1, g_1 qui sont respectivement égales presque partout à f, g.

2° Le nombre (f, g) est positif ou nul. Il n'est nul que si f et g sont égaux presque partout.

3° Quelles que soient les fonctions f, g, h, on a

$$(f, g) \leq (f, h) + (g, h).$$

4° Si l'écart (f, g) est infiniment petit, l'ensemble des points où $|f(x) - g(x)|$ est supérieur à un nombre arbitraire fixe est de mesure infiniment petite et réciproquement.

5° Soit $f_1, f_2, \ldots, f_n, \ldots$ une suite infinie de fonctions uniformes. La condition nécessaire et suffisante pour qu'il existe une fonction f_0 telle que l'écart (f_0, f_n) converge vers zéro est que, quel que soit le nombre positif ε, on puisse trouver un entier n pour lequel $(f_n, f_{n+p}) < \varepsilon$ quel que soit p.

Il convient d'insister sur le fait que l'existence de l'écart (f, g) n'est liée à aucune condition de continuité pour f ou g.

La valeur numérique de l'écart d'un couple déterminé de fonctions ne présente pas d'intérêt particulier; car si l'on peut donner une définition de l'écart, on peut en donner une infinité d'autres donnant des résultats numériques différents. Mais le seul fait qu'il est possible de définir un tel écart permet, entre autres conséquences, d'étendre à cette nouvelle classe un grand nombre de propriétés des ensembles linéaires, comme je l'ai montré dans ma Thèse.

Mentionnons cependant à titre d'exemple la définition suivante de l'écart. Soient ω un nombre positif quelconque et M_ω la mesure extérieure de l'ensemble des points où $|f(n) - g(n)| > \omega$. On peut prendre pour valeur de l'écart la borne inférieure de la somme $\omega + M_\omega$ quand ω varie.

MÉCANIQUE. — *Sur la différence entre le centre de gravité et le centre d'inertie.* Note de M. **A. Liljeström**, présentée par M. Appell.

Dans toutes les recherches relatives à l'action de la pesanteur, on suppose qu'il est légitime de considérer l'accélération g due à cette force comme invariable dans l'étendue d'un corps de dimensions ordinaires. Grâce à cette supposition, il existe dans un corps solide un point, le centre de gravité, par lequel passe constamment le poids du corps, quelle que soit son orientation.

Or à présent on sait mesurer des longueurs et des poids avec une précision très grande. L'erreur relative commise en mesurant la longueur

d'un mètre est 3.10^{-8} (MM. Michelson et Benoît) et celle en mesurant le poids d'un kilogramme est 2.10^{-9} (balances de l'atelier Rueprecht and Sohn, Wien). D'un autre côté on peut montrer que l'erreur relative commise en considérant g comme constant pour une variation de hauteur d'un mètre est $3,14.10^{-7}$.

Dans des recherches liées à des mesures de précision, surtout dans la théorie de la balance, on n'est donc point sûr qu'on puisse employer l'ancien concept du centre de gravité; on peut même prévoir qu'un approfondissement de ce concept pourrait donner des indications intéressantes.

Soit donc $Oxyz$ un trièdre trirectangle invariablement lié au corps et soit $Ox_1y_1z_1$ un autre trièdre lié à la terre, l'axe Ox_1 étant la verticale dirigée vers le haut. Les axes $Ox_1y_1z_1$ font avec les axes $Oxyz$ des angles dont les cosinus sont respectivement $\alpha, \beta, \gamma; \alpha', \beta', \gamma'; \alpha'', \beta'', \gamma''$. Supposons de plus que les axes $Oxyz$ sont les axes principaux d'inertie relatifs au point O qui se confond avec le centre d'inertie du corps. Dans ce cas on a les relations bien connues :

$$\begin{array}{lllll} \Sigma mx = 0, & \Sigma my = 0, & \Sigma mz = 0; & A = \Sigma mx^2, & B = \Sigma my^2, \quad C = \Sigma mz^2; \\ \Sigma myz = 0, & \Sigma mxz = 0, & \Sigma mxy = 0; & M = \Sigma m, & A > B > C, \end{array}$$

A, B, C désignant les moments d'inertie par rapport aux plans principaux, M désignant la masse totale.

Comme *première approximation* on peut poser, g_0 étant une constante,

$$g = g_0(1 + \varepsilon x_1), \qquad \varepsilon = 3,14.10^{-9} \qquad [\text{C. G. S.}].$$

Pour une position déterminée du corps, on sait que son poids est dirigé suivant la droite :

$$Y_1 = \frac{\Sigma mgy_1}{\Sigma mg},$$

$$Z_1 = \frac{\Sigma mgz_1}{\Sigma mg},$$

que nous appellerons *droite de gravité*. X_1, Y_1, Z_1 sont les coordonnées d'un point quelconque de cette droite relatives aux axes $Ox_1y_1z_1$.

En désignant par X, Y, Z les coordonnées relatives aux axes $Oxyz$, cette droite peut être représentée par les équations

$$\alpha'X + \beta'Y + \gamma'Z = \frac{\Sigma\{mg_0[1 - \varepsilon(\alpha x + \beta y + \gamma z)](\alpha' x + \beta' y + \gamma' z)\}}{\Sigma\{mg_0[1 - \varepsilon(\alpha x + \beta y + \gamma z)]\}},$$

$$\alpha''X + \beta''Y + \gamma''Z = \frac{\Sigma\{mg_0[1 - \varepsilon(\alpha x + \beta y + \gamma z)](\alpha'' x + \beta'' y + \gamma'' z)\}}{\Sigma\{mg_0[1 - \varepsilon(\alpha x + \beta y + \gamma z)]\}}.$$

Ces équations se réduisent, par de simples transformations, aux équations suivantes :

$$\frac{X}{\alpha} - \frac{Y}{\beta} = -\frac{\varepsilon}{M}(A - B),$$

$$\frac{X}{\alpha} - \frac{Y}{\gamma} = -\frac{\varepsilon}{M}(A - C).$$

Si l'orientation du corps change, les cosinus directeurs α, β, γ de cette droite varient, de sorte que les diverses droites de gravité forment une congruence de droites qui ne peuvent toutes passer par le centre d'inertie que dans le cas où $A = B = C$. Il est très remarquable que les droites de gravité qui correspondent à deux orientations infiniment voisines ne se rencontrent pas en général, de sorte qu'on ne peut pas parler d'un centre de gravité, même pour une orientation déterminée.

On démontre sans peine que, dans le cas d'une rotation autour d'un axe principal d'inertie, il existe une courbe enveloppe des droites de gravité, savoir une astroïde. Pour le cas d'une rotation autour de l'axe des z, l'équation de l'astroïde s'écrit :

$$x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = \left(\varepsilon \frac{A - B}{M}\right)^{\frac{2}{3}}.$$

Il en résulte que, dans le cas d'un ellipsoïde d'inertie de révolution, le centre d'inertie peut être considéré comme un centre de gravité pour une rotation autour de l'axe de révolution.

Ce théorème pourrait être d'une certaine importance quand on cherche à perfectionner la balance.

MÉCANIQUE. — *Sur le débit des déversoirs à mince paroi lorsque la nappe est noyée en dessous et le pied de la nappe recouvert par le ressaut.* Note (¹) de M. G. **Mouret**, présentée par M. H. Le Chatelier.

M. Bazin a établi que, dans le cas envisagé ici, le rapport du coefficient de débit au coefficient de la nappe libre, ou module, n'est pratiquement fonction que de deux variables qui sont les rapports respectifs h et h_1 de la charge et de la retenue à la hauteur ou saillie du déversoir et il a représenté par trois formules approchées les résultats de ses expériences

---

(¹) Séance du 17 janvier 1916.

sur la valeur du module, l'une des formules étant applicable aux déversoirs découverts, les deux autres (fusionnées plus tard en une seule), applicables aux déversoirs noyés, suivant la valeur de la charge relativement à la retenue.

J'ai poussé plus loin l'étude et l'interprétation des résultats bruts des expériences si importantes de M. Bazin, et j'ai pu reconnaître que, dans la plupart des cas, le module K des nappes noyées en dessous, dont le pied est recouvert par le ressaut, ne dépend, pratiquement, même dans le cas des déversoirs noyés, que d'une seule variable, qui est le rapport de la grandeur h à la grandeur h_1, la charge et la retenue étant comptées à partir de certains niveaux qui ont un écart donné avec celui du seuil du déversoir.

Les formules adoptées par M. Bazin suggèrent déjà, en les traitant convenablement, une conclusion de ce genre mais comme elles ne sont qu'approchées, établies par une voie indirecte (relation entre le module et la pression sous la nappe) et qu'elles ne se raccordent pas exactement pour la valeur $h_1 = 0$ ou pour la valeur $K = 0.775$, j'ai cru qu'il était préférable de procéder à une recherche directe en prenant pour point de départ les résultats bruts des expériences dues au savant ingénieur. J'ai été ainsi amené à construire, avec les coordonnées h, h_1 et K, une surface représentant le plus fidèlement possible ces résultats, rectifiés seulement de manière à maintenir la régularité des courbures. Les expériences de M. Bazin ne laissent en effet rien soupçonner de la possibilité de discontinuités dans la loi de variation du module, même lorsque la nappe noyée en dessous passe à la forme de nappe ondulée et que les trajectoires des particules liquides se trouvent ainsi grandement modifiées.

J'ai constaté que cette surface modulaire, limitée par les passages aux nappes adhérentes et aux nappes noyées à ressaut éloigné, suivant des lois établies par M. Bazin, est, sur sa plus grande étendue, une *surface réglée*, dont les génératrices sont des lignes d'égal module, c'est-à-dire parallèles au plan des h et des h_1. Elle ne perd ce caractère qu'au voisinage de l'origine, et aussi dans la petite région qui correspond aux déversoirs découverts, mais là encore les lignes d'égal module diffèrent très peu de lignes droites. Il faut en conclure que, dans la généralité des cas, il existe entre les rapports h et h_1, pour une valeur donnée du module, une relation linéaire: cette relation subsiste aussi élevées que soient les valeurs de h et de h_1 (limite des expériences : $h = 1,85$; $h_1 = 1,60$). Le module de transition est ainsi fonction d'une variable unique, choisie arbitrairement parmi toutes celles qui peuvent définir la position des génératrices, par exemple

l'orientation du vecteur du point de contact de ces génératrices avec leur enveloppe.

Sauf en ce qui concerne la conduite de nouvelles expériences, une telle conclusion n'a qu'un intérêt théorique, celui de fournir un moyen de contrôle de recherches analytiques. A supposer, en effet, que les données expérimentales actuelles permettent de tracer, sans une incertitude trop grande, la courbe-enveloppe, il ne serait peut-être pas possible d'établir une relation simple entre cette courbe et les données h et h_1. L'intermédiaire d'une variable unique ne ferait, dans ce cas, que compliquer le problème.

Mais j'ai reconnu que, pratiquement, l'enveloppe des génératrices peut être supposée réduite à *deux points*, ce qui simplifie bien la question et permet de présenter les résultats des expériences sous une forme utilisable. Il suffit alors d'adopter comme variable l'orientation des génératrices elles-mêmes, orientation qui, rapportée à la direction de l'axe des h, se calculera par la formule simple

$$\frac{h-\alpha}{h-\beta},$$

α et β étant les coordonnées des points-enveloppes.

Toute fonction de ce rapport peut être aussi utilisée comme variable et, afin d'éliminer les valeurs négatives de la variable, et d'expliciter le facteur principal du débit qui est la chute $h-h_1$, j'ai définitivement adopté comme variable le rapport

$$\rho = 1 - \frac{h-\alpha}{h-\beta} - \frac{(h-h_1)-(\alpha+\beta)}{h-\beta}$$

qu'on peut appeler *coefficient de chute*.

En remplaçant α et β par les valeurs numériques fournies, non par des formules plus ou moins arbitrairement choisies, mais par des graphiques à grande échelle, on obtient les expressions suivantes :

Premier point-enveloppe,

$$(1) \qquad \rho = \frac{h-h_1}{h+0.45}.$$

Deuxième point-enveloppe,

$$(2) \qquad \rho = \frac{(h-h_1)-0.10}{h-0.05}.$$

La valeur du coefficient ρ peut varier de 0 [formule (1), chute nulle] à 2 [formule (2), point triple de transformation, $h+h_1=0$]. Quant à la limite

d'application des deux formules, elle correspond à la valeur commune $\rho = 0,20$. La formule (1) ne s'applique qu'à des déversoirs noyés. De $\rho = 0,20$ à $\rho = 0,903$, la formule (2) s'applique à des déversoirs noyés ou découverts, suivant la valeur de h ou celle de h_1. Au delà le rapport h_1 est toujours négatif et la formule (2) ne vise plus que des déversoirs découverts.

Si $h = -0,05$, on a, pour toutes les valeurs de h, $\rho = 1$; le débit est donc indépendant de la charge, résultat acquis déjà par M. Bazin, et qui se trouve confirmé par la présente étude, ainsi que la valeur correspondante 1,060 du module.

La relation $K = f(\rho)$ qui existe entre la valeur du module et le coefficient de retenue, ne paraît pas apte, en raison de son origine, à se mettre sous une forme mathématique simple. Elle est représentée par une courbe de forme générale parabolique et comportant, par suite du changement de formule, une brisure correspondant à l'abscisse $\rho = 0,20$. Les éléments de cette courbe, mesurés à la limite avec les nappes à ressaut éloigné (à part les valeurs marquées d'une astérisque qui sont des valeurs moyennes entre des valeurs extrêmes très rapprochées) sont les suivantes :

ρ......	0	0,05	0,10	0,15	0,20	0,30	0,40	0,50
K.....	0	0,534	0,670	0,755	0,820	0,880	0,923	0,956
ρ......	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00	1,10	1,20	1,30
K.....	0,982	1,005	1,024	1,043	1,060	1,077	1,092	1,105
ρ......	1,40	1,50	1,60	1,70	1,80	1,90	2,00	
K.....	1,117	1,128*	1,138*	1,147*	1,155*	1,161*	1,165	

MÉCANIQUE. — *Sur les trajectoires aériennes des projectiles.* Note de M. **Ernest Esclangon**, présentée par M. Hadamard.

Les propriétés géométriques classiques des trajectoires des projectiles sont généralement tirées de l'étude de l'équation différentielle

$$\frac{d(v\cos\tau)}{d\tau} = \frac{c}{g} v\,F(v) \tag{1}$$

qui lie la vitesse v à l'angle τ que fait avec l'horizon la direction de cette vitesse; $cF(v)$ représente la résistance de l'air. Un certain nombre de ces propriétés se rattache à l'hypothèse simple que c est un coefficient constant ou regardé comme tel. C'est là une *première approximation*, insuffisante et assez éloignée des réalités de la balistique moderne.

Une *deuxième approximation* consiste à tenir compte de la variation de c avec la densité de l'air (variable avec l'altitude suivant une loi qu'on peut supposer ici exponentielle) en négligeant toujours les variations de g ainsi que la sphéricité du sol et des couches atmosphériques. Or, avec cette nouvelle base, les propriétés géométriques des trajectoires changent déjà beaucoup de nature.

Appelons *trajectoire*, en général, la trajectoire complète supposée prolongée par continuité dans les deux sens. La vitesse variera alors de $v = +\infty$ à $v = 0$. Il résulte immédiatement de là qu'on peut classer toutes les trajectoires en deux catégories :

1° Celles pour lesquelles v passe par un minimum autre que zéro, *minimum suivi alors nécessairement d'un maximum*, circonstance bien connue et d'ailleurs évidente puisque $v = 0$ pour $t = +\infty$;

2° Celles pour lesquelles il n'y a pas de minimum, *la vitesse décroissant d'une manière continue* depuis $v = +\infty$ jusqu'à $v = 0$.

Or, nous allons montrer que ces deux espèces de trajectoires peuvent et doivent exister dans la balistique pratique, et qu'en particulier, pour les trajectoires de la première classe, le minimum et le maximum de vitesse peuvent exister effectivement sur l'arc pratique de la trajectoire.

Considérons, en effet, les trajectoires formant transition entre les deux classes; le minimum et le maximum seront confondus, la vitesse v en fonction de t ou de τ présentera un point d'inflexion, et, pour cette raison, nous appellerons ces trajectoires *trajectoires inflexionnelles*.

Or on a

$$\frac{dv}{d\tau} = \frac{v}{\cos\tau}\left[\sin\tau + \frac{c}{g}\mathrm{F}(v)\right] = \frac{v}{\cos\tau}\mathrm{Q},$$

$$\frac{d^2v}{d\tau^2} = \mathrm{Q}\frac{d}{d\tau}\left(\frac{v}{\cos\tau}\right) + v + \frac{v}{g\cos\tau}\frac{dc}{d\tau}\mathrm{F}(v) + \frac{cv\mathrm{F}'(v)}{g\cos\tau}\frac{dv}{d\tau},$$

où

$$\frac{d^2v}{d\tau^2} = \mathrm{Q}\frac{d}{d\tau}\left(\frac{v}{\cos\tau}\right) + \frac{v^2\mathrm{Q}}{g\cos^2\tau}\left[vh\sin\tau + c\,\mathrm{F}'(v)\right] + \frac{v^3h}{g}\left[\frac{g}{hv^2} - \mathrm{tang}^2\tau\right],$$

en remplaçant $\frac{dc}{d\tau}$ par $-ch\frac{dz}{d\tau} = ch\frac{v^2}{g}\mathrm{tang}\,\tau$; z altitude, $h = \frac{1}{10\,000}$.

La vitesse d'inflexion correspondra donc aux éléments c, v, τ qui vérifient simultanément $\frac{dv}{d\tau} = 0$, $\frac{d^2v}{d\tau^2} = 0$, c'est-à-dire, puisque τ sera négatif,

$$\sin\tau + \frac{c}{g}\mathrm{F}(v) = 0, \tag{2}$$

$$\mathrm{tang}\,\tau = -\frac{1}{v}\sqrt{\frac{g}{h}} = -\frac{313^{\mathrm{m}},2}{v}. \tag{3}$$

On vérifie sans peine du reste que, dans ces conditions, $\frac{d^3 v}{d\tau^3} > 0$; la vitesse sera décroissante.

Or, formons le Tableau des valeurs correspondantes, c, v, τ satisfaisant à (2) et (3). On obtient :

v.	τ.	$\log c$.	c.
50^m	80°.55′,8	$\bar{2}$,4348	0,0272
100	72.17,5	$\bar{3}$,8537	0,00714
200	57.26,3	$\bar{3}$,2376	0,00173
300	46.14,0	$\bar{4}$,6266	0,000423
400	38. 4,7	$\bar{4}$,0092	0,000102
500	32. 3,8	$\bar{5}$,7284	0,0000534
600	27.33,8	$\bar{5}$,5323	0,0000341
700	24. 6,3	$\bar{5}$,3735	0,0000236
800	21.22,8	$\bar{5}$,2333	0,0000171
900	19.11,3	$\bar{5}$,1058	0,0000128
1000	17.23,5	$\bar{6}$,9843	0,0000096

Les coefficients balistiques usuels varient entre 0,02 pour les plus petites balles de pistolet et 0,00005 pour les plus énormes projectiles modernes. On voit que les vitesses correspondantes sont comprises entre 50^m et 500^m, c'est-à-dire très usuelles. Il pourra donc exister dans la pratique, et il existe en effet des trajectoires inflexionnelles; *l'inflexion se produisant en des régions de l'atmosphère accessible aux projectiles, c'est-à-dire sur leur arc réel de trajectoire.* De part et d'autre, en quelque sorte, on aura les deux classes de trajectoires, et au voisinage des trajectoires inflexionnelles, le minimum et le maximum de vitesse de celles de la première classe pourront exister effectivement sur la trajectoire.

On doit remarquer qu'en un maximum de vitesse on devra avoir

$$\operatorname{tang}(-\tau) > \frac{313,2}{v},$$

de sorte qu'avec les vitesses habituelles, la valeur absolue de τ sera toujours assez élevée, c'est-à-dire que cette circonstance ne pourra réellement se présenter qu'avec de grands angles de tir.

Les trajectoires inflexionnelles constituent (en dehors des translations) dans l'ensemble de toutes les trajectoires possibles une famille *dépendant d'un seul paramètre*, comme il résulte de (2) et (3). D'autre part, tout projectile donné comporte des trajectoires inflexionnelles; le point d'inflexion de la vitesse peut même être arbitrairement donné dans l'atmosphère, mais

alors la vitesse d'inflexion et l'angle τ sont déterminés; la vitesse d'inflexion est d'autant plus faible que c est plus grand (c'est-à-dire le projectile plus petit); l'angle négatif τ est alors d'autant plus grand en valeur absolue.

La considération de la variation de c introduit également dans les propriétés des points (des trajectoires complètes) où la vitesse devient infinie des caractères particuliers. C'est ainsi, par exemple, qu'en supposant la fonction $F(v)$ de l'ordre de v^2 pour les très grandes vitesses, ce qui paraît voisin de la réalité, on trouve qu'il ne peut exister aucune trajectoire sans sommet (ce qui n'a pas lieu avec c constant); que le point où $v = \infty$ est à distance finie et atteint dans un temps (négatif) fini.

HYDRAULIQUE. — *Sur la détermination de la surface rationnelle des aubes d'une turbine hydraulique.* Note de M. J. **Dejust**, présentée par M. Émile Picard.

La surface d'une aube de turbine hydraulique doit être telle qu'en chacun de ses points l'élément superficiel soit normal à la résultante des forces réelles et apparentes qui agissent sur les molécules d'eau dans leur mouvement relatif par rapport à l'aube.

Nous allons indiquer une méthode graphique qui permet de tracer pratiquement une aube remplissant cette condition.

Supposons la turbine à axe vertical et rapportée à trois axes rectangulaires, dont l'un est celui de la turbine.

Le théorème de d'Alembert appliqué aux fluides donne les relations suivantes :

$$(1)\qquad \left\{\begin{aligned} &\Sigma X + \Sigma(-J_x) - \frac{1}{\rho}\frac{dp}{dx} = 0,\\ &\Sigma Y + \Sigma(-J_y) - \frac{1}{\rho}\frac{dp}{dy} = 0,\\ &\Sigma Z + \Sigma(-J_z) - \frac{1}{\rho}\frac{dp}{dz} = 0,\end{aligned}\right.$$

dans lesquelles les forces sont rapportées à l'unité de masse.

Les termes ΣX, ΣY et ΣZ sont les composantes des forces extérieures appliquées aux molécules; dans une turbine hydraulique, ces forces extérieures sont la pesanteur g, la réaction R de l'aube et le frottement de l'eau contre l'aube, que nous négligeons.

Les termes $-J_x$, $-J_y$, $-J_z$ sont les composantes des forces d'inertie

du mouvement absolu des molécules; ces forces sont les résultantes des forces d'inertie d'entraînement, des forces d'inertie du mouvement relatif et de la force centrifuge composée, en vertu de la relation géométrique

$$\overline{J} = \overline{J}_e + \overline{J}_r + \overline{J}_{ec}. \tag{2}$$

Les termes

$$\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dx}, \quad \frac{1}{\rho}\frac{dp}{dy} \quad \text{et} \quad \frac{1}{\rho}\frac{dp}{dz}$$

correspondent à des forces dont les composantes suivant les trois axes sont respectivement égales aux produits de la variation proportionnelle de la pression le long des éléments dx, dy et dz, par l'inverse de la masse spécifique, c'est-à-dire par le rapport $\frac{g}{\varpi}$.

Les relations (1) peuvent donc s'écrire, en faisant leur somme géométrique

$$\overline{g} + \overline{R} + (-\overline{J}_e) + (-\overline{J}_r) + (-\overline{J}_{ec}) - \frac{1}{\rho}\left(\frac{d\overline{p}}{dx} + \frac{d\overline{p}}{dy} + \frac{d\overline{p}}{dz}\right) = 0. \tag{3}$$

Le polygone des forces représentées par ces termes est donc fermé.

Considérons la trajectoire relative parcourue par une molécule à la surface de l'aube, désignons par s sa longueur et par p et p' les pressions au commencement et à la fin de cette trajectoire.

Si nous prenons pour valeurs des projections élémentaires dx, dy et dz celles des projections d'un élément ds de la trajectoire relative, l'expression

$$\left(\frac{d\overline{p}}{dx} + \frac{d\overline{p}}{dy} + \frac{d\overline{p}}{dz}\right)$$

représentera la variation proportionnelle de la pression le long de l'élément ds, de sorte que si la turbine est construite de telle façon que cette variation proportionnelle soit constante tout le long de l'aube, on pourra écrire

$$\frac{1}{\rho}\frac{d\overline{p}}{ds} = \frac{1}{\rho}\left(\frac{d\overline{p}}{dx} + \frac{d\overline{p}}{dy} + \frac{d\overline{p}}{dz}\right) = \frac{g}{\varpi}\,\frac{p - p'}{s}.$$

En désignant, pour un point quelconque M de la trajectoire donnée, par u sa vitesse de rotation, par w la vitesse relative de l'eau, par r sa distance à l'axe et par r_1 le rayon de courbure de la trajectoire relative, les forces d'inertie du mouvement d'entraînement, supposé uniforme, se réduisent à la force centrifuge $\frac{u^2}{r}$, les forces d'inertie du mouvement relatif

sont $\frac{w^2}{r_1}$ et $-\frac{dw}{dt}$, et la force centrifuge composée est $2\frac{u}{r}w\sin\alpha$, α étant l'angle de la vitesse w avec l'axe instantané de rotation passant en M.

Toutes ces forces étant projetées sur les trois axes, on peut déterminer les composantes R_x, R_y et R_z de la réaction R : on a ainsi la direction de R et, par suite, celle de l'élément de surface en M, qui lui est normal.

Cette détermination, très pénible par le calcul, peut se faire graphiquement avec moins de difficulté en considérant, d'une part, que les accélérations et les vitesses dans un mouvement projeté sont les projections des accélérations et des vitesses dans le mouvement projetant, et, d'autre part, que lorsqu'une droite est perpendiculaire à une surface sa projection sur un plan passant par son point de rencontre avec la surface est perpendiculaire à l'intersection de la surface et de ce plan.

Si donc on projette la trajectoire relative sur un plan perpendiculaire à l'axe de la turbine, les forces d'inertie en un point de la trajectoire ainsi projetée seront les projections des forces d'inertie au point projetant de la trajectoire réelle, et si on les compose avec les autres forces projetées sur le même plan on obtiendra la projection R_1 sur ce plan de la réaction R, et l'élément superficiel sera coupé par le plan suivant une normale à R_1.

En appliquant la même méthode aux projections de la trajectoire relative sur un plan tangent au cylindre passant en M et sur le plan méridien de ce point, on pourra obtenir trois intersections de l'élément superficiel et, par suite, le déterminer complètement.

Cette opération, faite pour différents points d'une trajectoire, puis pour un certain nombre de trajectoires choisies convenablement, fera connaître la surface de l'aube.

ÉLASTICITÉ. — *Sur le problème de la plaque mince rectangulaire encastrée.* Note de M. **Mesnager**.

On ne connaît, jusqu'à présent, pour résoudre le problème de la plaque encastrée, que la méthode d'approximation de Ritz. M. Paschoud l'a appliquée à la plaque carrée uniformément chargée (1). Malheureusement, malgré des calculs assez longs, les résultats restent douteux. La charge, en effet,

(1) Thèse présentée à la Faculté des Sciences de Paris, juin 1914. Paris, Gauthier-Villars.

est loin d'être uniforme; elle varie aux différents points de la plaque de $-1,3$ à 4 (Thèse, p. 32). La troisième et dernière approximation est, au point de vue de l'uniformité de la charge, plus mauvaise que les précédentes.

Voici une méthode différente qui permet de calculer les déplacements, inclinaisons, moments, etc., de la plaque encastrée avec telle précision qu'on voudra.

Puisque l'on connaît l'équation de la plaque rectangulaire posée, de côtés a et b, le problème de la plaque encastrée se réduit à appliquer au pourtour de la plaque posée des moments qui annulent l'inclinaison dans la direction normale aux côtés. Au point de vue analytique, cela revient à trouver une fonction w biharmonique (c'est-à-dire satisfaisant à l'équation $\Delta_2\Delta_2 w = 0$) dans tout le rectangle de la plaque et telle que $\frac{\partial w}{\partial x} = 0$ pour $x = 0$ et $y = a$, et $\frac{\partial w}{\partial y} = 0$ pour $y = 0$ et $y = b$.

Il est facile de former de telles fonctions. Considérons le cas des plaques symétriquement chargées, qui est le plus simple à exposer. Les polynomes

$$w_1 = x(a - x)\, y(b - y)\, f(x)\, \varphi(y)$$

fournissent des fonctions w_1, nulles au contour. Soit m le degré de f et de φ. La charge de cette plaque, par unité de surface, est $\frac{\mathrm{EI}}{1-\eta^2}\Delta_2\Delta_2 w$, E étant le module d'Young, η le coefficient de Poisson, I le moment d'inertie par unité de longueur. En employant le procédé de Navier ou celui de Maurice Lévy (*Comptes rendus*, 9 octobre 1899), on obtient l'équation des ordonnées w_2 de la plaque posée, soumise à la même charge. $w_1 - w_2$ sera une fonction biharmonique nulle au contour et contenant $2m + 2$ indéterminées.

En appliquant la méthode de M. Volterra ([1]), on remplacera w_2 par un polynome nul au contour et convergent vers w_2 quand le degré augmente indéfiniment.

Soit maintenant une plaque rectangulaire posée, *chargée arbitrairement*, mais ici symétriquement

$$w_3 = \psi(x, y).$$

Appliquons à la fonction w_3 le même développement qu'à la fonction w_2.

([1]) BOREL, *Leçons sur les fonctions de variables réelles*, p. 56. Paris, Gauthier-Villars, 1905.

Considérons la plaque

$$w = w_3 + w_2 - w_1$$

et écrivons que l'inclinaison au pourtour est partout nulle au contour.

$$\frac{\partial w_3}{\partial x} + \frac{\partial w_2}{\partial x} - \frac{\partial w_1}{\partial x} = 0 \quad \text{pour} \quad x = 0,$$

$$\frac{\partial w_3}{\partial y} + \frac{\partial w_2}{\partial y} - \frac{\partial w_1}{\partial y} = 0 \quad \text{pour} \quad y = 0.$$

Cela donne $2m+2$ conditions seulement, car le facteur $x(a-x)y(b-y)$ existe dans w_1 et w_3. Ces conditions fixent les indéterminées.

La même méthode permet de résoudre une série de problèmes d'élasticité à deux dimensions relatifs au rectangle.

Application. — Pour montrer la rapide convergence des résultats, calculons la flèche de la plaque carrée encastrée, sous une charge uniforme, sans développer w_1 et w_2. Soient ϖ_1 la pression sur les plaques 1 et 2, ϖ celle qui agit sur la plaque étudiée w_3; on sait qu'on a, i et j étant des nombres entiers impairs,

$$w_1 = \frac{1-\eta^2}{\mathrm{EI}} \frac{\varpi_1}{8} xy(a-x)(a-y).$$

$$w_2 = \frac{1-\eta^2}{\mathrm{EI}} \frac{16\varpi_1}{\pi^6} a^4 \sum\sum \frac{\sin i\pi\frac{x}{a} \sin j\pi\frac{y}{b}}{ij(i^2+j^2)^2},$$

$$w_3 = \frac{1-\eta^2}{\mathrm{EI}} \frac{16\varpi}{\pi^6} a^4 \sum\sum \frac{\sin i\pi\frac{x}{a} \sin j\pi\frac{y}{b}}{ij(i^2+j^2)^2}.$$

Posons $\mathrm{K} = \frac{1-\eta^2}{\mathrm{EI}} \frac{4a^3}{\pi^4}$ et faisons $x = 0$, on aura

$$\frac{1}{k\varpi_1} \frac{\partial w_1}{\partial x} = \frac{\pi^4}{32} \frac{y}{a}\left(1 - \frac{y}{a}\right) = 0,76101 \quad \text{si} \quad y = \frac{a}{2}, \quad = 0,58646 \quad \text{si} \quad y = \frac{a}{10},$$

$$\frac{1}{k\varpi_1} \frac{\partial w_2}{\partial x} = \frac{4}{\pi} \sum\sum \frac{\sin j\pi\frac{y}{b}}{j(i^2+j^2)^2} = 0,32830 \quad \text{si} \quad y = \frac{a}{2}, \quad = 0,10900 \quad \text{si} \quad y = \frac{a}{10},$$

$$\frac{1}{k\varpi} \frac{\partial w_3}{\partial x} = \frac{4}{\pi} \sum\sum \frac{\sin j\pi\frac{y}{b}}{j(i^2+j^2)^2} = 0,32830 \quad \text{si} \quad y = \frac{a}{2}, \quad = 0,10900 \quad \text{si} \quad y = \frac{a}{10}.$$

Nous ne pouvons annuler l'inclinaison qu'aux sommets et en deux points symétriques. Dans un calcul (a) annulons-la sur l'axe; dans un calcul (b) près des sommets. Nous obtenons

$$(a) \quad \varpi_1 = \varpi \times 0,75871, \qquad (b) \quad \varpi_1 = \varpi \times 0,22829.$$

Avec la première valeur les inclinaisons finales sont toutes négatives, avec la seconde toutes positives; les écarts sont presque égaux et n'atteignent pas 0,14 de l'inclinaison de la plaque posée. Il vient, en effectuant les calculs,

$$f_a = \varpi a^4 \frac{1-\eta^2}{\mathrm{EI}} 0{,}00125, \qquad f_b = \varpi a^4 \frac{1-\eta^2}{\mathrm{EI}} 0{,}00320.$$

Le coefficient est donc $0{,}00222 \pm 0{,}00097\theta\,(0 < \theta < 1)$.

La formule de M. Paschoud donne 0,00126, très probablement trop petit.

PHYSIQUE. — *Équivalence mécanique de la lumière d'une lampe à incandescence.* Note (¹) de M. **Thadée Peczalski**, présentée par M. E. Bouty.

Le rendement lumineux d'un corps incandescent est par définition le rapport

$$\mathrm{R} = \int_{\lambda_0}^{\lambda_1} e\,d\lambda : \int_0^{\infty} e\,d\lambda, \tag{1}$$

e est le pouvoir émissif du corps en question, λ_0 et λ_1 les deux longueurs d'onde limites de sensibilité de l'œil. Pour les rayons ultraviolets e est très faible; par conséquent λ_0 peut être remplacé par zéro dans (1).

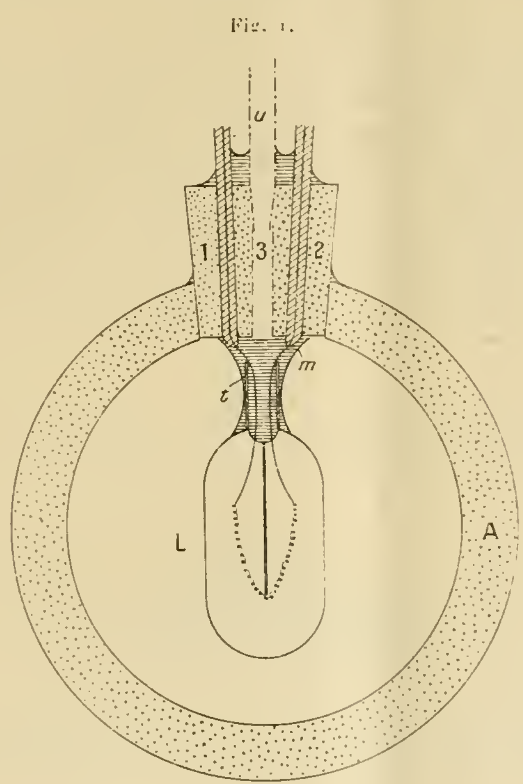
Dans le cas des lampes électriques ordinaires $\mathrm{E} = \int_0^{\infty} e\,d\lambda$ ne représente pas toute l'énergie consommée par la lampe (w), car une faible partie est dissipée à l'extérieur de l'ampoule par les gaz qui la remplissent. Mais la perte d'énergie par conduction étant faible (2 à 3 pour 100 de w) nous pourrons confondre w avec E dans le raisonnement qui suit.

Expérience. — L'appareil qui nous a servi à mesurer R se compose d'un ballon en verre épais (A), fermé par un bouchon en verre (b) rodé dans (A). Les deux trous de (b) (1) et (2) laissent passer à l'intérieur de A deux fils métalliques qui soutiennent une lampe de tantale (L). Les fils sont ensuite complètement mastiqués afin d'empêcher tout contact avec le liquide que contient le ballon; on met un tube de verre (t) dans le mastic pour plus de rigidité. Le troisième trou du bouchon (3) (qui ne se trouve pas dans le plan de la figure) est surmonté d'un tube gradué U. Le bouchon (b) une fois mis en place, on remplit le ballon avec une solution de $CuCl^2$ dans l'eau

(¹) Séance du 17 janvier 1916.

(2 pour 100). La solution monte à quelques centimètres dans le tube. On verse ensuite dans U un peu de pétrole afin que le ménisque du liquide dans U soit toujours le même. On empêche toute communication entre l'intérieur et l'extérieur de A en mastiquant toutes les lignes de jonction entre le ballon, le bouchon, le tube et les fils.

Fig. 1.



On met l'appareil ainsi construit dans un vaste bain d'eau dont la température est maintenue sensiblement constante et l'on allume la lampe. La plus grande partie des rayons émis par le filament de L est absorbée par la solution; il en résulte une élévation de température et la dilatation de celle-ci; le liquide dans U monte de N_1 à N_2. On mesure l'ascension $N_2 - N_1$. On retire la lampe du ballon, on la plonge dans un vernis noir de façon que celui-ci forme en séchant une couche opaque sur les parois de la lampe. On place de nouveau la lampe noircie dans le ballon et l'on répète l'expérience dans les conditions identiques aux précédentes.

Soient w l'énergie consommée par seconde par la lampe non noircie et produisant l'ascension de la colonne liquide de N_1 à N_2, w' l'énergie consommée par la lampe noircie et provoquant la même ascension. $w - w'$ représente l'énergie qui passe par seconde à travers la solution.

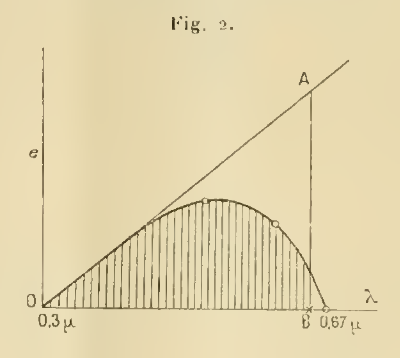
On a trouvé, d'après quelques expériences :

α.	α'.	$N_2 - N_1$.
17,27	16,87	6,465 cm.

$$R' = \frac{\alpha - \alpha'}{\alpha} = 0{,}023;$$

R' ne représente pas le rapport (1). On a $R' < R$, car la solution de 2 pour 100 de $CuCl^2$ dans l'eau est, d'après Coblenz ([1]), non seulement tout à fait absorbante pour les rayons infra-rouges à partir de $0^{\mu},67$, mais aussi en partie pour les rayons rouges. R se calcule de la manière suivante : on sait d'après Houston ([2]) que la distribution de l'énergie dans le spectre visible est, pour la lampe de tantale, approximativement proportionnelle à la longueur d'onde λ. Soit OA (*fig.* 2) la courbe représentative de cette énergie (e) en fonction de λ; la distribution de l'énergie dans le spectre de rayonnement traversant la solution employée est représentée par la ligne courbe qui s'obtient en tenant compte des coefficients d'absorption de la solution.

Fig. 2.



L'aire OAB est proportionnelle à $E' = \int_0^{\lambda_1} e\,d\lambda$, l'aire hachurée à $\alpha - \alpha'$, d'où

$$R = E' : \alpha = \frac{(\alpha - \alpha') \times \text{aire ABC}}{\alpha \times \text{aire hachurée}} = \frac{0{,}023 \times 46{,}7}{32{,}5} = 0{,}032.$$

L'intensité lumineuse de la lampe expérimentée I est de 9,96 bougies décimales. Une bougie décimale vaut donc

$$1 \text{ bougie} = \frac{w \times R}{I} = 0{,}056 \text{ watt},$$

d'où 1 lumen $= 4{,}5$, soit 5 ergs par seconde.

Ces deux valeurs sont déterminées en prenant comme limites de sensibilité de l'œil des longueurs d'onde 0 et $0^{\mu},65$.

([1]) *Bull. Bureau of Standard*, t. 7, 1912, p. 619.

([2]) *Proc. Roy. Soc. of Edinburgh*, t. 30, 1910, p. 555.

La plupart des expérimentateurs précédents ont pris pour limite du spectre visible, du côté infra-rouge, la valeur extrême, soit $0^{\mu},76$. Il y a donc une grande différence entre R antérieurement déterminé et la valeur que je propose. Angström ([1]), par exemple, trouve entre 0 et $0^{\mu},76$ la valeur du lumen de 8 ergs par seconde.

Les mesures exécutées avec l'appareil décrit ci-dessus (*calorimètre conductible*) comportent moins de causes d'erreurs expérimentales que celles qu'on fait avec le calorimètre ordinaire : on ne mesure que deux quantités avec le calorimètre conductible (énergie et température); avec le calorimètre ordinaire on en mesure quatre (énergie, température, masse d'eau et temps); les mesures ne comportent pas de corrections; celles qu'on exécute avec le calorimètre ordinaire en comportent plusieurs, notamment la perte de chaleur par conductibilité. Les lampes à incandescence ne s'allument pas à leur maximum d'intensité immédiatement après l'établissement du courant. Cette propriété n'est pas gênante dans l'expérience actuelle, alors que, dans les mesures faites à l'aide du calorimètre ordinaire ([2]), elle peut causer des erreurs.

GÉOLOGIE COMPARÉE. — *Observations nouvelles sur la structure des fers météoriques de Canyon Diablo (Arizona); conséquences quant aux circonstances de la chute de ces fers.* Note ([3]) de M. **Stanislas Meunier.**

On sait que l'attaque à l'acide d'une surface préalablement polie au travers du fer de Canyon Diablo est loin de déterminer la production des classiques figures dites de Widmannstætten. Ce qu'on peut obtenir de mieux est comme un moiré métallique qui perd à la loupe le semblant de régularité qu'il manifestait à l'œil nu. Bien que les divers échantillons puissent différer quelque peu les uns des autres, on n'a jamais rien qui rappelle la structure si remarquablement régulière du fer de Caille, par exemple.

En multipliant les essais et grâce au témoignage des photographies à 25 diamètres dont je suis redevable à M. le Dr Latteux, correspondant du Muséum national, j'ai reconnu que, dans certains cas, on voit cependant apparaître des indices de régularité locale et comme des vestiges plus ou moins effacés d'une structure originellement analogue à celle de la célèbre masse française. Pour fixer les idées je rappellerai que dans celle-ci (prise comme exemple d'un groupe très nombreux) les acides révèlent la coexistence de trois fers nickelés principaux en association très intime : la *kama-*

([1]) *Phys. Zeits.*, t. 3, 1902, p. 257.

([2]) Expérience faite par Russner, *Phys. Zeits.*, 1907, p. 120.

([3]) Séance du 17 janvier 1916.

cite ($Fe^{14}Ni$) s'y montre en poutrelles encadrées de *tænite* (Fe^6Ni) et les intervalles sont comblés par la *plessite* ($Fe^{10}Ni$), qui pourrait bien être une réunion de grains très fins des deux alliages précédents et qui est souvent traversée elle-même de lamelles de tænite.

Ces lamelles parallèles les unes aux autres constituent fréquemment des ensembles dont la section sur la surface polie présente une apparence qu'on a assez bien rendue par l'expression de *grils*. Les lamelles s'y épaississent fréquemment au voisinage des poutrelles de kamacite, et chacune d'elles, étant très grêle dans sa région moyenne, se dilate progressivement à ses deux bouts en un triangle fort allongé, coupe d'un *coin* très aigu, ou *sphénome*.

Ceci posé, il arrive de trouver dans la masse ordinairement si confuse du fer de Canyon Diablo des sphénomes isolés, quelquefois parallèles entre eux et même des portions de grils, qui se signalent d'une manière très imprévue par leur ressemblance avec des détails de la masse si essentiellement eugrammique de Caille.

En comparant ces résultats à ceux que procure l'examen de fragments de fers météoriques à figures régulières qui ont été chauffés au feu de forge et martelés ou laminés à haute température, on arrive à se demander si la structure des masses de l'Arizona ne serait pas le contre-coup et le reflet d'un incident secondaire dans leur histoire géologique, constituant une véritable histolyse de leur substance primitive. On sait, en effet, que les fers météoriques normaux sont des produits de réactions où ne sont pas intervenues les conditions de la fusion sèche; on sait aussi que cette fusion les désorganise de la façon la plus complète. Nos specimens se présentent donc comme ayant été placés dans des circonstances analogues à celles où nous mettons les fers normaux, en les chauffant progressivement dans des creusets où ils finiraient par fondre.

Une semblable conclusion prend évidemment le caractère d'une confirmation de l'hypothèse si hardie ([1]) de MM. D.-M. Barringer et B.-C. Tilghman d'après qui le « cratère » du Mount Coon, dans lequel et au bord duquel on a découvert les innombrables blocs de Canyon Diablo, aurait été creusé, avec ses 1300^m de diamètre, par le choc du bolide qui, à une époque inconnue, nous a apporté l'essaim des masses météoritiques.

La perte de force vive résultant du choc fut si considérable qu'elle détermina la transformation métamorphique des assises d'âge carbonifère

([1]) *Proceedings Acad. nat. Sc. of Philadelphia*, 1906, p. 861-914.

(niveau d'Aubrey) constituant la région, qui sont actuellement fondues et vitrifiées avec un faciès volcanique.

Si cette interprétation des faits est exacte, il est inévitable que l'échauffement se soit communiqué aux projectiles comme aux masses qui en ont subi le choc, et M. Barringer est d'avis que leur volatilisation est la cause des oxydes de fer et de nickel que l'analyse révèle dans les calcaires comme dans les grès. Mais personne n'a songé jusqu'ici qu'un semblable incident ait pu avoir laissé des traces dans la substance même des fers. Or c'est ce que les faits que je signale paraissent montrer de la manière la plus évidente. L'échauffement traumatique a infligé au tissu de la météorite une désorganisation poussée plus ou moins loin suivant les points, c'est-à-dire suivant les spécimens examinés.

On me permettra d'ajouter que ces faits ne fournissent pas seulement un appui à la supposition du remaniement du sol par le choc d'un bolide exceptionnellement volumineux, mais qu'ils justifient une fois de plus la notion que les fers météoriques représentent des produits de phénomènes très différents des opérations métallurgiques et très conformes au contraire à celles d'où résultent les roches de notre propre globe.

GÉOLOGIE. — *Le Sénonien du Tell oranais.* Note de M. **Dalloni**, présentée par M. H. Douvillé.

Le Sénonien de la chaîne tellienne est resté mal connu dans l'ouest de l'Algérie. M. Repelin a signalé l'existence du faciès à Ostracées dans le massif de l'Ouarsenis (¹); bien au delà, M. L. Gentil a attribué à cette formation, sans y rencontrer de fossiles, des argiles schisteuses noires, avec rognons de calcaires marneux jaunâtres qui font suite directement au Cénomanien de la chaîne de Tessala (²).

Dans la zone de l'Atlas, le Sénonien est représenté dans la province d'Oran par une succession puissante, mais très uniforme, de sédiments, offrant dans l'ensemble le faciès bien connu des « marnes et calcaires à Inocérames »; il repose directement sur le Cénomanien, la lacune du Turonien paraissant bien certaine et s'étendant même probablement à la base du Sénonien (³).

(¹) J. Repelin, *Étude géologique des environs d'Orléansville*, 1895.

(²) L. Gentil, *Esquisse stratigraphique et pétrographique du bassin de la Tafna.*

(³) Il en est de même dans la majeure partie du géosynclinal qui entoure la Méditerranée occidentale et dans les Pyrénées.

C'est avec le Santonien que débuterait la série sénonienne; l'étage revêt d'ailleurs le caractère d'une formation franchement néritique, qui contraste avec le faciès bathyal du Sénonien supérieur : des marnes grises, dures, à filonnets de calcite, alternant avec des calcaires marneux jaunâtres à la surface, gris foncé dans la cassure, offrent une faune assez peu variée de Pélécypodes parmi lesquels on observe notamment *Chalmasia turonensis* Duj., *Plicatula hirsuta* Coq., *Inoceramus balticus* Rœm., *Pycnodonta vesicularis* Lamk., var. *minor*. Les affleurements santoniens sont fossilifères dans les contreforts occidentaux de l'Ouarsenis, entre les vallées de l'oued Sly et du Riou, au Djebel Barbar dans la vallée de la Mina, dans la chaîne du Tessala, etc.

Le Campanien présente parfois, au sud de Zemmora par exemple, le faciès vaseux à Ostracées qu'il offre en quelques points du Tell algéro-tunisien : ce sont de nouvelles marnes, assez argileuses, foncées, riches en nodules de strontianite et dans lesquelles les fossiles se rencontrent par nids et sont alors très communs : *Pycnodonta vesicularis* Lamk., var. *major*. *P. Flicki* Pervinq., *Alectryonia Renoui* Coq., avec la var. *numida* Coq., *A. Villei* Coq., *A. Aucapitainei* Coq., *A. Nicaisei* Coq. avec la var. *Pomeli* Coq., *Exogyra Matheroni* d'Orb., fragments de Rudistes. Le plus souvent, on peut attribuer au Campanien des marnes blanches intercalées de quelques bancs de calcaires marneux et de grès jaune à *Hemiaster* (*Bolbaster*) *verrucosus* Coq.

M. Repelin a déjà signalé l'existence de couches à *Bolbaster verrucosus* dans le massif de l'Ouarsenis et M. Doumergue a recueilli le même Échinide dans la chaîne du Tessala. L'extension de cette espèce s'étend, d'autre part, à toute l'Algérie et même à la Tunisie où sa présence a été constatée au niveau du *Bostrychoceras polyplocum* Rœm., qui débute dans le Campanien de l'Aquitaine et des Pyrénées. MM. A. Roux et H. Douvillé citent même *Bolbaster verrucosus* sous les premières assises de l'Aturien à Redeyef, ce qui tendrait à confirmer l'opinion de M. Ficheur, pour qui cet Échinide caractérise une zone relativement peu élevée dans le Sénonien. Dans le Tell oranais, les marnes à *Bolbaster* ne peuvent être placées au-dessus du Campanien [1].

Le Maestrichtien ne diffère pas sensiblement, au point de vue lithologique, des assises précédentes; il comprend des calcaires marneux bien lités, à rognons pyriteux, alternant avec des marnes brunâtres. Mais sa

---

[1] Je n'ai pas retrouvé cette espèce dans l'abondante faune d'Échinides du Maestrichtien des Beni Chougrane.

faune, tout à fait caractéristique, présente l'association d'Ammonites des faciès bathyaux avec des formes spéciales d'Échinides; le gisement le plus remarquable est situé dans le massif des Beni Chougrane entre Perrégaux et Mascara, où j'ai recueilli, au-dessus des marnes à *Bolbaster verrucosus* du Djebel Sourkoldjenoues : *Lytoceras* (Tetragonites) sp., *Scaphites Cunliffei* Forbes, *Desmoceras* sp., *Radiolites subangeiodes* Toucas, *Lambertiaster Douvillei* Gauth., *Cardiaster substrigonatus* Catullo, *Oculaster Auberti* Gauth., *Homoeaster tunetanus* Pomel, etc.

L'étage existe avec le même faciès dans le massif de l'Ouarsenis, où M. Repelin a recueilli, près de la maison forestière d'Aïn Lelou, dans des couches attribuées à tort au Cénomanien (¹), un Échinide qui suffit pour caractériser le Maestrichtien, *Lambertiaster Auberti* Gauth.

Cette faune spéciale, caractéristique de la *Scaglia* des Alpes vénitiennes et du Frioul autrichien, a été retrouvée dans le nord de la Tunisie et en Algérie dans les régions de Guelma et de Constantine; elle n'avait pas encore été signalée plus à l'Ouest. Les gisements du Tell oranais relient le Maestrichtien bathyal de ces régions aux couches de même âge et de même faciès qui ont été reconnues depuis longtemps dans le sud-est de l'Espagne (Mancha Real, province de Jaen); ils permettent de préciser le parcours du géosynclinal méditerranéen de la fin des temps crétacés et de constater l'uniformité de ses caractères fauniques.

L'accentuation du régime bathyal à l'époque maestrichtienne rend peu probable l'hypothèse d'une émersion générale de la région pendant le Danien; je n'ai pu cependant y reconnaître l'existence de cet étage. Les premières assises bien caractérisées rencontrées au-dessus de la série sénonienne que je viens de décrire appartiennent déjà au Nummulitique; l'Éocène inférieur y présente du reste également le faciès vaseux, sans qu'on puisse constater entre les deux formations de lacune apparente.

PHYSIOLOGIE. — *Mesure de l'acuité auditive des surdités vraies et simulées.* Note (²) de M. **Marage**, présentée par M. Y. Delage.

Autant les mesures d'acuité visuelle sont bien déterminées, autant celles d'acuité auditive sont empiriques et peu scientifiques.

Il en résulte que, dans certaines régions militaires, on réforme des

(¹) *Loc. cit.*, p. 92.

(²) Séance du 17 janvier 1916.

sourds qui auraient été pris dans un conseil de revision, et, inversement, qu'on maintient au régiment, ou qu'on traite de simulateurs, des hommes dont la surdité est absolument certaine pour qui sait les examiner.

Il s'ensuit une perte d'hommes pour l'armée, et des dépenses en pensions de retraite qui auraient pu être évitées.

Je vais étudier aujourd'hui les moyens de remédier à cet état de choses en me plaçant à un double point de vue : 1° celui des conseils de revision; 2° celui des conseils de réforme.

1° Conseils de revision (¹). — Le seul acoumètre précis qui existe actuellement est celui qui a été couronné en 1902 par l'Académie de Médecine.

Du 1er juin au 1er décembre 1915, j'ai soigné près de 200 surdités produites, soit par des blessures de guerre, soit par des commotions cérébrales; j'ai pu constater que, jusqu'à la division 50 de l'acoumètre, les surdités ne sont pas incompatibles avec le service actif.

Jusqu'à 100, les hommes peuvent être versés dans l'auxiliaire; au-dessus de ce degré, la réforme est indiquée.

On a donc un moyen très simple de classer les sourds suivant leur degré d'acuité auditive et l'on n'assisterait plus à ce spectacle bizarre d'un soldat réformé quand il marque 10 à l'acoumètre, alors qu'un de ses camarades, beaucoup plus sourd, est ailleurs déclaré bon pour le service.

2° Conseils de réforme. — L'appareil permet d'une façon très précise de dépister les simulateurs :

a. Principe. — A chaque lésion correspond une courbe spéciale d'acuité auditive (²); il n'existe que quatre sortes de tracés correspondant, les deux premiers aux otites moyennes, les deux autres aux lésions de l'oreille interne.

Un tracé qui ne rentre pas dans une de ces quatre classes est un tracé inexact, fourni par un simulateur.

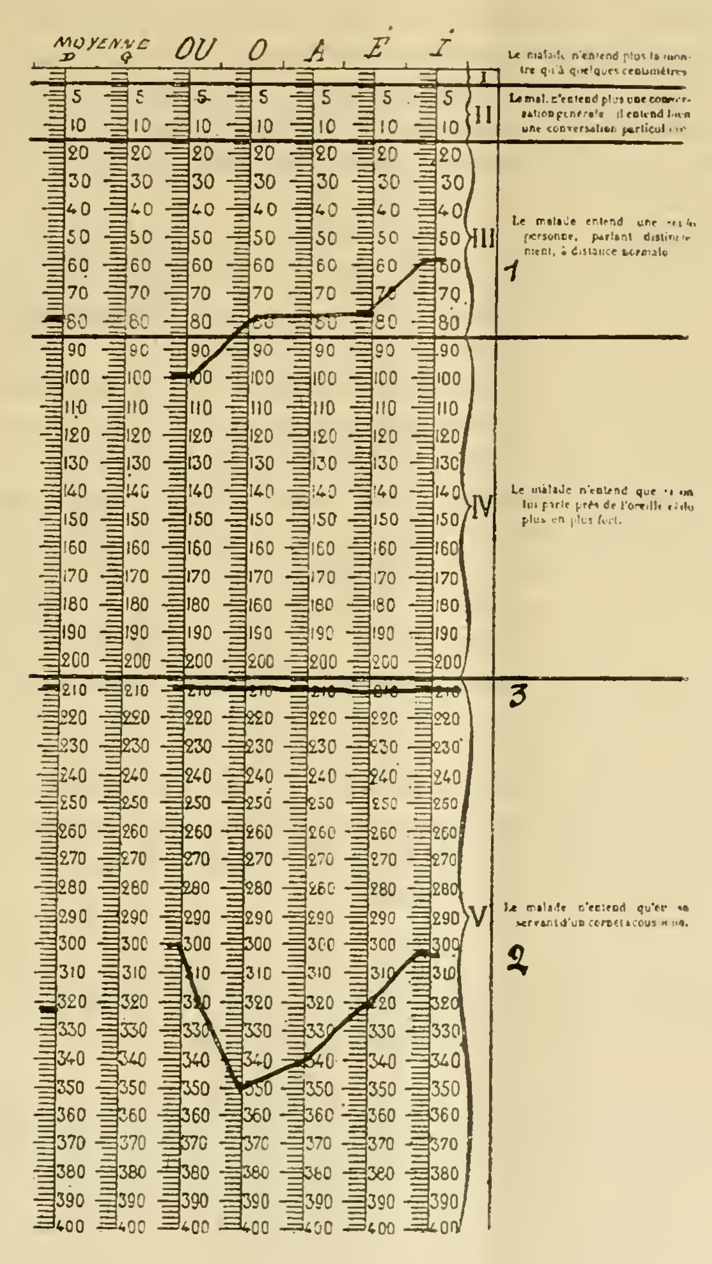
b. Expérience. — On opère de la façon suivante : on mesure à l'acoumètre l'acuité auditive correspondant aux différentes voyelles, et l'on obtient un certain tracé.

Ce tracé rentre, ou non, dans une des classes précédentes. Le lende-

(¹) *Bulletin de l'Académie de Médecine*, séance du 1er juillet 1902.

(²) *Comptes rendus*, t. 140, 1905, p. 603.

main, ou même quelques minutes après le premier examen, on refait, dans les mêmes conditions, une nouvelle mesure.



Comme le sujet ne peut pas voir l'aiguille du manomètre, il indiquera, comme précédemment, s'il est de bonne foi, le moment où il commence à

entendre les sons de l'acoumètre et l'on obtiendra une courbe d'acuité auditive semblable à la première.

Au contraire, un simulateur ne pourra jamais se rappeler l'intensité exacte du son qu'il a dit entendre précédemment, et ses indications fourniront une courbe différente de la première ([1]).

C'est ce que montrent nettement les tracés ci-dessus, pris sur le même sujet. Celui-ci, à la fin de son traitement, avait comme audition le tracé 1 qui le faisait classer dans l'auxiliaire. Après un mois de convalescence, il déclara être devenu beaucoup plus sourd; la mesure donna alors la courbe 2, absolument anormale, car elle ne correspondait à aucune lésion connue; de plus, cette acuité auditive était en désaccord avec la façon dont le malade entendait la voix parlée.

La mesure fut alors recommencée, en ayant soin de maintenir l'intensité du son constante à 210 pour toutes les voyelles.

Comme le blessé avait remarqué dans la mesure précédente que, plus il attendait, plus le son devenait intense, il attendit un certain temps avant de faire signe qu'il entendait; malheureusement pour lui, le son n'avait pas varié : le blessé était donc nettement un simulateur ou, du moins, un exagérateur.

Je dois dire qu'inversement j'ai eu à examiner des blessés, regardés comme des simulateurs, menacés même de conseil de guerre, et dont la mesure à l'acoumètre a permis de reconnaître la bonne foi.

Conclusion. — Faute d'un bon acoumètre, la mesure de l'acuité auditive fait perdre à l'armée un grand nombre d'hommes. Il est regrettable qu'on n'emploie pas dans le Service de santé des procédés de mesure plus précis que ceux dont on se sert actuellement.

MÉDECINE. — *Sur le tétanos tardif*. Note de M. **P. Bazy**, présentée par M. A. Laveran.

Dès le 8 avril 1915, par un avis inséré dans les journaux médicaux, je demandais à mes confrères, chirurgiens des formations sanitaires, de vouloir bien me faire connaître les cas de tétanos retardé qu'ils auraient

---

([1]) Dans le cas de surdité complète simulée, l'acoumètre fera découvrir la fraude : l'oreille ne pouvant supporter les sons faux suffisamment intenses que l'appareil peut produire.

observés, avec les conditions de l'apparition du mal. Les réponses, comme je l'ai dit dans une Note à l'Académie de Médecine, furent peu nombreuses; et cependant je crois que les cas observés ont été plus nombreux qu'on ne pourrait le croire, d'après la pénurie des documents qui me sont parvenus. Les observations publiées çà et là dans les sociétés savantes d'une façon inopinée et celles qu'on trouve dans les journaux médicaux prouvent que les cas de tétanos retardés sont plus nombreux qu'on ne pourrait le supposer.

La fréquence, à nouveau signalée, du tétanos après l'offensive de fin septembre et du mois d'octobre, après une période de calme depuis, on peut le dire, la bataille de la Marne, donne à cette terrible maladie un regain d'actualité tout à fait regrettable.

Je dois dire que les cas où, après la blessure, il n'a pas été fait sur le front d'injection préventive de sérum antitétanique sont exceptionnels et néanmoins le tétanos a été plus fréquent que n'aurait pu le faire prévoir cette infime dérogation aux règles établies de l'injection obligatoire.

Cela tient à ce qu'on n'a pas toujours voulu tenir compte des conditions de l'apparition du tétanos et des conditions de l'efficacité de l'injection du sérum. La durée de l'immunité résultant de l'injection préventive est assez courte et ne paraît pas dépasser 15 jours, ainsi que cela résulte des expériences de MM. Roux, Vaillard et Vincent.

D'autre part, les expérimentateurs nous ont appris que l'apparition du tétanos est favorisée par toutes les conditions de terrain ou autres qui débilitent l'organisme ou qui peuvent créer des lieux de moindre résistance. Si ces conditions sont réalisées, la toxine tétanique pourra être mise en liberté et manifester son action par les symptômes bien connus du tétanos.

C'est l'apparition de ces conditions qui détermine l'éclosion du tétanos retardé, d'un tétanos qui apparaît au moment où l'éloignement de l'époque de la blessure ou bien la pratique d'une seule injection préventive aura supprimé toute crainte et donné une sécurité trompeuse, c'est-à-dire une vingtaine de jours au moins après le jour de la blessure.

Je n'ai malheureusement reçu que peu de réponses; néanmoins je peux déjà relever quelques faits intéressants :

Le tétanos *tardif* s'est montré chez des blessés qui avaient reçu une injection préventive comme chez ceux qui n'en avaient pas reçu.

Il a pu se montrer 50 jours après la blessure sans qu'on puisse incriminer une contamination dans le cours du traitement.

Il est apparu dans un cas de gelure des pieds.

Il a pu se montrer à la suite d'une opération de hernie inguinale, celle-ci étant compliquée, il est vrai, de suppuration de scrotum.

Dans deux cas, j'ai noté l'existence d'une diarrhée persistante, qui a pu être considérée comme une cause d'affaiblissement.

La condition la plus fréquente a été le réveil de phénomènes infectieux survenus soit en apparence spontanément, soit provoquée par des interventions. La présence de corps étrangers ou de parties esquilleuses est loin d'être nécessaire. Le siège de blessure ne paraît pas avoir eu d'influence.

On a pu dire que le tétanos tardif est moins grave que le tétanos précoce; c'est exact; mais dans les observations qui m'ont été envoyées je note la mort dans un tiers des cas pour une série et dans la moitié des cas pour une autre; la date d'apparition a varié entre le trentième et le cinquantième jour.

La conclusion qui s'impose, c'est que toutes les fois qu'on a affaire à une plaie suppurante, il est indiqué de répéter, suivant le précepte de Roux, Vaillard et Vincent, les injections de sérum tous les huit jours pendant un mois (¹). Est-ce à cette pratique que j'ai suivie longtemps avant la guerre que j'ai dû de n'avoir vu qu'un cas de tétanos à la suite de blessures de guerre? Je le crois, d'autant plus volontiers que le seul cas que j'aie observé était dû à l'oubli de cette pratique par une de mes infirmières qui avait inconsciemment trop pris au pied de la lettre une circulaire du Service de Santé refusant de donner du sérum antitétanique pour des blessés en ayant déjà reçu.

Il ne faut pas oublier que le tétanos nous menace constamment et que si son activité paraît se ralentir dans le moment où la bataille se ralentit, il redouble l'activité au moment des attaques et son réveil au moment des attaques de septembre et octobre derniers le prouve. Il ne faut pas être pris au dépourvu pour les actions futures.

Le sous-secrétaire d'État pour le Service de Santé au Ministère de la

---

(¹) Les injections faites sur le front, immédiatement après la blessure, sont habituellement de 10^{cm^3}, ainsi que je l'ai recommandé il y a 20 ans; quelques-unes sont de 5^{cm^3}.

Les injections que je fais faire après la première injection et que je répète tous les huit jours sont de 5 au moins de 3^{cm^3}. — Je n'ai jamais observé d'accidents anaphylactiques.

Guerre a, du reste, compris la situation et vient d'envoyer une circulaire pour demander qu'on lui envoie toutes les observations des cas de tétanos avec l'indication des conditions qui ont accompagné l'apparition du tétanos chez nos blessés.

Il sortira peut-être de l'étude de ces cas des conclusions pratiques : leur application diminuera encore la fréquence de cette terrible maladie qui rentre dans la catégorie des *maladies évitables*.

BACTÉRIOLOGIE. — *Recherches biologiques sur les plaies de guerre. La flore microbienne et ses rapports avec l'évolution clinique et les caractères de la blessure.* Note (¹) de MM. **A. Policard, B. Desplas** et **A. Phélip**, présentée par M. A. Dastre.

Nous avons eu l'occasion de faire, dans des formations sanitaires du front, l'étude bactériologique de nombreuses plaies de guerre (par éclats d'obus, de grenades ou de torpilles). Les résultats de nos recherches peuvent se classer ainsi :

I. *Flore microbienne pendant les premières heures des blessures.* — Pour cette catégorie de plaies, l'étude microscopique est supérieure au procédé habituel des isolements bactériologiques, qui apprennent *ce qu'il y a* dans la blessure, mais non *ce qui poussera*, point capital.

Le premier développement des germes se manifeste 9 à 12 heures après le traumatisme. Il se fait surtout à partir des fibres vestimentaires, dans les gaines de sang coagulé qui entourent celles-ci. Les premiers microbes développés sont des bacilles prenant le Gram (*Vibrion septique*; famille du *Perfringens*); les bacilles Gram négatifs apparaissent ensuite (groupe du *Coli bacille*); en dernier lieu, les cocci, vers les seizième et vingt-quatrième heures (*staphylocoques*, *streptocoques*, *diplocoques* saprophytes nombreux).

Il y a suivant les blessures des différences dans le *moment* d'apparition des germes; mais *l'ordre* de cette apparition est toujours le même.

II. *Flore microbienne des plaies en voie de cicatrisation.* — Il s'agit de plaies en excellent état, plaies « à plat », traitées en général par les hypochlorites (liquide de Dakin-Carrel), bourgeonnantes, sans aucun tissu sphacélé et qui ont toutes guéri sans aucune complication.

(¹) Séance du 10 janvier 1916.

Au niveau de ces plaies, nous avons rencontré des germes nombreux *Staphylocoques* divers; *Streptocoques* plus rares, de variétés peu nécrosantes et à éléments petits en général; des *Diplocoques* saprophytes (*Diplococcus flavus* surtout); des variétés de *sarcines*. Deux microbes ont été rencontrés constamment : le *bacille pyocyanique* qui semble résistant aux hypochlorites, et le *Pneumobacille* de Friedlander, variété de ferment lactique également résistant aux hypochlorites; il s'agit d'une race non encapsulée, faisant fermenter le glucose, le lactose, le galactose, le maltose, le saccharose, le lévulose, la glycérine, la mannite mais non la dulcite; il n'est pas pathogène pour le cobaye et a une action nécrosante faible.

Sur ces blessures si riches en germes, nous avons toujours rencontré un exsudat composé de leucocytes *vivants* (épreuve des colorations vitales au rouge neutre); sur 100 leucocytes polynucléaires, on n'en trouve que 5 à 8 de morts, à noyau colorable. Il semble que germes et leucocytes fassent bon ménage.

L'épreuve de la pyoculture (faite dans trois cas) nous a donné des résultats décevants; les germes ont très bien cultivé *in vitro* dans le pus; cette pyoculture positive n'a pas empêché une évolution parfaite de ces plaies.

Les phénomènes de phagocytose sont peu intenses. Les cellules renfermant des germes inclus sont relativement rares. La destruction des microbes semble se faire surtout par bactériolyse.

III. *Flore microbienne des plaies pratiquement aseptiques.* — Il s'agit de plaies qui, immédiatement après l'étude bactériologique, ont été suturées après avivement et rapprochement des bords et dont la réunion s'est faite par première intention, sans aucune complication. Ces plaies méritent donc *cliniquement* l'épithète d'*aseptiques*.

A leur niveau, immédiatement avant la suture, on rencontre : du *pyocyanique*, des *staphylocoques*, des *streptocoques* (variétés petites), des *micrococques* saprophytes divers, des *sarcines*. Il s'agissait donc de plaies nettement, sinon richement, infectées.

Ces résultats confirment cette donnée ancienne, qui date du temps de Lister, que des plaies bactériologiquement infectées peuvent évoluer d'une façon « pratiquement » aseptique. On conçoit l'importance pratique que peut prendre une telle constatation dans les circonstances actuelles.

Mais, au niveau de ces plaies, l'examen biologique de l'exsudat a toujours révélé des leucocytes vivants en immense majorité (95 pour 100 environ).

IV. *Conclusions.* — Il nous semble que si les germes jouent, dans l'évolution d'une plaie, un rôle certain, que nul ne prétend nier, ce rôle est loin d'être le plus important. L'élément essentiel, qui commande la destinée d'une blessure, c'est la présence au niveau de la plaie de débris mortifiés en voie de protéolyse. Ces matières protéiques en désintégration donnent naissance à des corps multiples, polypeptides, corps aminés, etc., qui constituent des milieux de culture excellents pour les germes, et sont, par eux-mêmes, des toxines puissantes. Que ces toxines résultent de l'autolyse aseptique des tissus en voie de mortification ou de la protéolyse bactérienne, leur effet est identique; ils agissent d'abord localement, sur la plaie elle-même, provoquant une diminution de résistance des tissus sains pouvant aller jusqu'à leur nécrose progressive et envahissante; ils sont également absorbés et déterminent ces symptomes d'intoxication quelquefois si marqués chez certains blessés; bien souvent ceux-ci sont plus des *intoxiqués* que des *infectés*.

Les constatations de laboratoire que nous venons de rapporter expliquent le bon effet pratiquement constaté depuis le début de cette guerre, des thérapeutiques qui réalisent : 1° soit l'*enlèvement mécanique* des tissus en voie de mortification; 2° soit *leur dissolution*, par exemple, à l'aide des hypochlorites; le liquide de Dakin-Carrel est à ce point de vue un agent tout à fait remarquable; 3° soit l'*immobilisation biologique* de ces tissus nécrosés, par action de substances qui les rendent imputrescibles, qui les « tannent » en quelque sorte (méthodes de la formolisation, de la phénolisation, de l'embaumement, etc.).

Il est plus important pour le chirurgien d'avoir des renseignements sur les caractéristiques *chimiques* d'une blessure que sur ses caractéristiques bactériologiques.

A ce point de vue l'étude biologique de l'exsudat d'une plaie, la constatation du nombre des leucocytes vivants, du degré d'altération de ceux qui sont morts, etc., apparaissent comme plus importantes que les recherches bactériologiques ordinaires. C'est dans cette direction que la collaboration des biologistes et des chirurgiens semble devoir être particulièrement féconde.

M. **Ch. Simonnet** adresse une Note intitulée : *Système du « Tout à la nitratière ». Premières expériences.*

(Renvoi à la Commission d'Hygiène.)

A 15 heures trois quarts l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16 heures un quart.

G. D.

ERRATA.

(Séance du 10 janvier 1916.)

Note de M. *Cazin* et Mlle *S. Krongold*, Sur l'emploi méthodique des antiseptiques, etc. :

Page 90, note (²), *au lieu de* 42^{vol} de Cl, *lire* 22^{g} de Cl par litre.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 31 JANVIER 1916.

PRÉSIDENCE DE M. CAMILLE JORDAN.

MEMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie le décès de M. Guido Baccelli, Correspondant pour la Section de Médecine et Chirurgie, à Rome, et celui de M. Édouard Heckel, Correspondant pour la Section d'Économie rurale, à Marseille.

M. **L. Mangin** donne lecture de la Notice suivante :

L'Académie vient de faire une nouvelle perte. **Édouard Heckel**, Correspondant de la Section d'Économie rurale, s'est éteint à Marseille le 22 janvier 1916.

Né à Toulon en 1843, Édouard Heckel se destina d'abord à la médecine navale. Entré à l'école de Toulon en 1859, il fut embarqué d'abord avec le titre de pharmacien de première classe, plus tard comme médecin-major et accomplit en cette qualité un certain nombre de croisières dans les régions chaudes. Jusqu'en 1870, il visita les Antilles, la Nouvelle-Calédonie, l'Australie, l'Afrique, les îles de la Sonde (Sumatra et Java), l'Indochine, Ceylan et l'Égypte. Pendant les stations prolongées dans nos colonies, Heckel occupait ses loisirs à se familiariser avec la flore tropicale et à réunir les matériaux d'importantes collections. Séduit par la végétation luxuriante des régions qu'il avait parcourues, il abandonna avec regret la marine à laquelle il devait ses premières et ses plus vives impressions, pour se donner tout entier à l'étude de la botanique tropicale.

Rentré en France en 1870, après avoir accompli son devoir comme

médecin des armées pendant la guerre, il prit un congé à la fin des hostilités pour conquérir ses grades universitaires. Les connaissances qu'il avait amassées pendant ses voyages, rapidement complétées par un stage très court sur les bancs de la Faculté, lui permirent bientôt de prendre rang dans les cadres de l'Enseignement supérieur.

Successivement professeur à Nancy, puis à Grenoble, il revint à Marseille près de son pays natal, où il se fixa définitivement et accomplit les travaux qui devaient forcer l'attention.

Son activité scientifique s'est affirmée sur les sujets les plus variés; mais, dans cette diversité même, il obéissait à une idée maîtresse mûrie dans son esprit pendant ses voyages : celle de se consacrer à l'étude des produits de nos colonies pour en découvrir les propriétés et propager leur utilisation au point de vue thérapeutique, économique ou industriel.

Avec la collaboration d'un savant de haute valeur, M. Schlagdenhaufen, qu'il avait connu à Nancy, il publia de nombreux Mémoires sur le Mancenillier, sur le Quinquina d'Afrique, sur les vrais et faux Jéquirity, sur le *Cassia occidentalis*, sur la noix de Kola, sur les plantes à gutta-percha de la famille des Sapotacées, sur le Caroubier, etc.

On lui doit aussi la connaissance de la cause de la maladie de la Morue rouge et des moyens d'y remédier, de nombreuses observations sur les plantes médicinales ou toxiques de la Côte d'Ivoire et enfin (car nous ne pouvons tout citer) des recherches importantes sur les graines grasses des plantes tropicales qui mettent en relief les matériaux que l'alimentation et l'industrie peuvent tirer de nos colonies.

L'enseignement et les recherches personnelles n'avaient pas épuisé l'activité de notre confrère. Dès 1893 il songe à doter sa ville d'adoption, métropole de nos possessions lointaines, d'un organisme destiné à centraliser toutes les substances qu'elles produisent, à en faire l'étude botanique et chimique pour permettre aux voyageurs, aux commerçants, aux industriels de se documenter sur nos ressources coloniales.

C'est le Musée colonial dont ses collections forment le premier fonds, bientôt accru par les envois venus de toutes parts. Avec une patience inlassable, une ténacité triomphant de toutes les difficultés, il parvint à recueillir les premiers fonds d'installation et à convaincre ses compatriotes de l'importance de l'œuvre à accomplir. En 1896 le Musée colonial était inauguré.

L'Institut colonial qui y est annexé, grâce à la générosité de la ville de Marseille et de la Chambre de Commerce, comprend, avec les Laboratoires

d'études et la Bibliothèque, un certain nombre de chaires d'enseignement colonial. La France était, à ce point de vue, en retard sur les nations voisines. Grâce à Éd. Heckel, elle est maintenant dotée d'un instrument de prospérité coloniale si bien coordonné dans toutes ses parties, qu'il a été pris pour modèle à l'étranger.

Le talent de professeur n'était pas inférieur chez Heckel à son activité scientifique, à ses facultés d'organisateur. L'empressement de ses anciens élèves à se joindre aux organisateurs de son jubilé en 1907 montre les traces profondes laissées dans leur esprit par son enseignement si fécond, par sa foi communicative dans l'avenir de nos possessions coloniales.

Membre de plusieurs sociétés savantes, il était depuis 1907 Correspondant de l'Institut de la Section d'Économie rurale.

Éd. Heckel a été un novateur; sa mort laisse d'unanimes regrets et le meilleur hommage qu'on puisse rendre à sa mémoire est la continuation de l'œuvre qu'il a si bien conçue et réalisée.

PARASITOLOGIE. — *Infections expérimentales de la souris par la* Leishmania tropica; *un cas d'infection par la voie digestive.* Note de M. A. **Laveran**.

Dans une Note antérieure, j'ai montré que chez les souris blanches, mâles, inoculées dans le péritoine, avec les cultures de la *Leishmania tropica*, on voyait souvent apparaître, dans la région testiculaire, des tuméfactions dues à la pullulation, dans les testicules et dans le tissu cellulo-adipeux voisin, de *Leishmania* en grand nombre, tuméfactions qui se compliquaient souvent de gangrène cutanée (¹).

Depuis lors, j'ai continué ces recherches et j'ai constaté qu'en dehors des tumeurs testiculaires on pouvait observer, chez les souris inoculées dans le péritoine avec la *L. tropica*, des périarthrites et des œdèmes des pattes et de la queue de nature parasitaire, souvent compliqués de plaques de gangrène cutanée (²).

J'ai obtenu jusqu'ici cinq passages de l'infection par souris.

Sur 36 souris, inoculées dans le péritoine ou sous la peau, 21 ont eu des

(¹) A. Laveran, *Comptes rendus*, t. 159, 1914, p. 539.

(²) A. Laveran, *Bulletin de la Société de Pathologie exotique*, 11 novembre 1914 et 10 novembre 1915.

accidents cutanés ou sous-cutanés sans infection générale, 9 ont eu des accidents cutanés ou sous-cutanés avec infection générale (légère le plus souvent), aucune n'a eu une infection générale sans accidents cutanés ou sous-cutanés, 6 ne se sont pas infectées. Plusieurs souris, ayant eu de la leishmaniose sous-cutanée bien caractérisée, ont guéri ou paraissent être en bonne voie de guérison.

De 47 souris inoculées avec le virus du kala-azar indien ou méditerranéen aucune n'a présenté les lésions cutanées ou sous-cutanées qui sont si fréquentes dans l'infection de ces animaux par la *L. tropica*.

Chez les singes et chez le chien les lésions des infections expérimentales dues à la *L. tropica* sont, plus nettement encore que chez la souris, différentes de celles que produit la *L. Donovani*; en effet, chez ces animaux, la *L. tropica* ne produit jamais d'infections généralisées.

Je désire aujourd'hui appeler l'attention sur un cas de leishmaniose qui s'est produit chez une souris, non plus après des inoculations intra-péritonéales ou sous-cutanées de la *L. tropica*, comme chez les souris dont il est question dans mes travaux antérieurs, mais à la suite d'ingestions répétées de cultures de ce Protozoaire. Je résume l'observation de cette souris.

Je fais avaler à plusieurs reprises à une souris blanche, mâle, de 20^{g}, des cultures de la *Leishmania tropica* obtenues dans le milieu de Novy simplifié. A cet effet, après avoir abaissé un peu la mâchoire inférieure de la souris qui est maintenue par la peau du cou, je laisse tomber dans la cavité buccale quelques gouttes de la culture, en me servant d'une pipette dont le pourtour, à l'extrémité inférieure, a été arrondi à la flamme du gaz, de manière à ne pas léser les muqueuses, en cas de contact avec elles. Il n'est pas nécessaire d'ailleurs d'introduire la pipette dans la cavité buccale, les gouttes de liquide qu'on laisse tomber dans cette cavité sont dégluties facilement. Les ingestions ont lieu aux dates suivantes : 5, 9, 14, 19, 25 mai; 1er, 6 et 23 juin 1915. Je fais avaler chaque fois 4 à 5 gouttes de cultures très belles.

Jusqu'au 14 janvier 1916, la souris ne présente rien d'anormal. Le 24 janvier 1916, je constate que la patte postérieure gauche est fortement tuméfiée, principalement au niveau de l'articulation tarso-métatarsienne; la peau est rouge, finement injectée et la pression, même légère, provoque des mouvements de défense qui indiquent une sensation douloureuse. La souris marche en traînant la patte postérieure gauche, sans s'appuyer sur elle, ce qui montre aussi qu'il y a de la douleur.

Le 24 janvier, avec une pipette très fine, je ponctionne le tissu sous-cutané, au niveau de l'articulation tarso-métatarsienne gauche, et je retire une goutte de sérosité louche et légèrement sanguinolente qui sert à faire un frottis. Dans ce frottis, desséché, fixé à l'alcool-éther et coloré au Romanowsky, je trouve des *Leishmania* en énorme quantité; les parasites sont libres ou inclus dans des éléments anatomiques (leucocytes ou cellules du tissu conjonctif).

31 janvier, la tuméfaction de la patte gauche a augmenté. Il n'existe pas d'autres

lésions chez la souris; la région testiculaire, notamment, n'est pas tuméfiée comme cela arrive souvent chez les souris infectées avec la *L. tropica.*

La souris est seule dans un bocal, elle n'a donc pas pu être contaminée par les souris voisines; elle n'a pas de puces.

Il ne paraît pas douteux que la souris ait été infectée par la voie digestive; au moment de l'ingestion des cultures, des précautions minutieuses ont été prises pour ne pas léser la muqueuse buccale; d'autre part, la souris, qui était seule dans un bocal et qui n'avait pas de puces, n'a pas pu être contaminée par d'autres souris; la propagation de la leishmaniose cutanée par les puces est d'ailleurs improbable; j'ai essayé vainement de la produire en plaçant des souris saines dans des cristallisoirs où se trouvaient des souris malades ayant de nombreuses puces.

La souris a présenté une localisation de la leishmaniose dans le tissu conjonctif d'une des pattes postérieures tout à fait semblable à celle que j'ai observée chez d'autres souris après inoculation intrapéritonéale, mais il n'y a pas eu chez elle de tuméfaction dans la région testiculaire. Il est bien probable que l'infiltration du tissu conjonctif par les *Leishmania* va s'étendre, comme elle s'est étendue chez d'autres souris atteintes de la même manière, et qu'il se produira des plaques de gangrène cutanée avec septicémie terminale.

De trois autres souris ayant ingéré du virus, une, qui est morte d'obstruction intestinale, 5 mois après la première ingestion, ne présentait pas trace d'infection; les deux autres, encore vivantes, ne semblent pas s'être infectées.

L'observation résumée ci-dessus est le premier exemple d'une infection produite chez un animal par ingestion de cultures de la *L. tropica*, agent du bouton d'Orient; on connaissait seulement deux cas d'infection de singes par la *L. Donovani*, agent du kala-azar.

Archibald a réussi à infecter deux Cercopithèques (*Lasiopyga callitrichus*) par la voie digestive. Dans un cas, la rate d'un singe fortement infecté par *L. Donovani* fut broyée et émulsionnée, après quoi on la fit ingérer à un *L. callitrichus*, avec de grandes précautions pour ne pas léser la muqueuse buccale. Le singe, qui avait maigri, fut sacrifié 36 jours après l'ingestion de rate; à l'examen histologique, on ne trouva de *Leishmania* dans aucun organe, mais une émulsion du foie et de la rate du singe injectée dans le péritoine d'un *L. callitrichus* donna lieu à une infection typique, ce qui prouve que le singe qui avait ingéré la rate était infecté.

Dans une deuxième expérience, un *L. callitrichus* s'infecta après avoir ingéré une émulsion de rate d'un sujet mort de kala-azar ([1]).

Archibald pense que, dans le kala-azar, l'infection se produit par le tube digestif, peut-être au moyen d'un hôte intermédiaire vivant dans l'eau.

La transmission par la voie digestive des leishmanioses n'a rien qui puisse nous surprendre; des infections produites par des Protozoaires appartenant aux Flagellés peuvent se transmettre ainsi. Les auteurs sont aujourd'hui d'accord pour reconnaître que les rats sont infectés de *Trypanosoma Lewisi* principalement par les puces et que l'infection a lieu par la voie digestive, soit que les rats mangent les puces, soit qu'ils avalent, en se léchant, les fèces parasitées des puces. Des infections légères des rats et des souris au moyen des Flagellés des puces et des mélophages peuvent se produire par la voie digestive ([2]).

Le mode de propagation des leishmanioses est encore fort obscur, les faits qui tendent à éclaircir la question sont donc d'un grand intérêt; malheureusement, les conditions dans lesquelles l'infection au moyen des *Leishmania Donovani* et *L. tropica* par la voie digestive a été obtenue chez quelques animaux diffèrent trop des conditions habituelles d'infection du kala-azar et du bouton d'Orient pour qu'il soit possible de tirer de ces faits expérimentaux autre chose que des indications pour de nouvelles recherches.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *La phagocytose en chirurgie;* par M. Raymond Petit. (Présenté par M. E. Roux.)

2° *L'ossuaire de la Ciste des Cous, à Bazoges-en-Pareds (Vendée). Découverte, fouille, description du mobilier funéraire et des ossements, et restauration;* par MM. Marcel Baudouin et Lucien Rousseau. (Présenté par M. Charles Richet.)

3° *Maîtres et amis disparus;* par M. Georges Guéroult. (Présenté par M. G. Lippmann.)

([1]) R.-G. Archibald, *J. R. Army med. Corps*, novembre 1914.

([2]) A. Laveran et G. Franchini, *Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 770.

M. **Henri Piéron** adresse des remercîments pour la subvention qui lui a été accordée sur la *Fondation Loutreuil*.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une analogie entre les équations linéaires différentielles et les équations algébriques.* Note de M. S. **Brodetsky**.

Dans un travail sur la théorie des équations linéaires différentielles (*Annales de l'École Normale*, suppl., 1879) M. Gaston Floquet a démontré l'analogie suivante entre les équations linéaires différentielles et les équations algébriques. Soit

$$\frac{d^m y}{dx^m} + p_1 \frac{d^{m-1} y}{dx^{m-1}} + p_2 \frac{d^{m-2} y}{dx^{m-2}} + \ldots + p_m y = 0$$

une équation linéaire différentielle, les fonctions p_1, p_2, ..., p_m étant fonctions de x, et supposons qu'elle se laisse décomposer en facteurs symboliques

$$\left(\frac{d}{dx} + a_m\right)\left(\frac{d}{dx} + a_{m-1}\right)\ldots\left(\frac{d}{dx} + a_1\right)y = 0,$$

a_1, a_2, ..., a_m étant des fonctions de x. M. Floquet a démontré que

$$(\mathrm{A})\quad \begin{cases} p_1 = \sum a_i; \qquad p_2 = \sum a_i a_j + \sum (m-i)\dfrac{da_i}{dx}, \\ p_3 = \sum a_i a_j a_k + \sum \dfrac{(m-i)(m-i-1)}{1.2}\dfrac{d^2 a_i}{dx^2} \\ \qquad + \sum (m-i-1)(a_{i+1} + a_{i+2} + \ldots + a_m)\dfrac{da_i}{dx} \\ \qquad + \sum a_i\left[(m-i-1)\dfrac{da_{i+1}}{dx} + (m-i-2)\dfrac{da_{i+2}}{dx} + \ldots\right], \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$$

Voici une analogie avec les équations algébriques, car si

$$x^m + p_1 x^{m-1} + \ldots + p^m = (x + a_1)(x + a_2)\ldots(x + a_m),$$

les p et les a étant des constantes, on a

$$(\mathrm{B})\qquad p_1 = \sum a_i, \qquad p_2 = \sum a_i a_j, \qquad p_3 = \sum a_i a_j a_k, \qquad \ldots;$$

ce que deviennent les équations (A), lorsque les fonctions p, et alors les a, sont des constantes.

En réalité, on peut déduire une analogie plus frappante encore entre les facteurs algébriques d'une équation algébrique et les facteurs symboliques d'une équation linéaire différentielle. Posons, comme le fait M. Floquet,

$$\frac{d}{dx} + a_1 \equiv A_1, \qquad \frac{d}{dx} + a_2 \equiv A_2, \qquad \dots \qquad \frac{d}{dx} + a_m \equiv A_m.$$

Les A représentent des opérations différentielles, et supposons qu'une telle opération s'applique à toute l'expression qui la suit, et que, si elle figure seule, elle s'applique à 1. Par exemple,

$$A_m y = \frac{dy}{dx} + a_m y,$$

$$A_m = a_m.$$

$$(A_m + A_{m-1}) y = \frac{dy}{dx} + a_m + \frac{dy}{dx} + a_{m-1}.$$

$$A_m + A_{m-1} = a_m + a_{m-1},$$

$$A_m A_{m-1} y = A_m \left(\frac{dy}{dx} + a_{m-1} y\right) = \frac{d^2 y}{dx^2} + a_m \frac{dy}{dx} + a_{m-1}\left(\frac{dy}{dx} + a_2 y\right) + \frac{da_{m-1}}{dx} y.$$

$$A_m A_{m-1} = A_m a_{m-1} = a_m a_{m-1} + \frac{da_{m-1}}{dx},$$

....

Cela posé, nous pouvons établir les équations suivantes :

$$\text{(C)} \quad p_1 = \sum A_i, \quad p_2 = \sum A_i A_j, \quad p_3 = \sum A_i A_j A_k, \quad \dots, \quad p_m = A_m A_{m-1} \dots A_2 A_1.$$

Dans chaque équation

$$i, j, k, \dots = m, m-1, m-2, \dots, 2, 1 \qquad \text{et} \qquad i > j > k > \dots.$$

Ces équations sont tout à fait semblables aux équations (B) de la théorie algébrique, la seule différence étant que dans les équations (C) les opérations A, dans chaque terme, doivent être placées en ordre décroissant des affixes, pendant que dans l'Algèbre les suffixes sont commutatifs.

Pour démontrer les équations (C), supposons qu'elles sont vraies dans le cas

$$\frac{d^m y}{dx^m} + p_1 \frac{d^{m-1} y}{dx^{m-1}} + \dots + p_{m-1} \frac{dy}{dx} + p_m y \equiv A_m A_{m-1} \dots A_2 A_1 y,$$

et ajoutons un autre facteur symbolique

$$\frac{d}{dx} + a_{m+1} \equiv A_{m+1},$$

de sorte que

$$\frac{d^{m+1} y}{dx^{m+1}} + q_1 \frac{d^m y}{dx^m} + q_2 \frac{d^{m-1} y}{dx^{m-1}} + \ldots + q_m \frac{dx}{dy} + q_{m+1} y \equiv A_{m+1} A_m A_{m-1} \ldots A_2 A_1 y.$$

Puisque

$$\frac{d^{m+1} y}{dx^{m+1}} + q_1 \frac{d^m y}{dx^m} + \ldots + q_m \frac{dy}{dx} + q_{m+1} y$$
$$\equiv \left(\frac{d}{dx} + a_{m+1}\right)\left(\frac{d^m y}{dx^m} + p_1 \frac{d^{m-1} y}{dx^{m-1}} + \ldots + p_m y\right),$$

nous obtenons

$$q_1 = a_{m+1} p_1 = A_{m+1} + \sum_m A_i,$$

$$q_2 = \frac{dp_1}{dx} + a_{m+1} p_1 + p_2 = A_{m+1} p_1 + p_2 = A_{m+1} \sum_m A_i + \sum_m A_i A_j.$$

. . . .

$$q_s = \frac{dp_{s-1}}{dx} + a_{m+1} p_{s-1} + p_s = A_{m+1} p_{s-1} + p_s = A_{m+1} \sum_m A_i A_j \ldots (s-1 \text{ facteurs}) + \sum_m A_i A_j \ldots (s \text{ facteurs}).$$

. . . .

$$q_m = \frac{dp_{m-1}}{dx} + a_{m+1} p_{m-1} + p_m = A_{m+1} p_{m-1} + p_m = A_{m+1} \sum_m A_i A_j \ldots (m-1 \text{ facteurs}) + A_m A_{m-1} \ldots A_2 A_1.$$

$$q_{m+1} = \frac{dp_m}{dx} + a_{m+1} p_m = A_{m+1} p_m = A_{m+1} A_m A_{m-1} \ldots A_2 A_1;$$

c'est-à-dire

$$q_1 = \sum_{m+1} A_i, \qquad q_2 = \sum_{m+1} A_i A_j, \qquad q_3 = \sum_{m+1} A_i A_j A_k, \qquad \ldots,$$
$$q_{m+1} = A_{m+1} A_m A_{m-1} \ldots A_2 A_1$$
$$(i, j, k, \ldots = m+1, m, m-1, \ldots, 2, 1 \text{ et } i > j > k > \ldots).$$

Notre proposition est alors démontrée dans le cas de $m+1$ facteurs si elle est donnée pour le cas de m facteurs. Pour un seul facteur symbolique, elle n'exige pas de démonstration. Pour deux facteurs, on a

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + p_1 \frac{dy}{dx} + p_2 \equiv \left(\frac{d}{dx} + a_2\right)\left(\frac{d}{dx} + a_1\right) y$$
$$\equiv \frac{d^2 y}{dx^2} + (a_2 + a_1)\frac{dy}{dx} + \left(a_2 a_1 + \frac{da_1}{dx}\right) y$$

et

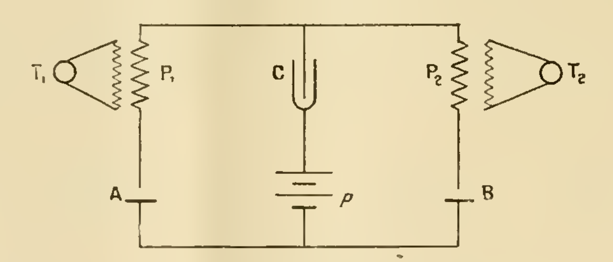
$$p_1 = a_2 + a_1 = A_2 + A_1, \qquad p_2 = a_2 a_1 + \frac{da_1}{dx} = A_2 A_1.$$

Les équations (C) s'appliquent alors à 1 et 2 facteurs, et, par conséquent, à 3, 4, 5, ... facteurs, c'est-à-dire à un nombre quelconque de facteurs symboliques. La proposition est alors démontrée pour toute équation linéaire différentielle.

PHYSIQUE. — *Sur une méthode d'observation des coïncidences de deux phénomènes périodiques.* Note [1] de M. A. **Perot**, présentée par M. H. Deslandres.

Lorsque deux phénomènes périodiques, de périodes légèrement différentes, peuvent être utilisés à fermer deux contacts électriques, il est possible, en écoutant les sons produits dans deux téléphones par la charge de deux condensateurs, d'estimer facilement à l'oreille la concordance des sons produits, et de déterminer l'époque de la coïncidence des deux phénomènes, avec une approximation de $\frac{1}{1000}$ de seconde. Des opérateurs très habiles et exercés ont pu atteindre $\frac{1}{10000}$ de seconde.

Le dispositif représenté par le schéma ci-dessous permet à un observa-



teur non exercé de dépasser largement la précision de $\frac{1}{50000}$ de seconde.

A et B sont les deux contacts, p une pile, C un condensateur, P_1, P_2 les deux primaires des transformateurs des deux téléphones T_1, T_2.

Si le contact A est fermé avant le contact B, le condensateur sera chargé par le circuit AP_1, et le téléphone T_1 vibrera; lorsque le contact B se fermera, aucun courant ne traversera le transformateur P_2, puisque le

(1) Séance du 24 janvier 1916.

condensateur sera chargé, et le téléphone T_2 restera muet. Si, au contraire, le contact B est fermé le premier, le téléphone T_2 parlera seul.

Les fermetures des deux contacts A et B étant produites par les deux phénomènes périodiques, si la période des fermetures de A est légèrement plus courte que celle de B, on entendra avant la coïncidence le téléphone T_2 seul, puis, si celle-ci est inexacte, immédiatement après, le téléphone T_1 seul, le son passant pour ainsi dire d'une oreille à l'autre; si la coïncidence est rigoureusement exacte, les deux téléphones seront actionnés en même temps avec la même intensité, le courant de charge se divisant en deux parties égales. Si elle est inexacte, d'un intervalle de temps inférieur à la durée de charge du condensateur, les deux téléphones seront actionnés mais inégalement et, par la différence des intensités des bruits produits, on pourra juger du sens de l'inexactitude de la coïncidence.

Avec le dispositif indiqué, le condensateur ne se déchargerait pas entre deux périodes du phénomène, et les téléphones resteraient continuellement muets. Pour permettre la décharge lente du condensateur, il suffit, comme cela a déjà été fait, de le shunter par une résistance très élevée (quelques dizaines de milliers d'ohms).

Toute question d'irrégularité des organes mécaniques mise à part, la précision de la méthode est très élevée; pour un opérateur non exercé, elle est limitée par la durée de charge du condensateur, ou du moins par l'intervalle de temps nécessaire pour que la charge du condensateur soit très voisine de sa charge finale, condition à remplir pour que le courant dans le deuxième téléphone soit insensible.

J'ai pu, par cette méthode, mettre en évidence des durées inférieures à $\frac{1}{250\,000}$ de seconde.

La méthode est particulièrement applicable à la détermination des époques de coïncidence des pendules astronomiques.

Elle se prête admirablement à l'enregistrement; il suffit de remplacer les deux transformateurs T_1, T_2 par des enregistreurs électrochimiques à faible résistance, ou électromécaniques; les retards d'inscription de ces appareils n'intervenant en rien.

HYDROLOGIE. — *Le manganèse dans quelques sources du massif alpin.* Note de MM. F. Jadin et A. Astruc, présentée par M. Guignard.

Dans des publications antérieures ([1]), nous avons montré, entre autres choses, que, au point de vue de la teneur en manganèse, il existe certaines différences entre les eaux minérales du massif vosgien et celles du Plateau central : celles-ci, dans l'ensemble des sources, sont plus riches que celles-là.

Ces différences, qui tiennent sans doute aux diversités d'origine et de constitution des eaux dans les deux massifs, semblent se retrouver dans celui que nous étudions aujourd'hui.

Les Alpes, qui sont infiniment moins pourvues en sources thermo-minérales que l'Auvergne, ne présentent pour ainsi dire pas d'eaux bicarbonatées d'origine profonde, car le groupe d'Évian semble bien posséder des eaux qui empruntent leur minéralisation à des terrains assez superficiels.

D'autre part, certaines eaux des Alpes sont minéralisées par leur rencontre souterraine des gîtes salins triasiques; elles sont plus salines que les eaux des Vosges précédemment étudiées.

Il semblait donc, *a priori*, que les résultats en manganèse fournis par l'étude des eaux minérales du massif alpin dussent s'écarter de ceux indiqués par les deux Notes précitées: l'expérience a confirmé nos prévisions.

Nous donnons ci-dessous les chiffres obtenus avec 15 sources appartenant à 9 stations différentes de la région des Alpes; ils expriment en milligrammes le manganèse contenu par un litre d'eau minérale :

		mg
Aix-les-Bains	source soufre	0,001
	source alun	0,001
Challes, grande source		0,001
Évian	source Cachat	0,001
	source Bonnevie	0,001
	source Cordeliers	0,002
Amphion	source alcaline	0,001
	source ferrugineuse	0,340
Allevard		0,045
Uriage		0,240
Salins le-Moutiers	petite source	0,200
	grande source	0,280
Brides		0,180
Saint-Gervais	source sulfureuse	0,400
	source Gontard	0,460

([1]) *Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 903, et t. 159, 1914, p. 332.

Ainsi donc, ici comme dans les Vosges et le Plateau central, la présence du fer influe d'une manière particulière sur la teneur de l'eau en manganèse (source ferrugineuse d'Amphion); mais les eaux sulfureuses dégénérées d'Aix-les-Bains et ses environs, faiblement minéralisées, sont peu riches en cet élément; et il en est de même du groupe d'Évian. Quant aux sources nettement triasiques, si elles ont une composition plus fortement minéralisée que celle des eaux précédentes et même que celle des sources vosgiennes, elles possèdent aussi une plus forte dose de manganèse : les eaux chlorosulfureuses d'Allevard et d'Uriage, les eaux chlorurées sodiques de Salins-le-Moutiers, les eaux chlorosulfatées calciques de Brides et de Saint-Gervais ont fourni des dosages de manganèse sensiblement plus élevés.

Sans revenir sur des conclusions développées dans nos précédents Mémoires, et qui ne sont que confirmées par ces nouveaux chiffres, nous retiendrons seulement le fait que les sources minérales du Massif alpin semblent s'écarter à la fois des eaux du Massif central et du massif vosgien, en ce qui concerne leur teneur en manganèse; moins riches que les premières, elles le sont cependant plus que les secondes, les résultats étant, bien entendu, envisagés dans leur allure générale d'ensemble.

PHYSIQUE VÉGÉTALE. — *Sur la présence d'un enduit antimouillant à la surface des particules du sable et de la terre végétale.* Note de M. H. **Devaux**, présentée par M. Th. Schlœsing fils.

Si nous répandons un peu de sable sec sur une surface d'eau quelconque, nous constaterons que la plus grande partie des grains flottent. La proportion habituelle, avec un sable dont les grains avaient un diamètre de $0^{mm},37$ à $0^{mm},63$, était de 60 à 63 pour 100. Chose curieuse, quand le sable est très faiblement humide (0,5 pour 100), il flotte encore, et même souvent mieux que le sable sec, car j'ai vu la proportion s'élever jusqu'à 90 pour 100. Mais dès que la proportion d'eau s'élève à 1 pour 100, tous les grains sont immédiatement submergés, il n'y a plus un seul grain qui flotte. Il doit donc se produire un changement important dans les rapports de l'eau avec le sable, selon que celui-ci est sec, ou qu'il est humide à un degré presque quelconque.

Un examen direct des grains qui flottent montre que ces grains sont incomplètement mouillés; un petit élément de leur surface reste sec, même après plusieurs jours d'attente. Du reste, quelques-uns des grains qui ont

coulé peuvent eux-mêmes redevenir flottants quand on les découvre un instant, ce qui prouve que quelque partie de leur surface était incomplètement mouillée, malgré la submersion.

Quelle peut être la cause de ce mouillage imparfait des grains de sable? La substance minérale dont ils sont constitués semble, *a priori*, devoir se mouiller facilement, et l'on doit plutôt penser à l'existence d'une impureté antimouillante agissant à la manière de la cire dans l'expérience classique de l'aiguille d'acier que l'on fait flotter.

J'ai vérifié le bien-fondé de cette hypothèse de deux manières :

1° D'abord j'ai reconnu que le sable calciné ne donne lieu à aucune flottaison. Tous les grains sont immédiatement submergés et conservent cette propriété pendant plusieurs jours. La chaleur a vraisemblablement détruit un enduit organique qui revêtait leur surface.

2° Mais, au lieu de détruire cet enduit, il serait préférable de l'isoler, de l'arracher si possible de la surface des grains en le déplaçant par l'eau elle-même, puisque celle-ci tend à mouiller réellement les grains.

Et puisqu'il s'agit d'une substance qui peut être analogue aux corps gras, il est naturel d'appliquer à son étude les procédés d'examen employés ailleurs (¹) et dont la sensibilité permet de dévoiler, avec une entière certitude, des lames d'une minceur extrême, même des lames monomoléculaires.

Sur une surface d'eau bien propre, je répands une poudre inerte (talc) en faible nuage, puis je laisse tomber des grains de sable. Je constate aussitôt que chaque grain de sable qui tombe écarte fortement les grains de talc, ce qui est l'indice certain qu'une substance étrangère à faible tension superficielle est abandonnée par le sable à la surface de l'eau. Cette substance est encore abandonnée par du sable à 0,5 pour 100 d'eau *et encore aussi par du sable à* 1 *pour* 100 *ou davantage*. Dans ce dernier cas l'écartement du talc est même beaucoup plus considérable, quoique aucun grain de sable ne flotte, ce qui prouve que la quantité de substance abandonnée est plus grande qu'avec le sable sec ou presque sec.

Ce dernier résultat est spécialement intéressant, puisque nous avons vu

---

(¹) H. DEVAUX, *Recherches sur les lames d'huile étendues sur l'eau* (*Journal de Physique*, septembre 1912) avec bibliographie des travaux antérieurs. — *Les lames d'huile étendues sur l'eau et sur le mercure* (*Revue générale des Sciences*, 28 février 1913). Ce dernier travail a été traduit et reproduit *in extenso* dans *Annual Report of the Smithsonian Institution*, 1913.

que dans ce cas, celui du sable humide, tous les grains jetés sur l'eau sont immédiatement submergés.

Nous voyons que cette submersion du grain, phénomène visible, est accompagnée d'un déshabillage; chaque grain abandonne sa tunique d'impuretés sur l'eau. C'est pour cela même qu'il coule si facilement.

On peut donc considérer le sable humide comme entouré de deux couches concentriques, une d'eau, appliquée immédiatement sur lui, l'autre d'impuretés à faible tension, plus intérieure.

Quand le sable se dessèche, la tunique externe d'impuretés demeure seule et vient s'appliquer sur le grain. Elle se colle alors assez intimement pour entraver ensuite le mouillage ultérieur, quand l'eau est amenée au contact des grains.

Tels sont les faits que présente le sable siliceux. Mais ils ne sont pas spéciaux à ce sable, la terre végétale les réalise aussi, et même à un degré beaucoup plus accentué pour ses parties les plus fines. Calcinée, elle plonge en totalité. Non calcinée, elle flotte à peu près complètement si elle est sèche, elle est submergée si elle est humide et, dans ce dernier cas, abandonne une pellicule antimouillante d'étendue considérable. L'humus présente ces phénomènes au degré le plus accentué, tandis que l'argile les présente au minimum. *L'existence à peu près* (1) *générale d'un enduit antimouillant sur les particules de la plupart des sols est donc un fait démontré.*

La présence d'un tel enduit a nécessairement un retentissement sur toutes les propriétés capillaires de cet important substratum de la végétation.

HYGIÈNE. — *Sur une installation permettant la javellisation de la totalité de l'eau de la conduite municipale de la ville de Thann.* Note (2) de M. **Henri Grosheintz**, présentée par M. Haller.

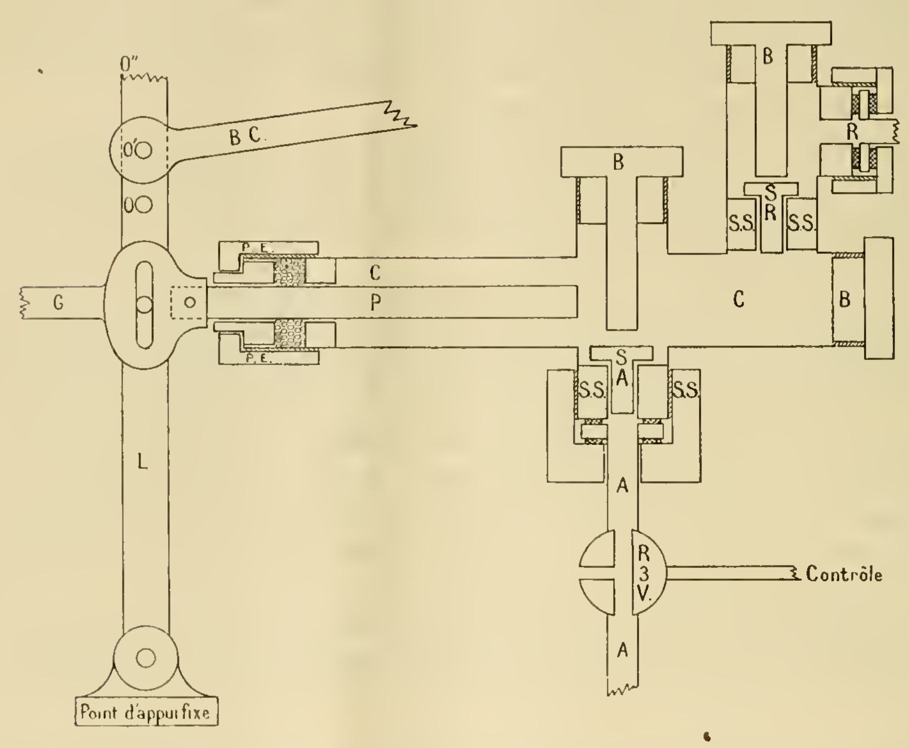
Quelques cas de fièvre typhoïde s'étant déclarés dans notre ville au printemps de 1915, l'autorité militaire a pris la précaution d'établir, dans divers quartiers de la ville, des tonneaux contenant de l'eau javellisée.

---

(1) Nous ne pouvons pas dire « tout à fait générale » à cause des particularités curieuses que présentent l'argile et certaines terres fortes.

(2) Séance du 17 janvier 1916.

C'est cette précaution qui m'a donné l'idée de tenter la javellisation de toute l'eau de notre conduite municipale. Cette eau est puisée dans un puits de $11^{m},80$ de profondeur, descendant jusqu'au seuil rocheux de la vallée; les parois en sont constituées par des viroles en fonte de $4^{m},50$ de



P, piston de 8^{mm} en plomb dur; C, corps de pompe, garni à l'intérieur d'une feuille d'étain; SA, soupape d'aspiration en plomb dur; SR, soupape de refoulement en plomb dur; A, tuyau d'aspiration; R, tuyau de refoulement; B, B, B, bouchons de visite avec butoir limitant la levée des soupapes; PE, presse-étoupe avec garniture d'amiante; R3V, robinet à 3 voies; L, levier de la pompe; BC, bielle de commande d'accouplement à la grande pompe; S, S, sièges des soupapes en étain; O, O_{1}, O'', ouvertures permettant le déplacement de BC pour varier la course du piston; G, prolongement en acier du piston. Ce prolongement passe dans un support qui sert de guide, de manière à maintenir bien rectiligne le mouvement du piston.

diamètre intérieur qui sont mastiquées et boulonnées ensemble, allant jusqu'au fond, ce qui exclut toute introduction d'eau de surface, en ne permettant l'arrivée de l'eau que par le fonds du puits, ce qui la filtre automatiquement par une couche naturelle de gravier.

Mon appareil à javelliser consiste en une toute petite pompe dont le piston est accouplé à celui de la grande pompe élévatoire d'une façon

immuable au moyen d'une bielle BC, de sorte qu'un coup de piston de la pompe élévatoire entraîne forcément un coup de piston de la petite pompe. Le refoulement de la petite pompe injecte l'hypochlorite de chaux (car nous employons l'hypochlorite de chaux à 7° B.), au sortir des soupapes de refoulement de la grande pompe, ce qui produit un brassage immédiat et très intime de l'hypochlorite et de l'eau pompée.

La petite pompe est construite de façon à pouvoir injecter d'une demi-goutte à trois gouttes d'hypochlorite par litre d'eau pompée. Nous javellisons dans la proportion d'une goutte de chlorure de chaux à 7° B. par litre d'eau pompée. La pompe élévatoire débite 16^l par coup de piston, ce qui correspond à 16 gouttes d'hypochlorite, soit en chiffres ronds 50^{cm^3} par mètre cube d'eau. Notre consommation journalière d'eau est d'environ 1000^{m^3}, ce qui fait une consommation de 50^l d'hypochlorite.

La pompe à javelliser est du type dit *à piston plongeur*, avec réservoir d'hypochlorite placé en charge pour éviter le désamorçage. Le corps de pompe est doublé d'étain, le piston d'un diamètre de 8^{mm} et les soupapes sont en plomb dur, les sièges de soupapes sont en étain. La course du piston peut se modifier par le décalage de la bielle BC suivant la quantité d'hypochlorite qu'on veut injecter.

La conduite de refoulement est en plomb dur également, très épaisse, car nous avons une pression d'eau de 65^m.

Les résultats de la stérilisation ont été pleinement atteints; tels en font foi les analyses déposées aux archives du laboratoire bactériologique de la 7e armée, 66e division, où l'on pourra les consulter. Voici les chiffres donnés par deux analyses :

27 octobre 1915. Eau *non* javellisée, 1 million de germes au centimètre cube.

5 novembre 1915. Eau javellisée, 200 à 300 germes au centimètre cube.

La présence du chlore, qui doit être en petit excès, est révélée par l'iodure d'amidon. Nous ne saturons pas à l'hyposulfite de soude, ce qui compliquerait immensément l'installation. Nous n'avons du reste constaté aucun inconvénient à cette suppression, depuis plusieurs mois que l'installation fonctionne.

Contrôle de l'injection de l'hypochlorite. — Le tuyau d'aspiration de la pompe à hypochlorite est muni, avant son arrivée à ladite pompe, d'un robinet à trois voies (R 3 V) destiné à la manœuvre du contrôle du débit. A cet effet on ferme la communication avec le récipient à l'hypochlorite et l'on ouvre la communication se reliant à un vase gradué en verre contenant de l'eau. Comme la pompe élévatoire est pourvue d'un compteur

de coups de piston, on en connaît le débit; il est donc facile de se rendre compte de la quantité d'hypochlorite qui serait injectée et qui correspond au manquant de l'eau dans le vase gradué.

A 15 heures trois quarts l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16 heures et demie.

A. Lx.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans les séances de décembre 1915.

Institut de France. Académie des Sciences; Observatoire d'Abbadia. *Procès-verbaux des séances de l'Académie tenues depuis la fondation de l'Institut jusqu'au mois d'août* 1835, Tome VI, années 1816-1819. Hendaye, Observatoire d'Abbadia, 1915; 1 vol. in-4°.

Institut de France. Académie des Sciences; Observatoire d'Abbadia. *Catalogue de* 14263 *étoiles, comprises entre* + 16° *et* + 24° (*zone photographique de Paris*), *observées en* 1899, 1900, 1901, 1902, 1903, 1904, 1905, 1906, *réduites à* 1900,0. Hendaye, Observatoire d'Abbadia, 1915; 1 vol. in-4°.

Déclarations de l'Institut et des Universités de France à propos du manifeste des intellectuels d'Allemagne. Paris, Imprimerie nationale, 1915; 1 fasc. in-8°.

Pages d'histoire : 1914-1915. *Mines et tranchées*, par Henry de Varigny. Paris-Nancy, Berger-Levrault, 1915; 1 vol. in-12.

Ministère de l'Agriculture. Direction générale des Eaux et Forêts. Eaux et améliorations agricoles. *Recherches sur la géologie agricole et l'hydrologie de la Beauce*, par G.-F. Dollfus. Paris, Imprimerie nationale, 1913; 1 fasc. in-4°. (Présenté par M. H. Douvillé.)

Ministère de l'Instruction publique. *Annales du Bureau central météorologique de France*, publiées par A. Angot; année 1912, fasc. III : *Pluies*. Paris, Gauthier-Villars, 1915; 1 vol. in-4°.

Observatoire de Paris. *Catalogue photographique du Ciel, coordonnées rectilignes*, t. IV, *zone* + 20° *à* + 22°. Paris, Gauthier-Villars, 1915; 1 vol. in-4°.

Observatoire de Bordeaux. *Catalogue photographique du Ciel, coordonnées rectilignes*, t. IV, *zone* + 13° *à* + 15°. Paris, Gauthier-Villars, 1915; 1 vol. in-4°.

Ministère de la Marine. *Mémorial de l'Artillerie navale*, 3e série, t. IX, 1re livraison de 1915. Paris, Imprimerie nationale, 1915.

Anuario del Observatorio astronomico nacional de Tacubaya para el año de 1915, formado bajo la dirección del ingeniero Valentin Gama. Mexico, 1914; 3 vol. in-12.

Statistical theory of Energy and Matter, by Dr Thorstein Wereide. Kristiania, Gyldendalske Boghandel Nordisk Forlag, 1915; 1 vol. in-8°.

The Smithsonian Institution. *Annual Report*, 1914. Washington, Government printing Office, 1915; 1 vol. in-8°.

Canada. Department of the Interior. *Report of the Chief astronomer for the year ending march* 31, 1911. Ottawa, Taché, 1915; 1 vol. in-8°.

Lowell Observatory. *Memoir on a Trans-Neptunian Planet*, by Percival Lowell, t. I, n° 1. Lynn, Mass., P. Nichols, 1915; 1 vol. in-4°.

Commission géologique de Finlande. *Bulletin :* n° 38, *Om Laplands istidogeologi*, af V. Tanner; n° 43, *Kaleviska bottenbildningar vid Mölönjärvi*, af W.-W. Wilkman; sektionen D3, *Joensuu beskrifning till jordartskartan*, af Benj. Frosterus och W.-W. Wilkman. Helsingfors, 1915; 3 vol. in-8°.

ERRATA.

(Séance du 17 janvier 1916.)

Note de MM. *Armand Gautier* et *Paul Clausmann*, Le fluor dans le règne végétal :

Page 106, 2e ligne en remontant, note (1), *au lieu de* 4e série, t. 13, page 905, *lire* 4e série, t. 13, p. 909.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 7 FÉVRIER 1916.

PRÉSIDENCE DE M. CAMILLE JORDAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. A. Laveran donne lecture de la Notice suivante :

Le professeur **Guido Baccelli**, Correspondant de l'Académie des Sciences depuis 1903 dans la Section de Médecine et Chirurgie, est mort le mois dernier à Rome; il était né à Rome le 25 novembre 1832.

La longue carrière de Baccelli a été très brillante. De bonne heure il était arrivé professeur à l'Université Royale de Rome et pendant plus 50 ans il a occupé, avec un grand succès, la chaire de Clinique générale, créée pour lui; député au Parlement pendant 40 ans, puis sénateur, il a été trois fois ministre de l'Instruction publique, une fois ministre de l'Agriculture et du Commerce.

L'œuvre scientifique de Baccelli est considérable, je devrai me borner à citer ceux de ses travaux qui me paraissent présenter le plus d'intérêt.

L'étude des anévrysmes et de leur traitement a occupé d'abord notre regretté confrère qui a décrit très exactement la formation des caillots dans les poches anévrysmales. Ayant constaté que ces caillots pouvaient amener naturellement la guérison, il en a conclu qu'il y avait lieu de hâter leur formation, et il a proposé d'introduire dans les sacs anévrysmaux des fils métalliques très fins, roulés en spirales, oxydables, autour desquels se formeraient les caillots. Cette audacieuse opération est aujourd'hui abandonnée, mais les études excellentes de Baccelli sur les caillots des sacs anévrysmaux resteront.

Le diagnostic des épanchements pleuraux a fait, grâce à Baccelli, un progrès sensible; le signe d'auscultation connu sous le nom de *pectoriloquie aphone*, qui a été décrit pour la première fois par notre regretté confrère,

fournit au clinicien des données importantes sur la nature des liquides contenus dans la plèvre.

Le paludisme devait nécessairement fixer l'attention d'un clinicien qui, observant à Rome, recevait chaque été dans son service de nombreux malades ayant contracté des fièvres graves dans la Campagne romaine; il arrivait souvent que les malades atteints des accidents à marche si rapide qui sont connus sous le nom d'*accès pernicieux* étaient apportés trop tard à l'hôpital pour que la quinine, administrée par les voies ordinaires, eût prise sur le mal; Baccelli le premier fit, dans ces cas désespérés, des injections intra-veineuses de sels de quinine et cette hardie tentative fut couronnée de succès; les injections intra-veineuses, non seulement des sels de quinine mais aussi d'autres médicaments, mal supportés en injections sous-cutanées ou intra-musculaires, sont aujourd'hui entrées dans la pratique.

Des postes médicaux spéciaux, créés dans la Campagne romaine, assurèrent de prompts secours aux malades atteints de fièvres graves.

Baccelli a réalisé un progrès notable dans le traitement d'une autre maladie d'une haute gravité, le tétanos. La méthode, dite *de Baccelli*, consiste à injecter chaque jour, sous la peau des tétaniques, 60^{cg} à 75^{cg} de phénol en solution aqueuse à 2 ou 3 pour 100; la dose est répartie en 2 à 4 piqûres dans les 24 heures. Cette pratique a donné d'excellents résultats à bon nombre d'observateurs.

Baccelli a toujours usé de la grande influence qu'il avait acquise dans le monde politique italien pour réaliser d'utiles réformes, en particulier dans l'enseignement et dans l'hygiène publique; là aussi son œuvre est considérable. L'organisation des Universités italiennes lui doit beaucoup; grâce à lui, l'Université de Rome possède une polyclinique, dotée des derniers perfectionnements, qui est un modèle. Sur son initiative, d'importants travaux d'assainissement ont été exécutés dans la Campagne romaine et il a contribué, pour une grande part, à la fondation et au succès de la Ligue italienne contre le paludisme dont il était le président.

Savant archéologue et latiniste très distigué, Baccelli souhaitait que le latin redevint la langue scientifique; il me paraît regrettable que ce souhait n'ait pas été exaucé. Le besoin d'une langue commune, universelle, se fait de plus en plus sentir en médecine et aussi, j'imagine, dans les autres sciences.

A plusieurs reprises j'ai eu l'honneur et le plaisir de rencontrer le professeur Baccelli.

En 1882, lorsque j'allai à Rome, dans le but de poursuivre mes travaux

sur l'hématozoaire du paludisme, notre regretté confrère était ministre de l'Instruction publique; il m'accueillit fort aimablement et me donna toutes facilités pour mes recherches; j'examinai, à l'hôpital San Spirito, une série de malades provenant de la Campagne romaine et j'eus la satisfaction de trouver dans leur sang les hématozoaires que j'avais découverts, deux ans auparavant, à Constantine.

J'ai revu Baccelli à diverses reprises dans les Congrès médicaux où ses Communications étaient très écoutées et en dernier lieu à Paris, lors d'un assez long séjour qu'il y fit, il y a trois ans. Quoique souffrant déjà, il s'intéressait toujours beaucoup au mouvement scientifique; après avoir visité plusieurs de nos cliniques parisiennes, il me disait avec une légitime fierté, tout en rendant hommage à la science de nos professeurs, que sa polyclinique de Rome était mieux organisée que les nôtres.

D'un caractère affable et d'une grande obligeance, le professeur Baccelli était très populaire en Italie où sa mort a causé d'unanimes regrets. Grand ami de notre pays, il a eu la joie de voir l'Italie venir se ranger à côté de sa sœur latine, la France, au cours de l'abominable guerre déchaînée dans le Monde par l'orgueil et les convoitises germaniques; il ne lui était pas réservé, hélas! d'assister à la victoire certaine du droit et de la liberté sur la barbarie allemande.

Au nom de l'Académie des Sciences, j'adresse à la famille du professeur G. Baccelli et, en particulier, à son fils, M. A. Baccelli, député de Tivoli, des condoléances bien sincères.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur le dosage des réducteurs en présence d'un excès de saccharose.* Note de M. L. **Maquenne**.

On sait que le dosage du sucre interverti est considérablement gêné par la présence d'un excès de saccharose, qui modifie son pouvoir réducteur en même temps qu'il agit par lui-même sur le réactif cupropotassique. En particulier, la détermination exacte des quelques millièmes, dix-millièmes et même cent-millièmes de substances réductrices que renferment les sucres cristallisés ou raffinés est, ainsi que le rappelait encore, récemment, M. Saillard (¹), une opération délicate; l'étude systématique que nous avons faite de l'action qu'exerce le saccharose sur la liqueur cupropo-

(¹) *Comptes rendus*, t. 161, 1915, p. 591.

tassique [1] va nous permettre de formuler quelques préceptes qui nous paraissent capables d'augmenter la précision de ce genre d'analyses, comme aussi d'en régulariser la technique.

Choix de la température et du temps de chauffe. — La température ayant une énorme influence sur le pouvoir réducteur du saccharose, il est naturel, pour doser l'inverti dans un sucre, d'opérer à une température aussi basse que possible (inférieure, d'après nos recherches, à 75°), la durée de chauffe étant, bien entendu, d'autant plus longue que la température est moins haute. C'est ce que les spécialistes ont déjà reconnu, et sur ce point nous sommes absolument d'accord avec M. Pellet, qui le premier a proposé d'effectuer le dosage des réducteurs à des températures inférieures à celle de l'ébullition, d'abord à 85°, puis à 65° pendant 10 minutes [2], à la condition pourtant qu'on tienne compte de l'effet produit par le saccharose, qui n'est pas nul, même dans ces circonstances; d'accord aussi avec M. Saillard qui, plus récemment, a conseillé la température de 62°-64°, maintenue pendant 22 minutes. 10 minutes de chauffe à 65°, température extérieure ou intérieure, ou 70°, température extérieure, paraissent convenir à tous les cas sans qu'il y ait lieu d'accorder la préférence à l'un ou à l'autre de ces modes de chauffage; nous remarquerons seulement que la combinaison 10^{min}-65° extérieur, que nous avons généralement employée dans ce travail parce qu'elle nous a paru commode, représente, au point de vue du temps surtout, un minimum ultime au-dessous duquel on ne devra jamais descendre.

Mais on peut opérer aussi à 100°, dans l'eau bouillante (5 minutes), ou à l'ébullition (3 minutes); alors, la réduction propre au saccharose devenant prépondérante, il importe de l'évaluer avec exactitude. M. Saillard emploie pour cela des tables à double entrée, rappelant les tables allemandes, qui font connaître le poids de cuivre réduit par un mélange en proportions connues de saccharose et d'inverti; mais, outre que l'établissement de pareilles tables est fort laborieuse, cette méthode ne permet pas d'éliminer la cause d'erreur, dépassant parfois 0,01 pour 100, qui résulte des variations barométriques. Pour l'éviter il n'y a qu'un moyen, c'est d'opérer par comparaison, c'est-à-dire d'effectuer, pendant le même temps et de la même manière, deux opérations successives portant, l'une sur le sucre à étudier,

---

[1] *Comptes rendus*, t. 161, 1915, p. 617, et t. 162, 1916, p. 145.

[2] *Bulletin de l'Association des chimistes de sucrerie et de distillerie*, 1900 et 1913.

l'autre sur du sucre pur ou de composition connue : la différence des deux titrages fait connaître la réduction imputable à l'inverti cherché et, par suite, le poids de celui-ci. Si l'on s'astreint à travailler toujours avec la même quantité de sucre, la table peut être à simple entrée, ce qui en facilite singulièrement la construction et l'emploi.

Malgré ses défauts, la méthode par ébullition présente des avantages qu'il est utile de faire ressortir. D'abord elle est susceptible, comme nous le verrons plus tard, de fournir des indications qui échappent aux autres; ensuite elle permet, lorsqu'on ne tient pas à une approximation dépassant le dix-millième, de faire usage de la même table qui donne l'inverti en solution pure, sans saccharose. C'est ce qui a lieu quand on expérimente avec 10^g de sucre dissous dans $36^{cm^3},2$ de liquide total : ainsi que nous l'avons fait remarquer antérieurement, la réduction propre du saccharose est alors indépendante de la proportion d'inverti, à une ou deux divisions près de la burette, c'est-à-dire à 1^{mg} près, au maximum. Le Tableau suivant montre d'ailleurs le degré d'exactitude de cette indépendance :

Poids de l'inverti.	Réduction de l'inverti. Seul.	Réduction de l'inverti. Avec 10^g sucre.	Poids de l'inverti.	Réduction de l'inverti. Seul.	Réduction de l'inverti. Avec 10^g sucre.
mg	d	d	mg	d	d
0,25...	1,5	1,0	20...	69,5	68,5
0,50...	2,0	1,5	25...	86,5	85,5
1,00...	4,0	4,0	30...	103,5	102,5
5,00...	16,5	18,0	35...	120,0	119,0
10,00...	34,0	34,5	40...	136,0	134,0
15,00...	51,5	51,0	45...	151,5	149,5

Nous n'insisterons pas sur la méthode de réduction à 100°, qui ne présente aucun intérêt théorique ni pratique.

Poids de sucre à employer. — Lorsqu'on procède ainsi que nous venons de le dire, par comparaison, la quantité de saccharose présent importe peu, puisque son influence peut toujours être évaluée exactement et qu'elle n'augmente pas avec la proportion de sucre; il suffit qu'elle soit constante et comme, d'autre part, l'erreur relative est en raison inverse du poids de matière analysée, il est clair qu'il y a avantage à augmenter celui-ci autant que la pratique de l'analyse le permet. Nous conseillons, dans le cas des produits pauvres en inverti, de faire porter l'opération sur 20^g de sucre, pesé à l'état solide, lorsqu'on expérimente à 65° ou à 100°; sur 10^g seule-

ment quand on travaille à l'ébullition, parce qu'alors, le volume étant moindre, la chauffe est plus rapide. Si l'on ne peut pas employer une pareille quantité de matière, on en prendra moins, mais on en complétera le poids à 20^g ou 10^g en ajoutant du sucre pur; si, enfin, on a affaire à un sirop, on en déterminera d'abord la richesse en cristallisable par polarisation et l'on s'arrangera, par des additions convenables de sucre pur et d'eau, de façon que le mélange renferme encore 20^g ou 10^g de saccharose sous le volume total de $42^{cm^3},5$ ou $36^{cm^3},2$ (¹). Toute défécation est, en général, inutile.

Les tables auront été dressées de même, en retranchant des réductions fournies par 20^g ou 10^g de sucre contenant un poids connu d'inverti celles que donnent les mêmes quantités de sucre pur. Pour 20^g de sucre, chauffés pendant 10 minutes à 65°, température extérieure, cette correction est constante et égale à $5^d,0$ ou $5^d,5$ d'hyposulfite. Il suffit alors d'une seule opération pour obtenir le résultat cherché, c'est un avantage sérieux en faveur des méthodes qui sont indépendantes de la pression atmosphérique.

On peut, d'ailleurs, dans le cas des sucres riches en inverti, ce qui oblige à n'en prendre qu'une faible quantité, et cela en vue d'éviter une trop grande dépense de sucre pur, opérer, même à 65°, avec un poids moindre, par exemple 5^g de saccharose total; la table devra alors être dressée en conséquence.

Choix de la méthode de titrage. — Deux méthodes sont en présence pour apprécier la quantité de cuivre réduit par un sucre : l'une consiste à recueillir le précipité dans un tube de centrifugeuse ou sur filtre en amiante et à le titrer par un moyen quelconque reconnu exact; l'autre qui consiste à doser le cuivre resté au maximum dans la solution, avec ou sans filtration préalable. Toutes deux sont excellentes tant que le précipité est abondant, mais lorsque la proportion de réducteur est très faible l'oxyde cuivreux reste dissous, en partie ou en totalité, et la première méthode cesse d'être applicable; il faut alors nécessairement recourir à la seconde, et c'est pourquoi, dans l'analyse des raffinés, nous employons toujours la méthode de titrage à l'hyposulfite, dont nous avons autrefois exposé les principes en nous fondant sur les indications de Lehmann (²). Ceci est vrai

(¹) Volumes occupés par 30^{cm^3} d'eau après qu'on y a fait dissoudre 20^g ou 10^g de sucre.

(²) *Bull. Soc. chim.*, 3ᵉ série, t. 19, 1898, p. 926.

surtout lorsqu'on opère à 65°, température à laquelle 20g de sucre pur ne produisent aucun précipité visible après 10 minutes de chauffe.

Dans l'application de cette méthode, et dans le but de réduire le volume du liquide, nous avons été conduit à modifier légèrement la composition de nos liqueurs primitives. Aujourd'hui nous employons seulement 10^{cm^3} de liqueur bleue, autant de liqueur blanche, autant d'eau et 10g ou 20g de sucre solide; après dissolution du sucre, chauffage et refroidissement, on ajoute 20^{cm^3} d'acide sulfurique à 50 pour 100 en poids (et non plus en volume) et enfin, en agitant vigoureusement, 5^{cm^3} d'iodure de potassium à 20 pour 100. Le titre de la solution d'hyposulfite reste à 20g de sel cristallisé par litre; la fin du titrage se reconnaît à la touche, en faisant couler lentement, par un tube légèrement effilé, environ $0^{cm^3},5$ du liquide sur une bande étroite de papier amidonné. Le titre de la liqueur étant susceptible de changer avec le temps, il est nécessaire de le reprendre et de le rectifier, s'il y a lieu, au moins une fois par semaine; pour 10^{cm^3} de solution cuivrique à 40g de sulfate cristallisé par litre, il faut normalement de $199^d,5$ à 200^d de la burette d'hyposulfite.

La méthode n'est pas applicable aux mélasses parce qu'il s'y trouve des substances qui fixent directement l'iode.

De toutes ces observations découlent deux principes qui nous semblent de première importance dans l'analyse des sucres industriels, à savoir : 1° la nécessité d'opérer toujours comparativement et en présence d'un poids constant de saccharose; 2° l'adaptation du mode de titrage au cas examiné, réservant les méthodes usuelles, fondées sur la séparation de l'oxyde cuivreux, aux produits riches et celle à l'hyposulfite aux produits pauvres en inverti (moins de 0,2 pour 100).

A l'énoncé de ces deux règles nous joindrons quelques indications complémentaires que nous croyons inédites. Si pour une raison quelconque le sucre étudié a dû être dissous à l'avance, il faut, même en présence d'un antiseptique, faire la réduction le plus tôt possible ou maintenir la liqueur pendant 5 ou 6 minutes en pleine ébullition (ce qui élève un peu son titre en inverti) pour éviter l'action hydrolysante de la sucrase que les sucres bruts renferment quelquefois en quantité assez grande pour augmenter de 1 pour 100 leur richesse en inverti, dans l'espace de 2 jours à la température ordinaire. Également utile, quand on opère à température peu élevée, de procéder au titrage de la liqueur réduite aussitôt après son refroidissement pour que la réaction, incomplète encore lorsqu'on arrête le chauffage, n'ait pas le temps de se poursuivre à froid. Après un repos

de 5 ou 10 minutes, à la température ordinaire, on peut avoir ainsi une surcharge équivalente à 1mg d'inverti et même davantage.

Nous ajouterons enfin pour mémoire, car le fait est universellement connu, qu'il est aussi nécessaire d'effectuer toutes les opérations sous le même volume de liquide, dans des vases semblables, avec la même concentration en cuivre et dans les conditions les plus rigoureusement constantes de température (réglée à 0°,5 près) et de durée de chauffe (mesurée à moins de 5 secondes près quand on opère à l'ébullition), toutes variables dont l'influence est, comme nous l'avons fait voir, considérablement plus grande quand l'inverti est mélangé de saccharose que lorsqu'il est pur. Leur valeur absolue n'a d'ailleurs aucune importance, et nous laisserons aux intéressés le soin de choisir le mode opératoire qui leur paraît le plus convenable ou le plus conforme à leurs habitudes, pourvu qu'il ne s'écarte pas des règles fondamentales que nous venons de poser.

Les tables doivent être naturellement construites pour chaque cas et par l'opérateur même qui doit s'en servir; nous estimons, en effet, que de pareils recueils de chiffres, fondés sur des bases essentiellement empiriques et dont quelques-unes sont de nature toute personnelle, n'ont de réelle valeur que pour celui-là même qui les a établis ou calculés. C'est pourquoi nous nous dispenserons de publier les nôtres.

Le sucre exempt de réducteurs qui est nécessaire à toutes ces opérations peut, comme l'a montré M. Pellet, se trouver dans l'industrie (échantillons spécialement préparés en fabrique ou certains raffinés en tablettes) ou se préparer au laboratoire par trois cristallisations successives du raffiné ordinaire dans l'eau (refroidissement sous agitation, puis repos d'une solution faite à 90° de trois parties de sucre dans une partie d'eau), donnant chacune un rendement de 50 pour 100. Il vaut mieux employer de l'eau pure que de l'eau alcoolisée parce que l'alcool précipite aussi bien et même mieux les impuretés qui accompagnent le sucre que le saccharose pur.

Faute de critérium on considérera comme pur celui de tous les sucres qu'on possède qui réduit le moins à l'ébullition et dont le pouvoir réducteur n'est pas modifié par une recristallisation dans l'eau.

Approximation. — Le degré d'exactitude auquel on peut ainsi prétendre en travail courant ne paraît guère pouvoir dépasser $\frac{1}{50}$ du poids des réducteurs cherchés; dans les cas favorables, c'est-à-dire quand le produit n'est pas trop impur, on peut compter sur deux chiffres significatifs exacts et même sur un troisième encore très approché. Exception doit pourtant être

faite pour les sucres qui contiennent moins de 0,1 pour 100 d'inverti, auquel cas la troisième décimale peut être affectée d'une erreur maxima de deux ou trois unités, erreur inévitable qui provient de l'incertitude des mesures, des lectures ou des tables, aussi bien que d'une observance imparfaite des conditions expérimentales exprimées ci-dessus.

C'est néanmoins un degré de précision qui ne nous paraît pas avoir été atteint jusqu'à présent; nous avons l'espoir qu'il permettra de suivre et d'apprécier mieux l'efficacité des opérations qui ont pour objet de purifier le sucre, tant en fabrique qu'en raffinerie. Ceci sans préjudice des autres méthodes rapides, moins exactes mais reconnues suffisantes à titre comparatif, qui sont couramment employées pour le contrôle de la fabrication.

CORRESPONDANCE.

GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE. — *Sur une extension du théorème de Poncelet relatif aux polygones inscrits ou circonscrits à des coniques.* Note de M. **Georges Fontené.**

M. Darboux a retrouvé récemment (*Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 101) la chaîne de $2n$ coniques que j'ai fait connaître en 1897 (*Nouvelles Annales de Mathématiques*, 3e série, t. 16) pour l'extension de la théorie des polygones de Poncelet. M. Darboux, à qui j'ai signalé le Mémoire en question, m'a fait observer que je n'avais pas établi d'une façon complète l'existence de la chaîne de $2n$ coniques, qui doit subir ensuite la condition de fermeture, et, d'autre part, la possibilité de réaliser cette dernière condition : la première lacune peut être facilement comblée, et c'est une affaire de rédaction; j'espère réussir à combler la seconde.

Dans la solution de M. Darboux, fondée sur l'emploi des fonctions elliptiques, les éléments du problème sont exprimés en fonction de $2n+1$ constantes qui doivent satisfaire à trois conditions; l'auteur a négligé de faire voir que ces conditions sont réalisables en prenant à volonté les valeurs de ces constantes sauf trois, mais la démonstration serait sans doute facile. La solution dépend ainsi de $2n-2$ arbitraires, auxquelles il convient d'en ajouter deux autres que l'on a prises égales à 1. C'est naturellement le résultat que j'avais obtenu de mon côté.

La méthode que j'ai suivie, outre qu'elle est élémentaire, a l'avantage d'étudier en elle-même la chaîne de coniques, à laquelle on applique ensuite la condition *unique* de fermeture. Cette méthode m'a donné les *deux cas* de fermeture du triangle, qui ne se sont pas offertes dans l'analyse de M. Darboux.

Remarques de M. **Darboux** *sur la Communication précédente.*

Dans la première des Notes que j'ai consacrées à l'extension du théorème de Poncelet, j'ai indiqué comment la rencontre fortuite que j'ai faite d'un cas particulier, dans une *étude sur le mouvement d'une droite mobile dont trois points décrivent les trois faces d'un trièdre*, étude qui a commencé à paraître dans le numéro de janvier de cette année du *Bulletin des Sciences mathématiques*, m'avait conduit à examiner le problème général. Il va sans dire que j'aurais cité bien volontiers les recherches que M. Fontené a faites en 1897 si je les avais connues.

Dans la Communication précédente, M. Fontené adresse quelques critiques à ma solution. On peut y répondre, je crois, de la manière suivante:

Tous les éléments du problème sont exprimés en fonction de $2n+1$ constantes $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{2n}, k$ qui doivent satisfaire aux trois conditions suivantes :

$$(1)\qquad \frac{(1-k\,\mathrm{sn}^2\alpha_1)(1-k\,\mathrm{sn}^2\alpha_3)\ldots(1-k\,\mathrm{sn}^2\alpha_{2n-1})}{(1-k\,\mathrm{sn}^2\alpha_2)\ldots(1-k\,\mathrm{sn}^2\alpha_{2n})} = \frac{(1+k\,\mathrm{sn}^2\alpha_1)\ldots(1+k\,\mathrm{sn}^2\alpha_{2n-1})}{(1+k\,\mathrm{sn}^2\alpha_2)\ldots(1+k\,\mathrm{sn}^2\alpha_{2n})} = \frac{\mathrm{cn}\,\alpha_1\,\mathrm{dn}\,\alpha_1\,\mathrm{cn}\,\alpha_3\,\mathrm{dn}\,\alpha_3\ldots\mathrm{cn}\,\alpha_{2n-1}\,\mathrm{dn}\,\alpha_{2n-1}}{\mathrm{cn}\,\alpha_2\,\mathrm{dn}\,\alpha_2\,\mathrm{cn}\,\alpha_4\,\mathrm{dn}\,\alpha_4\ldots\mathrm{cn}\,\alpha_{2n}\,\mathrm{dn}\,\alpha_{2n}}$$

et

$$(2)\qquad \alpha_1+\alpha_2+\ldots+\alpha_{2n}\equiv 0.$$

M. Fontené estime que j'aurais dû montrer que ce système n'est pas impossible.

Mais cela est très aisé à voir, et la preuve que le système n'est pas impossible, c'est qu'on en aperçoit immédiatement un très grand nombre de solutions.

Rangeons, par exemple, dans un ordre quelconque, les α d'indice pair,

$$\alpha_{2i_1},\quad \alpha_{2i_2},\quad \ldots$$

et prenons

$$\alpha_1 = \pm \alpha_{2i_1}, \qquad \alpha_3 = \pm \alpha_{2i_2},$$

et ainsi de suite.

Le système (1) sera vérifié de lui-même. Quant à l'équation (2), elle le sera aussi si l'on a pris partout les signes — dans les relations précédentes, ou bien elle exigera que la somme des doubles de quelques-unes des quantités α d'indice impair soit égale à zéro.

Les solutions précédentes forment des systèmes qui ne sont pas singuliers, et, par conséquent, on peut affirmer qu'elles seront accompagnées d'une infinité d'autres systèmes de solutions.

Au reste, je n'avais pas attendu pour me préoccuper de la solution du système des équations (1) et (2). Prenons d'abord les deux premières, qui assurent la fermeture de la chaîne des coniques, tandis que la dernière, lorsqu'elle est ajoutée aux premières, assure la fermeture du polygone. Posons

$$(3) \quad \begin{cases} F(x) = (x - \operatorname{sn}^2\alpha_1)(x - \operatorname{sn}^2\alpha_3)\ldots(x - \operatorname{sn}^2\alpha_{2n-1}), \\ \Phi(x) = (x - \operatorname{sn}^2\alpha_2)(x - \operatorname{sn}^2\alpha_4)\ldots(x - \operatorname{sn}^2\alpha_{2n}). \end{cases}$$

Les deux équations (1) pourront s'écrire

$$(4) \quad \frac{F\left(\frac{1}{k}\right)}{\Phi\left(\frac{1}{k}\right)} = \frac{F\left(-\frac{1}{k}\right)}{\Phi\left(-\frac{1}{k}\right)} = \frac{\sqrt{F(1)F\left(\frac{1}{k^2}\right)}}{\sqrt{\Phi(1)\Phi\left(\frac{1}{k^2}\right)}}.$$

Ce système peut être remplacé par les équations du premier degré

$$(5) \quad \begin{cases} F\left(\frac{1}{k}\right) = \lambda\Phi\left(\frac{1}{k}\right), & F\left(-\frac{1}{k}\right) = \lambda\Phi\left(-\frac{1}{k}\right), \\ F(1) = \mu\Phi(1), & F\left(\frac{1}{k^2}\right) = \frac{\lambda^2}{\mu}\Phi\left(\frac{1}{k^2}\right), \end{cases}$$

dont la solution n'offre plus aucune difficulté.

Il reste à résoudre *à la fois* les équations (1) et (2). On y parvient simplement à l'aide du théorème d'Abel.

Remarquons d'abord qu'on peut séparer les α de rang pair et les α de rang impair. On remplacera ainsi le système des équations (1) et (2) par les deux suivants :

$$(6) \quad \begin{cases} \dfrac{F\left(\frac{1}{k}\right)}{m} = \dfrac{F\left(-\frac{1}{k}\right)}{m'} = \dfrac{\sqrt{F(1)F\left(\frac{1}{k^2}\right)}}{p}, \\ \alpha_1 + \alpha_3 + \ldots + \alpha_{2n-1} + \beta = 0 \end{cases}$$

et

$$(7)\quad \begin{cases} \dfrac{\Phi\left(\frac{1}{k}\right)}{m} = \dfrac{\Phi\left(-\frac{1}{k}\right)}{m'} = \dfrac{\sqrt{\Phi(1)\Phi\left(\frac{1}{k^2}\right)}}{p}, \\ \alpha_2 + \alpha_4 + \ldots + \alpha_{2n} - \beta = 0 \end{cases}$$

qui sont tout pareils et se traiteront *de la même manière*; β est une constante arbitraire.

Prenons le premier, par exemple, et supposons, pour fixer les idées, $n = 2n' - 1$. Le théorème d'Abel nous apprend qu'on peut mettre $F(x)$ sous la forme

$$F(x) = P^2(x) - x(1-x)(1-k^2x)Q^2(x),$$

où l'on a

$$P(x) = x^{n'} + Ax^{n'-1} + \ldots,$$
$$Q(x) = Gx^{n'-2} + Hx^{n'-3} + \ldots.$$

Quand les coefficients A, ..., G, H, ... varieront, les racines de $F(x)$ jouiront de cette propriété que si l'on pose

$$x_i = \operatorname{sn}^2 u_i,$$

x_i désignant l'une d'elles, on aura

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_{2n'} \equiv 0.$$

Choisissons les coefficients de manière que l'une d'elles soit β. Les autres pourront être prises pour $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{2n-1}$. La condition relative à β nous donne une première relation linéaire

$$P(\operatorname{sn}^2\beta) - \operatorname{sn}\beta \operatorname{cn}\beta \operatorname{dn}\beta\, Q(\operatorname{sn}^2\beta) = 0$$

entre les coefficients de P et de Q. Les deux premières équations (6) deviennent

$$\frac{P^2\left(\frac{1}{k}\right) + \frac{(1-k)^2}{k^2} Q^2\left(\frac{1}{k}\right)}{m} = \frac{P^2\left(-\frac{1}{k}\right) + \frac{(1+k)^2}{k^2} Q^2\left(-\frac{1}{k}\right)}{n} = \pm \frac{P(1)P\left(\frac{1}{k^2}\right)}{p},$$

et leur solution ne présente aucune difficulté. Par exemple, on peut remplacer l'équation du second degré qu'on obtient en égalant les deux premiers membres par les deux équations du premier degré qu'on obtient en égalant les parties réelles et les parties imaginaires dans l'équation

$$\frac{1}{\sqrt{m}}\left[P(k) + i\frac{1-k}{k} Q\left(\frac{1}{k}\right)\right] = \frac{e^{hi}}{\sqrt{m'}}\left[P\left(-\frac{1}{k}\right) + i\frac{1+k}{k} Q\left(-\frac{1}{k}\right)\right],$$

où h désigne une constante nulle. Il restera une seule équation du second degré.

La présence du double signe dans le système qu'il s'agit de résoudre montre que, pour toutes les valeurs de n, il y a deux espèces différentes de solutions.

Une méthode analogue s'appliquerait au cas où l'on aurait $n = 2n'$; il faudrait prendre alors

$$F(x) = x P^2(x) - (1 - x)(1 - k^2 x) Q^2(x),$$

$P(x)$, $Q(x)$ étant des polynomes de degré n' et $n' - 1$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'intégration des équations linéaires par les équations d'approximations successives.* Note de M. S. Stoïlow, présentée par M. Émile Picard.

1. Si l'on se donne une équation linéaire aux dérivées partielles d'ordre n, on peut toujours en déterminer une intégrale au moyen des approximations successives de M. Picard.

En approfondissant la nature de l'intégrale obtenue au moyen de cette célèbre méthode, j'ai établi la proposition suivante, dont la démonstration fera l'objet d'un Mémoire que j'espère pouvoir publier prochainement.

Au voisinage d'un point, par lequel passent une ou plusieurs multiplicités singulières mobiles, une intégrale quelconque d'une équation linéaire peut se mettre sous la forme

$$u(x, y) = H(x, y) + \sum_{m=1}^{m=p} U_{c_m}(x, y),$$

où p désigne un nombre au plus égal à l'ordre n de l'équation, $H(x, y)$ *une fonction holomorphe au point considéré et* $U_{c_m}(x, y)$ *une intégrale de l'une des formes suivantes :*

$$U_{c_m}(x, y) = f_m[c_m(x, y)] + \sum_{i=0}^{i=n-1} (y - b) \int_{c_m(a, b)}^{c_m(x, y)} \theta_i^m(x, y, \alpha) f_m^i(\alpha)\, d\alpha,$$

$$U_{c_m}(x, y) = \sum_{j=0}^{j=k-1} (y - b)^j f_{mj}[c_m(x, y)]$$

$$+ \sum_{j=0}^{j=k-1} \sum_{i=0}^{i=\infty} (y - b)^k \int_{c_m(a, b)}^{c_m(x, y)} \theta_{ij}^m(x, y, \alpha) f_{mj}^i(\alpha)\, d\alpha$$

et

$$U_{c_m}(x, y) = \sum_{j=0}^{j=n-1} \sum_{i=0}^{i=\infty} (y-b)^n \theta_i^m(x, y) f_{mj}^i[c_m(x, y)] + \sum_{j=0}^{j=n-1} (y-b)^j f_{mj}[c_m(x, y)].$$

où $c_m(x, y)$ désignent les fonctions caractéristiques de l'équation, et où les fonctions θ_{ij}^m et θ_i^m sont holomorphes dans un domaine contenant le point considéré et le point $x = a$, $y = b$.

Si la famille caractéristique

$$c_m(x, y) = \text{const.}$$

est simple, c'est la première des expressions de plus haut qu'il faut prendre; si elle est multiple, d'ordre $k < n$, c'est la seconde, et si $k = n$, c'est la troisième.

Les fonctions f_{mj}^i et f_m^i, dont les indices supérieurs indiquent l'ordre de dérivation [on a $f^0(\alpha) \equiv f(\alpha)$], ont des points singuliers $\alpha = a_m$, tels que les équations

$$c_m(x, y) = a_m \qquad (m = 1, 2, 3, \ldots, p)$$

représentent les caractéristiques passant par le point au voisinage duquel on représente l'intégrale.

2. Nous allons appliquer maintenant cette proposition à l'intégration des équations de la forme

$$\frac{\partial^n u}{\partial x^{n-k} \partial y} = \Phi(u), \tag{1}$$

où le second membre est une expression linéaire des dérivées d'ordres inférieurs à n, de $u(x, y)$ et de cette fonction même et dont les coefficients sont des fonctions analytiques quelconques de x et de y.

Supposons que l'origine ne soit pas un point singulier fixe de l'équation (1).

On pourra déterminer, comme dans le cas général, des intégrales

$$\tag{2} \left\{ \begin{aligned} U_x(x, y) &= \sum_{j=0}^{j=k-1} y^j f_j(x) + \sum_{j=0}^{j=k-1} \sum_{i=0}^{i=\infty} y^k \int_0^x \theta_{ij}^x(x, y, \alpha) f_j^i(\alpha)\, d\alpha, \\ U_y(x, y) &= \sum_{j=0}^{j=n-k-1} x^j \varphi_j(y) + \sum_{j=0}^{j=n-k-1} \sum_{i=0}^{i=\infty} x^{n-k} \int_0^y \theta_{ij}^y(x, y, \alpha) \varphi_j^i(\alpha)\, d\alpha \end{aligned} \right.$$

dépendant des fonctions arbitraires $f_j(x)$ et $\varphi_j(y)$.

Les fonctions θ_{ij}^x et θ_{ij}^y ne dépendent que de l'équation (1) et les expressions (2) sont valables dans un domaine δ comprenant l'origine et indépendant des fonctions $f_j(x)$ et $\varphi_j(y)$.

Soit maintenant $u(x, y)$ une intégrale quelconque de (1) holomorphe à l'origine. Si je choisis les fonctions $f_j(x)$ telles qu'elles représentent les valeurs de $u(x, y)$ et de ses $k-1$ premières dérivées par rapport à y sur $y = 0$, l'expression

$$u(x, y) - U_x(x, y), \tag{3}$$

qui est une intégrale de (1), sera déterminée avec des données nulles sur $y = 0$. Si donc on détermine $U_y(x, y)$ en prenant pour $\varphi_j(y)$ les valeurs de (3) et de ses $n-k-1$ premières dérivées par rapport à x pour $x = 0$, on aura

$$u(x, y) = U_x(x, y) + U_y(x, y), \tag{4}$$

qui représente toutes les intégrales de (1) holomorphes à l'origine, *dans tout le domaine δ, qui est indépendant des fonctions $f_j(x)$ et $\varphi_j(y)$.*

On a donc exprimé l'intégrale générale de (1) au moyen des fonctions θ_{ij}^x et θ_{ij}^y, dépendant de l'équation.

3. Si l'on avait $k = n$, l'intégrale générale (4) serait de la forme

$$u(x, y) = \sum_{j=0}^{j=n-1} \sum_{i=0}^{i=\infty} \theta_{ij}^x(x, y) f_j^i(x).$$

où les $f_j^i(x)$ représentent les données de Cauchy sur la droite non caractéristique

$$y = 0.$$

4. Dans le cas d'une équation du second ordre, les deux familles caractéristiques sont simples (cas hyperbolique), et l'on a

$$u(x, y) = f(x) + \varphi(y) + y \int_0^x [\theta_0^x(x, y, \alpha) f(\alpha) + \theta_1^x(x, y, \alpha) f'(\alpha)] \, d\alpha$$
$$+ x \int_0^y [\theta_0^y(x, y, \alpha) \varphi(\alpha) + \theta_1^y(x, y, \alpha) \varphi'(\alpha)] \, d\alpha.$$

On voit donc que, tandis que l'intégration de l'équation du type hyperbolique exige la connaissance de quatre fonctions attachées à l'équation, celle du type parabolique exige la connaissance d'une infinité de pareilles fonctions.

HYDRAULIQUE. — *Sur le tracé des aubes d'une turbine hydraulique dans laquelle la pression décroît linéairement le long des trajectoires relatives des filets liquides.* Note de M. J. **Dejust**, présentée par M. Émile Picard.

Si dans une turbine hydraulique la pression p décroît linéairement, on peut écrire, en désignant par S la longueur de la trajectoire relative d'une molécule,

$$\frac{dp}{dS} = \text{const.} = K.$$

Si p représente la pression à l'entrée de la couronne mobile, p' la pression à la sortie, et p_i la pression en un point intermédiaire M situé à une distance S_i de l'origine de la trajectoire, l'équation différentielle précédente donne, en l'intégrant de o à S_i,

$$p - p_i = \frac{(p - p')}{S} S_i,$$

d'où, en désignant par ϖ la densité de l'eau,

$$\frac{p - p_i}{\varpi} = \left(\frac{p - p'}{\varpi}\right)\frac{S_i}{S}.$$

La perte de charge dans la couronne mobile ayant pour expression η_i, qu'on peut admettre comme étant proportionnelle à la longueur de l'aube, on peut représenter par $\eta_i \frac{S_i}{S}$ la perte de charge le long de la partie S_i de la trajectoire considérée.

Si w et w_i sont les vitesses relatives à l'entrée et au point M, u et u_i, les vitesses de rotation aux mêmes points, le théorème de Bernoulli appliqué au mouvement relatif entre ces deux points donne la relation

$$\frac{w_i^2 - w^2}{2g} = \frac{u_i^2 - u^2}{2g} + \frac{p - p_i}{\varpi} - \eta_i \frac{S_i}{S}$$

ou

(1) $$\frac{w_i^2 - w^2}{2g} = \frac{u_i^2 - u^2}{2g} + \frac{S_i}{S}\left(\frac{p - p'}{\varpi} - \eta_i\right).$$

Si cette relation est satisfaite, la condition $\frac{dp}{dS}$ = const. l'est aussi. Il faut donc s'arranger pour qu'en un point quelconque, M, de la face agissante de l'aube, auquel correspondent les valeurs u_i et S_i, la vitesse relative de l'eau ait une valeur w_i satisfaisant à cette relation.

Or $\left(\frac{p-p'}{\varpi} - \eta_i\right)$ représente la charge en hauteur d'eau transformée en travail dans la turbine; on peut l'exprimer en fonction de la hauteur de chute H réduite de toutes les pertes entre le niveau d'amont et le niveau d'aval. Si H_1 est cette hauteur de chute réduite, on peut écrire :

$$\frac{p-p'}{\varpi} - \eta_i = \mathcal{E}H_1,$$

$\mathcal{E}$ représente le degré de réaction de la turbine.

En posant $\mathcal{E}_i = \mathcal{E}\frac{S_i}{S}$, la rotation (1) devient

$$(2) \qquad \frac{w_i^2 - w^2}{2g} = \frac{u_i^2 - u^2}{2g} + \mathcal{E}_i H_1$$

et permet de calculer la vitesse relative au point M.

Supposons que la face agissante de l'aube ait été déterminée par la méthode que nous avons indiquée dans une Note précédente [1], c'est-à-dire en se donnant une série de trajectoires relatives et en cherchant l'orientation des éléments de la surface, le long de ces trajectoires, de manière que ces éléments soient normaux à la résultante des forces réelles et apparentes qui agissent dans le mouvement relatif de l'eau.

Supposons aussi la masse liquide circulant entre deux aubes consécutives partagée en n filets rectangulaires contigus de même débit, dont les lignes moyennes correspondent à des trajectoires relatives et dont la section droite en un point quelconque de la trajectoire a pour base, b, la demi-somme des intervalles qui séparent celle-ci de ses deux voisines, et pour hauteur, l, la distance du point à l'aube voisine.

La formule (2) permettra de calculer la vitesse relative w_i en un point quelconque des trajectoires, puis, connaissant le débit q d'un filet, on déterminera sa section $\omega = \frac{q}{w_i}$ et son épaisseur $l = \frac{\omega}{b}$.

On obtiendra ainsi l'intervalle qui doit exister entre deux aubes consécutives pour que la pression varie linéairement suivant les trajectoires des molécules liquides.

---

[1] *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 163.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur le caractère irrationnel des formules de solubilité et les chaleurs d'humectation.* Note (¹) de M. **Albert Colson**.

La Note de M. Le Chatelier (*Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 30) semble indiquer que mes expériences sur le carbonate de soude anhydre (*Comptes rendus*, t. 161, 1915, p. 787) sont erronées au point qu'elles auraient pour conséquence capitale la réalisation du mouvement perpétuel. En réalité, mes déterminations numériques coïncident avec ce fait incontestable qu'un litre d'eau dissout 72^g de ce carbonate à 0° et environ 360^g à 30°, progressivement et avec dégagement de chaleur.

La lecture attentive des critiques qui me sont adressées montre que M. Le Chatelier ne conteste pas le dégagement de chaleur, obtenu d'ailleurs par des méthodes qu'il a indiquées à la page 50 de son Mémoire sur les Équilibres chimiques, mais seulement la solubilité croissante ci-dessus rappelée. « Celle-ci, dit-il, est purement hypothétique, et la mesure en est irréalisable, le sel anhydre s'hydratant au contact de l'eau. »

Cette phrase précise la question. La solubilité est pour moi, comme pour Gay-Lussac, en rapport avec la quantité de sel absorbé à T^o par un litre d'eau (²), tandis que pour M. Le Chatelier la solubilité exige une réversibilité, nécessaire à l'équilibre, que n'ont pas les corps susceptibles de s'hydrater au contact de l'eau.

Comme mes expériences sont suffisamment précises, c'est seulement en substituant dans leur interprétation la nouvelle définition à celle de Gay-Lussac que l'on en tire une déduction inadmissible. Et si la restriction que le carbonate sodique sec sort anhydre de ses dissolutions entraîne la possibilité du mouvement perpétuel, c'est simplement que ni le carbonate de soude CO^3Na^2, ni ses similaires susceptibles d'hydratation, y compris le sel marin à basse température, ne répondent à la solubilité définie par mon contradicteur.

N'est-il pas d'ailleurs évident que « si la mesure de la solubilité d'un corps

(¹) Séance du 31 janvier 1916.

(²) Les courbes de solubilité de Gay-Lussac sont toutes rapportées aux sels anhydres, même pour les sels de cuivre, de zinc, etc., qui s'hydratent au contact de l'eau.

susceptible de donner des hydrates est irréalisable », toute formule relative à ce genre de solubilité perd signification et portée? Je n'avais pas dit autre chose.

La considération de différentielles secondes, ou plutôt de causes secondaires inspirées par la Capillarochimie de Freundlich, conduit M. Le Chatelier à substituer un minimum de solubilité, inconnu jusqu'ici, à la solubilité invariable due à une chaleur de dissolution nulle qu'il attribuait au sel marin dans son Mémoire de 1888. Il fait pour cela intervenir la chaleur d'humectation de la poudre sèche qui, d'après ses calculs, est considérable et même illimitée, car elle atteint 800^{cal} par molécule pour des grains de sel de $0^{mm},005$, et elle est inversement proportionnelle au diamètre du grain. De cette conception il résulterait que la chaleur de dissolution varierait considérablement avec la pulvérisation des solides.

Il serait surprenant qu'un fait d'une telle importance eût échappé à Berthelot et à Thomsen. Néanmoins, j'ai tenté l'expérience sur des poudres les unes plus grosses, les autres plus fines que celles dont la chaleur d'humectation serait de 80^{cal}. Aucune différence ne s'est révélée, vers 0°, dans mon calorimètre en puits de glace où les corrections de refroidissement sont nulles et où les lectures se font au 0,005 de degré, précision exigée dans toutes les mesures thermochimiques et cryoscopiques. Or pour le sel marin une variation de 800^{cal} correspondrait à un refroidissement de $0^{\circ},25$ environ, soit $0^{\circ},025$ pour une variation de 80^{cal}; ce qui serait encore une erreur inadmissible.

A la réflexion, il semble que, théoriquement, l'intervention de chaleurs d'humectation ne peut être invoquée dans aucun cas sans entraîner la négation du premier principe de l'énergétique ou, si l'on préfère, sans entraîner la possibilité du mouvement perpétuel; car l'action transitoire d'une poudre qui absorbe de la chaleur en s'humectant et qui la restitue en se dissolvant n'influe en rien sur la chaleur de dissolution finale, en vertu du principe de l'état initial et final, c'est-à-dire de l'équivalence.

Pour une raison semblable, *aucune formule rationnelle* ne s'applique aux corps qui, entrant anhydres au sein d'une solution, en sortent hydratés. Effectivement la chaleur dégagée par ces transformations n'est pas la quantité de chaleur qui s'applique à un cycle d'opérations réversibles régi par le principe de Carnot, puisque le corps initial, ici CO^3Na^2, n'est pas régénéré après le cycle des opérations. De ce chef, la plupart des sels échappent à toute règle rationnelle.

Il en est certes tout autrement d'un hydrate que sa dissolution régénère par contact avec une source froide. Pourtant, même dans ce cas d'équilibre

incontestable, la formule

$$i\frac{dC}{C} = -500\frac{dT}{T^2}\rho,$$

où ρ exprime des calories, ne semble pas être une conséquence incontestable des principes de l'énergétique.

En effet, la seule formule qui procède rigoureusement de ces principes et régit tous les changements d'état est la formule de Clapeyron :

$$q\,dT = A.T(V - U)\,dp,$$

où, dans le travail élémentaire $(V - U)dp$ équivalent à la chaleur dq, V est le volume final liquide ou gazeux, U le volume solide de la molécule. Si l'on néglige U, le terme restant $V\,dp$ n'équivaut plus à dq; la formule perd à la fois son caractère rationnel et son harmonie.

Or c'est précisément à cette formule tronquée que se rattache la formule des dissolutions saturées. Voici en effet le fondement de la démonstration de Van 't Hoff (*Chim. phys.*, t. I, p. 31) :

« L'analogie entre les solutions et les gaz montre que l'acte de dissolution est tout à fait comparable à la vaporisation, et la saturation à l'état de tension maxima. Appliquons donc l'équation thermodynamique fondamentale : $q\,dT = A.T.V.\,dp$. » Or celle-ci n'est que la modification de l'expression de Clapeyron.

D'autre part, dans son Mémoire de 1888 sur les Équilibres chimiques (p. 138), M. Le Chatelier envisage le cas de l'iode, corps en même temps soluble et volatil. Il applique à l'état gazeux la loi des tensions de vapeur sous la même forme que Van 't Hoff, et à l'état dissous la loi des dissolutions gazeuses. Ayant ensuite déduit sa formule de la combinaison mathématique des deux relations ainsi trouvées, il la généralise en ces termes :

« Les lois de solubilité sont évidemment générales et indépendantes de ce que le dissolvant est plus ou moins volatil que le corps considéré. La formule établie dans un cas particulier doit s'appliquer dans la généralité. »

Quoi qu'il en soit de cette généralisation, elle part du même défaut que la démonstration de Van 't Hoff. En supposant même que ce fondement douteux n'exclut pas pour les mathématiciens le caractère rationnel de la formule, son degré d'approximation resterait faible quand les volumes V et U se rapprochent. Tels sont les corps solubles : iodures, nitrates et particulièrement sulfate de soude hydraté dont 310^g, occupant 210^{cm^3} à l'état solide, se dissolvent dans 100^{cm^3} d'eau. Une formule plus satisfaisante, quoique nécessairement réduite aux sels inaltérés par suite de leur passage dans un solvant, est en tout cas souhaitable.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Homologues vrais de la glycérine : Heptanetriol.* Note de **M. J.-L. Hamonet**, présentée par M. G. Lemoine.

On n'a décrit jusqu'ici aucune glycérine qui soit vraiment l'homologue de la glycérine de Scheele, c'est-à-dire qui en ait la parfaite symétrie, comme seraient par exemple celles qui auraient pour formule générale

$$CH^2OH - (CH^2)^n - CHOH - (CH^2)^n - CH^2OH.$$

C'est pour combler cette lacune que j'ai entrepris ce travail.

Je voudrais pouvoir commencer par la description du pentanetriol, premier homologue vrai de la glycérine, dans lequel $n = 1$, mais jusqu'à présent je n'ai pu l'obtenir. La méthode de synthèse que je vais décrire ne s'applique pas au premier terme de la série.

J'ai déjà eu l'occasion de montrer ([1]) que les éthers-oxydes halogénés de la forme $RO(CH^2)^nX$, dont $n > 2$, sont capables de former des dérivés magnésiens. Quand $n = 2$ tout le groupe éthylénique $(CH^2)^2$ est mis en liberté par l'action d'un métal, que ce soit du sodium, du magnésium, du zinc, etc., et que le radical R soit acyclique ou cyclique.

Si donc on fait le composé magnésien de l'iodométhoxypropane-1.3, et qu'on le traite d'abord par le formiate d'éthyle, puis par l'eau, on obtient la diméthyline-1.7 de l'heptanetriol-1.4.7, liquide bouillant à 246°-248° ($D_{18} = 0,969$) :

$$2CH^3O(CH^2)^3MgI + HCOOC^2H^5 + \xrightarrow{H^2O}$$
$$\rightarrow CH^3O(CH^2)^3CHOH(CH^2)^3OCH^3.$$

Pour transformer ce diéther en glycérine deux méthodes peuvent être suivies :

I. La première, la plus longue, sans aucun doute, la moins avantageuse, mais qui permet d'étudier en passant les dérivés de l'heptanetriol, consiste à faire par l'acide bromhydrique à froid le dibromo-1.7-heptanol-4, $CH^2Br(CH^2)^2CHOH(CH^2)^2CH^2Br$ ou à chaud le tribromo-1.4.7-heptane $CH^2Br(CH^2)^2CHBr(CH^2)^2CH^2Br$, qui donneront soit la diacétine, soit la triacétine correspondantes, dont par saponification on retirera la glycérine. Dans ce cas, en effet, on ne peut passer directement des composés bromés à la glycérine, comme on le fait parfois pour les glycols en soumettant un dibromure à l'action de l'eau bouillante.

([1]) *Comptes rendus*, t. 138, 1904, p. 976.

C'est un fait d'observation courante que, si l'on traite par l'eau en ébullition un corps possédant en γ soit deux fonctions halogénées, soit une fonction halogénée et une fonction alcool, il se forme toujours un éther-oxyde interne. Ainsi le dibromobutane-1.4 m'a donné le tétrahydrofurfurane (formule I), le dibromo-1.7-heptanol-4 et le tribromoheptane-1.4.7 se changent en propyloltétrahydrofurfurane (formule II) et même le dibromoheptanol ne peut être distillé sans perdre 1^{mol} d'acide bromhydrique et fournir finalement le bromopropyltétrahydrofurfurane (formule III) :

$$\begin{array}{c} CH^2-CH^2 \\ | \quad\quad | \\ CH^2 \quad CH^2 \\ \diagdown \diagup \\ O \\ \text{I.} \end{array} \qquad \begin{array}{c} \quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad CH^2.CH^2 \\ \quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad | \quad\quad | \\ CH^2OH(CH^2)^2-CH \quad CH^2 \\ \quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad \diagdown \diagup \\ \quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad O \\ \text{II.} \end{array} \qquad \begin{array}{c} \quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad CH^2.CH^2 \\ \quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad | \quad\quad | \\ CH^2Br(CH^2)^2-CH \quad CH^2 \\ \quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad \diagdown \diagup \\ \quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad O \\ \text{III.} \end{array}$$

On sera donc obligé de passer par les éthers acétiques, dont la préparation et la saponification ne présentent aucune difficulté particulière.

II. La deuxième méthode permet d'obtenir la glycérine en une seule opération; il suffit de traiter à froid la diméthyline de l'heptanetriol par 2^{mol} d'acide iodhydrique anhydre

$$CH^3O(CH^2)^3CHOH(CH^2)^3OCH^3 + 2HI$$
$$= 2CH^3I + CH^2OH(CH^2)^2CHOH(CH^2)^2CH^2OH.$$

Par addition d'eau, on sépare l'iodure de méthyle et la glycérine reste dissoute. Pour enlever à la solution aqueuse les quelques gouttes d'iodure de méthyle tenues en suspension et un peu de diméthoxyheptanol non atteint par l'acide iodhydrique, il suffira de l'agiter avec de l'éther ordinaire. Enfin, par distillation du liquide aqueux devenu limpide, on obtient facilement l'heptanetriol-1.4.7. C'est un liquide très visqueux, que je n'ai pu faire cristalliser par refroidissement; sa saveur est amère. Il bout à 230°-232°, sous la pression de 20^{mm}, $D_{18°} = 1,075$. L'analyse a donné :

			Calculé pour $C^7H^{16}O^3$.
C pour 100	56,69	56,39	56,75
H pour 100	11,05	11,19	10,81

On connaît déjà quatre composés de la forme $RO(CH^2)^nX(n > 2)$ capables de fournir un dérivé magnésien. L'expérience a été réalisée par M. Dionneau sur le corps dans lequel $n = 6$, et par moi pour ceux dans lesquels $n = 3$, $n = 4$ et $n = 5$. Il serait même facile d'en obtenir d'autres par la méthode de M. Dionneau [1]. Il y a donc tout lieu de penser qu'en leur appliquant les réactions qui ont servi à la préparation de l'heptanetriol-1.4.7, on pourrait également obtenir les glycérines symétriques en C^9, C^{11}, C^{13}, vrais homologues de la glycérine de Scheele.

(1) *Ann. de Chim.*, 9e série, t. 3, 1915, p. 233.

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. — *L'érosion de la falaise crétacée française sur la Manche.* Note de M. Henry de Varigny.

Il n'y a pas d'année où, sur un point ou un autre du littoral entre la baie de Seine et la baie de Somme, on ne signale un éboulement localisé, un recul de la falaise. Le mois dernier il s'en produisait un à Mers, et c'était le second en deux mois; il jeta à la mer quelques milliers de mètres cubes de craie et de silex. Cette usure se produit depuis des siècles, depuis l'époque où, à l'âge du Renne ou un peu après, la Grande-Bretagne fut séparée du continent par l'éventrement de deux vallées ayant tête commune entre Douvres et Boulogne, dirigées l'une vers l'Atlantique, l'autre vers la mer du Nord, vallées contenant des fleuves : l'un formé par la réunion de la Liane, la Canche, l'Authie, la Somme, la Bresle et la Seine; l'autre, recevant les eaux de la Tamise, l'Escaut, la Meuse, le Rhin. Ces deux vallées ont dû être éventrées, et leur seuil commun détruit par l'effort des marées de l'Atlantique et de la mer du Nord, qui ont fini par se joindre en insularisant la Grande-Bretagne.

On a souvent cherché à évaluer le taux de l'érosion de la falaise, minée à sa base par la vague, fissurée dans sa hauteur par les pluies, les gelées, les mouvements tectoniques.

Dans un travail encore très apprécié et recherché l'ingénieur de Lamblardie (*Mémoire sur les côtes de la Haute Normandie*, Le Havre, 1789) évaluait le recul moyen, pour l'ensemble de la falaise, à 1 pied environ par an : soit une trentaine de centimètres. Plus récemment, M. G. Héraud, ingénieur hydrographe, dans son *Rapport sur la reconnaissance de la baie de Somme et de ses abords* (1880), disait qu'à la pointe de Mers l'érosion a varié de 30^{m} à 35^{m} de 1835 à 1878. Au Bourg-d'Ault, le recul aurait été de 30^{m} aussi, c'est-à-dire de 70^{cm} par an en moyenne.

Les deux ingénieurs étant d'accord sur ce fait que la destruction la plus forte se fait de Mers au Bourg-d'Ault, en raison du gisement de la côte par rapport aux grosses mers, la mensuration exacte de l'érosion au Bourg-d'Ault présente un intérêt particulier.

Or il est facile de se procurer des chiffres précis pour une période de 90 ans environ. Le plan cadastral du Bourg-d'Ault a été dressé en 1825. Plusieurs rues, perpendiculaires à la mer, aboutissent au bord de la falaise. On mesure sans peine ce qu'elles ont perdu en comparant leur longueur actuelle à leur longueur en 1825 sur le plan. Une voie, parallèle à la mer et

qui n'a pas changé, fournit un point de départ sûr aux mensurations sur le terrain.

Celles-ci ont été faites, à ma requête, par le Service des Ponts et Chaussées, de la façon la plus obligeante, au début de 1912.

Le Tableau qui suit indique, pour chaque rue, les longueurs en 1825 et en 1912 et les pertes totale et annuelle :

	1825.	1912.	Perte.	Perte annuelle.
	m	m	m	cm
Rue de la République	61	53	8	9,2
Grande-Rue	65	65	0	0
Rue de la Montagne	46	31	15	17,2
Rue du Moulin	83	46	37	42,52
Rue de la Corderie	52,50	24,50	28	32,17
Rue Sainte-Cécile	42	18,50	23,50	27,0
Rue de la Pêche	55	39	16	18,39
Ruellette sans nom	98	62	36	41,38

Sauf dans la principale rue, sise au fond de la valleuse, et dont l'extrémité, aboutissant à la plage, a toujours été protégée par des travaux, l'accès à la mer étant indispensable, partout il y a recul. La perte maxima est de 37^m dans les 87 ans de 1825 à 1912, soit $42^{cm},52$ par an. En faisant la moyenne des pertes annuelles on obtient un chiffre un peu supérieur à 26^{cm} par an, plus voisin de celui de Lamblardie que de celui de M. G. Héraud. Il est précis, évidemment, mais l'espace de temps entre les mensurations a une grande importance. Un chiffre sera d'autant plus exact qu'il résultera de comparaisons faites sur des périodes plus longues. Celui qu'on donnera dans 50 ans pour le Bourg-d'Ault, d'après le plan cadastral, sera plus exact que le chiffre obtenu en 1912. Et celui-ci est plus exact que le chiffre qu'on eût obtenu il y a 40 ans. Plus l'observation porte sur un temps long et plus elle est exacte, parce que sur un même point les éboulements n'ont lieu qu'à longs intervalles. En attendant des données plus précises qu'on obtiendra plus tard, il faut recueillir celles qui sont possibles.

GÉOLOGIE. — *Sur l'existence de volcans récents dans le Maroc central.* Note de M. Louis Gentil.

J'ai déjà signalé à l'Académie l'existence de volcans basaltiques sur le plateau des Beni Mtir et dans ses abords. J'ai montré que des coulées émanées de cônes de scories ont recouvert une partie du plateau, comblant

les vallées préexistantes, pour s'épancher soit vers le nord, soit dans la vallée pittoresque de l'Oued Tigrigra ([1]). De son côté le Dr Poirée a publié une Note fort intéressante dans laquelle il signale ces éruptions qu'il considère comme post-miocènes, certaines d'entre elles pouvant appartenir au Quaternaire ancien ([2]).

J'ai eu l'occasion, l'été dernier, de parcourir cette région et, grâce à l'action pacificatrice du général Henrys, sous la haute impulsion du général Lyautey, j'ai pu atteindre à quelque 50^{km} plus au sud le pied de la chaîne du Moyen Atlas. J'ai observé de ce côté de nouveaux volcans basaltiques. Enfin, j'ai relevé dans l'ouest, dans le massif accidenté d'Oulmès, des coulées alcalines qui appartiennent à un autre district volcanique.

Je désire, par la présente Note, fixer l'attention sur cette activité volcanique du Maroc central.

Les *volcans basaltiques* sont très importants par la grande surface que recouvrent leurs déjections. De vastes coulées, associées à des produits de projection, forment de larges plateaux sur lesquels s'élèvent, parfois, des appareils encore intacts. Cette région basaltique peut se poursuivre sur une étendue d'environ 70^{km}, depuis la plaine de Meknès jusqu'au pied du Moyen Atlas et sur une largeur de plus de 30^{km} dans le sens est-ouest.

Les roches volcaniques réparties sur cette énorme surface sont assez peu variées. Ce sont des *basaltes*, dont le type normal m'a été offert à Taguerouïnt (Beni Mguild); à El Koudiat, aux Bezoult er Rbatia et dans la coulée de Riba, au bord de la plaine de Meknès, chez les Beni Mtir.

Ces roches, très foncées, montrent de grands cristaux d'olivine et, plus rarement, de labrador, dans une pâte très compacte.

En lames minces, elles apparaissent très fraîches : des phénocristaux d'olivine avec les formes habituelles $p(001)$, $g^1(010)$, $g^3(210)$, $a^1(011)$, intacts ou avec bordure orange, de l'augite avec macle polysynthétique $h^1(100)$ et, parfois, de grands cristaux de labrador maclés suivant les lois de Carlsbad et de l'albite. La pâte du second temps est très cristalline, formée de nombreux microlites de labrador plus ou moins basique ou acide, d'olivine, d'augite et de magnétite avec un peu de matière vitreuse incolore.

A Ougmès, dans la vallée supérieure de l'Oued Tigrigra, j'ai recueilli la même roche avec *tendance ophitique*.

Un peu au nord d'Azrou, la coulée qui s'étale dans le fond de la même vallée est constituée par un *basalte doléritique* formé des mêmes éléments.

Dans les cônes de Bou Taguerouïnt et d'Ichmi n Aktâan, chez les Beni Mguild, j'ai

---

([1]) *Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 146.
([2]) *C. R. somm. S. G. F.*, 4e série, t. 14, 1914, p. 66-69.

recueilli des roches compactes à olivine, augite et magnétite aux deux temps de consolidation, complètement dépourvues de feldspath, avec matière vitreuse abondante. Ce sont des types de *limburgites*.

J'ai prélevé encore dans une coulée émanée du cône de Taguerouïnt un type de *labradorite à tendance ophitique*, avec grands cristaux de labrador et d'augite dans une pâte formée de nombreux microlites du même feldspath moulés par du pyroxène et de la magnétite.

D'après l'état de conservation des appareils, ces déjections paraissent appartenir à deux phases distinctes de l'activité volcanique.

Au nord de l'arête de l'Ari Boudâa, qui limite le plateau des Beni Mguild, les cônes de débris de Tiouranine et d'Ougmès ont laissé échapper des torrents de laves qui recouvrent le fond de la vallée de Tigrigra et des vallées tributaires. Sur le bord méridional du plateau des Beni Mtir, les deux cônes des Bezoult er Rbatia n'ont émis que des coulées peu étendues. Sur le même plateau le cône d'El Koudiat et celui d'Outiki ont laissé échapper de larges coulées qui se sont étalées ou bien ont été canalisées par la vallée de l'Oued Tizguit; elles se sont ensuite *épanchées en cascades* sur la falaise jurassique d'El Hadjeb qui forme le bord méridional du détroit Sud-Rifain, pour aller recouvrir, dans la plaine de Meknès, les dépôts miocènes.

Tous ces cônes de débris sont en parties démantelés, formés de scories ou autres produits de projection; ils ont perdu toutes traces de cavités cratériennes. Les coulées ont été décapées, par le ruissellement, de leurs parties scoriacées superficielles.

Ces volcans doivent remonter, vraisemblablement, à l'époque pliocène.

Ceux qui s'étalent au sud de l'arête de l'Ari Boudaa apparaissent avec leurs appareils intacts, leurs coulées très fraîches, parfois même hirsutes, comme les cheires de la Basse-Auvergne. Leur soubassement est formé de calcaires ou de dolomies jurassiques en tables presque horizontales, entre l'Ari Boudâa et la première ride du Moyen Atlas. Dans l'intervalle, de vastes coulées sont visiblement sorties, soit du cratère central, soit de la base du cône de débris qui s'élève à 100^m ou 150^m au-dessus de la plaine des Beni Mguild. Les centres d'émission sont nombreux; je puis citer seulement ceux que j'ai rencontrés sur la piste que j'ai suivie jusqu'au poste de Timhadit.

Ce sont les cônes de débris de Bou Taricht, Ichmi n Aktâan Bouchouït, du djebel Hebri, de Tichioukt Tazengguert, Tahbrit, Taïssouït, Irfoud, Bou Abdeliser, Bou Taguerouïnt, Sadi Bounda, Rabouba, Takdyamout, Oued Guigou et de Timhadit.

Les cratères sont le plus souvent ébréchés. Le cône de Timhadit m'a particulièrement intéressé; j'ai pu l'examiner à loisir sous la protection des armes du poste militaire qui y a été placé. Il repose sur les dolomies jurassiques; il est formé de cendres, de lapilli, de belles bombes en fuseau et de blocs calcaires ou dolomitiques projetés. Il est égueulé vers le Sud-Est et une coulée qui en émane est venue buter contre les premières pentes de l'Atlas, puis a été affouillé par l'Oued Guigou dont les berges abruptes laissent apparaître de belles séries de prismes.

Les volcans du plateau des Beni Mguild semblent plus jeunes que ceux des Beni Mtir : leur parfait état de conservation semble bien indiquer qu'ils ne doivent pas remonter au delà de l'époque quaternaire. Au point de vue géographique, comme au point de vue géologique, ils méritent de devenir un jour le but d'excursions classiques, au même titre que les volcans les plus récents du Massif Central de la France.

Les laves d'Oulmès appartiennent à des *volcans néphéliniques.*

Elles sont formées, le plus souvent, de roches compactes de couleur foncée montrant de grands cristaux d'haüyne, de 1^{mm} à 4^{mm}, dans une pâte.

En lames minces on y reconnaît : au premier temps de beaux cristaux, de sphène pléochroïque avec ses formes $d^{\frac{1}{2}}(111)$, $b^1(\bar{1}12)$, maclé suivant $h^1(100)$; de rares cristaux de spinelle (picotite) et d'apatite; de l'haüyne abondante, avec inclusions et généralement bordée de noséane; de l'augite ægyrinique à extinction maxima de 30° et, rarement, de l'ægyrine; enfin quelques phénocristaux de néphéline. Le deuxième temps est représenté par de nombreux microlites très allongés d'augite ægyrinique, de noséane et de néphéline, en multiples cristaux automorphes et en plages formant le fond de la pâte.

Cette belle roche constitue une *néphélinite à haüyne;* elle a fréquemment subi un commencement d'altération : de la calcite et une zéolite répondant aux caractères optiques de la scolésite, se sont formés aux dépens des phénocristaux d'haüyne et de la néphéline de la pâte. Elle rappelle, par sa composition et son facies, celle de Rieden, des bords du Rhin; elle en diffère seulement par l'absence de la leucite.

Au pied sud du djebel Oulmès, une coulée m'a offert un type pétrographique différent, grâce à la présence de grands microlites de sanidine bien maclés qui englobent tous les autres éléments de la pâte : c'est une *phonolite à haüyne.*

Ces déjections alcalines sont réparties symétriquement sur les deux flancs de l'anticlinal varisque, à noyau granitique, d'Oulmès. A l'Est, elles forment des coulées qui s'étalent depuis la Kasba Mohammed Larbi jusqu'à l'Oued Aguennour; un centre d'émission existait un peu au nord des Ouled Yahia. A l'Ouest, des coulées se montrent, avec vestiges d'appareils, entre l'Oued Afessat et l'Oued Aguennour; d'autres coulées s'étalent autour du djebel Mouïchchen, avec cône de débris près de Maza.

Ces volcans sont fortement démantelés par l'érosion et l'on retrouve près de Tedders, à 10^{km} au nord-ouest du Mouïchchen, des tufs bien réglés qui marquent le bord d'un appareil en grande partie disparu.

On ne peut rien dire sur l'âge de ces volcans, sinon qu'ils sont post-miocènes.

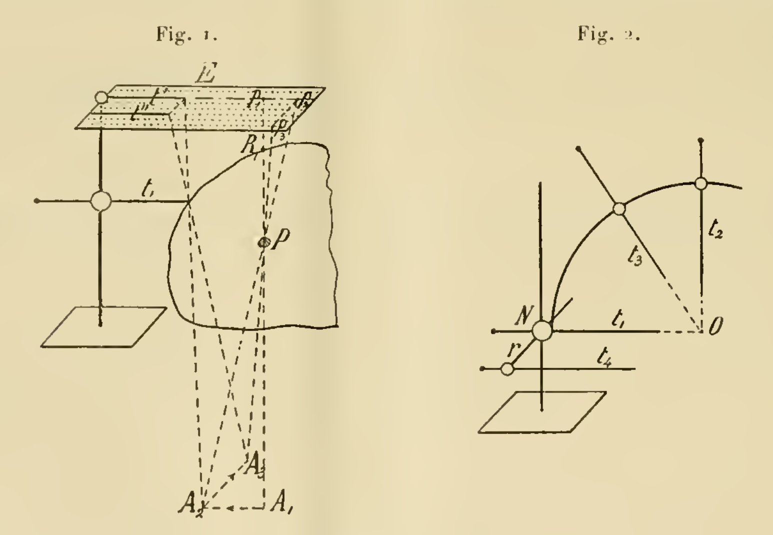
RADIOLOGIE. — *Appareil repéreur nouveau pour la localisation radiologique des projectiles chez les blessés.* Note de MM. **Le Maréchal** et **Morin**.

Principe. — Le blessé étant placé sur la table radiologique, dans la position opératoire, la situation d'un point du projectile est déterminée si l'on connaît : 1° la *normale* à la table qui passe par ce point; 2° sa *distance* à la table. Au moyen de trois repères cutanés dont les coordonnées seront connues par rapport à un système d'axes convenables, on pourra toujours retrouver le point. Notre instrument permet de trouver aisément et exactement la *ligne* et la *distance* et de repérer avec la plus grande exactitude les points cutanés nécessaires.

La *ligne* s'obtient au moyen du « rayon normal » d'une ampoule A_1, placée en dessous; une marque cutanée, R_1, donne un premier repère.

La *distance* se détermine au moyen de notre instrument, analogue au

Fig. 1. Fig. 2.



trusquin des constructeurs mécaniciens. Outre la tige horizontale mobile qui caractérise ce trusquin, t_1, le nôtre est muni, pour cet usage, d'un écran fluorescent horizontal, E, dont la glace porte des traits gravés parallèles à la tige.

Quand la *tige* est *au niveau du projectile* et dirigée vers lui, *les ombres* se font sur un même trait de la glace et, pour tout déplacement transversal de l'ampoule, elles *se déplacent également*, *restant* par conséquent *sur un même trait*. Mais pour tout autre niveau les déplacements sont inégaux et

il y a discordance de traits. La recherche du niveau se ramène donc à un réglage de hauteur de t_1 de manière que l'ombre du projectile reste toujours sur le prolongement de celle de la tige.

Pour retrouver la position du projectile lors de l'intervention chirurgicale, il faut marquer deux autres repères cutanés dont on relèvera les coordonnées mécaniquement au moyen du trusquin complété de la manière suivante :

a. La colonne support est graduée en millimètres à partir du plan d'appui;

b. Un arc de cercle métallique, ayant son centre de courbure sur le prolongement de t_1, porte deux curseurs dans lesquels peuvent coulisser des tiges t_2, t_3, normales à l'arc; il peut se mouvoir autour de t_1 de manière à décrire une surface sphérique de centre O;

c. Une réglette horizontale graduée, *r*, mobile longitudinalement, porte à un bout une douille dans laquelle peut coulisser une autre tige horizontale, t_4.

Repérage. — La tige t_1 étant au niveau du projectile, t_2 est placée perpendiculairement à t_1 et l'arc amené dans un plan vertical. On approche d'abord l'instrument du blessé de manière que t_2 soit dans la verticale du projectile en lui faisant toucher le repère cutané R_1. Le projectile est alors à la rencontre des prolongements de t_1 et t_2, par conséquent au centre de la surface sphérique que l'arc peut décrire dans son mouvement. On marque un nouveau repère cutané, R_2, sur la direction t_1. Enfin on en choisit arbitrairement un troisième, R_3, sur lequel on amène l'extrémité de t_4.

Cela fait, on note les positions de la noix N par rapport à la colonne support et à la réglette ainsi que les longueurs libres des tiges t_1, t_2, t_4 [1]. Avec ces éléments, on pourra toujours ramener l'appareil à des conditions identiques.

Pour l'opération, le chirurgien ayant replacé son patient dans la position du repérage après avoir réglé le trusquin, il choisira son point d'attaque et amènera dessus la pointe de t_3, *tige directrice*, en faisant tourner l'arc s'il y a lieu; la tige donnera alors la direction et la profondeur du projectile.

Avantages. — Le trusquin permet de localiser par *simple radioscopie*, donc avec *rapidité* et *économie*. *La précision* de ses indications *atteint*, si elle ne les dépasse, *celles des meilleurs instruments utilisant des radiographies*, bien qu'il ne donne lieu à *aucun calcul ni construction géométrique*, opérations familières seulement à un trop petit nombre de médecins.

---

[1] Il peut être préférable de reporter directement sur un papier le dessin formé par l'arc et les tiges t_1, t_2, t_4 ramenés dans un même plan.

EMBRYOGÉNIE. — *Sur la ponte des œufs non fécondés et sur la parthénogenèse du Bombyx du mûrier* (*Bombyx mori* L.). Note de M. A. **Lécaillon**, présentée par M. Henneguy.

Plusieurs observateurs, entre autres Constant de Castelet (1795), Schmid (cité par Siebold dans un Mémoire publié en 1856), Barthélemy (1859) et Jourdan (1861) ont décrit, chez le Bombyx du mûrier, des faits de « parthénogenèse exceptionnelle » en conséquence desquels certains œufs non fécondés donneraient naissance à des larves normalement conformées. D'autres auteurs, au contraire, Maillot (1885), Verson (1890) et Nussbaum (1899) assurent qu'il ne se produit, dans les œufs en question, que des rudiments de développement. Enfin, Tichomiroff (1886 et 1902) et Kellog (1907) auraient, par des procédés expérimentaux, soit provoqué la formation de rudiments de développement parthénogénésique, soit prolongé jusqu'à un stade plus avancé ceux qui se produisent naturellement.

Le cas du *Bombyx mori* présente donc un extrême intérêt, puisqu'il semble relier entre eux les phénomènes de parthénogenèse naturelle rudimentaire, ceux de parthénogenèse expérimentale et ceux de parthénogenèse naturelle totale. Mais actuellement, en présence du désaccord existant entre les auteurs cités plus haut, en raison aussi de ce que les œufs des diverses races de *Bombyx mori* ne semblent pas se comporter de manière uniforme au point de vue parthénogénésique, et enfin parce qu'aucune étude cytologique n'a été faite sur les œufs non fécondés qui subissent des transformations, on peut dire qu'une obscurité profonde règne sur cette question.

Dans la présente Note sont résumées quelques observations personnelles concernant la ponte des œufs non fécondés et les changements de coloration qui peuvent se produire chez eux et paraissent analogues à ceux que l'on observe dans les œufs fécondés qui évoluent normalement.

En juin 1914, 24 cocons de race univoltine, provenant de la station de sériciculture de Montpellier, furent placés isolément dans des cristallisoirs fermés incomplètement par des couvercles disposés pour assurer la libre circulation de l'air, mais aussi pour s'opposer au passage des papillons de Bombyx quand ceux-ci apparaîtraient. Dès l'éclosion, deux couples de ces Lépidoptères furent constitués et mis à part; ils fournirent des œufs fécondés destinés à servir de termes de comparaison. Toutes les autres femelles, au nombre de 10, demeurèrent complètement isolées; elles pon-

dirent des œufs non fécondés qui furent constamment placés dans des conditions de milieu identiques à celles où se trouvaient les œufs fécondés servant de témoins.

Je constatai tout d'abord que le phénomène de la ponte est très influencé par le manque d'accouplement préalable. Les femelles ayant pu s'accoupler déposèrent presque tous leurs œufs (environ 300) en une ponte qui s'effectua rapidement et de manière ininterrompue. Elles s'accouplèrent ensuite de nouveau et pondirent encore quelques œufs (9 pour l'une d'elles, 7 pour l'autre) environ 36 heures plus tard. Elles s'accouplèrent enfin une troisième fois, mais n'émirent plus aucun œuf.

Les femelles qui n'avaient pu s'accoupler eurent une ponte *très discontinue*, *ralentie*, *irrégulière* et *parfois moins abondante*, dans sa totalité, que celle des femelles fécondées. L'une d'elles pondit ainsi 2 œufs un jour après sa naissance, 7 le lendemain, 26 le jour suivant et 61 un jour plus tard.

Une deuxième en pondit de même 10, puis 45, puis une cinquantaine; une troisième, 3, 17, 50, puis une centaine. Il en fut de même de toutes les autres.

Presque tous les œufs provenant des femelles qui s'étaient accouplées évoluèrent normalement et produisirent, à la fin d'avril 1915, des chenilles bien conformées. Cependant 7 œufs de la première de ces femelles et 1 de l'autre conservèrent la teinte jaune clair qu'ils avaient, comme tous les œufs de *Bombyx mori*, au moment de la ponte. Ils ne produisirent aucune larve et peuvent être considérés comme ayant échappé à la fécondation.

Au contraire, à peu près tous les œufs pondus par les papillons qui n'avaient pu s'accoupler conservèrent leur teinte du début et finirent par se dessécher. Ceux de l'une des femelles restèrent même tous de couleur jaune pâle. Chez six autres femelles, j'en comptai respectivement 20, 12, 10, 6, 4 et 2 qui prirent peu à peu une teinte rougeâtre puis gris ardoisé, subissant ainsi des changements de couleur analogues à ceux qui se produisent normalement dans les œufs fécondés. Mais aucun n'engendra finalement de larve, car tous, quoique maintenus dans les mêmes conditions de milieu que les œufs fécondés qui évoluèrent normalement, finirent par se dessécher complètement, exactement comme ceux qui n'avaient subi aucun changement de coloration.

Je recherchai, sur les œufs des trois dernières femelles qui n'avaient pu s'accoupler, s'il était possible, en secouant ces œufs, d'augmenter le pourcentage de ceux qui changeaient de teinte. Les produits de la ponte des

trois femelles dont il s'agit, après avoir été placés dans de petites boîtes de carton munies d'un couvercle, furent secoués assez vivement, d'abord pendant 5 minutes aussitôt après la ponte, puis, à diverses reprises, pendant les trois premiers jours qui suivirent celle-ci. Je n'observai *aucune augmentation sensible* dans le nombre d'œufs dont la teinte se modifiait.

En juin 1915, j'entrepris une expérience analogue en faisant agir, pendant 5 minutes, l'acide sulfurique étendu de son volume d'eau, sur des œufs non fécondés. Le résultat fut également négatif.

Les conclusions que je tire de mes observations sont les suivantes :

1° La ponte des œufs, chez les femelles qui ne peuvent s'accoupler, devient très irrégulière.

2° Certains œufs non fécondés peuvent subir des changements de teinte analogues à ceux qui se produisent dans les œufs fécondés qui évoluent normalement. Sur ce point mes observations confirment celles qui avaient été faites jusqu'ici.

3° Le secouage des œufs, dans les conditions où je l'ai pratiqué, est incapable d'augmenter le pourcentage de ceux qui changent de teinte.

4° L'action de l'acide sulfurique, dans les conditions où je l'ai étudiée, est également inefficace.

5° Il semble logique, ainsi que tous les expérimentateurs l'ont admis jusqu'ici, de considérer les changements de coloration que subissent certains œufs comme une preuve que des phénomènes de parthénogenèse se produisent chez le Bombyx du mûrier; cependant, une étude cytologique permettrait seule d'en décider avec certitude.

La séance est levée à 16 heures.

G. D.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 14 FÉVRIER 1916.

PRÉSIDENCE DE M. CAMILLE JORDAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ASTRONOMIE. — *Sur un Ouvrage de F. Viète, supposé perdu : l'*HARMONICON COELESTE. Note de M. G. BIGOURDAN.

Les travaux mathématiques de Viète, appréciés surtout après sa mort (¹), lui valurent de la réputation auprès de ses contemporains, malgré le peu d'activité des communications littéraires à son époque.

Cependant à sa mort on se préoccupa trop peu, à ce qu'il semble, de sauver les manuscrits qu'il laissait; de ce nombre était celui d'un Ouvrage astronomique, l'*Harmonicon cœleste*, aujourd'hui considéré comme perdu.

L'importance de ces manuscrits n'avait pas échappé à Peiresc, toujours préoccupé de conserver à la Science et à son Pays les trésors du passé.

Viète ne laissa qu'une fille morte dans le célibat, et les œuvres scientifiques du grand géomètre passèrent entre les mains d'un de ses « disciples » (²), Jacques Alleaume, ingénieur du Roi et grand amateur d'instruments. Aussi, à la mort d'Alleaume, Peiresc écrivait aux frères Dupuy, le 11 novembre 1627 (³) :

(¹) *Voir* Montucla, dans son *Histoire de Mathématiques* (2ᵉ édition, t. I, p. 571, 600, ...) et Chasles (*Aperçu historique*... et *Comptes rendus*, t. 12, p. 741; t. 13, p. 487, 601) qui ont montré l'importance tout à fait capitale des découvertes de Viète.

(²) *Correspondance de Peyresc*, t. 4, p. 435.

(³) *Ibid.*, t. 1, p. 408. — Pierre Dupuy (1582-1651), d'abord avocat au Parlement, puis conseiller d'État, fut garde de la Bibliothèque du Roi de 1645 à sa mort. — Jacques Dupuy (1586-1656), son frère, prieur de Saint-Sauveur, fut également garde de la Bibliothèque de 1645 à sa mort.

Je plains infiniment la mort du pauvre Mr Aleaume et que ses livres et instruments n'ayent peu tomber en main de persones qui en peussent avoir le soing qu'ils meritoient. Mon frere a bien manqué là en cette rencontre aussy bien que moy. Il falloit que le Roy acheptast tout cela pour en mettre à la Bibliotheque ce qu'il y avoit de plus rare et pour le moings les ouvrages de feu Mr Viette.... M. de Lomenie ([1]) et M. de la Ville aux clercs ([2]) se sont chargez de grands reproches d'avoir laissé eschapper cela de leurs mains, qu'ils debvoient avoir d'authorité en toute façon. Je me serois bien rançonné pour cela si j'y eusse esté et si j'eusse veu que ceux à qui il appartenoit mieux qu'à moy n'y fissent leurs diligences requises. C'est une grande perte pour ce siècle et pour la postérité n'en serà pas moings si cez papiers ne tombent en mains charitables et soigneuses d'en faire ayder le public....

Le 28 décembre suivant, Jacques Dupuy répondait à ce sujet à Peiresc ([3]) :

Les livres de Mr Aleaumes ont esté achetez par des particuliers qui les font vendre par les libraires, ensemble ses instruments de mathématiques. Mr le président [Lauson?] en a acheté plusieurs. Pour ce qui est de ses ouvrages particuliers, je crois que quelques-uns des héritiers s'en sont accomodez, comme aussi des ouvrages de M. Viete. Mon frere, ayant eu advis d'un livre intitulé *Harmonicon cœleste*, en a fait faire perquisition par Mr de Lomenie et luy a-t-on baillé le brouillard mesme dudict sieur Viete, qui est pourtant bien net en beaucoup d'endroits, mais bien confus en récompense en d'autres. Il nous l'a baillé et le garderons à tout hazard. Il y en avait une très belle copie bien nette et entière qui sans doubte aura esté prise. Si quelque plagiaire s'en vouloit approprier, ce peu qu'en avons serviroit à le convaincre.

Il semble que dans la suite on put retrouver la « très-belle copie bien nette », dont Boulliau ([4]) paraît parler quand il dit qu'un manuscrit de l'*Harmonicon* fut confié par Pierre Dupuy au P. Mersenne qui lui-même le prêta à un homme de mauvaise foi, des mains duquel on ne put jamais le retirer; Boulliau pense même que cet emprunteur méditait de supprimer le nom de Viète et de s'attribuer l'Ouvrage. Ce que dit Pierre Dupuy d'un « plagiaire » éventuel confirme le soupçon de Boulliau.

Delambre, analysant l'Ouvrage de Boulliau (*Hist. Astr. mod.*, t. 2, 1821, p. 148), dit que l'Ouvrage de Viète est perdu. « Si, dit-il, nous en jugeons par les autres Ouvrages du même auteur (Viète), il devait contenir des choses neuves sous une forme hiéroglyphique. »

L'existence de deux manuscrits de l'*Harmonicon*, ainsi révélée par la

---

([1]) Antoine de Loménie, secrétaire d'État.

([2]) Henri-Auguste de Loménie, fils du précédent.

([3]) *Correspondance de Peiresc*, t. I, p. 895.

([4]) *Astronomica Philolaïca*, in-f°, 1645, p. 21.

correspondance de Peiresc, rendait peu probable une perte définitive de cette œuvre de Viète. Engagé ainsi à faire quelques recherches, j'ai retrouvé à la Bibliothèque nationale un manuscrit de Viète (fonds latin, n° 7274) d'ailleurs mentionné au catalogue de 1744, et qui paraît être le « brouillard » dont parle Jacques Dupuy [1].

C'est un volume in-folio de $0^m,35 \times 0^m,25$, avec couverture en parchemin, et composé de 77 feuillets ou 154 pages, outre deux feuillets de garde, l'un au commencement, l'autre à la fin, et non numérotés. Il y a également quelques fragments détachés. Le tout est en latin.

Sur le feuillet de garde du commencement on lit, de la même écriture que l'ensemble du manuscrit :

Francisci Vietæ — Ad Harmonicon Cœleste — libri quinque priores.

Puis, d'autres écritures :

Cod. Colb. 3218 — *Regius* $\frac{5021}{5}$ — 7274.

La première page, relative à un tracé de l'hyperbole, ne paraît pas se rapporter directement au sujet de l'Ouvrage. Les pages 2, 3 et 4 (première Partie) sont un sommaire des trois premiers Livres.

Les dernières pages du manuscrit sont remplies par de petits tableaux numériques.

Il serait intéressant de savoir si ce manuscrit est de la main de Viète lui-même. Divers caractères très probants semblent l'indiquer, principalement l'exécution des figures, faites à main levée. Quelques transpositions l'indiquent aussi; enfin il répond bien à ce que Jacques Dupuy dit du « brouillard ». Par contre, les ratures y sont peu nombreuses.

J'ai comparé l'écriture à celle des autres manuscrits relatifs à Viète que possède la Bibliothèque nationale [2], mais cela ne fournit pas de résultat

---

(1) Contrairement à ce que j'avais espéré un instant, on ne trouve rien de l'œuvre de Viète dans un petit volume in-18 qui a pour titre : PRINCIPES DE COSMOGRAPHIE : *tirez d'un manuscrit de Vielle et traduits en Francois.* A Paris, chez Augustin Courbé..., 1637; 172 pages.

(2) *Nouv. acq. lat.*, n° 1643. Volume jadis coté B, contenant « *De irrationalibus tractatus. — De irrationalibus algebraicis. — De radicibus postpositis earumque progressionibus. — Synthesis numerorum algebraicorum. — Tractatus de potestatum synthesi seu compositione earumque resolutione. De potestatum adfectarum compositione earumque resolutione.* »

Nouv. acq. lat., n° 1644. Volume jadis coté G, contenant : « *Fracisci Vietæ de*

absolument probant : le manuscrit 1643 des *Nouv. acq. lat.* est, en général, d'une écriture bien différente, et le n° 3282 des *Nouv. acq. fr.* est tout moderne dans la partie relative à Viète. Mais la majeure partie du n° 1644 des *Nouv. acq. lat.*, jusqu'au feuillet 66, pourrait être de la même main que le n° 7274 du fonds latin.

M. B. Baillaud, au sujet de la *détermination de la différence de longitude entre les Observatoires de Paris et Washington*, s'exprime en ces termes :

Au nom du Bureau des Longitudes, j'ai l'honneur de présenter à l'Académie les résultats de la détermination de la différence de longitude entre les Observatoires de Paris et de Washington. Ces résultats ont été déduits par M. Renan, astronome titulaire à l'Observatoire, qui a discuté l'ensemble des observations et a rédigé l'exposé suivant :

C'est il y a trois quarts de siècle qu'eurent lieu les premiers essais de rattachement de l'Europe à l'Amérique en longitude. Gilliss, en 1838, par des observations méridiennes de la Lune, puis Walker, Peirce, d'autres encore, au moyen d'éclipses ou d'occultations, avaient obtenu des résultats assez peu concordants et accusant des différences supérieures à $2^s,5$. Vers 1849, des mesures nouvelles, entreprises à l'aide de chronomètres, ne donnèrent guère plus de précision.

C'est depuis 1866 que l'on eut recours à l'échange des signaux télégraphiques entre les deux stations. Gould en 1866, Dean en 1870, Hilgard en 1872 mesurèrent par ce procédé la différence de longitude entre Cambridge et Greenwich; en 1872, Hilgard fit encore une série de mesures entre Cambridge et Paris, et enfin, en 1892, une nouvelle détermination fut effectuée entre Montréal et Greenwich.

C'est le 30 octobre 1912 que M. le capitaine de frégate H.-H. Hough,

---

recognitione æquationum tractatus. — Francisci Vietæ de æquationum emendatione tractatus secundus. » Fragments astronomiques.

Sur la couverture primitive et sur les marges de ce manuscrit 1644 se trouvent quelques notes de la main de Lalande, qui l'avait comparé à l'Ouvrage : *Francisci Vietæ Opera mathematica...*, in-f°, 1646, publié par Schooten, chez Elzévier.

Nouv. acq. fr., n° 3282. *Copies diverses.* La partie relative à Viète (f[ts] 119-123) est une analyse du manuscrit 7274; elle est d'ailleurs moderne, car elle cite le passage de Delambre rappelé plus haut.

Ces trois manuscrits proviennent du fonds Libri et ont été décrits par L. Delisle : *Catalogue des manuscrits des fonds Libri et Barrois*. Paris, 1888, p. 166 et 182.

Au fonds latin on trouve aussi, sous les n[os] 10255 et 10256 : *Des équations de l'algèbre selon l'invention de Viète*, par le P. Chastelier, S. J., XVII[e] siècle. Deux exemplaires. Écriture inconnue.

attaché naval des États-Unis, transmit au président du Bureau des Longitudes et au directeur de l'Observatoire de Paris des copies d'une lettre du capitaine Jayne, superintendant de l'Observatoire naval à Washington, en date du 25 septembre 1912, approuvée par le Acting Secretary of the Navy, lettre tendant à ce qu'il soit demandé aux autorités de l'Observatoire de Paris d'entrer dans un plan pour la détermination de la différence de longitude entre les Observatoires de Paris et Washington à la date la plus rapprochée possible. Dès les premiers mois de 1913, le Bureau des Longitudes et l'Observatoire étudièrent les conditions dans lesquelles pourrait être entrepris l'important travail dont la présente Note contient le résultat.

Déjà, depuis plusieurs années, MM. Claude, Driencourt et Ferrié avaient eu l'idée d'appliquer les signaux de la télégraphie sans fil à la mesure des différences de longitude et avaient créé de toutes pièces des appareils appropriés à ce but. C'est grâce à leur si remarquable initiative que l'Observatoire avait pu mener à bien les mesures des différences Paris-Bizerte et Paris-Uccle en 1911 et 1912 (¹).

Ces deux mesures antérieures avaient semblé fixer d'une manière définitive les procédés les plus propres à assurer le succès d'une entreprise de ce genre; mais, dans le nouveau travail que nous proposait M. le capitaine Jayne, il était nécessaire de tenir compte des difficultés que pourrait présenter l'audition de signaux radiotélégraphiques à une distance de 6175^{km}. Une mission franco-américaine fut constituée, dont les membres français furent : à Washington; marine, MM. Driencourt, ingénieur hydrographe en chef, Gignon, lieutenant de vaisseau; guerre, MM. Ferrié, chef de bataillon du génie, Lévesque, capitaine d'artillerie; Instruction publique, M. Abraham, professeur à la Faculté des Sciences de Paris; en France, sous la haute direction de M. le général Bourgeois, directeur du Service géographique de l'Armée, et de M. Renaud, directeur du Service hydrographique, furent employés M. Pélissier, ingénieur hydrographe, MM. Périer et Drouin, capitaines d'artillerie; M. Claude, membre adjoint du Bureau des Longitudes, voulut bien prêter son précieux concours pour les comparaisons radiotélégraphiques et chronométriques. Une Note sur les travaux de cette mission fut insérée aux *Comptes rendus* (²).

Après de nombreux essais préliminaires, Américains et Français tom-

(¹) *Comptes rendus*, t. 153, 1911, p. 1211, et t. 156, 1913, p. 758.
(²) *Ibid.*, t. 157, 1913, p. 165.



bèrent d'accord que les émissions radiotélégraphiques très courtes employées précédemment devaient être remplacées par des émissions beaucoup plus longues, et l'on fut conduit à choisir une demi-seconde pour leur durée. On ne pouvait, en outre, songer à installer dans les deux Observatoires des antennes assez puissantes; il fut donc convenu que les stations radiotélégraphiques seraient placées à Paris, au poste de la Tour Eiffel, et en Amérique, au poste d'Arlington, situé à quelques kilomètres de l'Observatoire naval. On convint encore avec M. le capitaine Jayne que le travail serait fait simultanément par une mission américaine et par une mission française, et que chacune de ces deux missions comprendrait des astronomes chargés des observations méridiennes et des officiers chargés des échanges radiotélégraphiques.

La difficulté des communications par la télégraphie sans fil pendant les mois autres que ceux d'hiver nous avait contraints à fixer la date des premières opérations à la fin d'octobre. A Paris, la lunette de la mission française fut placée dans le petit pavillon des Longitudes situé sur la terrasse de l'Observatoire, au sud-est de la salle méridienne, et celle de la mission américaine dans le nouveau pavillon situé à peu de chose près dans le même méridien que les deux cercles méridiens. En Amérique, les installations des deux lunettes furent analogues.

Il fut encore convenu que les comparaisons téléphoniques seraient faites par les coïncidences des bruits provenant des ondes hertziennes et de l'échappement d'un chronomètre de temps moyen, puis que ce chronomètre serait lui-même comparé par coïncidences avec la pendule sidérale fondamentale de l'Observatoire correspondant. Les câbles nécessaires à ces diverses communications furent alors installés entre chaque Observatoire et son poste radiotélégraphique.

Tout étant ainsi préparé, M. Simonin, chargé des observations méridiennes, et M. le capitaine Carrier, chargé des échanges de signaux, partirent du Havre le 11 octobre 1913, tandis que M. Viennet, pour la partie astronomique, et M. l'enseigne de vaisseau Auverny, pour la radiotélégraphie, restaient à Paris.

Les opérations commencèrent le 27 octobre et furent continuées sans interruption jusqu'à la fin de décembre; à ce moment MM. Simonin et Carrier revinrent en France, tandis que MM. Viennet et Auverny traversaient l'Atlantique à leur tour. Les observations furent reprises le 21 janvier 1914, pour être terminées dans les premiers jours du mois de mars.

Au point de vue des observations astronomiques, les résultats ont été

des plus satisfaisants : en France, malgré la saison peu favorable, nous avons pu obtenir un nombre suffisant de séries pour nous assurer la connaissance de l'état et de la marche de notre pendule directrice ; en Amérique, l'automne s'est prolongé d'une manière exceptionnelle, et le nombre des belles soirées utilisées par M. Simonin dans la première partie de l'opération a été beaucoup plus considérable que nous ne pouvions l'espérer. Mais l'avantage de cette belle saison tardive en Amérique a été partiellement détruit par de grandes difficultés pour les comparaisons radiotélégraphiques, et ce n'est guère que vers le milieu du mois de novembre que l'on a pu réaliser des échanges utilisables.

A partir du moment où les observations furent terminées, nous dûmes nous occuper des calculs de réduction. Le travail très long et très minutieux des relevés des bandes chronographiques, ainsi que la vérification de ces relevés, furent immédiatement entrepris par MM. Simonin et Viennet, puis les réductions proprement dites, d'où l'on déduisait la correction de la pendule pour chaque série d'observations. Vinrent ensuite les travaux relatifs à la comparaison des pendules des deux stations par la télégraphie sans fil.

Des coïncidences obtenues entre le chronomètre de temps moyen et les battements radiotélégraphiques, il fallait d'abord déduire l'heure du chronomètre à un moment, le même pour les deux stations, et déterminé par la convention que, tous les soixante battements, il y aurait une interruption. Cela fait, par les comparaisons faites entre le chronomètre et la pendule directrice correspondante, réglée sur le temps sidéral, on concluait l'heure de cette pendule au moment de l'interruption. On avait donc ainsi la différence des heures indiquées au même instant par chacune des deux pendules et, en introduisant dans cette différence les corrections de ces pendules, on obtenait la longitude cherchée.

Le chef du service, s'étant réservé cette partie du travail, se mit à l'œuvre aussitôt que les réductions furent terminées. Mais, après un premier essai, ayant pu se convaincre que les installations très perfectionnées des pendules à Paris et à Washington permettaient de déterminer leurs marches pendant plusieurs jours avec une précision au moins égale à celle des observations, il fut conduit à reprendre ses calculs et à les diriger de manière à utiliser toutes les soirées où l'on avait pu échanger des signaux radiotélégraphiques, aussi bien celles pour lesquelles les conditions atmosphériques n'avaient permis les observations astronomiques que dans l'une des stations, soirées que nous appellerons *incomplètes*, que celles où le

temps avait été favorable dans les deux stations, et que nous appellerons des soirées *complètes*.

Dans la première partie des opérations, nous avons pu avoir sept soirées complètes et dix dans la seconde, tandis que 14 séries incomplètes ont été obtenues dans la première partie et vingt dans la deuxième. Aux résultats fournis par chaque soirée, nous avons attribué un poids déterminé par la valeur des comparaisons radiotélégraphiques faites dans la soirée, et nous avons ainsi trouvé pour la différence de longitude entre les piliers des instruments installés à Paris et à Washington :

Pour les soirées complètes.

	h m s
Pour la première partie..................	5.17.36,62
Pour la deuxième partie..................	5.17.36,84
Moyenne pondérée......................	5.17.36,74

Pour l'ensemble de toutes les soirées.

	h m s
Pour la première partie..................	5.17.36,62
Pour la deuxième partie..................	5.17.36,84
Moyenne pondérée......................	5.17.36,76

Si nous adoptons ce dernier nombre et si nous en retranchons $0^s,09$ pour réduire cette longitude aux méridiens fondamentaux des deux Observatoires, nous trouvons

$$5^h 17^m 36^s,67$$

que nous regardons comme le résultat définitif de notre travail.

La différence de $0^s,22$ entre les résultats de la première et de la seconde partie ne doit sans doute pas être regardée comme excessive, étant données les conditions tout à fait particulières d'une entreprise aussi difficile au point de vue des échanges de signaux radiotélégraphiques; en ce qui nous concerne, elle ne semble pouvoir être expliquée que par des travaux ultérieurs.

Dans un travail préliminaire, qui a été publié par les astronomes américains, le résultat définitif $5^h 17^m 36^s,66$ s'accorde à $0^s,01$ près avec le nôtre, avec une différence absolument analogue entre les deux parties ($36^s,56$ et $36^s,76$ au lieu de $36^s,53$ et $36^s,75$).

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la loi de solubilité.*
Note de M. **Henry Le Chatelier**.

M. Colson désire continuer la conversation au sujet de la loi de solubilité. Malgré le peu d'intérêt du sujet, je ne puis laisser passer sans protestation les procédés de discussion employés.

M. Colson attribue au mot *solubilité* un sens différent de celui que tous les chimistes et physiciens sans exception lui donnent aujourd'hui. C'est son droit; les définitions sont libres, mais à condition de ne pas prétendre les introduire dans des formules dont les symboles algébriques ont une signification absolument précise et entièrement différente. On trouverait à ce sujet quelques conseils utiles dans un des petits opuscules géométriques de Pascal.

La même méthode de raisonnement permettrait de contester l'exactitude de l'équation classique de la circonférence $x^2 + y^2 = r^2$. Il suffirait de refuser d'appeler *rayon* la distance du centre à un point de la circonférence et de donner ce nom à la distance réunissant un point quelconque du plan à un point quelconque de la circonférence. Il est bien évident qu'avec cette définition l'équation n'a plus aucun sens. De même M. Colson appelle *solubilité* une grandeur qui n'a aucune valeur définie. J'ai montré depuis longtemps qu'en mettant au contact de l'eau un sel anhydre, on pouvait réaliser toutes les solubilités intermédiaires entre la solubilité normale, mais inconnue, du sel anhydre et la solubilité du sel hydraté. Dans le cas du sulfate de chaux, par exemple, on trouve ainsi des solubilités pouvant varier arbitrairement dans le rapport de 1 à 10.

M. Colson conteste en outre le dégagement de chaleur dans l'humectation des poudres et il ajoute que cette idée est inspirée par la capillarochimie d'un savant allemand, le Dr Freundlich. Je me permettrai de lui rappeler les travaux de quelques savants français sur le même sujet.

Pouillet, en 1822, signalait l'échauffement du charbon de bois humecté avec de l'eau. Favre et Silbermann mesuraient, en 1852, cette chaleur d'humectation pour les anhydrides sulfureux et carbonique, pour l'acide chlorhydrique; de même Melsens pour le brome en 1874. Enfin de nombreux ingénieurs agronomes ont signalé l'échauffement du sol sec quand il vient à être mouillé par la pluie et ils ont fait au laboratoire des mesures sur la chaleur d'humectation de différentes poudres. Ce dégagement de chaleur est une

conséquence normale du travail développé par la tension superficielle dans l'extension d'un liquide à la surface d'un solide. Pour contester un fait aussi général, il ne suffit pas d'une expérience négative.

Il serait surprenant, nous dit enfin M. Colson, qu'un fait d'une telle importance eût échappé à Berthelot et Thomsen. Si l'on veut bien se reporter aux expériences de Berthelot sur la chaleur de dissolution des sels, on verra que ce savant s'est heurté à des difficultés dont il n'a pu donner aucune explication concluante. Pour de légers changements dans les conditions de préparation d'un même sel, il a vu sa chaleur de dissolution varier parfois de 100 pour 100. Le problème n'est donc pas aussi simple que le laisserait croire un examen superficiel. Dans ce dédale assez complexe, les principes de la Thermodynamique donnent un fil conducteur infiniment précieux, dont M. Colson n'a pas encore réussi cette fois à détruire la solidité.

M. L. **Landouzy** fait hommage à l'Académie :

1° D'une Notice qu'il vient d'écrire sur le professeur **Charles Bouchard**, dans la *Revue de Médecine*, dont notre confrère fut avec Charcot et A. Chauveau, un des directeurs-fondateurs.

C'est à 21 ans, à l'École de Médecine de Lyon, que Charles Bouchard commence sa vie scientifique qui se poursuivra magnifique et féconde pendant plus d'un cinquantenaire. Son labeur professoral a été considérable, partagé entre la Clinique et la Pathologie générale expérimentale : de celle-ci il fut le véritable instaurateur. Par son double enseignement clinique et expérimental, Bouchard, plus que personne, a préparé l'avènement scientifique de l'*Humorisme nouveau*, ne rappelant l'Humorisme ancien que de nom.

Charles Bouchard ne fut pas seulement, à la manière de Socrate, *un accoucheur d'hommes;* il fut un conducteur d'hommes par la formation de nombreux disciples à l'esprit nouveau, dont il aimait se glorifier. Chef d'école, Bouchard le devint vraiment par le lustre que son haut enseignement apportait à notre Faculté, autant que par les suggestions en lesquelles il a tenu maintes générations de médecins. Chef d'école il le fut partout où il passa, à Stockholm, à Rome et au Caire, comme ambassadeur scientifique. Tel il fut surtout, au Congrès international de Médecine de Berlin, alors que notre grand-maître de l'Université (M. Léon Bourgeois) le chargeait, en 1890, de représenter la France. La mission était là, comme

toujours, particulièrement délicate. Bouchard s'en acquitta avec une dignité, une autorité et un éclat que saluèrent les médecins du monde entier, conquis par l'ampleur et la luminosité de son RAPPORT, demeuré célèbre, sur *La question de l'immunité*.

2° De la lecture qu'il vient de faire à l'Académie de Médecine (¹), sur *Le cinquantenaire de la démonstration expérimentale, par J.-A. Villemin* (²), *agrégé au Val-de-Grâce, de la virulence spécifique et contagieuse de la tuberculose.*

Il m'est apparu de toute justice d'évoquer le cinquantenaire de la démonstration de la spécificité et de la transmissibilité de la tuberculose, par le Vosgien Jean-Antoine Villemin, comme un des faits les plus importants que, au siècle dernier, nous ait révélé la Médecine expérimentale.

Cette lecture vraiment révolutionnaire de Villemin, préludant à d'autres recherches cliniques et expérimentales que l'auteur poursuivra jusqu'en 1869, sur *la cause et la nature de la tuberculose*, ne retint guère l'attention de l'Académie. Pourtant les démonstrations expérimentales étaient aussi péremptoires que ses affirmations, nettes en leur concision :

« La tuberculose, annonçait Villemin, est une affection spécifique.

» La cause réside dans un agent inoculable.

» L'inoculation se fait très bien de l'homme aux animaux.

» La tuberculose appartient donc à la classe des maladies virulentes, et devra prendre place dans le cadre nosologique, à côté de la syphilis, mais plus près de la morve et du farcin.

» L'inoculation du tubercule n'agit pas par la matière visible et palpable qui entre dans ce produit pathologique, mais en vertu d'un agent plus subtil qui s'y trouve contenu et qui échappe à nos sens.

» Il faut se résigner à ranger la tuberculose parmi les affections dont on attribue l'existence à un germe morbide capable de se multiplier dans l'économie, et que, pour cette raison, on appelle *zymotiques*. Les virus, comme les parasites, se multiplient eux-mêmes et par eux-mêmes; nous ne leur fournissons que les moyens de vivre et de se reproduire. Jamais nous ne les créons. »

Faits, doctrine, cause exogène, nature animée et contagieuse de la tuberculose, tels que la Médecine humaine et animale nous les montre;

(¹) Académie de Médecine, séance du mardi 7 décembre 1915.

(²) Lecture sur *Cause et nature de la tuberculose*, séance du 5 décembre 1865.

analyse clinique et synthèse expérimentale de la phtisie, tout cela se trouve donc, depuis 50 ans, dans l'Œuvre du professeur du Val-de-Grâce.

S'étonner que la foi scientifique de Villemin en la spécificité de la tuberculose n'ait pas gagné nos pères, et que l'annonce prophétique d'un « agent-contage, plus subtil que la matière visible et palpable du tubercule », n'ait pas été entendue, serait, au travers de l'Histoire, ignorer la toujours lente et laborieuse évolution des idées sur lesquelles notre esprit aime à se reposer, comme en un mol oreiller, et que, certain matin, viennent heurter découvertes et nouveautés.

N'oublions pas que Villemin parlait en 1865, avant que l'ère pastorienne fût ouverte, avant que n'aient paru les *Maladies des vers à soie*, le plus beau livre que la Biologie ait jamais connu.

C'est au lendemain des recherches de Pasteur sur la flacherie et la pébrine, et des expériences de Pasteur, Chamberland et Roux sur le charbon, que les esprits illuminés entrevoient, dans la vie microbienne, le déterminisme des maladies spécifiques et contagieuses.

Voilà comme les phtisiologues se mettent à l'affût de la cause *animée* de la tuberculose. Voilà comme, après avoir cheminé souterrainement, les idées de Villemin accompliront leur œuvre suggestive. Voilà comme les artifices de coloration de R. Koch, en 1882, décelant, sous la forme d'un bacille, « l'agent plus subtil que la matière tuberculeuse visible des crachats des phtisiques et des tissus de la pommelière », viendront, 17 ans après la Communication du professeur du Val-de-Grâce, magnifier la découverte française.

Voilà comme l'idée de la tuberculose contagieuse ouvrit toute grande la porte à la prophylaxie antituberculeuse humaine et animale. Admettre la phtisie transmissible, par contacts ou promiscuité; ne plus méconnaître la contagion interhumaine ou interanimale; voir dans l'épidémicité domestique, et non plus dans un vice constitutionnel héréditaire, la cause du mal, n'était-ce pas dire la tuberculose évitable et curable ?

Après tout cela n'appartenait-il pas vraiment, aujourd'hui plus que jamais, à l'Académie de Médecine d'entendre évoquer le souvenir de la grande découverte française.

L'hygiène préventive et défensive partout appliquée : 1° à l'individu, à la famille comme aux collectivités, atteints ou menacés par la maladie sociale; 2° à la défense des intérêts économiques des éleveurs; n'est-elle pas fille légitime du génial observateur que se montra J.-A. Villemin, le plus grand nom qu'enregistrera la Médecine mondiale au siècle de Pasteur ?

S. A. S. le Prince Albert de Monaco fait hommage à l'Académie du fascicule XLVII des *Résultats des campagnes scientifiques accomplies sur son yacht : Mollusques Euptéropodes (Ptéropodes Thécosomes), provenant des campagnes des yachts* Hirondelle *et* Princesse-Alice (1885-1913), par A. Vayssière.

CORRESPONDANCE.

M. le Secrétaire perpétuel signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance, les Ouvrages suivants :

1° *Exposition universelle et internationale de San-Francisco : La technique télégraphique en France depuis l'origine;* par E. Montoriol. (Présenté par M. A. Blondel.)

2° *The danish Ingolf-Expedition.* Carl With : *Copepoda. I.* (Adressé par le Musée zoologique de Copenhague.)

3° E. Doublet. *Un projet d'Atlas de la France. L'Institut géographique et statistique d'Espagne.* (Présenté par M. G. Bigourdan.)

4° Fritz Sarasin et Jean Roux. *Nova Caledonia. Recherches scientifiques en Nouvelle-Calédonie et aux îles Loyalty. A. Zoologie.* Vol. II, liv. II. (Présenté par M. Ed. Perrier.)

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la déformation dans la représentation conforme.* Note de M. **T.-H. Gronwall**, présentée par M. Émile Picard.

L'une des propositions les plus importantes dans la théorie de la représentation conforme est le théorème de déformation de Kœbe, lequel est fondamental pour l'uniformisation des fonctions analytiques et s'énonce ainsi : « La fonction

$$w = z + a_2 z^2 + \ldots + a_n z^n + \ldots$$

donnant la représentation conforme du cercle $|z| < 1$ sur un domaine *simple*, c'est-à-dire simplement connexe et ne se recouvrant nulle part lui-

même, la *déformation* $\left|\frac{dw}{dz}\right|$, ainsi que $|w|$, sont comprises, sur la circonférence $|z| = r$ $(0 < r < 1)$, entre des bornes positives dépendant uniquement de r et nullement des coefficients $a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$ »

J'ai réussi à déterminer les valeurs exactes de ces bornes, en sorte que le théorème de déformation prend la forme définitive que voici :

Lorsque la fonction analytique

$$w = z + a_2 z^2 + \ldots + a_n z^n + \ldots$$

donne la représentation conforme du cercle $|r| < 1$ *sur l'intérieur d'un domaine simple* D *dans le plan des* w, *on a, pour* $|z| = r$ *et* $0 < r < 1$,

$$\frac{1-r}{(1+r)^3} < \left|\frac{dw}{dz}\right| < \frac{1+r}{(1-r)^3}, \tag{1}$$

$$\frac{r}{(1+r)^2} < |w| < \frac{r}{(1-r)^2}, \tag{2}$$

sauf dans le cas où

$$w = \frac{z}{(1 - e^{\alpha i} z)^2} \qquad (\alpha \text{ réel}), \tag{3}$$

les bornes supérieures et inférieures étant alors atteintes pour $z = re^{-\alpha i}$ *et* $z = -r^{-\alpha i}$ *respectivement.*

Lorsque le domaine D *est* CONVEXE, *on a les inégalités plus resserrées*

$$\frac{1}{(1+r)^2} < \left|\frac{dw}{dz}\right| < \frac{1}{(1-r)^2}, \tag{4}$$

$$\frac{r}{1+r} < |w| < \frac{r}{1-r}, \tag{5}$$

sauf dans le cas où

$$w = \frac{z}{1 - e^{\alpha i} z}, \tag{6}$$

les bornes étant alors atteintes comme plus haut.

Remplaçons, dans (3) et (6), z par $ze^{-\alpha i}$ et w par $we^{-\alpha i}$; le domaine D devient, pour (3), le plan des w découpé le long de l'axe réel de $-\frac{1}{4}$ jusqu'à $-\infty$, et pour (6), le demi-plan où la partie réelle de w est supérieure à $-\frac{1}{2}$.

Pour la démonstration, je me sers de l'approximation du domaine D

par des polygones rectilignes, pour lesquels on a la formule de M. Schwarz

$$(7) \qquad \frac{dw}{dz} = (1 - e^{\alpha_1 i} z)^{\mu_1} (1 - e^{\alpha_2 i} z)^{\mu_2} \ldots (1 - e^{\alpha_m i} z)^{\mu_m} \qquad (\Sigma \mu = -2).$$

Considérant, pour un m fixe, l'ensemble des valeurs de $\alpha_1, \ldots, \alpha_m$, $\mu_1, \ldots, \mu_m$ pour lesquels (7) donne la représentation conforme de $|z| < 1$ sur un polygone *simple* (et dont le nombre des côtés est égal *ou inférieur* à m, car plusieurs des α peuvent être égaux ou plusieurs des μ s'annuler), je fais voir d'abord que cet ensemble est *fermé*.

Faisons $z = re^{\theta i}$ et regardons, pour un r fixe, l'expression $\frac{\partial}{\partial r} \log \left|\frac{dw}{dz}\right|$ comme fonction de θ; sur l'ensemble fermé en question, cette fonction a un maximum et un minimum dont la détermination se réduit à un problème *algébrique* élémentaire. Dans ce problème il faut distinguer le cas où tous les μ sont négatifs, correspondant aux polygones convexes, du cas général où quelques-uns des μ sont positifs. C'est pourquoi les domaines convexes figurent à part dans l'énoncé du théorème. Ayant obtenu, par la voie indiquée, les bornes (1) et (4), il est facile d'écrire les conditions afin que l'une de ces bornes soit atteinte pour une valeur particulière de r. Ces conditions suffisent à déterminer les coefficients de w, et l'on aboutit à (3) et (6).

Pour arriver aux bornes de $|w|$, faisons $z = re^{\theta i}$ et notons la formule

$$(8) \qquad \left|\frac{dw}{dz}\right|^2 = \left(\frac{\partial |w|}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial |w|}{\partial \theta}\right)^2;$$

pour un maximum ou minimum de $|w|$ sur la circonférence $|z| = r$, le second terme à droite s'annule, d'où

$$\frac{\partial |w|}{\partial r} = \pm \left|\frac{dw}{dz}\right|.$$

A raison des propriétés élémentaires de la représentation conforme, il faut choisir le signe $+$, et les bornes de $|w|$ s'obtiennent de celles de $\left|\frac{dw}{dz}\right|$ en les intégrant par rapport à r (entre les limites 0 et r).

Dans un Livre récent, M. Study a introduit la *borne de convexité :* c'est la borne supérieure des r tels que la circonférence $|z| = r$ a pour image, dans le plan des w, une courbe convexe. La méthode indiquée ci-dessus me permet d'énoncer la proposition suivante :

La borne de convexité de $w = z + a_2 z^2 + \ldots + a_n z^n + \ldots$ est supérieure ou égale à $2 - \sqrt{3}$, l'égalité n'ayant lieu que dans le cas (3).

Les résultats précédents s'étendent sans peine au cas où le domaine D est situé, non plus dans un plan, mais sur une surface de Riemann à un nombre *donné* k de feuillets.

CHIMIE MINÉRALE. — *Poids atomique du bismuth.* Note de MM. **Œchsner de Coninck** et **Gérard**.

Le lingot de bismuth, qui nous a été fourni par un laboratoire métallurgique spécial, a été analysé. Il renfermait du soufre et l'arsenic. Nous l'en avons débarrassé complètement, en le fondant à plusieurs reprises avec du salpêtre. Le bismuth a été ensuite transformé en chlorure. Celui-ci a été réduit par l'hydrogène, purifié par le procédé de Schobig (passage du gaz à travers deux solutions de permanganate, dont l'une tiède, une lessive de soude concentrée et de l'acide sulfurique pur). Le chlorure de bismuth et le bismuth réduit ont été pesés; les deux poids p et p' étant connus, le poids atomique est fourni par l'équation

$$\frac{x + 106,5}{x} = \frac{p}{p'}.$$

Quatre déterminations ont été faites. Voici les résultats :

	p.	p'.	Poids atomique.
	g	g	g
I.	0,6100	0,4038	208,55
II.	0,5490	0,3634	208,52
III.	0,4880	0,3230	208,48
IV.	0,4930	0,3263	208,46

La moyenne de ces quatre déterminations est égale à 208g,50; le poids atomique, admis par la Commission internationale de 1904, est 208g,50.

MINÉRALOGIE. — *Sur la découverte d'un pointement basaltique dans la Sierra de Guadarrama (Espagne).* Note de M. **L. Fernandez Navarro**.

Par suite de son voisinage de Madrid, la Sierra de Guadarrama est la partie la plus connue de la chaîne centrale espagnole. Elle partage la Meseta en deux parties et sépare la Vieille de la Nouvelle Castille. Dans cette Sierra, pas plus d'ailleurs que dans les restes de la chaîne, on n'avait jus-

qu'ici signalé l'existence de roches éruptives modernes. C'est pourquoi je signale la découverte que je viens d'y faire d'un *basalte néphélinique* dont l'existence est en outre intéressante à d'autres points de vue.

Cette roche, noire, assez dense et un peu caverneuse, ne constitue qu'un pointement de minime étendue (environ 6^{m^2}) dans le granite qui, sur le versant méridional de la chaîne, forme une bande allongée au milieu des gneiss. Le gisement exact est le Port de Cuencia, presque exactement sur le méridien de Madrid et à environ 55^{km} de la capitale.

Au microscope, on voit que la roche est à gros grain et holocristalline. C'est sans doute le culot lentement refroidi d'un volcan aujourd'hui érodé. Les minéraux constituants sont, par ordre d'importance, l'augite, l'olivine, la néphéline, la magnétite. L'augite se trouve presque exclusivement sous forme de gros microlites à formes nettes, maclés suivant h^1 et remarquablement polychroïques. L'olivine, en grands cristaux automorphes, est en partie transformée en bowlingite. La néphéline forme des plages xénomorphes englobant pœcilitiquement les autres éléments; elle est remarquablement fraîche et renferme quelques inclusions d'apatite. La densité de la roche est de 2,864.

Tandis que toute la périphérie de la Meseta centrale espagnole est jalonnée d'éruptions volcaniques tertiaires ou plus modernes, il n'en est plus de même à l'intérieur du massif. On ne connaissait jusqu'ici qu'un basalte néphélinique à Larazo (la Corogne, Galice) ([1]), un autre à Beteta (Cuenca) ([2]), une limburgite à Nuévalos (Saragosse) ([3]), enfin les éruptions des Campos de Calatrava à la Mancha (Ciudad-Real) ([4]), qui sont les plus connues et les plus étendues; tous ces gisements, sauf le dernier, n'ont que des dimensions réduites et se trouvent près du bord même de la Meseta, tandis que le nouveau pointement que je signale est situé au centre même du massif, dans sa partie la plus ancienne et à une latitude d'environ 1600^m. De même que les roches de tous les gisements précédents, sa lave est dépourvue de feldspath : comme d'autre part toutes les roches éruptives modernes de la périphérie de la Meseta sont feldspathiques, il semble qu'on peut distinguer dans la péninsule deux provinces

([1]) J. Macpherson, *Apuntes petrográficos de Galicia* (*Anal. de la Soc. esp. de Historia Natural*, t. 10, p. 84).

([2]) F. Quiroga, *Noticias petrográficas* (*Ibid.*, t. 16, p. 209).

([3]) F. Quiroga, *Limburgita de Nuévalos* (*Ibid.*, t. 14, p. 75).

([4]) F. Quiroga, *Estudio micrográfico de algunos basaltos de Ciudad-Real* (*Ibid.*, t. 9, p. 161).

pétrographiques; l'une, centrale, est caractérisée par un magma basique alcalin; l'autre, périphérique, par un magma évoluant depuis des types acides (trachyte de Axpe, andésites de Carthagène et de Cabo di Gata), jusqu'à des roches très basiques (basalte de la province de Gerona).

L'âge du basalte néphélinique de ce nouveau gisement ne peut être fixé pour l'instant, en l'absence de roches sédimentaires; je noterai seulement que cette région, qu'on supposait être restée dans un état de repos absolu depuis la transgression cénomanienne, a éprouvé plus tard des actions orogéniques d'une certaine importance.

GÉOLOGIE. — *La série stratigraphique dans le Nord-Tonkin.* Note (¹) de M. **Deprat**, présentée par M. H. Douvillé.

J'ai fait connaître, dans une récente Note, la découverte du Cambrien moyen et du Cambrien supérieur dans la région de Chang-Poung, près de la triple frontière du Kwang-Si, du Yunnan et du Tonkin. Je vais indiquer aujourd'hui comment se présente la suite des terrains supérieurs au Cambrien, entre la Rivière Claire et la frontière chinoise, c'est-à-dire dans les régions de Ha-Giang, Yên-Minh, Dong-Vạn.

I. Le Cambrien de Chang-Poung offre comme dernières couches fossilifères les marnes et grès à *Ptychaspis* et *Shumardia* du ponceau de la route de Chang-Poung à Dong-Van, comme je l'ai montré récemment. Au-dessus vient une série puissante de calcaires et de marnes sèches bariolées avec d'informes débris de Trilobites écrasés, complètement indéterminables: je pense que cette série représente le passage du Cambrien à l'Ordovicien, et sans doute une partie de l'Ordovicien inférieur, car sans interruption cette série passe à de l'Ordovicien moyen bien caractérisé.

II. Couches à *Trinucleus ornatus*: En effet, j'ai eu la satisfaction de découvrir, au-dessus de cette série sans fossiles, des grès gris micacés, alternant avec des bancs calcaires; et contenant *Trinucleus ornatus* Stern, parfaitement conservé (²).

(¹) Séance du 7 février 1916.

(²) Cette découverte de l'Ordovicien à *Trinucleus ornatus* en ce point est très importante, car elle établit un lien entre mes deux observations antérieures, l'une au Yunnan et l'autre en Annam. La première m'avait fourni *Dionide formosa* Barr. de

III. Au-dessus des couches à *Trinucleus* vient une série puissante de plusieurs centaines de mètres, jusqu'à présent sans fossiles, formée d'une alternance d'énormes bancs calcaires bleutés, épais de 20^m à 60^m, très réguliers, séparés par des marnes jaunes ou rouges pulvérulentes, se délayant en boue glissante à la pluie. J'appelle cette série : *série de Loung-Co;* elle est sûrement ordovicienne encore; comme le montrent les faits suivants :

IV. La série de Loung-Co est surmontée par des calcschistes très bariolés offrant un horizon rempli de plaques de Ganoïdes. Ceci est à rapprocher des observations que j'ai faites autrefois au Yunnan où j'ai trouvé des plaques de *Bothriolepsis* dans l'Ordovicien, près des couches à *Dionide formosa*. La série en question, que j'appellerai *série de Si-Ka*, est surmontée par les *couches de Bac-Boun* où j'ai observé des bancs remplis de *Goniophores*, malheureusement très écrasées.

V. Vient ensuite ce que j'appellerai *série de Mié-lé* où je distinguerai deux horizons; Mié-lé inférieur et Mié-lé supérieur.

La série inférieure forme une puissante masse de schistes jaunes micacés, très marneux, de calcschistes, contenant en abondance le *Spirifer tonkinensis* Mansuy, un *Spirifer* nouveau (voisin de *Sp. tribulis* Hall et de *Sp. Venus* d'Orb.), et un *Dinorthis* n. sp. étroitement voisin de *Dinorthis thakil* var. *striatocostata* Salt. de l'Himalaya; on y observe également une grande Ptérinée dont l'ornementation est celle de *Pt. thanamensis* C. Reed, aussi de l'Ordovicien himalayen, avec un *Proteus* sp. dont le pygidium rappelle certains pygidiums ordoviciens d'Écosse comme *P. girvanensis*.

La série supérieure de Mié-lé offre des calcschistes où *Sp. tonkinensis* a disparu, contenant *Spirifer* n. sp., *Rafinesquina* n. sp., voisin de *R. lineatissima* Salt., *Ptychophyllum depressum* Mansuy, *Fenestella* cf. *polyporata* Phill.

VI. Vient ensuite une puissante série de calcaires bleus entremêlés de grauwackes et de quartzites, très caractéristique, et que je nommerai *série de Ma-pi-leun*, nettement datée par *Favosites gothlandica* Lmk, avec une faune d'*Heliolites*, etc., et *Atrypa reticularis* et autres espèces non encore étudiées complètement. La série de Ma-pi-leun passe en bas par transitions insensibles à la série de Mié-lé par intervention de bancs marneux de plus en plus nombreux (cascade sous Dong-Van). Cette série de Ma-pi-leun est gothlandienne.

---

l'Ordovicien d_3 de Bohême, et la seconde *Trinucleus ornatus* Stern en Annam, près de Ben-Thuy. L'Ordovicien moyen à faune de type européen existe donc dans une grande partie de la Chine méridionale. Le gisement yunnanais à *D. formosa* et celui de Ben-Thuy à *T. ornatus* étaient séparés par près de 900^{km}.

VII. Au-dessus vient une série schisteuse sans fossiles, gothlandienne aussi sans aucun doute (série de Dong-Van).

VIII. Les terrains antécarbonifères s'arrêtent ici. Il y a une formidable érosion antédinantienne et sans doute aussi, comme je le montrerai, absence de dépôt du Dévonien dans la région nord tonkinoise. Nous trouvons à Méo-Vac et près de Xin-Cai des calcaires noirs à Fusulinelles et Gastropodes, équivalents des calcaires noirs de la Montagne de l'Éléphant.

IX. Des calcaires puissants, épais de plusieurs centaines de mètres, terminent la série; ils sont transgressifs sur tous les autres termes : c'est l'Ouralien; j'y ai reconnu les horizons à Fusulinidés suivants : 1° couches à *F. alpina* Sch.; 2° couches à *Schw. princeps* Ehrb.; *F. Cayeuxi* Deprat; *F. multiseptata* Sch.; *F. complicata* Sch.; *F. globosa* Deprat; *F. Kozui* Dep., etc. Une riche faune de *Productus* accompagne ces espèces. Je ne puis entrer ici dans plus de détails.

Je résumerai ainsi les séries précédentes : IX, Ouralien : calcaires à Fusulinidés. VIII, Dinantien : calcaires noirs de Méo-Vac. VII, Gothlandien : série schisteuse de Dong-Van (Gothlandien). VI, Couches de Ma-pi-leun à *Fav. gothlandica*. V^b Série supérieure de Mié-lé à *R.* cf. *lineatissima* (passage à l'Ordovicien). Ordovicien : V^a, Mié-lé inférieur à *Sp. tonkinensis* et *Dinorthis* cf. *thakil*. IV, Couches de Bac-Boun, de Si-ka. III, Série de Loung-Co. II, Couches à *Trinucleus ornatus*. I, Série de passage au Cambrien. Enfin à la base la puissante série cambrienne de Chang-Poung.

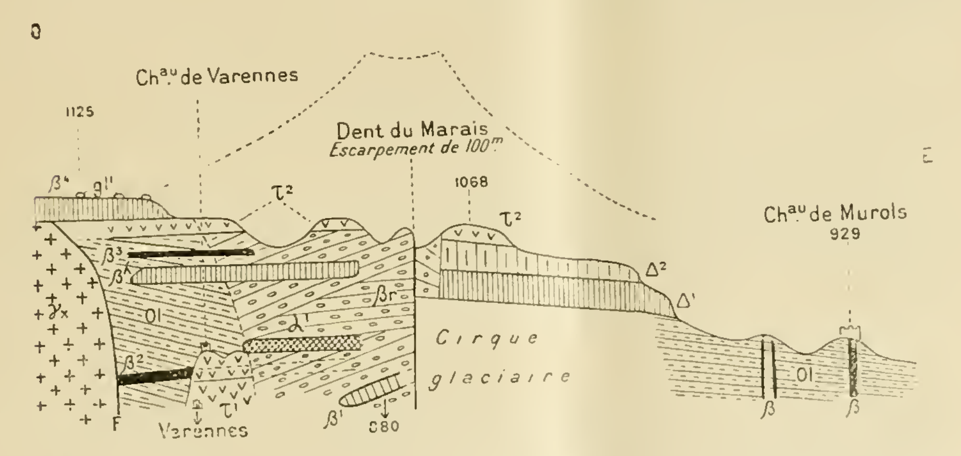
On voit d'après cela que la relation entre les couches à *Sp. tonkinensis* et celles adjacentes sont désormais fixées. De plus nous savons maintenant que cet horizon découvert par M. Mansuy à Dong-Khé et Ban-Gioc, il y a plusieurs années, s'étend dans toute la région est du Tonkin, de Dong-Van à Cao-baug, That-khé, et Pho-Binh-gia, de même du reste que les calcaires de Ma-pi-leun. Un point important également est la découverte des couches à *Tr. ornatus*. La série sédimentaire antérieure au Carboniférien se montre ainsi maintenant à peu près complète, et il ne nous reste plus guère que des études locales de détail à effectuer. Je terminerai en indiquant que la grande traînée de microgranites et microgabbros, considérée par les auteurs précédents tantôt comme triasique (Lantenois), tantôt comme tertiaire? (Zeil), est en réalité antéouralienne. Ces roches se montrent en laccolites et en filons dans la série ordovicienne et gothlandienne et sont remaniées, suivant mes observations, à la base de l'Ouralien (Méo-Vac).

GÉOLOGIE. — *Le volcan pliocène du Saut de la Pucelle (Puy-de-Dôme), ses coulées intrusives et ses glaciers.* Note de M. **Ph. Glangeaud**, présentée par M. Pierre Termier.

Le volcan du Saut de la Pucelle, situé près du lac Chambon et des volcans jumeaux quaternaires du Tartaret, forme un des paysages les plus impressionnants de l'Auvergne.

Seule, une partie de ses projections qui constitue l'escarpement célèbre de 100^m de haut, désigné sous le nom de *Dent du Marais*, avait jusqu'ici attiré l'attention des géologues et des paléontologistes : Lecoq, abbé Boulay, Michel Lévy, MM. Boule et Marty. La genèse et la constitution très complexe du volcan, ainsi que les glaciers qui ont contribué à le démanteler, n'étaient pas connues.

I. Le volcan du Saut de la Pucelle est édifié sur un *voussoir oligocène*,



effondré de 200^m par rapport à un autre voussoir granitique et archéen plus occidental sur lequel repose une partie du massif volcanique du Mont Dore. Contre la faille F, butent les argiles sableuses oligocènes (*Ol* de la figure) affleurant dans le ravin de Varennes, où apparaissent également les cinérites qui ont livré à l'abbé Boulay la riche flore (Pliocène moyen) que l'on connaît.

Les argiles sableuses sont visibles jusqu'à l'altitude 1080^m, qui est un des points les plus élevés de l'Oligocène dans le Massif Central; on les observe jusqu'à mi-chemin de la Dent du Marais, puis on les retrouve sous

les coulées orientales, vers le château de Murols et au nord du vallon de Beaune.

L'espace compris entre ces territoires a été remblayé par les projections (*Br*) et les coulées du volcan de la Pucelle qui masquent l'Oligocène en beaucoup de points.

A l'Ouest, trois coulées de lave ont pénétré dans les argiles sableuses sur une assez grande distance, en les cuisant et en formant des *sills* qui rappellent ceux de Gergovie et de Mirefleurs dans la Limagne.

II. La série éruptive comprend : des *cinérites fines*, principalement localisées à la base; des *brèches cinéritiques* à éléments minéralogiques variés (granite, granulite, leyptinites, blocs d'argiles sableuses, de trachyte, andésite, labradorite, basalte, énormes cristaux de sanidine, nodules de pyroxène, etc.) dont la stratification entrecroisée et les ravinements successifs sont surtout visibles à l'ouest du rocher du Marais.

Sur le versant occidental, *sept coulées de lave* alternent avec cet ensemble. En voici la succession de bas en haut :

1° Basalte très basique (β^1), coulée du bord du lac Chambon;

2° *Labradorite péridotique* à titanaugite (β^2 sill inférieur, 20^m);

3° *Andésite augitique* à augite et hornblende (α^1);

4° *Labradorite péridotique et augitique* à titanaugite (β^λ, sill moyen, 15^m) ;

5° Basalte (β^3), petite coulée, sill supérieur;

6° *Trachyte augitique* à augite, biotite et hornblende (τ^2). Cette coulée morcelée constitue les sommets dominant le rocher de la Pucelle. Elle est recouverte au Nord-Ouest par : 7° une coulée de *basalte semi-ophitique* (demi-deuil), riche en titanaugite (β^4).

8° Il faut signaler aussi à Varennes un affleurement important de *trachyte augitique* à biotite (τ^1), couronné par les restes d'un château que certains archéologues ont considéré comme la demeure de Sidoine Apollinaire. Il semble qu'on ait là un petit dôme de 30^m de haut, enfoncé en partie sous les projections ou un front de coulée issue du volcan précité.

9° Un peu à l'ouest de Varennes affleure un filon de *basalte limburgitique* β.

10 A l'Est, deux épaisses coulées de *labradorite péridotique* et augitique à titanaugite (Δ^1 et Δ^2) forment le fond du cirque de la Pucelle. En dehors des trachytes, toutes les laves sont riches en métasilicates principalement en titanaugite.

III. Les restes de l'ancien volcan du Saut de la Pucelle, dont la hauteur absolue ne dépasse pas actuellement 250^m, forment la base de l'ancien volcan pliocène, beaucoup plus étendu et dont la hauteur atteignait 500^m environ.

Ce sont les *glaciers de la première phase glaciaire* qui décapitèrent le cône

supérieur ainsi que l'indiquent les blocs erratiques semés sur les coulées les plus élevées.

Mais la constatation la plus intéressante a trait au cirque qui entaille profondément la base de l'édifice pliocène vers le lac Chambon, cirque limité par la muraille verticale de la Dent du Marais et les coulées du NO et qui fut occupé par les *glaciers de la dernière phase quaternaire*, assez puissants pour avoir pu charrier des blocs de brèches ou de lave atteignant parfois 20^{m^3}, jusqu'à l'émissaire du lac et donner naissance à une série de *buttes cinéritiques moutonnées* dont les couches ont été fortement plissées et disloquées par la pression de la glace.

Certaines de ces buttes étant recouvertes par les projections du Tartaret, il en résulte que l'éruption de ce dernier volcan (fin de l'époque du Renne) fut légèrement postérieure à la dernière glaciation du massif du Mont-Dore. Les glaciers de cette *dernière phase*, qui se trouvaient à l'altitude de 800^m sur le bord du lac Chambon, descendaient dans la vallée de la Couze occupée aujourd'hui par les cônes et la coulée du Tartaret jusqu'à une altitude qui ne dépasse guère 700^m. Ce chiffre est très voisin de ceux que j'ai déjà signalés pour les fronts glaciaires dans les vallées de la Couze Pavin et du Valbeleix.

Je mentionnerai dans la même vallée, à 1^{km} de distance en amont et en aval du Tartaret, le contraste géologique frappant des paysages glaciaires et volcaniques figurés, d'une part, par des restes de moraines et de nombreuses buttes moutonnées, et d'autre part, par les petits volcans adventifs édifiés sur la coulée du Tartaret, petites collines qui apparaissent identiques sur la Carte d'État-Major.

CHIMIE AGRICOLE. — *Circulation du manganèse dans les eaux naturelles.* Note de M. V. **Vincent**, présentée par M. L. Maquenne.

Divers auteurs ont montré que les eaux contenaient du manganèse, mais aucun d'eux n'a élucidé la question de savoir sous quelle forme le manganèse circulait dans les eaux ordinaires. D'après les expériences que nous avons faites, il faut conclure que le manganèse se dissout à la faveur de l'acide carbonique et qu'il donne un bicarbonate analogue au bicarbonate de calcium, dont la formule serait $(CO^3)^2MnH^2$ et n'existerait qu'en solution.

La solution carbonique obtenue en traitant le carbonate neutre de man-

ganèse par un courant d'anhydride carbonique pur perd, sous l'action du vide, tout son gaz carbonique sans troubler. Un courant d'air pur prolongé n'apporte ensuite aucune modification ; mais si l'on chauffe la solution, elle prend une teinte jaunâtre et, au repos, dépose du carbonate neutre de manganèse.

D'après nos analyses, à une température de 12°, la solubilité du carbonate de manganèse dans une solution saturée d'anhydride carbonique, exprimée en manganèse, serait de 0g,0625 par litre, qui se réduit à 0g,0013 après ébullition prolongée. Comme il est très difficile de chasser complètement ainsi tout l'acide carbonique, on peut donc conclure que ce manganèse correspond à l'acide carbonique résiduaire.

Les oxydes de manganèse ne sont pas tous susceptibles d'entrer également en solution.

Dans une expérience, où les oxydes ont été soumis à l'action d'eau saturée d'anhydride carbonique, nous avons dosé (les solubilités étant exprimées en manganèse) à une température de 13° et par litre :

	g
Protoxyde de manganèse	0,0291
Sesquioxyde »	0,0046
Bioxyde »	0,0015

La solubilité est facteur de la richesse de la solution en anhydride carbonique et du temps. Ainsi, après 3 jours et à une température de 12°, nous avons trouvé, pour le sesquioxyde :

	g
Solution saturée d'anhydride carbonique	0,0098
Solution à demi saturée	0,0062
Solution au quart saturée	0,0021

Et dans les mêmes solutions conservées pendant 24 jours :

	g
Solution saturée d'anhydride carbonique	0,020
Solution à demi saturée	0,011
Solution au quart saturée	0,002
Bioxyde en solution saturée	0,004

L'humus, quoique riche en manganèse, n'est pas un dissolvant pour toutes les formes d'oxydes.

Dans nos expériences, faites avec de l'humus extrait de terres arables très fertiles de la région de Roscoff, nous n'avons dissous de manganèse qu'avec le protoxyde et le carbonate.

Le sesquioxyde et le bioxyde ont été inattaquables.

Ainsi 40^{cm^3} d'humus, sans ammoniaque, agissant sur $0^g,500$ d'oxyde, ont fixé, après 1 mois :

	g
Manganèse du protoxyde	0,00145
Manganèse du carbonate	0,00171

Dans la nature, il semble que le manganèse entre en dissolution à la faveur de l'acide carbonique dégagé des fermentations au sein des sols.

Les matières organiques contribuent à cette dissolution par leur décomposition.

La forme naturelle la plus habituelle du manganèse étant celle de sesquioxyde, on s'explique, d'après les expériences ci-dessus, la faible richesse des eaux naturelles en manganèse.

Les eaux de drainage de notre champ d'expérience ne dosent que $0^{mg},01$ par litre.

Les eaux naturelles minéralisées sont plus riches, comme MM. Jadin et Astruc viennent de le montrer. Les pratiques agricoles, par l'usage des engrais chimiques, contribuent à favoriser cette dissolution.

En supposant des fumures de 1000^{kg} de scories à l'hectare, de 300^{kg} de superphosphate, de 300^{kg} de chlorure de potassium, nous avons obtenu, en mettant les sols ainsi fumés en solution avec de l'eau pure (1 de sol et 10 d'eau) après 3 jours et à une température de 12° :

Manganèse dissous par litre.

	mg
Eau pure	0,0142
Superphosphate	0,0184
Chlorure de potassium	0,0164
Scories	0,083
Solution saturée d'anhydride carbonique	0,050
Solution saturée à demi	0,044
Solution saturée au quart	0,033

Les engrais minéraux sont donc des agents de solubilisation. Les scories semblent les plus actives, mais en réalité elles sont en même temps des facteurs d'apport.

Toutefois l'action des engrais est nettement inférieure à celle de l'anhydride carbonique qui reste le solubilisant général des minéraux du sol.

Ces résultats permettent d'expliquer pourquoi les sels de manganèse restent sans effet sur les rendements culturaux lorsqu'on les associe à des fumures organiques, ou qu'on les emploie sur des sols habituellement bien fumés au fumier de ferme.

PHYSIOLOGIE. — *Caractéristique d'excitabilité des nerfs et des muscles de l'homme avec les décharges de condensateurs, par la détermination du produit* RC *pour la plus petite capacité donnant le seuil avec le voltage rhéobasique. Constance à l'état normal. Variations dans les états pathologiques.* Note [1] de M. G. **Bourguignon**.

I. J'ai montré, dans une Note à la Société de Biologie, à la dernière séance du mois de juillet 1914, qu'il est illusoire de déterminer la chronaxie avec les décharges de condensateurs chez l'homme, à cause de l'impossibilité d'avoir la résistance du circuit de décharge du condensateur constante.

Si, en effet, dans les conditions de l'électrodiagnostic, on met en série avec le sujet des résistances de 5000 à 25000 ohms, en portant les intensités en abscisses et les voltages en ordonnées, on obtient une droite qui coupe l'axe des ordonnées à une certaine hauteur au-dessus de l'axe des abscisses. La valeur de cette ordonnée à l'origine a varié de 3 à 12 volts. Pour les intensités inférieures à une certaine valeur, qui oscille autour de 1^{mA} sur les différents sujets, les voltages forment une courbe qui réunit la droite à l'origine des axes. Pour les intensités comprises entre 1^{mA} et 15^{mA}, limite atteinte dans mes expériences, le voltage s'exprime par la formule $V = a + bi$.

Les résultats ont été constants dans les expériences faites sur six sujets différents, avec des résistances ajoutées de 5400, 10000, 16000 et 25000 ω, résistances liquides de SO^4Zn à 1 pour 100, avec électrodes en zinc amalgamé.

Voici les chiffres d'une expérience :

Grande plaque fixée dans le dos. Tampon fixé à la face antérieure de l'avant-bras. — R ajoutée = 5400 ω. — Électrodes impolarisables.

Intensités (en milliampères).	Voltages expérimentaux.	Voltages calculés.
0,06	2	10,35
0,12	4	10,7
0,38	8	10,7
1,1	16	16,8
1,6	20	20
4,5	40	38,1
7,9	60	59,3
11,2	80	80
14,6	100	101,2

(1) Séance du 3 janvier 1916.

	a.	*b.*
a et *b* d'après le graphique........................	10^{v},25	6900
a et *b* calculés entre les deux points 1^{mA},6 et 11^{mA},2..	10	6250

II. Connaissant cette loi des voltages en fonction des intensités, j'avais espéré pouvoir corriger les voltages de façon à déterminer la chronaxie en employant le voltage donnant réellement l'intensité double de l'intensité rhéobasique. L'expérience m'a montré que les difficultés de la lecture rapide des intensités avec les galvanomètres médicaux, qui tous fonctionnent en balistique, rendent illusoire la détermination précise de la chronaxie avec les condensateurs.

Cependant on trouve des phénomènes réguliers et constants sur un même sujet, lorsqu'on établit des lois d'excitation avec les condensateurs sur l'homme, comme Hoorweg l'avait vu.

III. Devant cette impossibilité de connaître la chronaxie chez l'homme avec les décharges de condensateurs, j'ai cherché une autre caractéristique d'excitabilité.

J'ai vu que, sur un sujet donné, si l'on met une résistance en série, l'intensité reste constante pour un même voltage, pendant quelques excitations et qu'il faut les répéter un grand nombre de fois pour la faire varier légèrement. Ainsi dans une expérience, avec 6000 ω en série, il a fallu 9 excitations pour faire varier l'intensité de 4^{mA} à 4^{mA},3.

D'autre part, avec une résistance en série l'intensité reste constante pendant la durée de passage du courant. J'ai vérifié le fait jusqu'à 10 secondes.

Dans ces conditions, j'ai pensé à rechercher la valeur du produit RC pour la capacité la plus petite donnant le seuil avec le voltage rhéobasique. Ne changeant pas de voltage pour chercher les deux seuils, je devais opérer dans les mêmes conditions de résistance et avoir des durées de décharge proportionnelles aux capacités. J'ai cherché à réaliser une résistance totale d'environ 10000 ω.

L'expérience m'a montré que, sur les sujets normaux, le produit RC de la décharge par la capacité, correspondant à ce que L. Lapicque a appelé le *temps utile*, est constant d'un sujet à l'autre et sur différents nerfs et muscles, et est le même sur les nerfs et sur les points moteurs des muscles, ce qui est conforme aux résultats obtenus en physiologie par L. Lapicque, et par moi-même avec H. Laugier sur l'homme à l'aide de la bobine d'induction.

Voici un Tableau dans lequel je donne quelques chiffres pris sur des sujets normaux.

Le voltage rhéobasique est cherché avec 10^{mf}. Je cherche ensuite la plus petite capacité donnant le seuil avec le même voltage.

Sujets.	Points moteurs.	C.	R.	RC.	
1......	N. cubital gauche	3^{mf}	14 000	0,042	7525 en série.
2......	Fl. 3ᵉ doigt gauche	3	11 000	0,033	montage du sujet en dérivation.
3......	» droit	4,5	10 000	0,045	»
4......	Radial gauche	2,9	9 400	0,027	6000 en série.
	» droit	4	10 000	0,040	»
	Extenseur c. gauche	3	10 170	0,030	»
	» droit	2,8	11 200	0,031	»
5......	Radial gauche	5	8 800	0,044	»
	» droit	4,5	9 500	0,042	»
6......	Biceps droit	2,5	14 545	0,036	750
7......	Extenseur c. gauche	3,5	9 200	0,032	7500

Si la résistance s'éloigne trop de 10 000 ω, le produit RC n'est plus constant d'un sujet à l'autre.

Dans les cas pathologiques, dès qu'il existe la plus légère trace de dégénérescence, ce produit RC varie considérablement et s'élève. Ainsi, dans un cas extrêmement léger de RD partielle du nerf radial droit, le produit RC s'est élevé sur le nerf à 0,081 avec une résistance de 9000 ω et une capacité utile de 9^{mf}.

Dès que la RD, même partielle, est un peu accentuée, je ne peux plus, disposant seulement de 10^{mf}, mesurer cette caractéristique d'excitabilité.

Ainsi, dans une RD partielle du nerf radial, j'ai vu qu'avec 9^{mf} sur l'extenseur commun, on se trouve dans la région de la chronaxie.

Il faudrait donc disposer de capacités très grandes pour chercher cette caractéristique d'excitabilité dans les RD totales : il faudrait disposer d'environ 100^{mf} et peut-être davantage.

Conclusions. — De mes expériences il résulte :

1° La chronaxie ne peut être, actuellement, déterminée exactement avec les condensateurs, chez l'homme.

2° L'introduction de résistances en série avec le sujet rend l'intensité stable pendant que le courant passe, et rend plus facile la lecture du galvanomètre dans la recherche du seuil galvanique, de la rhéobase.

Elle permet de voir comment varient les voltages en fonction des intensités chez l'homme.

3° Les condensateurs permettent de trouver, par la détermination de la capacité la plus petite donnant le seuil avec le voltage rhéobasique, une

caractéristique d'excitabilité, constante sur les sujets normaux, à condition d'introduire une résistance en série et de ne pas trop s'écarter d'une résistance totale de 10000 ω. Cette caractéristique varie considérablement dans la dégénérescence.

Mais la nécessité d'employer de très grandes capacités, pour les dégénérescences un peu fortes, doit faire préférer à ce procédé celui de la recherche du temps utile avec le courant galvanique ainsi que L. Lapicque vient de le proposer, et d'employer son chronaximètre.

OPTIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur un dispositif de stéréoscope permettant d'examiner les épreuves radiographiques soit avec le relief normal, soit avec le relief pseudoscopique.* Note de MM. **E. Colardeau** et **J. Richard**, présentée par M. J. Violle.

Lorsqu'on examine une épreuve stéréoscopique en interchangeant les deux vues droite et gauche dont elle se compose, c'est-à-dire en plaçant devant l'œil droit la vue normalement destinée à l'œil gauche et réciproquement, on obtient, comme on sait, un effet de relief inversé, désigné sous le nom de *pseudoscopie*. Les premiers plans de l'objet à trois dimensions reconstitué par la vision binoculaire tendent à passer au dernier plan, tandis que les derniers plans tendent à venir en avant.

Si l'on prend comme sujet d'expérience une vue un peu complexe, telle qu'un paysage, par exemple, cet effet de relief inversé ne se manifeste ordinairement que d'une manière très incomplète, quelquefois même pas du tout. Cela tient à ce que la forme de l'objet à trois dimensions reconstitué dans ces conditions peut se trouver en contradiction avec les éléments d'appréciation du relief, autres que la vision binoculaire, qui nous permettent de nous rendre compte des dimensions en profondeur du sujet. Ces autres éléments d'appréciation, les seuls susceptibles d'être utilisés par les peintres et les dessinateurs pour nous donner la sensation de la troisième dimension, dans la représentation d'un objet à trois dimensions sur un plan, sont : les effets de perspective, la répartition des ombres, le recouvrement mutuel plus ou moins complet des objets les uns par les autres, le diamètre apparent des objets de grandeur connue, mais plus ou moins éloignés, etc.

Dans ces conditions, l'illusion pseudoscopique peut se produire d'une manière satisfaisante sur certaines parties du sujet pour lesquelles ces éléments d'appréciation du relief n'ont qu'une importance secondaire, tandis qu'elle ne se produit pas sur d'autres pour lesquels ils ont, au contraire, une importance capitale. On perçoit alors un ensemble confus et embrouillé dans lequel l'observateur ne distingue pas un sujet bien défini reconstitué avec ses trois dimensions.

Les sujets qui donnent bien nettement la sensation pseudoscopique sont les figures

géométriques simples qu'on se représente aussi aisément avec le relief inversé qu'avec le relief normal. Par exemple, une pyramide construite avec des fils métalliques et photographiée la pointe en avant apparaîtra immédiatement avec sa pointe en arrière par voie pseudoscopique.

De même, une médaille donnera, sans aucune difficulté, par voie pseudoscopique, la sensation du coin en creux qui a servi à la frapper.

Dans une radiographie stéréoscopique faite d'après la méthode bien connue du déplacement de l'ampoule, l'illusion pseudoscopique se produit ordinairement aussi avec une grande netteté, parce que les causes complémentaires d'appréciation du relief énoncées plus haut n'y jouent qu'un rôle tout à fait secondaire, ou même nul.

Il peut sembler, au premier abord, qu'après avoir examiné une radiographie de ce genre avec le relief normal, il n'y ait aucun intérêt à l'observer pseudoscopiquement pour avoir des renseignements nouveaux sur la répartition en profondeur dans l'espace, des divers éléments qui la constituent. En effet, les résultats fournis par la radiographie étant ceux que fourniraient, avec la lumière ordinaire et sans troubles produits dans la réfraction, une série d'objets transparents placés les uns derrière les autres et dont chacun permettrait de voir ceux qui sont placés derrière lui, il semble qu'avec l'observation pseudoscopique, on obtiendra simplement la répartition inverse de tous ces objets vus les uns à travers les autres, ceux qui apparaissaient derrière, dans le premier cas, apparaissant en avant dans le second cas et inversement.

L'expérience montre qu'en réalité l'observation pseudoscopique, succédant à celle qui donne le relief normal, peut présenter un grand intérêt.

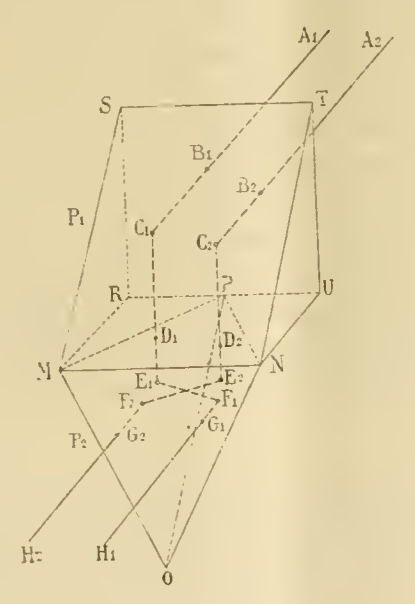
Si, par exemple, la partie intéressante du sujet examiné se trouve au dernier plan dans l'examen avec le relief normal, on se trouvera gêné par les objets placés en avant, malgré leur transparence apparente, et l'attention de l'observateur sera troublée par leur présence dans les premiers plans. Au contraire, par l'observation pseudoscopique, cette partie intéressante sera ramenée en avant : les autres parties du sujet, quoique visibles, cesseront, par le seul fait qu'elles sont rejetées en arrière, de détourner l'attention de l'observateur, qui appréciera alors d'une manière beaucoup plus nette la région à laquelle il s'intéresse.

Supposons qu'il s'agisse de la radiographie du thorax d'un blessé ayant reçu un éclat d'obus logé derrière la colonne vertébrale entre celle-ci et la peau du dos. Admettons que le blessé ait été couché sur le dos pendant l'opération radiographique. Dans l'examen de l'épreuve avec le relief normal, l'éclat d'obus sera vu au dernier plan à travers la colonne vertébrale et le système antérieur des côtes. Au contraire, dans l'examen pseudoscopique, l'effet produit sera le même que si le blessé avait été couché sur le ventre pendant l'opération radiographique. L'éclat d'obus apparaîtra

au premier plan. On appréciera beaucoup mieux que dans le premier cas la distance qui le sépare de la colonne vertébrale et l'opération d'extraction s'en trouvera notablement facilitée.

Nous avons cherché à combiner un stéréoscope à double jeu d'oculaires instantanément interchangeables, permettant de passer immédiatement de l'examen du relief normal à l'examen pseudoscopique, ou réciproquement. Les oculaires destinés à l'examen du relief normal sont les oculaires ordinaires composés de deux lentilles convergentes jouant le rôle de loupes.

Pour l'examen pseudoscopique, on intercale devant chacun de ces oculaires un système optique formé par l'ensemble des deux prismes P_1, P_2 représentés sur la figure ci-dessous.



P_1 est un prisme rectangulaire ordinaire à réflexion totale dont l'arête RU est celle d'un dièdre droit, et dont la face hypoténuse MNST est inclinée à 45° sur les deux faces MRUN et RSTU du dièdre droit.

P_2 est un prisme tétraédrique dont les deux dièdres MN et OP sont droits et orientés orthogonalement l'un à l'autre dans l'espace. L'arête OP est inclinée à 45° sur chacune des faces MON, MPN. Ces deux prismes sont collés au baume de Canada par la face MNP du prisme P_2 et la face MRUN du prisme P_1.

Un rayon lumineux A_1 entrant en B_1 par la face RSTU du prisme P_1, se réfléchit totalement en C_1, sur la face hypoténuse de ce prisme. Il tra-

verse en D_1 la face de collage, puis se réfléchit totalement en E_1 sur l'une des faces latérales du prisme P_2; il se réfléchit à nouveau totalement en F_1 sur la seconde face latérale de P_2, et enfin, il sort de ce prisme en G_1 par la face MNO; il a, à sa sortie du prisme P_2, une direction G_1H_1, parallèle à sa direction d'entrée A_1B_1 dans le prisme P_1.

Un second rayon lumineux A_2B_2 suit dans le système des deux prismes un trajet analogue $A_2B_2C_2D_2E_2F_2G_2H_2$ et sort suivant G_2H_2, parallèle à A_2B_2.

On voit que l'ordre dans lequel se présentent les deux rayons est changé à la sortie : A_1B_1, qui, à l'entrée, était à gauche de A_2B_2 se trouve à droite à la sortie, et réciproquement. C'est cette inversion dans la position des deux rayons qui remplace le relief normal par le relief pseudoscopique, et qui donne à l'observateur la sensation que le blessé a été retourné au-dessus de la plaque radiographique lors de l'examen pseudoscopique.

Un système mécanique convenable permet, par la simple manœuvre d'une tirette, de substituer l'un des jeux d'oculaires à l'autre et, par suite, de passer instantanément de l'observation du relief normal à celle du relief pseudoscopique et réciproquement. Ce double mode d'observation des radiographies stéréoscopiques complète d'une manière très efficace les renseignements fournis par les procédés de localisation des projectiles en usage aujourd'hui et rend à la fois plus sûre et plus facile la tâche des chirurgiens dans les opérations d'extraction de ces projectiles.

ZOOLOGIE. — *Sur les Madréporaires recueillis par S. A. S. le Prince de Monaco dans les grandes profondeurs de l'Atlantique septentrional.* Note (¹) de M. **Ch.-J. Gravier**, présentée par M. Edmond Perrier.

L'importante collection de Madréporaires recueillie de 1883 à 1913 inclusivement par S. A. S. le Prince de Monaco, sur son yacht la *Princesse Alice*, provient de 86 stations dont 3 seulement sont méditerranéennes; toutes les autres appartiennent à l'Atlantique nord. Les régions les plus largement sillonnées à diverses reprises sont celles des Açores, des côtes de la Norvège septentrionale et du Spitzberg. A une seule espèce près, cette collection est constituée uniquement de Coraux des grandes profondeurs; en 60 stations, la profondeur est comprise entre 1000^m et 4380^m.

(¹) Séance du 7 février 1916.

Parmi les 39 espèces de cette collection, il s'en trouve 7 nouvelles; les 24 genres, dont un nouveau, se rangent dans 5 familles. Ces nombres qui, de prime abord, paraissent peu considérables, prennent leur véritable signification lorsqu'on les rapproche des résultats obtenus par la *Valdivia* [aménagée pour l'exploration des grands fonds (Tiefsee-Expedition)] qui a fait une longue croisière dans l'Atlantique et dans l'Océan Indien et qui a rapporté 29 espèces de Madréporaires, dont 10 nouvelles. Si d'autres expéditions scientifiques, comme celles du *Challenger* dans les trois grands océans et celle du *Siboga* dans les Indes néerlandaises, ont rassemblé apparemment un plus riche butin, il faut remarquer que les études récentes ont montré que les nombres d'espèces attribués à chacune des expéditions doivent être notablement réduits.

En examinant la liste des espèces provenant des croisières de la *Princesse Alice*, on remarque immédiatement l'énorme contingent fourni à ces Coraux des grandes profondeurs par la famille des Turbinolidés, à laquelle appartiennent 29 espèces sur 39, c'est-à-dire environ les trois quarts de l'ensemble. Le nouveau genre *Bathytrochus* Gravier, dragué à 4380^{m} de profondeur, avec ses parties vivantes bien intactes, offre un trait caractéristique remarquable. Chez presque tous — sinon chez tous — les Madréporaires solitaires, les septes du premier cycle, les premiers formés et les plus grands, jouissent du privilège de rester indépendants de ceux des autres cycles, unis entre eux chez beaucoup d'espèces. Chez le *Bathytrochus*, ces septes du premier cycle se soudent, sauf l'un d'eux, à ceux du second cycle, auxquels s'attachent ceux du troisième.

Les dragages, particulièrement fructueux en certaines stations, ont ramené à la surface, en quelques points, jusqu'à 9 espèces distinctes. D'autre part, en quelques régions, on a récolté de très nombreux spécimens (parfois plus de 200) de la même espèce. Dans son étude des « Deep-Sea Madreporaria » provenant des recherches de l'*Investigator* dans l'Océan Indien, Alcock signale des faits analogues, ce qui autorise à penser qu'il existe çà et là, dans les abysses, des endroits favorables au développement des Polypes coralliaires, mais où il ne se construit jamais de récifs comparables à ceux des couches superficielles des mers tropicales. La longue série de dragages effectués dans une région déterminée, comme celle de la *Princesse Alice* dans les parages des Açores, permet de rassembler de nombreux spécimens de certaines espèces, ce qui est particulièrement important pour des animaux aussi polymorphes que les Polypes coralliaires. La collection du Musée océanographique de Monaco possède

74 exemplaires de *Stephanotrochus*, 180 de *Flabellum alabastrum* Moseley, 593 de *Caryophyllia clavus* Scacchi, etc., recueillis en de multiples stations, à diverses profondeurs et dans des conditions de milieu variées. Le *Challenger* a recueilli seulement six exemplaires de *Stephanotrochus* que Moseley rapporta à quatre espèces. En présence des variations que j'ai constatées autour de chacun des spécimens décrits par Moseley, dont deux ou trois sont fréquemment associés en bien des stations, il est impossible de considérer ces derniers comme les types d'autant d'espèces. Il n'y a à retenir qu'une seule espèce, *Stephanotrochus diadema* qui, à divers égards, représente un terme moyen entre les formes extrêmes.

C'est grâce à la nombreuse collection de *Stephanotrochus* et de *Deltocyathus* de Monaco que j'ai pu étudier les phénomènes de réparation consécutifs aux mutilations fréquentes chez ces délicats organismes; c'est grâce aux exemplaires nombreux de *Schizocyathus fissilis* Pourtalès que j'ai pu élucider le mécanisme de la dislocation périodique de ce singulier Madréporaire et montrer qu'il s'agit ici d'un acte de scissiparité longitudinale, dont on ne connaît aucun autre exemple chez les animaux ni chez les végétaux [1].

Au point de vue océanographique, il est intéressant de mentionner qu'à une station située au nord des Açores, à 2460^{m} de profondeur, sur la vase à Globigérines, le chalut a ramené des polypiers conglomérés fortement incrustés d'une couche noire de peroxyde de fer et de manganèse, dans la masse desquels on peut reconnaître des calices de *Desmophyllum crista galli* M. Edw. et Haime; de fort beaux calices de la même espèce, avec les tissus vivants, ont, du reste, été recueillis à la même station. Or, ces dépôts d'oxyde de fer et de manganèse comptent parmi les éléments les plus caractéristiques de l'argile rouge des grands fonds, qu'on ne rencontre guère que bien au-dessous de 4000^{m} de profondeur.

Les profondeurs où vivent les Madréporaires provenant des croisières de la *Princesse Alice* oscillent, pour certaines espèces, entre des limites fort éloignées les unes des autres. Ces limites sont, par exemple, pour le *Caryophyllia clavus* Scacchi : 48^{m} et 3018^{m}, pour le *Deltocyathus italicus* M. Edw. et Haime : 599^{m} et 2865^{m}, pour le *Lophohelia prolifera* (Pallas) : 91^{m} et 2170^{m}, etc. Pour ces Madréporaires, comme pour certains Alcyonaires (ainsi que je l'ai mentionné au sujet des Alcyonaires de la seconde Expédition antarctique française), la pression n'a, apparemment, qu'une influence très secondaire.

---

(1) *Comptes rendus*, t. 160, 1915, p. 103-105, 718-720.

En ce qui concerne la distribution géographique, les conclusions fondées sur les résultats acquis actuellement ont un caractère provisoire, car il reste beaucoup à faire dans l'exploration des fonds sous-marins. Néanmoins, tout semble indiquer que nombre d'espèces ont une aire de répartition extrêmement vaste. C'est ainsi, par exemple, que le *Bathyactis symmetrica* Moseley, le *Deltocyathus italicus* M. Edw. et Haime, le *Flabellum pavoninum* Lesson, etc., draguées dans l'Atlantique par la *Princesse Alice*, existent également dans le Pacifique et dans l'Océan Indien.

On retrouve, chez les Coraux des grandes profondeurs sous-marines, la même plasticité que chez les Madréporaires constructeurs des récifs, bien que les deux groupes vivent respectivement dans des conditions d'ambiance fort différentes les unes des autres. Chez les premiers, c'est la vie solitaire qui prédomine largement; chez les derniers, c'est la vie coloniale dans toute son intensité. Les causes locales et actuelles influent efficacement, d'une façon apparente, chez les uns comme chez les autres. La trace qu'elles laissent s'imprime généralement sur le squelette et ne disparaît pas avec le temps, de sorte que l'examen approfondi de la morphologie des calices isolés ou des colonies qu'ils édifient est très instructif. Ces êtres racontent eux-mêmes leur vie, pour ainsi dire; ce sont les plus « expressifs » de tous les types inférieurs du règne animal.

ZOOLOGIE. — *Sur un Amphineure et sur quelques Gastéropodes opisthobranches et prosobranches de la deuxième expédition du Dr Charcot.* Note de M. **A. Vayssière**, présentée par M. Edmond Perrier.

M. le Dr Charcot a bien voulu, au retour de sa deuxième expédition antarctique, me faire remettre par M. le professeur Joubin, du Muséum, tous les Mollusques gastéropodes et un Amphineure conservés dans l'alcool. Parmi ces Mollusques, au nombre d'une trentaine d'individus, j'ai trouvé, comme Amphineure, un *Notochiton mirandus* Thiele, et comme Gastéropodes : un *Newnesia antarctica* E. Smith, des *Archidoris tuberculata* Cuvier, var. *antarctica* A. Vayssière; deux *Archidoris granulatissima*, nov. sp. et un *Scyllæa Lamyi*, nov. sp.; quatre espèces de Marseniadés : *Marseniopsis antarctica* A. Vayssière, *Marseniopsis Charcoti*, nov. sp., *Lamellariopsis Turqueti* A. Vayssière, et *Marsenina Liouvillei*, nov. sp.; enfin deux Volutidés : *Harpovoluta Charcoti* Lamy et *Harpovoluta striatula*, nov. sp.

Tous ces animaux ont été pris dans les mêmes parages que ceux que

j'avais étudiés en 1906 et qui provenaient de la première expédition; c'est toujours le long des terres Palmer, Danco, Graham et Loubet, entre les 63e et 68e degrés de latitude Sud, que tous les dragages ont été effectués. Sur ces onze espèces de Mollusques, trois avaient été déjà rapportées de la première expédition (*Archidoris tuberculata*, var. *antarctica*, *Marseniopsis antarctica* et *Lamellariopsis Turqueti*); les huit autres sont nouvelles.

Le Mémoire qui va paraître dans les publications des résultats de la deuxième expédition du Dr Charcot, contient la description des caractères externes et de quelques caractères internes de ces animaux; cette étude m'a permis de préciser les diagnoses des espèces établies par mes prédécesseurs et d'en décrire moi-même six nouvelles. Si parmi ces Mollusques je n'ai pas trouvé de types assez éloignés pour créer de nouvelles coupes génériques, comme il m'avait été possible de le faire en 1906 avec les matériaux de la première expédition, j'ai du moins pu étudier assez complètement plusieurs systèmes organiques de ces animaux, les figurer et les décrire avec soin.

Ainsi je fais connaître, avec nombreux dessins à l'appui, presque toute l'organisation de ce curieux Bulléen, le *Newnesia antarctica*; son armature stomacale est représentée non par deux ou trois grandes plaques cornées, mais par une douzaine de séries longitudinales de nombreuses papilles cornées; un dessin de l'ensemble du collier œsophagien permet de bien se rendre compte des rapports de ce nouveau type avec les autres genres appartenant à cette section du sous-ordre des Tectibranches.

Les descriptions anatomiques des autres espèces, bien que moins complètes que celles du *Newnesia*, sont suffisantes pour bien établir leurs caractères.

De l'ensemble de ces recherches, je crois pouvoir tirer les conclusions suivantes :

1° Les Mollusques nudibranches ne sont représentés dans les régions centrales que par un bien petit nombre d'espèces; même en y joignant les trois de la première expédition qui n'ont pas été retrouvées par la seconde (*Guy-Valvoria Françaisi* A. Vayssière, *Notæolidia gigas* Eliot et *Charcotia granulosa* A. Vayssière), on arrive à peine au nombre de sept espèces prises, il est vrai, sur un espace assez restreint du pôle austral, ce qui permet d'espérer la découverte de quelques autres. Les Mollusques appartenant à ce groupe habitent en très grande majorité des régions tempérées et chaudes.

2° La famille des Marséniadés offre, par contre, la particularité d'être

composée par un certain nombre de genres dont les espèces habitent toutes les régions froides, tandis que les autres genres ont leurs représentants surtout dans les mers tempérées et chaudes. Jusqu'à ce jour, on connaît six espèces de l'Océan Glacial antarctique : quatre rapportées par le Dr Charcot et deux provenant du cap d'Adare, ces dernières décrites par E. Smith dans le Rapport du Southern Cross. L'Océan Glacial arctique en possède au moins autant appartenant aux genres *Onchidiopsis*, *Velutina* et *Marseniella*; mais le type générique de cette famille, le genre *Marsenia*, ne comprend presque que des espèces des régions chaudes; ainsi sur une vingtaine de décrites il n'y en a que deux des mers froides (*Marsenia latens* du pôle arctique et *M. Kerguelensis* des îles Kerguelen) et quatre ou cinq communes aux régions tempérées et chaudes. Toutes les autres espèces ainsi que les *Chelyonotus* sont des régions tropicales ou subtropicales.

BIOLOGIE. — *Un cas d'hermaphroditisme complet, bisexuellement fécond et synchrone chez la Daurade ordinaire* (Chrysophrys aurata *Cuv. et Val.*). Note (1) de MM. **J. Bounhiol** et **L. Pron**, présentée par M. A. Dastre.

L'examen du contenu abdominal d'une Daurade, pêchée le 23 janvier 1916 dans la baie d'Alger par M. Lesfauries, garçon de laboratoire à l'Université, nous permit l'observation d'une particularité des plus intéressantes. L'animal, long de 35^{cm}, était porteur d'un appareil génital complètement double, glandes et canaux vecteurs, le tout de dimensions et d'aspect absolument normaux.

Les glandes du côté gauche sont beaucoup plus développées que celles du côté droit. Cette dissymétrie, très fréquente chez les Poissons, devient presque la règle chez un grand nombre d'espèces pélagiques, telles que la Sardine, l'Allache, l'Anchois. Nous l'avions cependant rarement observée aussi accentuée chez les Sparidés.

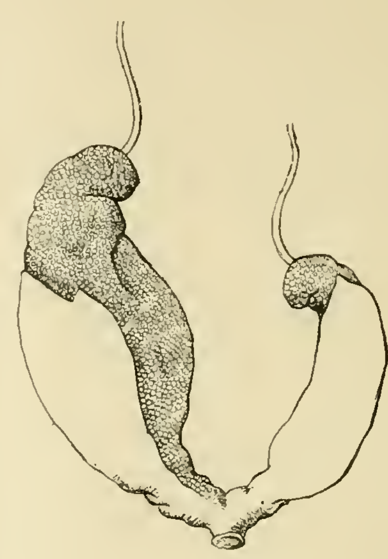
La face abdomino-interne est constituée presque entièrement, à droite, par l'ovaire, qui a $3^{cm},2$ de hauteur sur $0^{cm},8$ de largeur; cet ovaire est parcouru longitudinalement par la bride péritonéale, qui se prolonge, à son extrémité antérieure légèrement recourbée vers le plan de symétrie, en un filament suspenseur normal. Le testicule droit, complètement masqué, déborde seulement, vers la partie inférieure, de 1^{mm} à 2^{mm} de chaque côté.

(1) Séance du 7 février 1916.

A gauche, on aperçoit, haut de $4^{cm},5$, large de $1^{cm},5$, l'ovaire muni de son raphé, continué en avant par le ligament péritonéal. Mais son bord externe se trouve enchâssé, sur plus des deux tiers de sa hauteur, dans le testicule qui le coiffe, à la manière d'un dièdre aigu. Sur cette face, la partie visible du testicule possède une hauteur de $2^{cm},5$ et une largeur de $0^{cm},9$. Vers le bas et de chaque côté, l'oviducte et le spermiducte, sinueux et courts, à parois épaisses, accolés parallèlement, sont parfaite-



Face abdomino-interne.



Face dorso-externe.

ment visibles et se rejoignent en une sorte de bref cloaque, s'ouvrant à l'extérieur par l'orifice génital unique.

La face dorso-externe montre, à gauche, le même chevauchement du testicule sur le bord externe de l'ovaire, qu'il recouvre à moitié, sur cette face comme sur l'autre. A droite, le testicule, long de $3^{cm},1$, large de $0^{cm},9$, appliqué exactement sur l'ovaire, est presque seul visible. L'extrémité antérieure, recourbée, de l'ovaire, dépasse l'extrémité du testicule de quelques millimètres.

Les deux ovaires, rosés, charnus, granuleux, encore assez vascularisés, ont rigoureusement l'aspect, les dimensions et la consistance qu'offrent les glandes correspondantes des femelles de même taille, ayant pondu en décembre, après 3 semaines ou 1 mois de régression. Un fragment du parenchyme, examiné à un grossissement de 80 diamètres, montre l'exis-

tence d'un épithélium absolument normal, retombé au repos, ne contenant plus que des cellules transparentes, polyédriques, à gros noyau réfringent, dont le diamètre moyen oscille entre $0^{mm},09$ et $0^{mm},1$. Ce sont là les caractères macroscopiques et microscopiques des glandes normales, après la ponte, chez la Daurade. Notre animal venait donc de pondre, ce n'est pas douteux.

Mais il venait aussi, de toute évidence, à la même époque, d'expulser des spermatozoïdes. Ses testicules, en effet, sont épais, charnus, d'un blanc gras, de consistance assez ferme, un peu friables et de tout point comparables à ceux d'un mâle de même taille, dont l'activité génitale est close depuis 1 mois environ. Leurs dimensions actuelles accusent une rétraction normale. Un fragment du parenchyme testiculaire, dilacéré finement, montre, au microscope, l'aspect habituel, qu'il possède pendant le repos génital succédant à une récente période d'activité.

A droite et à gauche, les glandes, mâle et femelle, ne sont pas associées de la même manière. A droite, elles sont superposées, appliquées l'une sur l'autre, se débordant à peine l'une l'autre, conservant cependant, au moins d'un côté, des bords libres indépendants; sur toute la surface de contact, très étendue, la soudure est intime et complète. A gauche, le testicule est collé sur le bord externe de l'ovaire, et l'enveloppe sur ses deux faces. Sauf sur les bords testiculaires, amincis et foliacées, la soudure entre les deux glandes ne permet aucune dissection séparative. La pièce, conservée, sera étudiée au point de vue histologique dans la zone commune.

Nous croyons encore unique, chez la Daurade et les Sparidés, tout au moins, le fait d'un hermaphroditisme parfait, doublement et simultanément fécond. Nous pensons même que le cas de notre animal ne se présente chez les Poissons que très rarement avec une pareille netteté. Des cas d'hermaphroditisme incomplet ou successif ont été signalés chez les Serrans, chez divers représentants des Percidés, des Cyprinidés, des Scombridés, des Clupéidés. Quelques auteurs penseraient même que les Carpes (*Cyprinus carpio* L.), les Tanches (*Tinca tinca* L.), la Sardine (*Alosa sardina* L.) posséderaient deux sortes d'individus : des mâles stricts et des femelles pourvues, dans le jeune âge, d'un testicule complémentaire, voué plus tard à l'atrophie. Il s'agirait, en somme, d'un hermaphroditisme protandrique et toujours unisexuellement fécond.

Comme le fait remarquer le professeur Roule (¹), il faut attendre qu'un

(¹) L. Roule, *Traité de la pisciculture et des pêches*. Paris, 1914.

nombre plus grand de faits plus nets soit venu éclairer la question. Mais nous devons faire remarquer qu'en aucune façon, l'animal étudié par nous ne peut entrer dans la catégorie des hermaphrodites protandriques. Sa taille (35^{cm}) s'oppose à ce qu'on puisse le qualifier de jeune. Les Daurades vulgaires commencent à se reproduire dès qu'elles atteignent la taille de 18^{cm} à 19^{cm}. C'était donc un adulte se reproduisant régulièrement depuis plusieurs années déjà. Et les testicules avaient toujours, comme les ovaires, la dimension normale des glandes des individus unisexués de taille comparable, au repos génital.

M. C. Canovetti adresse une Note sur les propulsions aériennes.

(Renvoi à la Commission d'Aéronautique.)

La séance est levée à 16 heures et quart.

A. Lx.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 21 FÉVRIER 1916.

PRÉSIDENCE DE MM. Ed. PERRIER et D'ARSONVAL.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la présence dans les sucres industriels de réducteurs autres que le sucre interverti.* Note de M. L. Maquenne.

Les sucres industriels bruts, et même la plupart des sucres raffinés, renferment encore une petite quantité de substances réductrices dont on peut reconnaître la présence au moyen de la liqueur cupropotassique. *A priori* on pourrait croire que ces substances réductrices sont entièrement formées de sucre interverti, provenant de la plante qui a servi de matière première ou résultant de l'attaque du saccharose par la chaleur, l'acidité éventuelle des jus, ou enfin les organismes sécréteurs d'invertine dont les germes ont pu être apportés au cours de la fabrication, du magasinage ou des transports. On a signalé sur les sucres de cannes l'existence de nombreuses espèces microbiennes (1), et nous-même avons eu l'occasion d'y constater expérimentalement la présence de sucrase, assez active pour produire un effet sensible une heure seulement après leur dissolution, à la température ordinaire.

Il est certain que le sucre interverti, pur ou mélangé avec un excès de de l'un de ses composants, fait partie des impuretés réductrices que renferme le sucre ordinaire, mais rien ne prouve qu'il n'y est pas accompagné d'autres substances capables d'agir comme lui, avec plus ou moins d'intensité, sur le réactif cuivrique. Cela est même fort probable, car on sait que les mélasses renferment une quantité de non-sucre organique qui nécessai-

(1) *The bacterian Flora of Hawaiian Sugars*, Honolulu, 1909.

rement doit être attaqué par tous les agents d'oxydation : le saccharose lui-même réduit les solutions alcalines de cuivre sans paraître s'hydrolyser au préalable.

Un certain nombre d'observations tendent d'ailleurs à appuyer cette manière de voir : la fermentation alcoolique, par exemple, n'arrive jamais à faire disparaître la totalité des réducteurs dosés dans la mélasse par les procédés habituels, et le chauffage avec l'acide chlorhydrique, voire même la simple ébullition, augmente le pouvoir réducteur des vinasses résiduelles, qui pourtant ne contiennent plus de saccharose. On explique ces faits en admettant que la fermentation n'est pas complète, que le liquide soumis à l'action de la levure renferme des sucres non fermentescibles, tels que le glutose, préexistants ou formés par isomérisation du glucose au moment du chaulage des jus, ou enfin qu'il se trouve à côté du saccharose quelque autre polyose ou glucoside faiblement réducteur comme lui. Toutes ces hypothèses étant également admissibles, il ne paraît pas qu'on puisse actuellement résoudre la question d'une manière définitive ; il n'en résulte pas moins que dans les mélasses il faut admettre la présence de corps réducteurs autres que le sucre inverti, corps réducteurs qui ne sont pas éliminables par les procédés ordinaires de défécation et qui ne sont pas fermentescibles. Nous avons reconnu, ce qui, croyons-nous, n'a pas encore été signalé, que ces mêmes principes réducteurs se retrouvent jusque dans les sucres cristallisés et raffinés, en proportion même plus forte que dans les produits bruts, si l'on compare cette proportion à celle de l'inverti qui les accompagne. Il suffit pour s'en convaincre d'appliquer à ces produits les méthodes d'analyse que nous avons décrites dans notre précédente Communication (¹).

Admettons, ce qui est très vraisemblable, que ces substances réductrices indéterminées agissent sur la liqueur cuivrique à la manière du saccharose plutôt qu'à celle des sucres réducteurs proprement dits, c'est-à-dire que leur activité croisse avec la température plus vite que celle de l'inverti ; on devra nécessairement trouver un dosage de réducteurs d'autant plus élevé que la température est plus haute, donc plus fort à l'ébullition qu'à 65°. C'est en effet ce qui a lieu, comme on va le voir dans les exemples qui suivent.

Remarquons d'abord que les mélanges artificiels de saccharose pur et d'inverti pur se comportent d'une façon tout à fait normale et que leur

(¹) *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 207.

analyse permet de retrouver, avec toute la précision désirable, la quantité d'inverti qu'on avait intentionnellement ajoutée au sucre.

Inverti ajouté pour 100.	Inverti retrouvé pour 100 à 65°.	à 100°.	à l'ébull.
0,01	0,010	0,011	0,012
0,11	0,109	0,107	0,111
0,21	0,209	0,207	0,210

La concordance est aussi bonne que possible et l'on peut dire que la méthode est exacte quand il s'agit de produits purs. C'est là le but que nous nous étions proposé d'atteindre en entreprenant ce travail; mais le résultat est tout autre quand, au lieu de produits purs, on emploie des sucres industriels qui renferment encore un très léger résidu de matières organiques étrangères: le dosage à l'ébullition donne alors des nombres sensiblement plus forts que le dosage à 65°, et il arrive même que le dosage à l'ébullition signale la présence de corps réducteurs alors que le dosage à 65° n'en accuse aucune trace.

C'est ce qui ressort nettement du Tableau suivant :

	Réducteurs pour 100 (en inverti) à 65°.	à l'ébull.
Sucre de cannes roux	1,66	1,79
» autre échantillon	1,01	1,07
Sucre de betteraves roux	0,100	0,102
» autre échantillon	0,084	0,096
» blanc	0,004	0,010
Sucre raffiné ordinaire	0,003	0,012
Le même recristallisé, premier jet	0,000	0,010
» deuxième jet	0,018	0,021
Le même recristallisé deux fois	0,000	0,004
Sucre raffiné en tablettes	0,000	0,004
Le même recristallisé	0,000	0,000

Si l'on admet, ce qui est infiniment probable, que la plus grande partie de la réduction observée à basse température est due à l'inverti, la différence entre les deux dosages exprime approximativement la quantité des principes réducteurs secondaires en question, sans doute un peu atténuée parce que leur action sur le réactif cuivrique n'est pas rigoureusement nulle à 65°. Le dosage de l'inverti s'en trouve du même coup un peu renforcé, mais il faut bien remarquer que la recherche de l'absolu est ici illu-

soire, les résultats trouvés dépendant du choix des températures qui sont arbitraires. Le seul fait qui apparaisse comme absolument certain, c'est que la proportion des matières réductrices trouvées à l'ébullition, c'est-à-dire vers 103°-104°, surpasse celle que donne le chauffage à 65°, ce qui prouve que les sucres industriels renferment des réducteurs autres que l'inverti, ses composants ou leurs analogues.

Le poids de ces principes réducteurs autres que l'inverti est naturellement plus fort chez les sucres qui contiennent beaucoup de ce dernier que chez ceux qui en renferment moins, mais le rapport entre ces deux quantités croît à mesure que la pureté du sucre augmente, à ce point qu'il se trouve égal à trois environ dans les raffinés ordinaires et devient même infini dans les sucres commerciaux les plus purs, qui ne contiennent plus d'inverti, mais renferment encore un peu de réducteurs décelables à l'ébullition. Ceux-ci, contrairement à tout ce qu'on aurait pu supposer *a priori*, sont donc plus difficiles à éliminer que l'inverti. Faut-il voir dans cette persistance un phénomène d'adhésion moléculaire semblable à un effet de teinture ou supposer que ces réducteurs proviennent d'une altération subséquente du saccharose lui-même, s'effectuant sans hydrolyse préalable? Nous ne saurions le dire, mais ce qu'il est permis d'affirmer, c'est que pour bien définir un sucre déjà très raffiné il ne suffit pas, comme on pourrait le croire, d'y doser seulement l'inverti par un chauffage de 10 minutes à 65°; il faut aussi le soumettre à l'essai de 3 minutes à l'ébullition, et c'est même par là qu'il convient de commencer son étude, car s'il ne réduit pas plus à l'ébullition qu'un égal poids de sucre pur ou n'accuse par rapport à celui-ci qu'un pouvoir réducteur supplémentaire de quelques cent-millièmes seulement, on peut être certain qu'il ne réduirait pas davantage que le même sucre pur à 65° et que par conséquent il ne renferme pas d'inverti : l'essai à basse température est dans ces conditions à peu près inutile.

Lorsque les produits sucriers sont destinés à la distillerie il n'en est plus de même. Les seules substances qu'il importe alors de connaître sont le saccharose, toujours possible à déterminer exactement par polarisation, et l'inverti, avec ou sans excès de glucose ou de lévulose; le dosage à 65°, qui permet de soustraire à la réduction la plus grande partie des réducteurs non fermentescibles, est dans ce cas tout indiqué. Encore ses indications seront-elles généralement, comme nous l'avons dit plus haut, plus ou moins majorées, l'influence de ces réducteurs secondaires, si l'on en juge par celle du saccharose, ne pouvant être absolument nulle, même à basse température.

On peut donc dire que si la méthode à l'ébullition intéresse particulièrement la sucrerie et la raffinerie, en faisant connaître le degré d'avancement des opérations qui ont pour but de purifier le sucre, la méthode à 65° intéresse surtout la distillerie. Ici la difficulté est plus grande parce que les produits sont moins purs et c'est sans doute parce que les analyses ont été le plus souvent faites à l'ébullition qu'on a été conduit à dire que les vinasses renferment encore une quantité relativement importante de composés réducteurs, envisagés à tort comme sucres fermentescibles. En fait, il est impossible de doser rigoureusement ceux-ci quand ils sont mélangés à des réducteurs secondaires, mais la méthode à basse température est la seule qui permette de s'approcher de la vérité et c'est pour cela qu'elle doit, dans ce cas, être préférée à toute autre.

Les mêmes procédés d'investigation peuvent servir à se rendre compte de la plus ou moins bonne conservation des sucres cristallisés. On admet généralement que le saccharose s'altère avec le temps, sous des influences encore mal déterminées; nous avons eu occasion, à ce propos, d'examiner trois échantillons de sucre de betteraves en grains provenant de la sucrerie de Selzaete (Belgique), qui nous ont été communiqués par M. Pellet, et qui sont actuellement âgés de 22 ans. Considérés comme à peu près purs au début, ces trois échantillons renferment aujourd'hui :

	Réducteurs pour 100	
	à 65°.	à l'ébull.
Sucre n° 1	0,070	0,074
» 2	0,005	0,012
» 3	0,000	0,027

Ces résultats sont intéressants parce qu'ils nous montrent que l'altération des sucres peut s'effectuer dans deux sens absolument différents. Les réducteurs du n° 1 sont presque exclusivement composés d'inverti, en proportion telle qu'il est impossible de supposer qu'ils s'y trouvaient primitivement; le n° 2 a une composition assez banale, qui ne s'écarte guère de celle des sucres mécaniques du commerce; le n° 3, enfin, ne renferme pas trace d'inverti, ce qui est la meilleure preuve qu'il n'en a jamais contenu et n'en a pas formé; mais, en revanche, il s'y trouve une quantité de réducteurs secondaires sensiblement plus grande que celle qu'on rencontre d'ordinaire dans les sucres très purifiés. Si ces réducteurs secondaires n'y préexistaient pas, on pourrait conclure de là qu'ils sont susceptibles, comme l'inverti, de prendre naissance à la suite d'une transformation indéterminée

du sucre : mais on ne saurait affirmer, c'est une question qui se pose et qu'on ne peut élucider actuellement. Ce qu'il y a de certain, c'est que la production d'inverti n'est pas une conséquence fatale de l'action du temps sur le saccharose, donc que celui-ci, dans certaines circonstances au moins, est incapable d'autohydrolyse. L'observation de ce fait porte à croire que, moyennant certaines précautions, dont la principale est sans doute la préservation de toute trace d'acide et d'humidité, le sucre pur doit pouvoir se conserver indéfiniment sans altération. D'ailleurs, les sucres 2 et 3, malgré leur grand âge, sont encore très en dessous de la limite 0,05 pour 100 que les chimistes allemands assignent à la richesse en réducteurs des sucres qu'ils considèrent comme purs; c'est dire que leur conservation a été aussi bonne que possible.

Toutes ces recherches ont été effectuées par comparaison avec un sucre en grains de betteraves très pur que M. Pellet a bien voulu faire fabriquer dans une de nos grandes usines spécialement pour cet usage; nous sommes heureux de pouvoir lui en exprimer ici nos bien vifs remercîments.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur l'électrodynamique des milieux diélectriques.* Note de M. Pierre Duhem.

1. Soient, dans un milieu diélectrique isotrope, homogène et immobile, K le coefficient de polarisation; X, Y, Z les composantes du champ électrostatique; $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{Y}$, $\mathfrak{Z}$ les composantes du champ électrodynamique et électromagnétique; ξ, η, ζ les composantes du champ électrique total; A, B, C les composantes de la polarisation diélectrique. Entre ces diverses grandeurs, nous avons les relations

$$(1)\qquad \xi = X + \mathfrak{X}, \qquad \eta = Y + \mathfrak{Y}, \qquad \zeta = Z + \mathfrak{Z},$$

$$(2)\qquad A = K\xi, \qquad B = K\eta, \qquad C = K\zeta.$$

On sait que la polarisation (A, B, C) équivaut à une certaine distribution électrique fictive; de cette distribution fictive, la densité E au point (x, y, z) aurait pour valeur

$$(3)\qquad E = -\left(\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} + \frac{\partial C}{\partial z}\right)$$

ou bien, en vertu des égalités (2),

$$(4)\qquad E = -K\left(\frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \zeta}{\partial z}\right).$$

Soit W la fonction potentielle électrostatique totale du système, système qui peut contenir non seulement le diélectrique que nous étudions, mais encore d'autres corps, conducteurs ou diélectriques. Nous savons qu'au point considéré la densité fictive E est liée à la fonction potentielle W par la relation de Poisson

$$4\pi E = -\Delta W. \tag{5}$$

Les équations (4) et (5) nous donnent donc la relation fondamentale

$$4\pi K\left(\frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \zeta}{\partial z}\right) = \Delta W. \tag{6}$$

2. Cette relation peut se mettre sous diverses autres formes.

Si ε désigne la constante des actions électrostatiques, on a

$$X = -\varepsilon\frac{\partial W}{\partial x}, \qquad Y = -\varepsilon\frac{\partial W}{\partial y}, \qquad Z = -\varepsilon\frac{\partial W}{\partial z}, \tag{7}$$

en sorte que l'égalité (6) peut s'écrire

$$4\pi\varepsilon K\left(\frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \zeta}{\partial z}\right) = -\left(\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z}\right). \tag{8}$$

Si nous désignons par $D = 1 + 4\pi\varepsilon K$ le pouvoir inducteur spécifique du diélectrique, les égalités (1) et (8) donnent

$$D\left(\frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \zeta}{\partial z}\right) = \frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial z}. \tag{9}$$

Les égalités (8) et (9) peuvent être regardées comme deux autres formes de la relation (6).

3. Soient k la constante de Hemholtz, $\frac{a^2}{2}$ la constante des actions électrodynamiques, μ la perméabilité du milieu diélectrique considéré. Les courants de déplacement longitudinaux s'y propagent avec une vitesse L et les courants transversaux avec une vitesse T. On sait que

$$L^2 = \frac{1 + 4\pi\varepsilon K}{2\pi a^2 k K} = \frac{D}{2\pi a^2 k K}, \tag{10}$$

$$T^2 = \frac{1}{2\pi a^2 \mu K}. \tag{11}$$

Au sein du diélectrique considéré, un champ quelconque peut toujours

être mis sous la forme

(12)
$$\left\{\begin{aligned} \xi &= -\frac{\partial\Phi}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial y}, \\ \eta &= -\frac{\partial\Phi}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial z}, \\ \zeta &= -\frac{\partial\Phi}{\partial z} + \frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial x}. \end{aligned}\right.$$

La fonction Φ vérifie l'équation

(13)
$$L^2\Delta\Phi - \frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2} = 0.$$

Les fonctions P, Q, R vérifient la relation

(14)
$$\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z} = 0$$

et trois équations dont la première est

(15)
$$T^2\Delta P - \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = 0.$$

Les équations (12) donnent

(16)
$$\frac{\partial\xi}{\partial x} + \frac{\partial\eta}{\partial y} + \frac{\partial\zeta}{\partial z} = -\Delta\Phi.$$

Moyennant cette égalité (16), la relation fondamentale (6) devient

(17)
$$\Delta W = -4\pi K\Delta\Phi.$$

Cette dernière égalité est encore susceptible d'une autre forme plus simple. On sait qu'au sein d'un milieu diélectrique, la fonction potentielle W vérifie l'équation

(18)
$$L^2\Delta W - \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = 0,$$

toute semblable à l'équation (13). Les équations (13), (17) et (18) donnent donc la relation

(19)
$$\frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = -4\pi K\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2}.$$

4. Cette relation entraîne une conséquence qui doit être vérifiée à la surface de séparation de deux diélectriques distincts 1 et 2. On sait que la fonction potentielle électrostatique W n'éprouve aucune variation brusque

lorsqu'on traverse une telle surface : dès lors, il en doit être de même du produit $K\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2}$. Cette condition se doit joindre aux conditions bien connues que vérifient, au passage d'une telle surface, les composantes du champ électrique total et les composantes du champ magnétique.

5. Les relations qui viennent d'être obtenues peuvent être utilisées dans l'étude d'un grand nombre de questions d'Électrodynamique. Contentons-nous d'en citer deux exemples.

Supposons qu'à la surface plane de séparation de deux milieux diélectriques, on veuille étudier la réflexion et la réfraction des ondes électromagnétiques planes. Dans certains cas, les conditions que le champ électrique total et le champ magnétique doivent vérifier en tout point de la surface de séparation ne donnent pas autant d'équations qu'il y a d'inconnues à évaluer; la solution paraît indéterminée.

Pour lever cette indétermination, nous nous étions avisé autrefois d'adjoindre, aux conditions connues, l'hypothèse suivante : la composante, parallèle à la surface de séparation, du champ longitudinal, ne varie pas d'une manière discontinue quand on traverse la surface de séparation. Nous avions obtenu, par là, des formules que nous avons publiées sans démonstration [1].

L'hypothèse que nous avions proposée n'est pas acceptable. S'il s'agit de vibrations pendulaires, comme nous le supposions, ce n'est pas la composante, parallèle à la surface de séparation, du champ électrique longitudinal qui varie d'une manière continue; c'est le produit de cette composante par le coefficient de polarisation diélectrique du milieu.

En même temps qu'on est amené à rejeter l'hypothèse que nous avions adoptée, on obtient la relation qui doit remplacer cette hypothèse et déterminer le problème. La solution s'obtient sans peine par la voie que nous avions suivie, mais elle se traduit par des formules un peu plus compliquées que celles que nous avions publiées.

6. En un point quelconque de la surface S_{12} qui sépare deux diélectriques 1 et 2, désignons par θ une direction tangente à cette surface.

---

[1] *Sur la théorie électrodynamique de Helmholtz et la théorie électromagnétique de la lumière* (*Archives Néerlandaises des Sciences exactes et naturelles*, 2e série, t. 5, 1901, p. 227).

La proposition établie au n° 4 nous apprend qu'on a, en tout point de la surface S_{12},

$$(20)\quad K_1 \frac{\partial^2}{\partial t^2}\left[\frac{\partial \Phi_1}{\partial x}\cos(\theta, x) + \frac{\partial \Phi_1}{\partial y}\cos(\theta, y) + \frac{\partial \Phi_1}{\partial z}\cos(\theta, z)\right]$$
$$= K_2 \frac{\partial^2}{\partial t^2}\left[\frac{\partial \Phi_2}{\partial x}\cos(\theta, x) + \frac{\partial \Phi_2}{\partial y}\cos(\theta, y) + \frac{\partial \Phi_2}{\partial z}\cos(\theta, z)\right].$$

D'autre part, on sait qu'on a, au même point, l'égalité

$$(21)\quad \xi_1 \cos(\theta, x) + \eta_1 \cos(\theta, y) + \zeta_1 \cos(\theta, z)$$
$$= \xi_2 \cos(\theta, x) + \eta_2 \cos(\theta, y) + \zeta_2 \cos(\theta, z).$$

Si, dans chacun des deux diélectriques, le champ était purement longitudinal, on aurait

$$\xi = -\frac{\partial \Phi}{\partial x}, \qquad \eta = -\frac{\partial \Phi}{\partial y}, \qquad \zeta = -\frac{\partial \Phi}{\partial z}$$

et l'égalité (21) deviendrait

$$(22)\quad \frac{\partial \Phi_1}{\partial x}\cos(\theta, x) + \frac{\partial \Phi_1}{\partial y}\cos(\theta, y) + \frac{\partial \Phi_1}{\partial z}\cos(\theta, z)$$
$$= \frac{\partial \Phi_2}{\partial x}\cos(\theta, x) + \frac{\partial \Phi_2}{\partial y}\cos(\theta, y) + \frac{\partial \Phi_2}{\partial z}\cos(\theta, z).$$

Cette égalité, qui devrait avoir lieu quel que soit t, serait en général incompatible avec l'égalité (21).

Donc, *en général, dans un milieu formé de deux ou de plusieurs diélectriques, le champ électrique ne saurait être purement longitudinal.*

Dans un Mémoire qui s'imprime en ce moment aux *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, nous avons indiqué comment se devrait traiter le problème de la résonance électrique, dans un système contenant plusieurs diélectriques, si l'on supposait purement longitudinal le champ électrique au sein du système. Si l'on considère exclusivement les équations que doit vérifier le champ électrique total, sans porter son attention sur le champ électrostatique et sur le champ électrodynamique dont il provient, la supposition est parfaitement légitime. Elle cesse de l'être si l'on tient compte des considérations développées par la présente Note.

Des considérations analogues peuvent être présentées au sujet des conducteurs métalliques; mais au lieu de conduire à des relations rigoureuses, elles donnent seulement des relations rapprochées.

M. **Georges Lemoine** fait hommage à l'Académie d'une Notice biographique sur M. le Dr Dionis des Carrières qu'il a publiée dans le *Bulletin des Sciences historiques et naturelles de l'Yonne* (1915).

M. le Dr Dionis des Carrières (1825-1915) était médecin à Auxerre où il avait une situation considérable. Au point de vue scientifique son nom mérite d'être conservé : on lui doit en effet la démonstration rigoureuse de la propagation de la fièvre typhoïde par les eaux potables à l'occasion d'épidémies survenues en 1882 et 1883.

Il en a déduit la nécessité d'un *périmètre* de *protection* pour les sources destinées à l'alimentation : c'est à la suite de ses recherches qu'on a installé un service spécial pour garantir de toute contagion les eaux amenées à Paris, en particulier celles des sources de la Vanne. Ainsi s'est trouvée complétée l'œuvre de Belgrand : cet éminent ingénieur était mort dès 1878 ; tout en se préoccupant beaucoup de la transmission des épidémies cholériques par les eaux, il avait négligé la question des périmètres de protection parce que de son temps les expériences concluantes étaient très rares.

M. le Dr Dionis des Carrières était le petit-neveu d'un membre associé de l'ancienne Académie des Sciences, Dionis du Séjour (1734-1794) qui, tout en étant Conseiller au Parlement de Paris, s'occupait beaucoup d'Astronomie et de Mathématiques.

M. **A. Laveran** fait hommage à l'Académie du Tome VIII du *Bulletin de la Société de Pathologie exotique*.

CORRESPONDANCE.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur une extension de l'intégrale de M. Denjoy.* Note de M. **A. Khintchine**, présentée par M. Hadamard.

Le but de la présente Note est de donner une définition de l'intégrale un peu plus générale que celle de M. Denjoy (¹).

(¹) *Comptes rendus*, t. 154, 1912, p. 859.

1. A cet effet, rappelons le troisième principe de construction de l'intégrale donnée par M. Denjoy. Soient $\mathfrak{P}$ un ensemble parfait quelconque situé dans l'intervalle $[a, b]$ et $\delta_1, \delta_2, \ldots, \delta_n, \ldots$ les intervalles contigus de $\mathfrak{P}$ dans $[a, b]$.

Les intégrales de la fonction $f(x)$ étant calculées pour tous les δ_i, soit ω_i la borne supérieure des nombres

$$\left| \int_{\delta'_i} f(x)\,dx \right|$$

lorsque δ'_i est intérieur à δ_i. Si la fonction $f(x)$ est sommable dans $\mathfrak{P}$ et si, de plus, la série $S = \Sigma\omega_i$ est convergente, on pose

$$(1)\qquad \int_a^b f(x)\,dx = (\mathcal{L}) \int_{\mathfrak{P}} f(x)\,dx + \sum_{i=1}^{\infty} \int_{\delta_i} f(x)\,dx = (\mathcal{L}) \int_{\mathfrak{P}} f(x)\,dx + s,$$

où $(\mathcal{L}) \int$ désigne l'intégrale au sens de M. Lebesgue.

Pour que l'égalité (1) ait un sens précis, il ne faut que la convergence absolue de la série du second membre ; ainsi le procédé de M. Denjoy peut être applicable sans que la condition plus restrictive de la convergence de la série S soit remplie. Mais, comme on le voit aisément, en omettant cette condition, nous ne pouvons pas, en général, être assurés que la fonction obtenue comme intégrale indéfinie sera une fonction primitive, c'est-à-dire qu'elle aura presque partout une dérivée égale à $f(x)$. Ainsi la question se pose de savoir si la convergence de S, qui donne une condition suffisante pour que le procédé de M. Denjoy conduise à une fonction primitive, est en même temps nécessaire ? Une analyse assez simple montre que non. En effet, nous allons remplacer cette condition par une plus générale, qui sera nécessaire et suffisante.

A cet effet, soient M un point quelconque de $\mathfrak{P}$ et d_n la distance entre M et l'extrémité de δ_n la plus rapprochée de M. Si l'on a

$$\lim_{d_n=0} \frac{\omega_n}{d_n} = 0,$$

nous dirons que *les intégrales s'annulent asymptotiquement sur* $\mathfrak{P}$ *au point* M. En conservant tous les autres principes de construction de l'intégrale donnés par M. Denjoy, nous remplacerons le principe déjà cité par la règle suivante : « Si $f(x)$ est sommable dans $\mathfrak{P}$, si la série s qui figure dans (1) converge et si, de plus, les intégrales s'annulent asymptotiquement sur $\mathfrak{P}$ en presque tout point de $\mathfrak{P}$, on pose l'égalité (1). »

La modification tout à fait analogue de la troisième condition d'intégrabilité de la fonction $f(x)$ est alors naturelle : quel que soit l'ensemble parfait $\mathfrak{P}$, il doit exister une portion π de $\mathfrak{P}$ telle qu'en désignant par $\delta_1, \delta_2, \ldots, \delta_n, \ldots$ les intervalles contigus de π : 1° la série s converge, et 2° les intégrales s'annulent asymptotiquement sur π en presque tout point de π.

Nous allons montrer que l'intégrale indéfinie obtenue par notre définition a pour dérivée $f(x)$ presque partout. Soit $\mathfrak{F}(x)$ cette intégrale. Soit E un ensemble mesurable quelconque de mesure non nulle. Il est bien connu qu'on peut alors assigner un ensemble parfait $\mathfrak{P}$ possédant les propriétés suivantes :

1° Tout point de $\mathfrak{P}$ appartient à E;

2° Tout intervalle contenant un point de $\mathfrak{P}$ (les extrémités exclues) en contient un ensemble de mesure non nulle.

On peut aussi assigner une portion π de $\mathfrak{P}$ possédant les propriétés suivantes :

1° $f(x)$ est sommable dans π;

2° Si l'on désigne par $\delta_1, \delta_2, \ldots, \delta_n, \ldots$ les intervalles contigus de π, la série (3) converge;

3° Les intégrales s'annulent asymptotiquement sur π en presque tout point de π. Considérons la fonction continue $\mathfrak{F}_1(x)$, égale à $\mathfrak{F}(x)$ dans π et linéaire dans les δ_i. Considérons d'autre part la fonction $f_1(x)$, égale à $f(x)$ dans π et à $\mathfrak{F}'_1(x)$ en dehors de π. On démontre que $f_1(x)$ est sommable dans tout l'intervalle entre les extrémités de π et que son intégrale de M. Lebesgue est la fonction $\mathfrak{F}_1(x)$. Il en résulte que l'on a

$$\mathfrak{F}'_1(x) = f_1(x) = f(x)$$

presque partout dans π. De l'autre côté, en se rappelant que les intégrales s'annulent asymptotiquement sur π en presque tout point de π il est aisé de voir que la fonction $\Psi(x) = \mathfrak{F}(x) - \mathfrak{F}_1(x)$ a une dérivée nulle presque partout dans π. E étant un ensemble quelconque de mesure non nulle, le théorème est évidemment démontré.

Notre condition suffisante est aussi nécessaire. En effet, supposons pour un instant que les intégrales ne s'annulent pas asymptotiquement en presque tout point de π et considérons la fonction $f_2(x)$ égale à $f(x)$ dans π et à zéro en dehors de π. Soit $\mathfrak{F}_2(x)$ l'intégrale de M. Lebesgue de $f_2(x)$. Alors on a $\mathfrak{F}'_2(x) = f_2(x) = f(x)$ presque partout dans π. D'autre part, la fonction $\mathfrak{F}_2(x)$ étant constante dans tout intervalle contigu de π, si l'on désigne par $\varphi(x)$ la fonction $\mathfrak{F}(x) - \mathfrak{F}_2(x)$ nous aurons $\varphi'(x) \neq 0$ en presque tout

point de π où les intégrales ne s'annulent pas asymptotiquement sur π, ce qui démontre l'affirmation.

Toute fonction intégrable au sens de M. Denjoy est intégrable à notre sens. Au contraire, il est aisé de construire des fonctions intégrables au sens indiqué plus haut mais non totalement. Soit, par exemple, $\mathfrak{P}$ un ensemble parfait de mesure nulle situé dans le segment $[0,1]$. Considérons une fonction continue $\mathfrak{F}(x)$ égale à zéro dans $\mathfrak{P}$ et absolument continue dans tout intervalle contigu de $\mathfrak{P}$, et choisissons les valeurs de $\mathfrak{F}(x)$ de sorte que la série des oscillations de $\mathfrak{F}(x)$ dans les intervalles contigus de $\mathfrak{P}$ soit divergente dans tout intervalle situé dans $[0,1]$. Alors toute fonction $f(x)$, égale à $\mathfrak{F}'(x)$ en tout point où cette dérivée existe, satisfait, comme on le voit aisément, à la condition désirée.

2. Par analogie avec ce qui a été déjà fait pour l'intégrale de M. Denjoy [voir la Note de M. Lusin (¹)] nous indiquerons la propriété caractéristique de l'intégrale indéfinie prise à notre sens.

Disons que la fonction $\mathfrak{F}(x)$ est absolument continue dans l'ensemble mesurable E si, quel que soit $\varepsilon > 0$, on peut assigner un nombre $\sigma > 0$ tel que la somme des oscillations de $\mathfrak{F}(x)$ dans tout système dénombrable d'intervalles sans point commun et de longueur totale inférieure à σ soit inférieure à ε, l'oscillation n'étant considérée que dans l'ensemble E. Alors on a le théorème :

Pour que la fonction $\mathfrak{F}(x)$ dérivable presque partout dans l'intervalle (a, b) soit l'intégrale indéfinie (au sens indiqué plus haut) de sa dérivée, il faut et il suffit qu'on puisse partager l'intervalle (a, b) en une infinité dénombrable d'ensembles mesurables, dans chacun desquels $\mathfrak{F}(x)$ est absolument continue.

3. Peut-on trouver une définition plus générale de la dérivée, telle que l'intégrale indéfinie obtenue par le procédé de M. Denjoy soit toujours une primitive au sens nouveau? Voici une telle généralisation.

Nous dirons que la fonction $\mathfrak{F}(x)$ continue ou non possède une *dérivée asymptotique au point* x_0, s'il existe un ensemble mesurable E de densité 1 au point x_0, tel que la limite

$$\lim_{x=x_0} \frac{\mathfrak{F}(x) - \mathfrak{F}(x_0)}{x - x_0}$$

existe, le point x restant toujours dans E. Cette limite est, par définition, la valeur de la dérivée asymptotique au point x_0.

(¹) *Comptes rendus*, t. 155, 1912, p. 1475.

On voit aisément que cette définition ne peut jamais conduire à une contradiction et que les règles principales du Calcul différentiel subsistent pour la dérivée asymptotique.

Théorème. — *L'intégrale indéfinie obtenue par le procédé Denjoy a la fonction à intégrer* (en général, non totalisable et non intégrable au sens indiqué plus haut) *pour dérivée asymptotique presque partout* ([1]).

PHYSIQUE. — *Étude de l'*effet Volta *par la radioactivité induite : constatation de deux faits nouveaux*. Note de MM. **Ed. Sarasin** et **Th. Tommasina**.

En poursuivant l'étude de l'*effet Volta* à l'aide de la radioactivité induite, dont les premiers résultats ont été décrits dans une Note ([2]) que nous avons eu l'honneur de présenter à l'Académie, nous venons de constater deux faits nouveaux. Ces faits, complétant les précédents, nous ont permis de fournir aux physiciens un dispositif très sensible avec lequel on peut étudier directement soit le cas des électrodes séparées par de l'air, soit celui des électrodes en contact et de comparer leur effet à un effet analogue dû à la seule action d'un élément de pile. Nous croyons pouvoir affirmer qu'on a là l'appareil expérimental longtemps cherché pour résoudre la question la plus importante de la théorie de la pile, à savoir si l'hypothèse de l'action chimique doit remplacer celle du potentiel spécifique ou *vice versa*, ou bien si les deux actions peuvent ou doivent coexister.

Notre dispositif est celui décrit dans la Note précédente, avec quelques modifications que nous allons indiquer.

C'est donc un électroscope à feuilles d'aluminium, échelle, miroir et loupe, avec, comme capacité, une tige métallique exposée aux émanations et au rayonnement de la cloche métallique radioactivée placée sur le plateau de l'appareil. Dans la cloche en expérience est introduite une cloche métallique trouée, formant écran-grille, que rayons et émanations doivent traverser pour atteindre la tige électrisée. Par ce dispositif nous avions reconnu que si l'on alterne successivement les signes de la charge on a toujours deux courbes de désactivation si cloche et écran, reliés métalliquement par le plateau de l'appareil, sont de métaux différents. La distance qui sépare les deux courbes est d'autant plus grande que les deux métaux s'approchent davantage des

([1]) *Remarque de M. Hadamard.* — Plusieurs des résultats définitivement acquis dans la Note qui précède figurent également, ainsi qu'il est parvenu à notre connaissance, dans un Mémoire de M. Denjoy, en cours d'impression depuis un certain temps. La priorité n'en appartient cependant pas moins incontestablement à M. Khintchine.

([2]) *Comptes rendus*, t. 156, 1913, p. 1968.

extrêmes opposés de la série de Volta. Nous avions appelé *effet a* celui produit par la cloche en cuivre lorsque l'écran est en zinc; en ce cas la courbe des décharges positives est la plus élevée, ces décharges étant les plus rapides: *effet b* celui produit par la cloche en zinc avec l'écran en cuivre où la courbe des décharges négatives est plus élevée que celle des positives. Dispositifs: figures 2 et 5 pour *effet a*, figures 8 et 11 pour *effet b*.

Partant de la théorie du contact d'après laquelle le zinc émet des ions positifs et le cuivre des ions négatifs, nous avons voulu voir si l'intervention de la radioactivité induite pouvait confirmer cette hypothèse en manifestant le phénomène séparément, c'est-à-dire sans la présence simultanée des deux métaux. Pour ce but nous avons construit un écran-cloche troué, en carton. Or l'expérience a montré que les cloches Zn et Al donnaient l'effet *b*, tandis que les cloches en cuivre ou en laiton ne donnaient point l'effet *a* qu'on attendait. En recherchant la cause de cette anomalie nous avons découvert que le plateau en laiton de l'appareil jouait le rôle du deuxième métal, bien qu'en contact direct avec la cloche qu'il supporte. En effet, plaçant sur le même plateau, mais isolé de lui par un diélectrique, un disque Zn ou Al, l'effet *a* se produisit immédiatement.

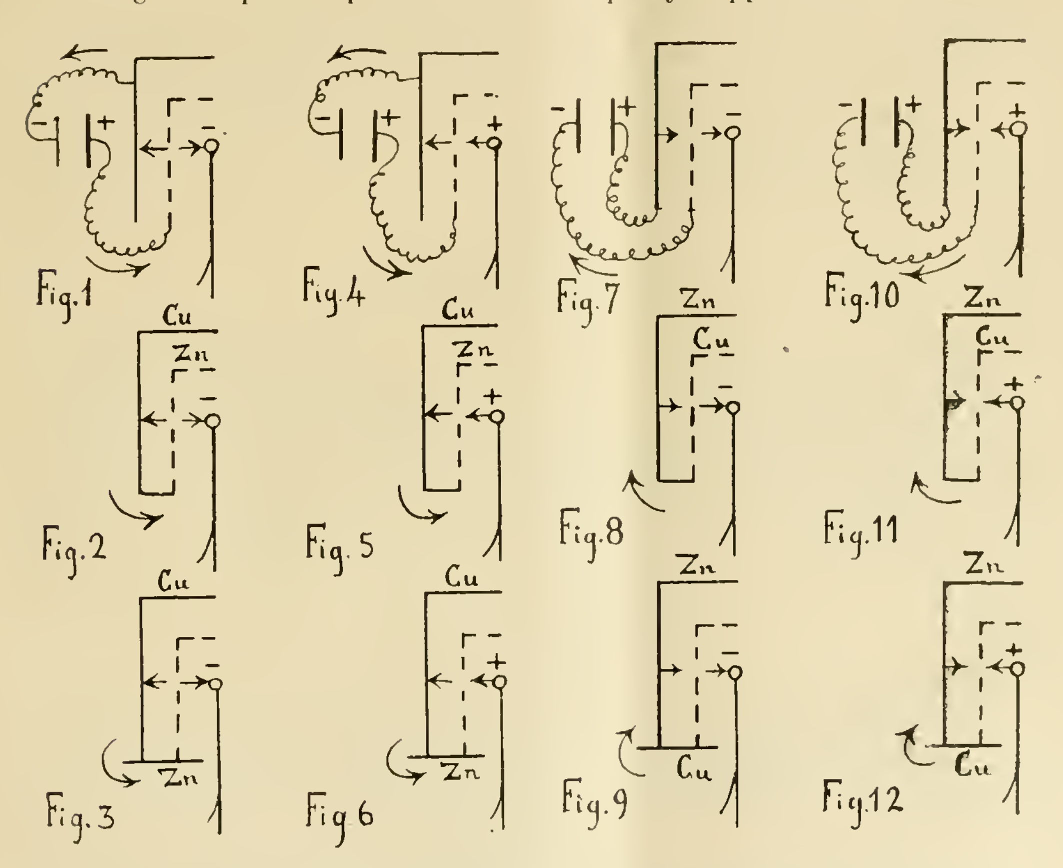
Nous venons de constater ainsi que l'effet Volta se manifeste également par la seule intervention d'un couple de Volta en contact direct. Cloche Cu sur disque Zn ou Al donne effet *a* (*fig.* 3 et 6); cloche Zn ou Al sur disque Cu donne effet *b* (*fig.* 9 et 12).

Frappés par cette intervention si évidente du couple voltaïque, nous nous demandâmes si le courant d'un élément de pile pourrait produire les mêmes effets. Pour vérifier la chose nous nous sommes servis d'un élément Zn, eau salée, Pt, en ajoutant au platine du charbon de cornue pour retarder la polarisation et pour augmenter la surface de l'électrode positive et par là le potentiel de la pile.

L'expérience a confirmé pleinement notre hypothèse. Sans l'intervention du courant de la pile, cloche et écran étant du même métal et placés sur un disque isolant, on obtient une seule courbe de désactivation. Dès qu'on fait passer le courant entre la cloche et l'écran la courbe se dédouble immédiatement. On a l'effet *a* avec le dispositif indiqué schématiquement par les figures 1 et 4 avec décharges positives plus rapides. On a au contraire l'effet *b* en renversant le sens du courant, comme l'indique le dispositif dans les figures 7 et 10.

Nous considérons ce deuxième fait nouveau comme ayant une importance capitale pour l'étude de notre effet Volta, car il permet par compa-

raison directe d'expliquer les faits précédemment constatés par nous. En effet, si l'on examine nos dessins schématiques, on voit que les dispositifs en colonne verticale des figures 1, 2, 3, qui produisent un effet identique, sont expliqués par la marche du courant de la pile indiquée dans la figure 1. De même les flèches qui indiquent le sens du courant dans le dispositif de la figure 4 montrent ce qui doit se passer dans les dispositifs des figures 5 et 6; ainsi la figure 7 donne les mêmes indications pour les figures 8 et 9, et enfin la figure 10 pour les figures 11 et 12. On y voit que, lorsque les lignes de force de la charge sont dirigées dans le sens du courant, la décharge est rapide et qu'elle est lente lorsqu'il y a opposition.



Ces explications dues à *l'effet pile*, introduit si heureusement dans notre dispositif, nous semblent déjà suffisantes pour établir que, soit dans le cas des électrodes séparées par de l'air contenant les émanations et le rayonnement de la radioactivité induite, soit dans celui des électrodes en contact

direct entre elles, mais en contact aussi avec les activités radioactives et toujours sous l'influence d'une charge électrostatique, il y a production d'un courant. Nos expériences montrent que ce qui se passe dans chacun des cas étudiés est un courant qui part toujours de l'électrode Zn, de façon que le milieu radioactif se comporte précisément comme l'électrolyte d'une pile. La théorie chimique semble donc l'emporter sur la théorie du potentiel spécifique. La question reste pourtant encore ouverte et nous continuerons à en poursuivre l'étude à l'aide du dispositif que nous venons de décrire, guidés par les résultats qu'il nous a déjà fournis.

PHYSIQUE. — *Loi de rayonnement intégral et le rendement lumineux des métaux à hautes températures.* Note (1) de M. **Thadée Peczalski**.

Considérons les fonctions

(1) $$R_1 = \int_0^{\lambda_1} \varepsilon' \, d\lambda : \int_0^{\infty} \varepsilon' \, d\lambda,$$

(2) $$R_2 = \int_{\lambda_1}^{\infty} \varepsilon' \, d\lambda : \int_0^{\infty} \varepsilon' \, d\lambda;$$

ε' est le pouvoir émissif du métal étudié et λ_1 une longueur d'onde donnée. La loi de Kirchhoff donne $\varepsilon' = A\varepsilon$, où A est le pouvoir absorbant du métal pour la longueur d'onde λ et ε le pouvoir émissif du corps noir. Appelons A_1 le pouvoir absorbant moyen entre o et λ_1 et A_2 le pouvoir absorbant moyen entre λ_1 et ∞. Les expressions (1) et (2) s'écrivent

(1)' $$R_1 = A_1 \int_0^{\lambda_1} \varepsilon \, d\lambda : \int_0^{\infty} \varepsilon' \, d\lambda,$$

(2)' $$R_2 = A_2 \int_{\lambda_1}^{\infty} \varepsilon \, d\lambda : \int_0^{\infty} \varepsilon' \, d\lambda.$$

L'énergie rayonnée totale du corps est une fonction de la température, fonction que nous écrivons

(3) $$E = \int_0^{\infty} \varepsilon' \, d\lambda = \sigma T^n.$$

Nous allons établir une relation entre R_1, $\frac{A_1}{A_2}$ et l'exposant n de la formule (3); pour cela prenons les dérivées de R_1 et R_2 par rapport à E, nous

(1) Séance du 14 février 1916.

trouvons

$$(4)\qquad \frac{dR_1}{dE} = \frac{dR_1}{dT}\frac{dT}{dE} = A_1 \frac{T\int_0^{\lambda_1}\frac{\partial\varepsilon}{\partial T}d\lambda - n\int_0^{\lambda_1}\varepsilon\, d\lambda}{nE^2},$$

$$(5)\qquad \frac{dR_2}{dE} = A_2 \frac{T\int_{\lambda_1}^{\infty}\frac{\partial\varepsilon}{\partial T}d\lambda - n\int_{\lambda_1}^{\infty}\varepsilon\, d\lambda}{nE^2}.$$

$R_1 + R_2 = 1$, par conséquent $\frac{dR_1}{dE} = -\frac{dR_2}{dE}$, d'où, en divisant (4) par (5),

$$(6)\qquad -\frac{A_1}{A_2} = \frac{T\int_{\lambda_1}^{\infty}\frac{\partial\varepsilon}{\partial T}d\lambda - n\int_{\lambda_1}^{\infty}\varepsilon\, d\lambda}{T\int_0^{\lambda_1}\frac{\partial\varepsilon}{\partial T}d\lambda - n\int_0^{\lambda_1}\varepsilon\, d\lambda}.$$

Nous pouvons calculer n à l'aide de (6) de la manière suivante : écrivons (1)

$$(1)''\qquad R_1 = \frac{\int_0^{\lambda_1}\varepsilon'\, d\lambda}{\int_0^{\lambda_1}\varepsilon'\, d\lambda + \int_{\lambda_1}^{\infty}\varepsilon'\, d\lambda}.$$

Nous avons, d'autre part,

$$(7)\qquad \frac{\int_0^{\lambda_1}\varepsilon'\, d\lambda}{\int_{\lambda_1}^{\infty}\varepsilon'\, d\lambda} = \frac{A_1}{A_2}\frac{\int_0^{\lambda_1}\varepsilon\, d\lambda}{\int_{\lambda_1}^{\infty}\varepsilon\, d\lambda}.$$

De (1)″ et (7) on tire

$$(8)\qquad \frac{A_1}{A_2} = \frac{R_1}{1-R_1}\frac{\int_{\lambda_1}^{\infty}\varepsilon\, d\lambda}{\int_0^{\lambda_1}\varepsilon\, d\lambda};$$

ε des corps noirs est donné par la formule de Wien $\varepsilon = B\lambda^{-5}e^{-\frac{a}{\lambda T}}$ et R_1 peut être déterminé expérimentalement pour chaque corps.

Nous avons mesuré $R_1 = 0{,}032$ pour $\lambda_1 = 0^\mu{,}65$ et $T = 2173^\circ$ pour le filament de tantale [1], d'où nous calculons

$$\frac{A_1}{A_2} = 3{,}3 \qquad \text{et} \qquad n = 4{,}17 \qquad (\lambda_1 = 0{,}65\,\mu).$$

---

[1] *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 168.

Afin d'étendre le calcul nous avons mesuré le quotient R_1 à l'aide d'un calorimètre conductible (décrit dans une Note précédente) rempli d'eau dont la limite de transparence λ_1 est approximativement 1μ. L'expérience donne $R_1 = 168$, d'où tout calcul fait

$$\frac{A_1}{A_2} = 1,64 \quad \text{et} \quad n = 4,26 \quad (\lambda_1 = 1\mu).$$

L'écart entre les valeurs des n trouvées peut être attribué à ce que la limite de transparence de l'eau n'est pas rigoureusement définie.

Les valeurs de $\frac{A_1}{A_2}$ cadrent assez bien avec les courbes de A déterminées par les mesures directes de M. Couley ([1]).

Nous trouvons la loi du rayonnement intégral du tantale

$$E = \sigma T^{4,2};$$

la connaissant, nous sommes en mesure de calculer le rendement lumineux du tantale pour une limite quelconque du spectre visible. Nous trouvons à la température $T = 2173^\circ$, pour $\lambda_1 = 0^\mu,76$, $R_1 = 0,061$, alors que les mesures directes de Forsythe donnent $R_1 = 0,037$ et Houston $R_1 = 0,067$.

Appliquant le même raisonnement au rayonnement du graphite, nous trouvons que ce rayonnement obéit sensiblement à la loi de Stefan ([2]), car R_1 de ce corps déterminé par plusieurs auteurs est de 0,029 pour $\lambda_1 = 0^\mu,76$ et $T = 2173^\circ$ et le calcul donne le même nombre pour le rendement lumineux des corps noirs; et puisque aussi $A_1 = A_2$ d'après (8), nous concluons que *le pouvoir émissif du graphite est, à un facteur constant près, celui des corps noirs*.

On voit, d'après ce qui précède, que la valeur de l'exposant n de (3) influe beaucoup sur le rendement lumineux R_1. Nous donnons ici le Tableau des R_1 qui correspondent à différentes valeurs de n pour $T = 1900^\circ$C. et $\lambda_1 = 0,76$:

n	4.	4.2.	4,4.	4.6.	4.8.	5.	10.
$R_1 . 10^2$	2,8	6,1	9,4	12,7	16	19,3	100

R_1 peut donc être défini par le calcul. Nous trouvons aussi que, pour que le rendement lumineux d'un corps rayonnant soit l'unité à la température de 1900° C., il faut que l'énergie rayonnée totale de ce corps soit proportionnelle à la dixième puissance de sa température absolue.

([1]) *Astrophys. Journal*, t. I, 1913, p. 164-182.

([2]) Ce qui était observé par les mesures directes de MM. Féry et Chéneveau (*Journ. de Phys.*, t. 9. 1910, p. 397).

CHIMIE PHYSIQUE. — *Nouvelle méthode thermo-électrique pour l'étude de l'allotropie du fer ou d'autres métaux.* Note (¹) de M. C. **Benedicks**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Dans un circuit fermé, constitué par un métal homogène, on admet qu'aucun changement de température, quel qu'il soit, ne donne lieu à une force électromotrice susceptible de donner un courant.

Également, si le métal possède un point d'allotropie à deux phases et qu'une partie du circuit soit chauffée, d'une manière stationnaire, au delà de ce point, aucune force électromotrice ne résultera; en effet, les différences de potentiel éventuelles des deux phases s'annuleront par raison de symétrie.

Si, au contraire, l'élévation de température n'est pas stationnaire, les deux surfaces de contact entre les phases admises pourront avoir une légère différence de température, ce qui pourra donner lieu à une force électromotrice. Admettons, tout spécialement, que la zone chauffée se déplace à vitesse constante le long du circuit. La température de transition allotropique étant toujours un peu plus élevée en chauffant qu'en refroidissant (Osmond), une force électromotrice constante sera mise en jeu; elle dépendra de la direction du déplacement, de la grandeur de cette hystérésis et du pouvoir thermo-électrique entre les deux phases.

En effet, depuis longtemps, M. F.-T. Trouton (²) a constaté qu'un courant thermo-électrique se forme dans un fil de fer qu'on promène dans un bec à gaz, phénomène interprété à juste titre comme dépendant d'une hystérésis thermo-électrique (³).

Or je me suis demandé si cet effet ne pourra pas être mis à profit pour des mesures quantitatives, aussi bien lorsqu'il s'agit d'allotropie à deux phases (seul cas considéré depuis longtemps), que dans le cas d'allotropie à une phase, signifiant un équilibre interne (A. Smits) qui a pour le présent encore plus d'intérêt (⁴).

L'arrangement expérimental adopté est d'une grande simplicité. Au moyen d'un

(¹) Séance du 14 février 1916.

(²) *Proc. Roy. Dublin Soc.*, t. 5, 1887.

(³) Voir W.-F. Barrett, *Sci. Trans. Roy. Dublin Soc.*, 2ᵉ série, t. 7, p. 127; *Phil. Mag.*, 5ᵉ série, t. 49, 1900, p. 309.

(⁴) Voir C. Benedicks, *Journ. of the Iron and Steel Inst.*, t. 1, 1914, p. 434.

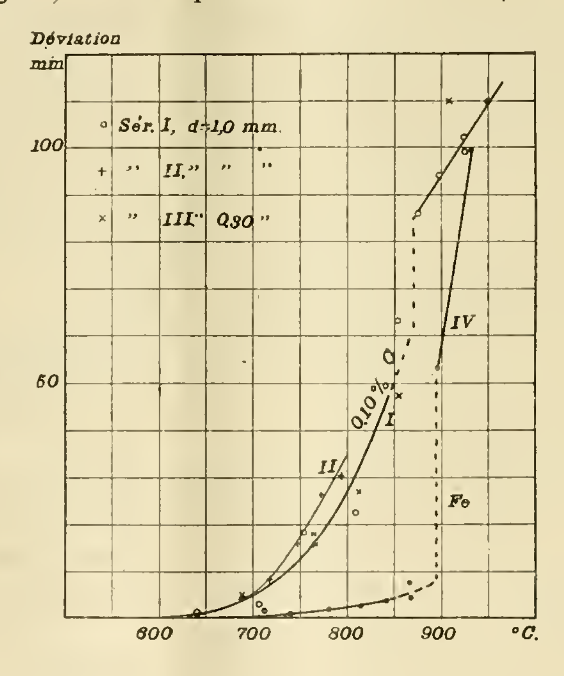
mouvement (de grammophone), le fil métallique à étudier, tendu par des poids, est entraîné à la vitesse constante (1^{mm},6 par seconde) dans l'une ou l'autre direction, à travers un petit four électrique, dont la température centrale est mesurée avec un couple Le Chatelier; les bouts libres du fil communiquent, à température invariable, à un galvanomètre à miroir de sensibilité moyenne (1^{mm} correspondait à 5,6 microvolts).

Le fil de fer étudié principalement était étiré d'un fer de Kohlswa à 0.10 pour 100 de carbone, d'une remarquable pureté. Selon l'analyse exécutée au laboratoire des usines de Kohlswa, la composition est la suivante, en pour 100 :

$$C = 0,10;\quad Si = 0,014;\quad Mn = 0,03;\quad Ph = 0,026;\quad S = 0,007.$$

En remplaçant le fil de fer par un fil de cuivre, aucune déviation du galvanomètre ne s'observait. Les déviations indiquées ci-dessous sont la moitié des différences des lectures qui s'obtenaient en renversant le sens du mouvement.

La première série de mesure (petits cercles) est résumée par la courbe brisée I (voir figure). On voit que l'effet est très fort et suit une ligne droite,



aux températures au-dessus de 875°; on peut dire que A_3 est nettement accusé par une discontinuité. Cependant, l'effet est également très considérable au-dessous de 875°, et peut même être discerné vers 600°. La précision de cette série ne suffisant pas pour faire voir si, entre ces températures, l'augmentation se fait d'une manière continue, ou avec une discontinuité à A_2 (768°), une autre série (II, petites croix verticales) a été

exécutée dans l'intervalle 700°-800°. Il n'y a aucune indication de discontinuité.

Dans une série de contrôle (III, croix diagonales), le fil avait été étiré au diamètre de $0^{mm},30$, ce qui se fait facilement et sans recuit, grâce à la souplesse extraordinaire de ce fer. La concordance est assez bonne, ce qui montre que la légère oxydation qui se faisait dans le tube capillaire en silice fondue qui protégeait le fil n'a pas d'influence sensible.

Ne disposant pas de fer filiforme à une moindre teneur en carbone, je me suis tiré d'affaire de la manière suivante, en employant un mince échantillon ($0^{mm},15$) du fer remarquablement pur étudié par MM. J.-E. Stead et H.-C.-H. Carpenter ([1]), que j'avais obtenu de M. Carpenter.

L'échantillon ayant été arrondi, on en a découpé, avec des ciseaux, une bande large de $1^{mm},3$ environ et suffisamment longue, qui ensuite était décourbée et, pour augmenter la stabilité, repliée transversalement.

Les déterminations qu'a données cette bande, qui ne pouvait pas être tendue suffisamment pour obtenir un mouvement très régulier, sont indiquées par des points ronds. On voit que l'effet est considérablement plus faible, ce qui se marie bien à l'influence connue retardatrice des impuretés, qui sont ici minimes. Mais, qualitativement, l'effet est le même.

Il était intéressant de constater que, tandis que la vitesse de translation avait très peu d'influence pour le fer à 0,10 de carbone, les déviations augmentaient, pour le fer le plus pur, lorsque la vitesse était plus grande que la vitesse normale.

En somme, un chauffage local se déplaçant le long d'un fil métallique constitue une méthode de détermination hystérétique, utile pour l'étude des changements moléculaires des métaux.

On a constaté, pour le fer, que A_3 est très nettement accusé par cet effet thermo-électrique; pour A_2, au contraire, on n'a trouvé aucune discontinuité.

L'allure des courbes de cet effet ressemble à celle de la dilatation en ce que tous les deux appartiennent au type II : *a* ([2]); elle donne un appui supplémentaire à la théorie de l'allotropie du fer avancée par l'auteur, partiellement en accord avec des vues antérieures d'Osmond, Belloc, H. Le Chatelier et P. Weiss, et appuyée par M. K. Honda ([3]) dans des travaux très soignés.

([1]) *Journ. of the Iron and Steel Inst.*, t. 2, 1913, p. 119.

([2]) C. Benedicks, *Journ. of the Iron and Steel Inst.*, t. 2, 1912, p. 242.

([3]) *Journ. of the Iron and Steel Inst.*, t. 1, 1915, p. 199; *Sc. Reports of the Tohoku Imp. Univ.*, t. 4, 1915, p. 169.

BACTÉRIOLOGIE. — *Sur le tétanos tardif.* Note de MM. **Léon Bérard** et **Auguste Lumière**, présentée par M. Roux.

M. P. Bazy a présenté à l'Académie des Sciences, dans sa séance du 24 janvier 1916, une Note sur le tétanos tardif dans laquelle il résume et confirme les publications antérieures que nous avons faites sur le même sujet, d'abord à l'Académie de Médecine ([1]), puis dans le *Lyon chirurgical* ([2]).

Cet auteur nous apprend que le tétanos a pu se montrer 50 jours après la blessure, sans qu'on puisse incriminer une contamination au cours du traitement; or nous avons signalé ([3]) antérieurement des cas où les premiers symptômes tétaniques ne se sont révélés que 56, 68 et 94 jours après la blessure.

Dans des cas dernièrement observés par nous, ces délais ont été de 84, 90 et même 102 jours.

M. Bazy ne semble pas avoir été frappé par les caractères cliniques particuliers du tétanos retardé. Nous avons montré cependant que la gravité de la maladie de cette forme de tétanos n'est pas en général fonction, comme dans le tétanos précoce, de la rapidité avec laquelle les symptômes se déroulent, ni de leur intensité aux premiers jours de leur manifestation.

La lenteur évolutive habituelle du tétanos tardif, sa marche insidieuse, lente, souvent sans crises spasmodiques, avec seulement des contractures permanentes, progressives, nous ont fait supposer que le résidu d'immunisation résultant d'injections de sérum antérieures pouvaient en masquer certains symptômes.

Enfin, M. Bazy arrive à cette conclusion que, pour éviter le réveil des phénomènes infectieux, il est indiqué de répéter les injections de sérum tous les huit jours pendant un mois après la blessure, lorsqu'on a affaire à des plaies suppurantes. Cette sage mesure prophylactique, souvent proposée déjà, est cependant insuffisante.

([1]) Léon Bérard et Auguste Lumière, *Sur le tétanos tardif* (Académie de Médecine, séance du 31 août 1915).

([2]) Léon Bérard et Auguste Lumière, *Sur le tétanos tardif* (*Lyon chirurgical*, 1er octobre 1915).

([3]) Léon Bérard et Auguste Lumière, *L'évolution clinique du tétanos tardif survenant après l'injection préventive du sérum* (*Lyon chirurgical*, 1er octobre 1915).

L'immunité ne persistant que pendant 15 jours environ après la dernière piqûre de sérum, il en résulte qu'au bout de 45 jours les blessés ne sont plus protégés par les inoculations antérieures. Or, nous avons observé nous-mêmes 10 cas dans lesquels l'éclosion du tétanos est survenu plus de 50 jours après la blessure.

C'est pour ce motif que nous avons préconisé *d'administrer une nouvelle dose de sérum antitétanique toutes les fois qu'une intervention chirurgicale doit être entreprise, qui peut provoquer la libération de produits septiques latents dans les plaies suspectes.*

Au début de la guerre, avant l'application de cette règle, nous avons pu constater 4 cas de tétanos tardif sur 450 interventions pour des plaies de guerre suppurées et, depuis le mois de juillet 1915, nous faisons pratiquer systématiquement une nouvelle injection antitétanique avant toute opération portant sur des tissus qui avaient été le siège de plaies suppurées; or nous n'avons plus constaté un seul cas de tétanos tardif parmi nos opérés de cette classe, dont le nombre dépasse 500.

A la suite de nos observations personnelles sur le tétanos, qui portent sur plus de 60 cas, que nous avons suivis et traités, nous voulons conclure, comme M. Bazy, par un vœu :

Cette terrible maladie rentrant dans la catégorie des *maladies évitables*, nous souhaitons que l'application de la mesure que nous avons préconisée soit généralisée; ce serait la disparition définitive des cas de tétanos tardifs post-opératoires qui subsistent presque seuls depuis que les injections préventives sont systématiquement faites chez tous les blessés, immédiatement après leurs blessures.

ZOOLOGIE. — *Sur les causes du chambrage et sur l'entretien raisonné des bancs d'huîtres naturels.* Note (¹) de MM. C. **Houlbert** et C. **Galaine**, présentée par M. Edmond Perrier.

Dans la baie de Cancale, les huîtres chambrées se rencontrent aujourd'hui en très grand nombre sur les bancs naturels; lorsqu'on transporte ces huîtres sur les étalages, qui sont, comme on le sait, dans le lit de la vieille rivière et où les courants amènent, à mer descendante, presque toutes les

(¹) Séance du 14 février 1916.

eaux douces de la baie, les conditions de nutrition sont très améliorées, le chambrage n'augmente plus; pratiquement on admet même qu'il disparaît par l'affaissement progressif des cloisons sous la pression du corps de l'huître.

Si considérable qu'on la suppose, la quantité de nourriture organique, apportée en un point donné par l'eau de mer, n'est pas illimitée. Imaginons que cette nourriture soit suffisante pour entretenir en bon état de santé 10000 huîtres par décamètre carré; il est clair que si ce nombre vient à être dépassé, les huîtres insuffisamment alimentées commenceront à maigrir et l'amaigrissement ira toujours en augmentant. L'avenir des bancs se trouvera donc, de ce fait, compromis et ainsi peut s'expliquer la disparition brusque de certains gisements, signalée par les pêcheurs du pays.

La dépendance étroite existant entre la population des bancs et celle de la nourriture planctonique n'est pas spéciale à la baie de Cancale; mais là, en raison des courants et des conditions bathymétriques toutes particulières, elle règle l'évolution ontogénique des bancs d'une façon plus rigide que partout ailleurs. On peut dire qu'à l'heure actuelle, par suite d'une exploitation de moins en moins intensive, l'agglomération des huîtres, sur les bancs naturels de Cancale, est beaucoup trop considérable; le chambrage en est la conséquence et ce signe montre que nous nous acheminons petit à petit vers une crise nouvelle d'anéantissement.

Si, sur les bancs trop peuplés, la nourriture organique devient de plus en plus insuffisante, il n'en est pas de même pour la nourriture minérale; les huîtres trouvent, en effet, toujours assez de calcaire dans l'eau de mer pour édifier leur coquille; mais alors il arrive un moment où l'équilibre se trouve rompu entre l'accroissement simultané du corps et celui des valves; l'habitation devient trop grande pour l'occupant; ces huîtres, mal nourries, dépérissent, s'étiolent, maigrissent; leur coquille reste mince, très fragile [1] et se chambre; le manteau se décolle sur une certaine étendue, dans la région de la cavité uncinale; une mince cloison de nacre est sécrétée qui isole la chambre et ramène ainsi l'intérieur aux dimensions convenables pour que l'huître ne retienne, entre ses valves, que la quantité d'eau de mer qui lui est strictement nécessaire.

Sur les bancs naturels où sévissent aussi de mauvaises conditions économiques, on observe des huîtres chambrées de tous les âges, depuis les plus petites, qui n'ont pas encore 2^{cm} de diamètre, jusqu'aux vénérables « pieds

---

(1) La *conchyoline* est en trop petite quantité par rapport à la substance minérale.

de cheval », dont l'âge dépasse probablement 25 ans. Comme, d'autre part, toutes les huîtres d'un gisement se trouvent soumises aux mêmes privations, on a été amené à considérer le chambrage comme une affection *épidémique*: « cette maladie, dit M. Roché, se propage rapidement à tous les mollusques qui vivent sur le même sol ». Il n'en saurait être autrement; mais, répétons-le, dans ce cas, la cause de la maladie, c'est la famine.

Nous trouvons encore une preuve que l'alimentation insuffisante est bien la cause du chambrage dans ce fait que les huîtres dites *vagabondes*, comme celles que l'on rencontre isolées ou en petites colonies sporadiques à l'entrée des estuaires de la baie (rivière du Vivier, rivière de Saint-Benoît-des-Ondes), ne sont jamais (ou presque jamais) chambrées; ici, en effet, la concurrence vitale ne s'exerce pas, parce que ces huîtres sont en petit nombre et placées dans un milieu très nutritif où les courants amènent le doucin en grande abondance.

Le chambrage des huîtres comporte un certain nombre de conséquences d'ordre économique et d'ordre biologique.

Au point de vue économique on doit reconnaître que l'huître chambrée est maigre, peu savoureuse et de faible valeur alimentaire; si, par surcroît, en la mangeant, on vient à crever la chambre, le liquide qui s'échappe communique au mollusque un goût âcre, très désagréable. Pour toutes ces causes il est à craindre que la consommation des huîtres de Cancale ne vienne à se restreindre, et qu'ainsi se trouve menacée une industrie naturelle qui, mieux comprise et rationnellement organisée, devrait être une source de grandes richesses pour tous les habitants de la baie.

Au point de vue biologique, nous croyons qu'on peut attribuer aux huîtres chambrées quelques-uns des accidents pathologiques signalés par les auteurs dans ces dernières années. Pourtant, il convient de dire que l'huître chambrée n'est pas forcément dangereuse; elle ne le devient que lorsque la vase envahit les chambres, apportant avec elle tous les germes infectieux qui grouillent sur le sol; mais, même dans ce cas, la consommation des huîtres chambrées peut encore avoir lieu sans inconvénients, si l'on prend soin de bien respecter la chambre en les ouvrant.

Puisque le chambrage provient d'une pénurie de nourriture organique, il faudra donc, pour l'éviter :

a. Diminuer périodiquement la population des bancs par une exploitation rationnelle basée sur leur puissance de production; la méthode de la coupe réglée ne peut pas s'appliquer à tort et à travers, à tous les bancs du littoral.

b. Encourager une pratique qui nous paraît en premier lieu recommandable : celle de débarrasser les bancs actuels des grosses huîtres vieillies et débilitées qui les encombrent; ces grosses huîtres ne sont plus vendables [1]; les pêcheurs les considèrent comme stériles et, de fait, si elles ne peuvent plus donner de naissain, la nourriture qu'elles absorbent est sans profit pour la colonie.

c. Draguer le sol de temps en temps et chaluter les fonds de pêche autour des bancs naturels, dans toute l'étendue de la baie; les pêcheurs ont reconnu qu'à la suite de ces pratiques les huîtres prospèrent mieux parce que, du fait des vases remuées, l'eau de mer leur apporte un supplément d'alimentation azotée : rhizopodes, navicules, etc.

La séance est levée à 15 heures et demie.

G. D.

ERRATA.

(Séance du 3 janvier 1916.)

Note de M. *Paul Godin*, Formule individuelle de croissance physique pour les enfants des deux sexes :

Page 50, ligne 4 du texte, *au lieu de* courbe totale de la croissance, *lire* courbe totale de sa croissance.

Page 51, ligne 10, *au lieu de* $\frac{O}{C}$, *lire* $\frac{O}{V}$.

---

(1) A cause de leur poids, le transport en serait trop onéreux.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 28 FÉVRIER 1916.

PRÉSIDENCE DE M. CAMILLE JORDAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** s'exprime en ces termes :

J'ai le regret d'annoncer à l'Académie la mort de notre associé M. **Richard Dedekind**, décédé à Brunswick le 12 février 1916 à l'âge de 85 ans.

Il avait publié d'importants Mémoires sur l'équation binome, sur les fonctions modulaires et abéliennes. Mais son œuvre capitale est la théorie des entiers algébriques.

Le champ de l'Arithmétique, longtemps borné aux entiers ordinaires, avait reçu un accroissement considérable lorsque Gauss y fit entrer les nombres de la forme $a + b\sqrt{-1}$.

Il était tout indiqué d'essayer de soumettre au calcul des entiers dans l'expression desquels figureraient des irrationnelles plus complexes. Mais on se heurta dès l'abord à des obstacles imprévus. Les théorèmes fondamentaux de l'Arithmétique cessaient d'être applicables à ces nouveaux entiers. Ainsi un nombre premier pouvait diviser un produit de deux autres nombres sans diviser aucun des deux.

Kummer leva cette difficulté pour les entiers formés avec les racines de l'unité en introduisant la notion de facteurs idéaux, qui, semblables à certains radicaux de la Chimie, n'apparaissent jamais isolés, mais figureraient à l'état de combinaison dans les entiers ordinaires.

Mais lorsqu'on voulut passer de ce cas particulier à la théorie générale des entiers complexes, de nouveaux obstacles surgirent, et c'est en suivant une voie toute différente que M. Dedekind est parvenu à les surmonter.

Il élargit tout d'abord la définition de l'entier algébrique, en englobant sous ce titre certains nombres exceptionnels d'apparence fractionnaire,

jouissant cependant de la propriété essentielle des nombres à forme entière, et dont l'exclusion aurait troublé la théorie.

Il prend en second lieu comme sujet direct de son étude, au lieu de l'entier considéré, l'ensemble de ses multiples, qu'il appelle *son idéal.*

A ces idéaux principaux il adjoint des idéaux secondaires; ce sont de nouvelles familles de nombres déduites des précédentes par voie d'addition.

Les idéaux ainsi formés n'ont de commun que le nom avec ceux de M. Kummer; ce ne sont plus des abstractions, mais des réalités. M. Dedekind, après avoir convenablement défini leur multiplication, arrive à cette conséquence que *tout idéal peut être exprimé d'une seule manière par un produit d'idéaux premiers.*

On ne saurait exagérer l'importance de ce théorème. Il écarte définitivement les obstacles qui obstruaient l'entrée d'une immense région, dont l'Arithmétique actuelle n'est qu'un petit coin.

En explorant le nouveau domaine qu'il venait d'ouvrir, M. Dedekind a pu établir cette belle proposition :

Les idéaux dépendant d'une même irrationnelle peuvent se répartir en un nombre fini de classes.

GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE. — *Sur certains polygones dont les sommets décrivent des courbes algébriques et dont les côtés enveloppent des courbes algébriques.* Note de M. **Paul Appell.**

I. Des Notes récentes de M. Darboux ([1]) et de M. Fontené ([2]) ont appelé l'attention sur une généralisation des théorèmes de Poncelet à l'aide de chaînes de coniques. Je ne sais si l'on a cherché à associer des courbes algébriques, de façon qu'il existe des polygones dont les sommets décrivent d'une manière continue certaines de ces courbes C pendant que leurs côtés enveloppent les autres Γ. Aussi vais-je indiquer très sommairement comment l'on peut, à l'aide de la représentation paramétrique, propre ou impropre, d'une courbe par les fonctions circulaires, elliptiques ou automorphes, déterminer des courbes associées C et Γ.

([1]) *Comptes rendus*, t. 162, 10 et 17 janvier et 7 février 1916, p. 57, 101 et 214.

([2]) *Nouvelles Annales de Mathématiques*, 3e série, t. 16, 1897, et *Comptes rendus*, t. 162, 7 février 1916, p. 213.

II. Nous considérons ici des courbes algébriques C, telles que les coordonnées x et y d'un point de C soient exprimées par des fonctions trigonométriques de période ω ou des fonctions elliptiques de périodes ω et ω' d'un paramètre t :

$$x = \varphi(t), \qquad y = \psi(t).$$

Cette représentation peut être propre ou impropre; par exemple, si les coordonnées x et y s'expriment en fonctions rationnelles d'un paramètre u, on peut ensuite remplacer u par une fonction trigonométrique ou une fonction elliptique de t.

III. Soient alors n courbes $C_1, C_2, \ldots, C_n$, distinctes ou non, avec les représentations paramétriques

$$(M_i) \qquad x_i = \varphi_i(t_i), \qquad y_i = \psi_i(t_i) \qquad (i = 1, 2, \ldots, n)$$

par des fonctions trigonométriques ou elliptiques aux mêmes périodes ω et ω'.

Prenons des constantes α_i et des quantités ε_i égales à ± 1; considérons les points $M_1, M_2, \ldots, M_n$ des courbes $C_1, C_2, \ldots, C_n$ correspondant aux valeurs suivantes des paramètres.

Le paramètre t_1 étant arbitraire, prenons

$$t_2 = \varepsilon_1 t_1 + \alpha_1, \quad t_3 = \varepsilon_2 t_2 + \alpha_2, \quad \ldots, \quad t_n = \varepsilon_{n-1} t_{n-1} + \alpha_{n-1}, \quad t_{n+1} = \varepsilon_n t_n + \alpha_n$$

et assujettissons les α_i et les ε_i à cette condition que t_{n+1} soit de la forme

$$t_{n+1} = t_1 + k\omega + h\omega'$$

(k et h entiers). Alors le point de la courbe C_1 de paramètre $t'_1 = t_{n+1}$ se confond avec M_1 et, quand t_1 varie, le polygone $M_1 M_2 \ldots M_n$ varie d'une manière continue de telle façon que ses côtés restent tangents à certaines courbes algébriques fixes $\Gamma_1, \Gamma_2, \ldots, \Gamma_n$.

Dans cette catégorie rentrent les polygones de Poncelet; pour obtenir ceux qui sont inscrits dans un cercle et circonscrits à des cercles, il suffit d'employer la représentation paramétrique du cercle telle qu'elle se présente quand on exprime en fonction du temps les coordonnées du pendule simple (voir Jacobi, *Œuvres complètes*, t. I, p. 279-293). Dans cette même catégorie rentrent également les chaînes de coniques de M. Fontené et de M. Darboux.

Un exemple élémentaire du cas où les ε_i sont tous égaux à -1, n étant pair, a été donné par Steiner (voir *Leçons sur la Géométrie* de Clebsch,

traduction française par A. Benoist, Gauthier-Villars, t. 2, p. 373); dans ce cas, les courbes C_i se confondent, les sommets du polygone décrivent une cubique et ses côtés enveloppent une courbe Γ de seconde classe décomposée en deux points.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur les réseaux plans qui peuvent, d'une infinité de manières, être considérés comme la projection orthogonale des lignes de courbure d'une surface.* Note de M. C. GUICHARD.

Soient M un point qui décrit une surface rapportée à ses lignes de courbure, m la projection orthogonale de M sur un plan P que je suppose horizontal. Le point m décrit un réseau plan qui, d'après mes notations, est un réseau 2O. Le réseau m est la projection horizontale des lignes de courbure d'une infinité de surfaces, savoir celles qui se déduisent de la surface (M) par une translation verticale et leurs symétriques par rapport au plan P; je ne considère pas ces surfaces comme distinctes. Mais il peut se faire que sur la verticale du point m on puisse trouver un autre point M_1 qui décrit une surface rapportée à ces lignes de courbure; dans ce cas particulier, le réseau m est deux fois 2O. J'ai déjà signalé ce cas particulier (*Comptes rendus*, t. 138, 1904, p. 258).

J'étudie, dans cette Note, un cas plus particulier, celui où sur la verticale du point m il y a une infinité de points qui décrivent des surfaces dont les lignes de courbure se projettent horizontalement suivant les courbes du réseau m, c'est-à-dire le cas où le réseau m est une infinité de fois 2O. Tout d'abord il y a une solution particulière qui est évidente *a priori* : il suffit de prendre pour surface (M) une surface de révolution à axe vertical, ou plus généralement une surface moulure engendrée par une courbe plane de forme invariable dont le plan roule sur un cylindre dont les génératrices sont verticales. Dans ce cas particulier, l'une des séries de courbes du réseau m est composée de droites. Je laisse de côté ce cas particulier des surfaces moulures.

Je suppose d'abord que sur la verticale du point m il y ait trois points M_1, M_2, M_3 qui décrivent des surfaces distinctes rapportées à leur ligne de courbure, c'est-à-dire que le réseau (m) soit trois fois 2O. Soient x_1, x_2 les coordonnées du point m; z_1, z_2, z_3 les cotes respectives de M_1, M_2, M_3. On aura

$$(1)\qquad dx_1^2 + dx_2^2 + dz_1^2 = h^2\,du^2 + l^2\,dv^2,$$

x_1, x_2, z_1 sont solutions de l'équation

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial u \, \partial v} = \frac{1}{h} \frac{\partial h}{\partial v} \frac{\partial \theta}{\partial u} + \frac{1}{l} \frac{\partial l}{\partial u} \frac{\partial \theta}{\partial v}. \tag{2}$$

Cette équation est définie par la condition d'admettre pour solution x_1 et x_2; il en résulte que z_2 et z_3 sont des solutions de cette équation. On aura donc

$$dx_1^2 + dx_2^2 + dz_2^2 = h^2 U_2^2 \, du^2 + l^2 V_2^2 \, dv^2. \tag{3}$$

$$dx_1^2 + dx_2^2 + dz_3^2 = h^2 U_3^2 \, du^2 + l^2 V_3^2 \, dv^2, \tag{4}$$

U_2, U_3 étant fonctions de u seul; V_2, V_3 de v seul. De ces équations on déduit

$$dz_1^2 - dz_2^2 = h^2(1 - U_2^2) \, du^2 + l^2(1 - V_2^2) \, dv^2, \tag{5}$$

$$dz_1^2 - dz_3^2 = h^2(1 - U_3^2) \, du^2 + l^2(1 - V_3^2) \, dv^2; \tag{6}$$

ce qui peut s'écrire

$$dz_1^2 - dz_2^2 = H^2 \, du^2 + L^2 \, dv^2, \qquad H = h\sqrt{1 - U_2^2}, \qquad L = l\sqrt{1 - V_2^2}. \tag{7}$$

$$dz_1^2 - dz_3^2 = H^2 U^2 \, du^2 + L^2 V^2 \, dv^2, \qquad U^2 = \frac{1 - U_3^2}{1 - U_2^2}, \qquad V^2 = \frac{1 - V_3^2}{1 - V_2^2}. \tag{8}$$

Il en résulte que les points $N_2(z_1, iz_2)$ et $N_3(z_1, iz_3)$ décrivent des réseaux O plans associés, ayant une coordonnée commune z_1. On est donc ramené à étudier ces réseaux. Si l'on désigne par φ l'angle de la première tangente du réseau N_1 avec l'axe z_1, par ψ l'angle analogue pour le réseau N_2, on a

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial z_1}{\partial u} &= H \cos\varphi = HU \cos\psi, \\ \frac{\partial z_1}{\partial v} &= - h \sin\varphi = - LV \sin\psi. \end{aligned} \right. \tag{8 bis}$$

On a donc

$$\left\{ \begin{aligned} \cos\varphi &= U \cos\psi, \\ \sin\varphi &= V \sin\psi, \end{aligned} \right. \tag{9}$$

d'où l'on déduit

$$\cos\varphi = U\sqrt{\frac{1 - V^2}{U^2 - V^2}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{V^2} - 1}{\frac{1}{V^2} - \frac{1}{U^2}}}, \qquad \sin\varphi = V\sqrt{\frac{U^2 - 1}{U^2 - V^2}} = \sqrt{\frac{1 - \frac{1}{U^2}}{\frac{1}{V^2} - \frac{1}{U^2}}},$$

$$\cos\psi = \sqrt{\frac{1 - V^2}{U^2 - V^2}}, \qquad \sin\psi = \sqrt{\frac{U^2 - 1}{U^2 - V^2}}.$$

Par un changement de variables on peut poser

$$\frac{1}{V^2} - 1 = \frac{\omega}{v}, \qquad 1 - \frac{1}{U^2} = \frac{\omega}{u}, \tag{10}$$

ω étant une constante; on aura alors

$$(11)\quad \begin{cases} \cos\varphi = \sqrt{\dfrac{u}{u+v}}, & \sin\varphi = \sqrt{\dfrac{v}{u+v}}, \\ \cos\psi = \sqrt{\dfrac{u-\omega}{u+v}}, & \sin\psi = \sqrt{\dfrac{v+\omega}{u+v}}. \end{cases}$$

On voit que, si φ est donné, il y a une infinité de valeurs pour ψ; ce qui revient à dire que si z_1 et z_2 sont donnés, il y a une infinité de valeurs pour z_3; donc:

Si un réseau plan est trois fois 2O, il est 2O d'une infinité de manières.

Le théorème s'étend naturellement par une démonstration analogue aux réseaux trois fois 2O dans un espace d'ordre quelconque.

Il est facile de trouver des surfaces possédant la propriété des surfaces (M_1), (M_2), (M_3). On sait en effet qu'il existe une infinité de réseaux plans (N), (N_1), (N_2), (N_3), etc. associés entre eux et ayant une coordonnée commune; soient x et y les coordonnées de N, x et y_i celles de N_i. On aura

$$(12)\quad \begin{cases} dx^2 + dy^2 = h^2\,du^2 + l^2\,dv^2, \\ dx^2 + dy_i^2 = h^2 U_i^2\,du^2 + l^2 V_i^2\,dv^2. \end{cases}$$

x, y, y_i sont des solutions de l'équation (2). Je multiplie la première des équations (12) par $\cos^2 h$, la seconde par $\sin^2 h$ (h étant une constante) et j'ajoute. On aura

$$dx^2 + dy^2\cos^2 h + dy_i^2\sin^2 h = h^2[\cos^2 h + U_i^2\sin^2 h]\,du^2 + l^2[\cos^2 h + V_i^2\sin^2 h]\,dv^2.$$

Je pose

$$x_1 = x, \qquad x_2 = y\cos h, \qquad z_i = y_i\sin h.$$

Le point $M_i(x_1, x_2, z_i)$ décrit une surface rapportée à ses lignes de courbure, et quel que soit i, la projection horizontale du réseau reste la même. L'équation de Laplace (2) à laquelle satisfont les coordonnées du réseau M_i admet les solutions

$$x^2 + y^2 \quad \text{et} \quad x^2 + y_i^2$$

ou

$$x_1^2 + \frac{1}{\cos^2 h}x_2^2 \quad \text{et} \quad x_1^2 + \frac{1}{\sin^2 h}z_i^2.$$

Cette propriété caractérise les surfaces dont la représentation sphérique des lignes de courbure est la même que celle d'une quadrique dont

l'équation est

$$\left(x_1^2 + \frac{1}{\cos^2 h} x_2^2\right) + k\left(x_1^2 - \frac{1}{\sin^2} z_1^2\right) = 1;$$

donc :

Les surfaces dont la représentation sphérique des lignes de courbure est la même que celle d'une quadrique sont telles que le réseau des lignes de courbure se projette sur un plan principal suivant un réseau qui est une infinité de fois 2 O.

En particulier :

Si M *est un point d'une quadrique, m sa projection sur un plan principal, il y a sur la droite* M*m une infinité de points qui décrivent des surfaces dont les lignes de courbure correspondent à celles de la quadrique. Toutes ces surfaces sont isothermiques.*

Je vais établir la réciproque de la première proposition. Je considère la surface (M_1) décrite par le point qui a pour coordonnées x_1, x_2, z_1; soit

$$\begin{vmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 \\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \\ \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_3 \end{vmatrix}$$

le déterminant orthogonal de la représentation sphérique. On aura

$$(13) \qquad \frac{\partial z_1}{\partial u} = h\beta_3, \qquad \frac{\partial z_1}{\partial v} = l\gamma_3.$$

En comparant avec les formules (8 *bis*) et en remarquant que

$$(14) \qquad H = hU_1, \qquad L = lV_1,$$

on aura

$$\beta_3 = U_1 \cos\varphi = U_1 \sqrt{\frac{u}{u+v}}, \qquad \gamma_3 = -V_1 \sin\varphi = -V_1 \sqrt{\frac{v}{u+v}}.$$

Or, pour que α_3, β_3, γ_3 puissent être les éléments d'une colonne d'un déterminant orthogonal, il faut que

$$\alpha_3^2 = 1 - \beta_3^2 - \gamma_3^2 = 1 - \frac{U_1^2 u + V_1^2 v}{u+v},$$

et que α_3 soit solution de l'équation

$$\frac{\partial^2 \alpha}{\partial u \, \partial v} = \frac{1}{\beta_3} \frac{\partial \beta_3}{\partial v} \frac{\partial \alpha}{\partial u} + \frac{1}{\gamma_3} \frac{\partial \gamma_3}{\partial u} \frac{\partial \alpha}{\partial v}.$$

En tenant compte des valeurs de β_3 et γ_3, cette équation devient

(15) $$\frac{\partial^2 \alpha}{\partial u \, \partial v} + \frac{1}{2} \frac{1}{u+v} \frac{\partial \alpha}{\partial u} + \frac{1}{2} \frac{1}{u+v} \frac{\partial \alpha}{\partial v} = 0.$$

La valeur de α_3 peut d'ailleurs s'écrire

(16) $$\alpha_3^2 = 2 \frac{U+V}{u+v}.$$

En écrivant que α_3 est solution de l'équation (15), on trouve

(17) $$(U+V)^2 = (u+v)^2 U'V'.$$

Cette équation admet deux espèces de solutions :

1° $$U = K u + \lambda, \qquad V = K v - \lambda.$$

Cette solution ne convient pas au problème, puisqu'elle donne pour α_3 une valeur constante.

2° $$U = \frac{p}{u-\omega} + q, \qquad V = \frac{p}{v+\omega} - q.$$

On pourra, avec ces valeurs, former α_3, β_3, γ_3 et l'on verra que, par un changement de variables, on retrouve les formules connues pour la représentation sphérique d'une quadrique; donc :

Si un réseau de lignes de courbure d'une surface se projette sur un plan P *suivant un réseau* 2O *d'une infinité de manières, la représentation sphérique des lignes de courbure est la même que celle d'une quadrique ayant le plan* P *pour plan principal.*

CORRESPONDANCE.

M. Michaël Idvorsky Pupin adresse des remercîments pour la distinction que l'Académie a accordée à ses travaux.

ASTRONOMIE. — *Observation de l'éclipse de Soleil du 3 février 1916, faite à Valence (Espagne).* Note de MM. **Tarazona** et **Marti**, présentée par M. Bigourdan.

Le premier contact, seul observable, a été noté par un temps superbe à l'équatorial Grubb, disposé pour la photographie et donnant par projection une image solaire de $0^m,10$ de diamètre.

Les corrections du pendule ont été déduites des signaux radio-télégraphiques de Paris, des 29 janvier, 3 et 5 février. Les heures conclues sont les suivantes, en temps moyen de Greenwich :

		Obs. — Calc.
Tarazona	$16^h 41^m 14^s,9$	$-4^s,7$
Marti......................	$16^h 41^m 16^s,9$	$-2^s,7$

L'heure calculée a été obtenue au moyen des données de la *Connaissance des Temps de* 1916.

Coordonnées géographiques provisoires de la station :

Long... $0^h 1^m 29^s,4$ ouest de Gr. Lat. boréale.... $39^\circ 28' 17''$

Peu après l'observation, le Soleil s'est caché derrière les maisons voisines, ce qui n'a pas permis d'obtenir des photographies du Soleil éclipsé.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la classe de certaines expressions différentielles.* Note de M. E. **Goursat**, présentée par M. Émile Picard.

Je me suis déjà occupé, dans deux Mémoires publiés dans le *Journal de Mathématiques* (1908 et 1915), de l'usage qu'on pouvait faire de certains invariants intégraux, supposés connus, d'un système d'équations différentielles, pour la détermination des intégrales premières de ce système. Cette recherche se rattache à une question plus générale, qui se pose aussi quand on se propose d'étendre le problème de Pfaff à des équations de degré quelconque par rapport aux différentielles.

Soit ω_p une forme symbolique de degré p des différentielles de n variables $x_1, x_2, \ldots, x_n$,

$$\omega_p = \Sigma A_{\alpha_1 \alpha_2 \ldots \alpha_p} dx_{\alpha_1} dx_{\alpha_2} \ldots dx_{\alpha_p},$$

où $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_p$ sont p nombres entiers différents pris parmi les n premiers

nombres 1, 2, ..., n; les coefficients $A_{\alpha_1\alpha_2\ldots\alpha_p}$ sont des fonctions continues, ainsi que leurs dérivées partielles, de ces n variables, et la sommation est étendue à toutes les combinaisons p à p des n premiers nombres. Le produit symbolique $dx_{\alpha_1} dx_{\alpha_2} \ldots dx_{\alpha_p}$ représente le jacobien des variables $x_{\alpha_1} x_{\alpha_2} \ldots x_{\alpha_p}$ par rapport à p paramètres indépendants quelconques $u_1, u_2, \ldots, u_p$. Si l'on effectue un changement de variables

$$x_i = \varphi_i(y_1, y_2, \ldots, y_n) \qquad (i = 1, 2, \ldots, n),$$

l'expression ω_p est remplacée par une expression de même espèce

$$\Omega_p = \Sigma B_{\alpha_1\alpha_2\ldots\alpha_p} dy_{\alpha_1} dy_{\alpha_2} \ldots dy_{\alpha_p}.$$

Il peut arriver que quelques-unes des variables $y_1, y_2, \ldots, y_p$ ou leurs différentielles ne figurent pas dans la nouvelle expression. La *classe c* de la forme symbolique ω_p est égale au nombre *minimum* de variables au moyen desquelles puisse s'exprimer ω_p par un changement de variables convenable. Ce nombre se détermine au moyen des théorèmes suivants.

Considérons, en même temps que ω_p, la forme symbolique dérivée ω'_p de degré $p+1$, qui a pour expression

$$\omega'_p = \Sigma\, dA_{\alpha_1\alpha_2\ldots\alpha_p} dx_{\alpha_1} \ldots dx_{\alpha_p} = \Sigma\, \mathcal{A}_{\alpha_1\alpha_2\ldots\alpha_{p+1}} dx_{\alpha_1} dx_{\alpha_2} \ldots dx_{\alpha_{p+1}}.$$

A chacune de ces formes ω_p, ω'_p on peut rattacher un système d'équations aux différentielles totales

$$\text{(S)} \qquad \sum_{i=1}^{n} A_{\alpha_1\alpha_2\ldots\alpha_{p-1}i}\, dx_i = 0 \qquad (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{p-1} = 1, 2, \ldots, n),$$

$$\text{(S')} \qquad \sum_{i=1}^{n} \mathcal{A}_{\alpha_1\alpha_2\ldots\alpha_p i}\, dx_i = 0 \qquad (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_p = 1, 2, \ldots, n),$$

et ces deux systèmes sont des covariants de la forme ω_p, relativement à tout changement de variables.

Le dernier système (S') est *complètement intégrable*, quelle que soit la forme ω_p. Si ce système ne contient que q équations linéairement distinctes, *le nombre q est égal à la classe de la forme dérivée ω'_p*.

Le système (S) n'est pas en général complètement intégrable, mais le système (S) + (S'), formé par la réunion des équations des deux systèmes (S) et (S'), est complètement intégrable. S'il comprend seulement $q+r$ équations linéairement distinctes, *la classe de ω_p est égale à $q+r$*.

Les variables qui figurent dans la forme réduite de ω_p sont précisément

les $q+r$ intégrales du système (S) + (S′). Mais ce système n'est pas un système complètement intégrable quelconque, et son intégration peut dans bien des cas être simplifiée. Par exemple, si $r>0$, on intégrera d'abord le système (S′) qui est seulement d'ordre q.

Voici comment cette notion de classe s'introduit dans la question que je m'étais proposée sur les invariants intégraux. Soient

$$(1) \qquad \frac{dx_1}{X_1}=\frac{dx_2}{X_2}=\ldots=\frac{dx_n}{X_n}=dt$$

un système d'équations différentielles, où les fonctions X_i ne renferment pas t, et $I_p=\int\omega_p$ un de ces invariants intégraux que j'ai appelés $I_p^{(e)}$, qui restent des invariants intégraux quand on multiplie les dénominateurs $X_1, \ldots, X_n$ par un facteur quelconque $\lambda(x_1, \ldots, x_n)$. Si l'on suppose le système (1) ramené par un changement de variables à la forme réduite

$$(2) \qquad \frac{dy_1}{0}=\frac{dy_2}{0}=\ldots=\frac{dy_{n-1}}{0}=\frac{dy_n}{1}=dt,$$

la forme symbolique ω_p se change en une nouvelle forme symbolique *où ne figurent ni y_n ni dy_n*. Cette forme ω_p est donc au plus de classe $n-1$, mais peut être de classe inférieure à $n-1$. Dans les deux cas, les variables qui figurent dans la forme réduite de ω_p sont des intégrales du système (1), et la détermination de ces variables n'exige que l'intégration d'un système complètement intégrable d'ordre inférieur à $n-1$, si ω_p est de classe inférieure à $n-1$.

Dans le premier travail consacré à ce problème, j'avais montré que les intégrales du système (S′) étaient aussi des intégrales des équations (1). Ce résultat était moins complet que celui que je viens d'énoncer, puisque je ne tenais pas compte des intégrales du système (S) + (S′), qui n'appartiennent pas au système (S′).

Le seul cas où la connaissance de l'invariant $I_p^{(e)}$ semble n'être d'aucune utilité, est celui où le système (S′) se compose de $n-1$ équations distinctes. Ce système est alors équivalent au système (1). Mais l'intégration de ce système (S′) peut présenter d'autres simplifications, que je ne puis indiquer ici. Dans le cas le plus défavorable, si l'on a obtenu $n-2$ intégrales de (S′), on peut obtenir la dernière intégrale par une quadrature.

Toutes ces questions feront l'objet d'un travail plus étendu.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la déformation dans la représentation conforme sous des conditions restrictives.* Note de M. **T.-H. Gronwall**, présentée par M. Émile Picard.

En poursuivant le sujet de ma Note du 14 février 1916 (p. 249), je considère le cas où le domaine D se reproduit par une rotation de $\frac{2\pi}{n}$ autour de l'origine. Les bornes de $\left|\frac{dw}{dz}\right|$ et $|w|$ obtenues dans le cas général se resserrent maintenant de la manière suivante :

Lorsque la fonction analytique

$$w = z + a_2 z^2 + \ldots + a_\nu z^\nu + \ldots$$

donne la représentation conforme du cercle $|z| < 1$ sur l'intérieur d'un domaine simple D dans le plan des w, et que D se reproduise par une rotation de $\frac{2\pi}{n}$ autour de l'origine, on a, pour $|z| = r$ et $0 < r < 1$,

$$(1) \qquad \frac{1 - r^n}{(1 + r^n)^{1+\frac{2}{n}}} < \left|\frac{dw}{dz}\right| < \frac{1 + r^n}{(1 - r^n)^{1+\frac{2}{n}}},$$

$$(2) \qquad \frac{r}{(1 + r^n)^{\frac{2}{n}}} < |w| < \frac{r}{(1 - r^n)^{\frac{2}{n}}},$$

sauf dans le cas où

$$(3) \qquad w = \frac{z}{(1 - e^{\alpha i} z^n)^{\frac{2}{n}}} \qquad (\alpha \text{ réel}),$$

les bornes supérieures et inférieures étant alors atteintes pour $z^n = r^n e^{-\alpha i}$ et $z^n = -r^n e^{-\alpha i}$ respectivement. La borne de convexité est supérieure ou égale à

$$(4) \qquad \sqrt[n]{\frac{\sqrt{2n^2+1} - n - 1}{n - 2}},$$

l'égalité n'ayant lieu que dans le cas (3).

Lorsque le domaine D est *convexe*, on a

$$(5) \qquad \frac{1}{(1 + r^n)^{\frac{2}{n}}} < \left|\frac{dw}{dz}\right| < \frac{1}{(1 - r^n)^{\frac{2}{n}}},$$

$$(6) \qquad \int_0^r \frac{dr}{(1 + r^n)^{\frac{2}{n}}} < |w| < \int_0^r \frac{dr}{(1 - r^n)^{\frac{2}{n}}},$$

sauf dans le cas où

$$(7) \qquad w = \int_0^z \frac{dz}{(1 - e^{\alpha i} z^n)^{\frac{2}{n}}},$$

les bornes étant alors atteintes comme plus haut.

Pour $n = 2$, il faut remplacer (4) par $\frac{1}{\sqrt{3}}$. Il est facile de voir d'ailleurs que si D présente la symétrie indiquée, w sera de la forme

$$z + a_{n+1} z^{n+1} + a_{2n+1} z^{2n+1} + \ldots .$$

Le domaine D correspondant à (3) est une étoile à n coupures infinies symétriques autour de l'origine, tandis que pour (7), nous aurons un polygone régulier.

Un problème tout autrement difficile se présente lorsqu'on se donne *a priori* quelques-uns des coefficients de w, comme l'ont fait MM. Landau et Carathéodory dans le théorème de M. Picard. En me bornant au cas le plus simple où $a_2 = ae^{\gamma i}$ $(a > 0)$ est donné, je trouve le résultat suivant :

Lorsque la fonction analytique

$$w = z + ae^{\gamma i} z^2 + a_3 z^3 + \ldots + a_n z^n + \ldots$$

donne la représentation conforme du cercle $|z| < 1$ sur l'intérieur d'un domaine simple D dans le plan des w, il faut que $a \leqq 2$, et en dénotant par $r(a)$, pour $0 \leqq a \leqq 1$, la racine comprise entre zéro et un de l'équation

$$\frac{2r}{1 + 2(a-1)r + r^2} - \log \frac{1+r}{1-r} = 0,$$

et par $\cos\beta$, pour $0 \leqq r \leqq r(a)$, la racine positive de l'équation

$$\frac{2r}{1 - 2r\cos\beta + r^2} - \log \frac{1+r}{1-r} = 0,$$

on a, pour $|z| = r$ et $0 < r < 1$,

$$(8) \qquad \frac{1-r^2}{(1+ar+r^2)^2} < \left|\frac{dw}{dz}\right| < \begin{cases} \dfrac{1 - 2r\cos\beta + r^2}{(1-r)^{2+\cos\beta+a}(1+r)^{2-\cos\beta-a}} \\ [\text{pour } a \leqq 1 \text{ et } r \leqq r(a)], \\ \dfrac{1 + 2(a-1)r + r^2}{(1-r)^4(1+r)} \\ [\text{pour } a \leqq 1 \text{ et } r \geqq r(a) \text{ et pour } 1 \leqq a \leqq 2]. \end{cases}$$

et

$$(9)\qquad \frac{r}{1+ar+r^2} < |w| < \begin{cases} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \qquad (\text{pour } a < 1), \\ \dfrac{2-a}{4}\log\dfrac{1+r}{1-r} + \dfrac{a}{2}\,\dfrac{r}{(1-r)^2} \\ \qquad (\text{pour } 1 \leqq a \leqq 2), \end{cases}$$

ces bornes étant atteintes pour les fonctions w qu'on obtient en remplaçant r par $ze^{\gamma i}$ et $-ze^{\gamma i}$ dans les bornes supérieures et inférieures respectivement.

Lorsque le domaine D est convexe, il faut que $a \leqq 1$, et l'on a

$$(10)\qquad \frac{1}{1+2ar+r^2} < \left|\frac{dw}{dz}\right| < \frac{1}{(1-r)^{1+a}(1+r)^{1-a}},$$

$$(11)\qquad \frac{1}{\sqrt{1-a^2}}\operatorname{arc\,tang}\frac{\sqrt{1-a^2}\,.\,r}{1+ar} < |w| < \frac{1}{2a}\left[\left(\frac{1+r}{1-r}\right)^a - 1\right],$$

ces bornes étant atteintes pour les w obtenus comme précédemment. La méthode employée ne suffit pas pour donner la valeur exacte de la borne supérieure de $|w|$ dans (9) lorsque $a < 1$. Il est facile cependant d'en obtenir des expressions plus ou moins approchées.

J'ai étudié aussi le cas où le domaine D est contenu à l'intérieur d'un cercle de rayon donné, et j'y reviendrai ultérieurement.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Les fonctions de Bessel de plusieurs variables exprimées par des fonctions de Bessel d'une variable.* Note de M. B. Jekhowsky, présentée par M. Appell.

Dans une Note des *Comptes rendus* (1) M. Appell a attiré l'attention sur les fonctions de Bessel de plusieurs variables; M. Pérès (2) a étudié ces fonctions. Je me propose de donner une formule générale exprimant, sous forme de série, les fonctions de Bessel de n variables à l'aide des fonctions de $n-1$ variables. On pourra donc, de proche en proche, exprimer ces fonctions par des fonctions de Bessel d'une variable.

Soit

$$J_k(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n) = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\cos(ku - x_1\sin u - x_2\sin 2u - \ldots - x_n\sin nu)\,du$$

la fonction de Bessel de n variables.

(1) *Comptes rendus*, t. 160, 1915, p. 419.

(2) *Comptes rendus*, t. 161, 1915, p. 168.

En décomposant le cosinus qui figure sous le signe d'intégration en

$$\cos\lambda_{n-1}\cos(x_n \sin nu) + \sin\lambda_{n-1}\sin(x_n \sin nu),$$

où

$$\lambda_{n-1} = ku - x_1 \sin u - x_2 \sin 2u - \ldots - x_{n-1}\sin(n-1)u,$$

et en remplaçant dans ces expressions

$$\left.\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\right\} x_n \sin nu$$

par

$$J_0(x_n) + 2\sum_{p=1}^{p=\infty} J_{2p}(x_n)\cos 2pnu,$$

$$2\sum_{p=1}^{p=\infty} J_{2p-1}(x_n)\sin(2p-1)nu,$$

on remarque facilement que

$$\frac{1}{\pi}\int_0^\pi 2\cos\lambda_{n-1}\cos 2pnu\,du$$
$$= J_{k-2pn}(x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}) + J_{k+2pn}(x_1, x_2, \ldots, x_{n-1})$$

et

$$\frac{1}{\pi}\int_0^\pi 2\sin\lambda_{n-1}\sin(2p-1)nu\,du$$
$$= J_{k-(2p-1)n}(x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}) - J_{k+(2p-1)n}(x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}),$$

d'où la formule générale

$$\begin{aligned}J_k(x_1, x_2, \ldots, x_n) &= J_0(x_n)\,J_k(x_1, x_2, \ldots, x_{n-1})\\ &+ \sum_{p=1}^{p=\infty} J_{2p}(x_n)\,[J_{k-2pn}(x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}) - J_{k+2pn}(x_1, x_2, \ldots, x_{n-1})]\\ &+ \sum_{p=1}^{p=\infty} J_{2p-1}(x_n)\,[J_{k-(2p-1)n}(x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}) - J_{k+(2p-1)n}(x_1, x_2, \ldots, x_{n-1})].\end{aligned}$$

En particulier, si $n=2$ et $k=0$, la deuxième somme disparaît et l'on a

$$J_0(x_1, x_2) = J_0(x_2)\,J_0(x_1) + 2\sum_{p=1}^{p=\infty} J_{2p}(x_2)\,J_{4p}(x_1).$$

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur la réduction des formes quadratiques positives.* Note [1] de M. **Gaston Julia**, présentée par M. Georges Humbert.

Les caractéristiques suivantes des formes quadratiques positives réduites sont aujourd'hui classiques.

Soit, par exemple, une forme ternaire positive

$$f = ax^2 + a'y^2 + a''z^2 + 2byz + 2b'zx + 2b''xy;$$

on sait depuis Dirichlet qu'elle *équivaut à une réduite*

$$AX^2 + A'Y^2 + A''Z^2 + 2BYZ + 2B'ZX + 2B''XY,$$

dont le minimum absolu A est donné par le système $X = 1$, $Y = 0$, $Z = 0$, dont le deuxième minimum propre (c'est-à-dire fourni par un système où Y et Z ne sont pas tous deux nuls) est A' et est fourni par le système $X = 0$, $Y = 1$, $Z = 0$, dont le troisième minimum propre (c'est-à-dire fourni par un système où $Z \neq 0$) est A'' et est fourni par le système $X = 0$, $Y = 0$, $Z = 1$.

La considération des réseaux de points à coordonnées entières à trois dimensions permet d'objectiver ces résultats. L'ellipsoïde $f = t^2$ qui correspond à une forme réduite, lorsque t croît de 0 à $+\infty$, s'enflera et dans sa déformation homothétique passera d'abord par le point A à l'unité de distance sur Ox, puis le premier point, hors de Ox, rencontré, sera le point B à l'unité de distance sur Oy, puis le premier point rencontré hors du plan xOy sera le point C à l'unité de distance sur Oz.

Un problème intéressant se pose dès lors :

Étant donné, par exemple, une forme f positive ternaire quelconque, on considère le réseau des points de l'espace à coordonnées entières. L'ellipsoïde $f = t^2$ en grandissant rencontrera un premier point A du réseau qui fournit le minimum absolu de f, puis le premier point rencontré hors de OA sera un point B qui fournit le deuxième minimum propre de f, puis le premier point rencontré hors du plan OAB sera un point C qui fournit le troisième minimum propre de f.

Si nous démontrons que le déterminant des coordonnées des points A, B, C est égal à 1, nous aurons directement la notion de réduite, car on

(1) Séance du 21 février 1916.

pourra prendre A, B, C pour bases du réseau des points entiers, et la forme f se trouvera réduite par la substitution qui fait passer de l'ancienne base à la nouvelle.

$$(1)\quad \begin{cases} x = l_1 X + l_2 Y + l_3 Z, & l_1 m_1 n_1 \text{ étant les coordonnées de A}, \\ y = m_1 X + m_2 Y + m_3 Z, & l_2 m_2 n_2 \quad\text{»}\quad \text{B}, \\ z = n_1 X + n_2 Y + n_3 Z, & l_3 m_3 n_3 \quad\text{»}\quad \text{C}, \end{cases} \qquad D = \begin{vmatrix} l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \\ l_3 & m_3 & n_3 \end{vmatrix} = 1.$$

Cette conception de la réduction se trouve déjà dans Minkowski (approximations diophantiques, p. 114). Il y est toutefois fait usage de moyens trop compliqués pour la seule application que nous avons en vue; Minkowski ne semble pas avoir vu non plus que cette question donnait la solution du problème des *octaèdres d'un réseau* analytiquement traité par lui pages 97 et suivantes de son livre. Il est revenu sur la question des formes à n variables dans sa *Géométrie des nombres* (applications) et il a donné une limitation de la valeur du déterminant formé avec les coordonnées des points qui fournissent les premiers minimums propres. Cette limite peut être abaissée quand on étudie les formes d'un nombre de variables peu élevé et qu'on serre l'analyse de plus près. Nous le montrerons pour les formes quaternaires.

Voici la méthode géométrique qui donne aisément le résultat pour trois variables ([1]). L'ellipsoïde de la famille $\mathcal{E}$, $f = t^2$, qui passe par C ne contenant d'autres points du réseau que des points du plan OAB, l'octaèdre dont les six sommets sont A, B, C et A′, B′, C′ symétriques de A, B, C, par rapport à l'origine, ne contiendra d'autres points du réseau que O, et ses sommets, à son intérieur ou sur sa surface. Sur OABC construisons un parallélépipède P; son volume sera égal au déterminant des coordonnées de A, B, C. Comme il n'y a pas de point du réseau autre que O dans l'octaèdre ABCA′B′C′, il n'y en aura pas non plus dans chacun des huit tétraèdres tels que OABC ayant pour sommet un sommet du parallélépipède P et pour arêtes les arêtes issues de ce sommet.

Le parallélépipède P ne peut donc renfermer à son intérieur que des points du réseau qui seraient *intérieurs* à l'octaèdre Γ dont les sommets sont les centres des faces de P (il n'y en a sûrement pas sur la surface de P différents des sommets). Mais Γ est homothétique de l'octaèdre ABCA′B′C′ par rapport au sommet O′ de P opposé à O et dans le rapport $\frac{1}{2}$. Si dans Γ il

([1]) Pour deux variables la méthode est encore plus simple, c'est pourquoi nous l'omettons.

existait un point μ du réseau distinct du centre ω de P et de Γ, μ' symétrique de μ par rapport à ω serait aussi du réseau. $\mu\mu'$ serait un vecteur dont les projections seraient entières. L'homothétique M de μ par rapport à O' dans le rapport 2 serait un point intérieur à l'octaèdre ABCA'B'C' et OM équipollent à $\mu'\mu$ aurait ses projections entières; M serait un point du réseau. Ceci est contradictoire avec l'hypothèse faite. Le seul point du réseau qui puisse exister dans P est ω.

On voit donc, si l'on remarque que la démonstration subsiste, si à l'ellipsoïde on substitue un *corps convexe quelconque* ayant son centre en O, que :

1° Le déterminant D des coordonnées des points A, B, C est 1 ou 2;

2° Ceci donne la solution du problème des « octaèdres du réseau » ABCA'B'C' dont les six sommets et le centre sont du réseau, et qui ne contiennent à leur intérieur ou sur leur surface pas d'autre point du réseau.

Il est facile de voir que l'hypothèse $D = 2$ est impossible dans le cas des formes quadratiques. Effectivement, si ω centre de P est du réseau, les sept points qui sont centres des sept parallélépipèdes analogues à P et *adjacents à* P *en* O, sont aussi du réseau. Or un des huit points ainsi obtenus est toujours *intérieur à l'ellipsoïde* $\mathcal{E}$ *qui passe par* C. Car si l'on fait la substitution (1) f devient

$$F = AX^2 + A'Y^2 + A''Z^2 + 2BYZ + 2B'ZX + 2B''XY$$
$$(0 < A \leqq A' \leqq A'').$$

Les huit points précédents ont pour coordonnées

$$X = \frac{\varepsilon}{2}, \qquad Y = \frac{\varepsilon'}{2}, \qquad Z = \frac{\varepsilon''}{2} \qquad (\varepsilon = \pm 1,\ \varepsilon' = \pm 1,\ \varepsilon'' = \pm 1);$$

$$F\left(\frac{\varepsilon}{2}, \frac{\varepsilon'}{2}, \frac{\varepsilon''}{2}\right) = \frac{1}{4} F(\varepsilon, \varepsilon', \varepsilon'') = \frac{A + A' + A'' + 2B\varepsilon'\varepsilon'' + 2B'\varepsilon''\varepsilon + 2B''\varepsilon\varepsilon'}{4}.$$

La somme des huit valeurs possibles de $2B\varepsilon'\varepsilon'' + 2B'\varepsilon''\varepsilon + 2B''\varepsilon\varepsilon'$ est nulle. Donc une de ces valeurs est négative ou elles sont toutes nulles. Ceci suffit pour qu'un des huit points envisagés donne à F une valeur $\leqq \frac{A + A' + A''}{4}$ et cette valeur étant inférieure à la valeur A'' de F au point C, le point correspondant serait intérieur à l'ellipsoïde $\mathcal{E}$ qui passe en C; ceci écarte l'hypothèse $D = 2$. Donc $D = 1$ comme nous l'avions annoncé.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur la puissance des ensembles mesurables* B. Note de M. **P. Alexandroff**, présentée par M. Hadamard.

1. Le but de cette Note est de résoudre le problème suivant : « Déterminer la puissance de tout ensemble *non dénombrable* mesurable B. » Ce problème m'a été posé par M. N. Lusin, et c'est grâce à son concours précieux que j'ai obtenu le résultat ci-dessous; quelques points de la démonstration lui sont également dus.

Soit E un ensemble F de classe α non dénombrable. D'après les beaux résultats de M. Lebesgue, nous pouvons développer E en tableau à double entrée

$$(\mathrm{E})\qquad \left\{\begin{array}{l} E_1^1 + E_1^2 + E_1^3 + \ldots + E_1^{q_1} + \ldots \\ E_2^1 + E_2^2 + E_2^3 + \ldots + E_2^{q_1} + \ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ E_{p_1}^1 + E_{p_1}^2 + E_{p_1}^3 + \ldots + E_{p_1}^{q_1} + \ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}\right.$$

où l'ensemble donné E est la partie commune aux ensembles-sommes situés dans les lignes horizontales du tableau (E). Il est important de remarquer que la classe de tout ensemble $E_{p_1}^{q_1}$, soit $\alpha_{p_1}^{q_1}$, est inférieure à α, c'est-à-dire $\alpha > \alpha_{p_1}^{q_1}$. Si $E_{p_1}^{q_1}$ n'est pas un ensemble fermé, nous pouvons le développer en tableau analogue. Le terme général de ce sous-tableau, soit $E_{p_1 p_2}^{q_1 q_2}$, est un ensemble F de classe $\alpha_{p_1 p_2}^{q_1 q_2}$ inférieure à $\alpha_{p_1}^{q_1}$. Si ce n'est pas un ensemble fermé, nous pouvons le représenter par un nouveau tableau de terme général $E_{p_1 p_2 p_3}^{q_1 q_2 q_3}$ et ainsi de suite.

Considérons une suite des ensembles déduits les uns des autres $E_{p_1}^{q_1}$, $E_{p_1 p_2}^{q_1 q_2}$, $E_{p_1 p_2 p_3}^{q_1 q_2 q_3}$, ... : les classes correspondantes vont en décroissant, donc la suite ne comprend qu'un nombre *fini* de ces ensembles. Nous serons arrêtés quand nous arriverons à un ensemble fermé $E_{p_1 p_2 \ldots p_\lambda}^{q_1 q_2 \ldots q_\lambda}$ (λ fini). Donc nous représenterons, à l'aide d'une infinité énumérable d'opérations, l'ensemble donné E par un tableau dont les éléments sont des sous-tableaux, et ainsi de suite.

2. Cela posé, appelons *produit* d'ensembles donnés la partie commune à ces ensembles.

Formons le produit π_1 de n ensembles (n donné arbitrairement > 1)

$$\pi_1 = E_1^{q_1} E_2^{q_2} E_3^{q_3} \ldots E_n^{q_n}.$$

où $r_1, r_2, r_3, \ldots, r_n$ constituent un système de n entiers positifs choisi arbitrairement. En remplaçant, dans ce produit π_1, chaque facteur non fermé $E_k^{r_k}$ par le produit de $n-k+1$ ensembles $E_{k,1}^{r_k s_1} E_{k,2}^{r_k s_2} \ldots E_{k,n-k+1}^{r_k s_{n-k+1}}$, tous les s étant des entiers quelconques déterminés, nous déduisons du produit π_1 le second produit π_2. En remplaçant, dans ce produit π_2 chaque facteur non fermé $E_{k,i}^{r_k s_i}$ par le produit de $n-k+1$ ensembles

$$E_{k,i,1}^{r_k s_i t_1} E_{k,i,2}^{r_k s_i t_2} \ldots E_{k,i,n-k+1}^{r_k s_i t_{n-k+1}},$$

les t déterminés, choisis arbitrairement, nous aurons le troisième produit π_3 et ainsi de suite. Il est bien évident qu'en recommençant ainsi cette opération, on finira par arriver à un produit π_μ (μ fini) dont chaque facteur est un ensemble fermé. Ce produit π_μ étant un ensemble fermé, nous l'appellerons *ensemble fermé de $n^{\text{ième}}$ espèce*. Tous les produits π_μ que nous définissons ont un nombre fini de facteurs à un nombre fini d'indices; ils forment par suite un ensemble énumérable. Nous dirons qu'un ensemble fermé π_μ de $n^{\text{ième}}$ espèce est *ensemble canonique de $n^{\text{ième}}$ espèce*, si le produit $E\pi_1 \pi_2 \pi_3 \ldots \pi_\mu$ contient une infinité non dénombrable de points. Il est clair que tous les ensembles canoniques π_μ de $n^{\text{ième}}$ espèce forment un ensemble énumérable; nous pouvons donc les écrire de la manière suivante :

$$e_n^1, e_n^2, e_n^3, \ldots, e_n^\nu, \ldots.$$

Si l'on fait varier le nombre n, on obtient un tableau à *double* entrée (e). Nous dirons que ce tableau (e) est *tableau canonique d'ensembles* E.

3. Considérons maintenant les propriétés du tableau canonique (e). Chaque ensemble e_n^ν étant un des produits π_μ, nous dirons que $e_n^{\nu'}$ est *diviseur régulier* de $e_m^{\nu''}$ $(m > n)$, s'il y a parmi les facteurs du produit $e_m^{\nu''}$ tous les facteurs du produit $e_n^{\nu'}$. Nous dirons qu'une suite

$$e_{n_1}^{\nu_1}, e_{n_2}^{\nu_2}, e_{n_3}^{\nu_3}, \ldots, e_{n_k}^{\nu_k}, \ldots \qquad (n_1 < n_2 < n_3 < \ldots < n_k < \ldots)$$

est *chaîne régulière*, si e^{ν_k} est diviseur régulier de $e_{n_{k+1}}^{\nu_{k+1}}$ $(k = 1, 2, 3, \ldots)$.

La partie commune à tous les ensembles $e_{n_k}^{\nu_k}$ $(k = 1, 2, 3, \ldots)$ d'une chaîne régulière sera nommée *noyau de cette chaîne régulière*.

Cela posé, le Tableau canonique (e) possède les propriétés suivantes :

1° Le noyau de toute chaîne régulière est contenu dans E;

2° Tout point de E (à une infinité dénombrable près) est contenu dans un au moins des noyaux;

3° L'ensemble e_n^ν étant donné, il existe, dans la $(n-1)^{\text{ième}}$ ligne, un ensemble $e_{n-1}^{\nu'}$ et un seul qui est un diviseur régulier de e_n^ν;

4° Tout ensemble e_n^ν est un diviseur régulier d'un au moins des ensembles $e_m^{\nu'}(m > n)$;

5° Soit e_n^ν un diviseur régulier de $e_m^{\nu'}$ $(m > n)$; quel que soit un ensemble M non dénombrable de points de E $(e_n^\nu - e_m^{\nu'})$, il existe toujours un ensemble $e_m^{\nu''}$ $(\nu'' \neq \nu')$ contenant une infinité non dénombrable de points de M et qui admet l'ensemble e_n^ν pour son diviseur régulier.

4. Passons maintenant à la démonstration du théorème fondamental :

Théorème. — *Tout ensemble de points non dénombrable mesurable* B *contient un ensemble parfait.*

Tout d'abord le théorème est évident s'il existe au moins une chaîne régulière, dont le noyau (toujours fermé) est non dénombrable. Passons donc au cas où le noyau de toute chaîne régulière est dénombrable.

Dans ce cas, quels que soient un ensemble e_n^ν et un ensemble parfait π contenu dans e_n^ν et contenant une infinité non dénombrable de points de E, il existe (en vertu de 5°), dans π, deux ensembles parfaits π_1 et π_2 sans point commun et contenant une infinité non dénombrable de points de E, tels que π_1 appartient à $e_m^{\nu'}(m > n)$, π_2 à $e_m^{\nu''}(\nu'' \neq \nu')$, $\pi_1 e_m^{\nu''} = 0$, $\pi_2 e_m^{\nu'} = 0$, où $e_m^{\nu'}$ et $e_m^{\nu''}$ sont deux ensembles dont e_n^ν est un diviseur régulier. Nous dirons que π_1 et π_2 sont *ensembles déduits de* π.

Cela posé, prenons dans e_1^1 un ensemble parfait π contenant une infinité non dénombrable de points de E. D'après ce qui précède, nous pouvons déduire de π deux ensembles π_1 et π_2; de l'ensemble π_{α_1} $(\alpha_1 = 1$ ou $2)$ deux ensembles $\pi_{\alpha_1 1}$ et $\pi_{\alpha_1 2}$; $\pi_{\alpha_1 \alpha_2}$ $(\alpha_2 = 1$ ou $2)$ deux ensembles $\pi_{\alpha_1 \alpha_2 1}$ et $\pi_{\alpha_1 \alpha_2 2}$ et ainsi de suite. Le procédé se poursuit indéfiniment, de sorte qu'on obtient une suite infinie d'ensembles parfaits :

$$(1) \qquad \pi_{\alpha_1}, \pi_{\alpha_1 \alpha_2}, \pi_{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3}, \ldots, \pi_{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \ldots \alpha_k}, \ldots$$

où $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots \alpha_k, \ldots$ est une suite infinie arbitraire d'entiers dont chacun est égal à 1 ou 2. La partie commune X à tous les ensembles π de la suite (1) appartient, d'après 1°, à l'ensemble donné E; l'ensemble de tous les X est évidemment un ensemble parfait contenu dans E, ce qui démontre la proposition.

PHYSICO-CHIMIE APPLIQUÉE. — *Sur la stabilité des hypochlorites en solutions très étendues. Conséquences au point de vue de leur emploi pour la stérilisation des eaux (javélisation).* Note de M. **Lucien Vallery**, présentée par M. Dastre.

L'étude que nous avons entreprise sur la stabilité des hypochlorites en solutions très étendues nous a donné des résultats que nous nous décidons à faire connaître, bien qu'ils soient très incomplets, en raison de l'importance qu'ils présentent au point de vue de l'emploi de ces corps pour la stérilisation des eaux (javélisation).

En solutions très étendues, correspondant à un titre pondéral en chlore actif, de l'ordre du millionième (nos expériences ont porté sur des solutions d'un titre compris entre 10^{-6} et 5×10^{-6}), les hypochlorites sont le siège d'un phénomène de décomposition lente, limitée ou non, suivant le titre initial, par un équilibre, et dont la limite, quand elle existe, est influencée d'une façon assez considérable par des variations apparemment très faibles du milieu.

La vitesse de cette décomposition, quand celle-ci paraît se faire normalement, c'est-à-dire en dehors de toute réaction chimique sensible, simultanée, et, plus généralement, de toute action perturbatrice, semble, d'une façon générale, être représentée analytiquement par une portion d'hyperbole équilatère; il ne nous est pas encore permis, cependant, de donner cette loi comme constante.

En ce qui concerne l'action exercée par les variations du milieu sur la décomposition des hypochlorites en solutions très étendues, il paraît y avoir lieu de distinguer :

1° Une action purement catalytique, positive ou négative;

2° Une action purement chimique, due à la présence, dans le milieu, de corps susceptibles d'entrer en réaction, soit avec la molécule d'hypochlorite, soit avec les produits de sa décomposition.

A l'une de ces deux catégories doit être rattachée l'action exercée par les germes contenus dans le milieu, action à laquelle permettent de conclure certaines études parues sur la javélisation.

Les résultats précédents ont, comme on le voit, une importance pour l'emploi des hypochlorites dans la stérilisation des eaux, tant au point de vue de l'efficacité de la méthode, puisque l'action stérilisante des hypo-

chlorites aux doses auxquelles on les emploie s'exerce pendant un temps assez considérable, qu'au point de vue de la nécessité de ne livrer l'eau à la consommation que lorsqu'elle ne contient plus que des traces de chlore actif, inférieures à la limite de perceptibilité des sens ($0^{mg},1$ à $0^{mg},15$ par litre).

A cause des phénomènes de décomposition, limitée ou non, dont il est parlé plus haut, il est indispensable, pour éviter des mécomptes, de n'employer, pour la stérilisation des eaux, la javélisation, qui se recommande à tant de points de vue, qu'à la condition de s'astreindre au contrôle chimique quantitatif, d'ailleurs très simple, que cette méthode exige.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Recherche du chlore libre dans les eaux d'alimentation urbaines.* Note de M. **G.-A. Le Roy**, présentée par M. Moureu.

Dans de nombreuses villes en France et à l'étranger, les eaux d'alimentation, avant d'être envoyées dans les canalisations urbaines, sont soumises à un traitement de purification bactérienne basé sur l'action de minimes quantités de chlore actif, fourni par des hypochlorites alcalins ou alcalino-terreux mis en œuvre sous leurs espèces commerciales de chlorure de chaux ou d'*eau de Javel.*

La dose de chlore à introduire dans l'eau est variable. En France, la circulaire du Ministre de l'Intérieur (du 25 septembre 1914) indique comme dose *moyenne* par litre d'eau $0^{mg},8$ de chlore actif; ce qui correspond à l'introduction de 1^{l} d'*eau de Javel* à 30° chlorométriques par chaque 100^{m^3} d'eau à purifier.

On admet généralement que le chlore actif ainsi introduit disparaît rapidement dans l'eau, du fait même de son action purificatrice, en se transformant en chlore inactif et combiné, qui vient se confondre avec celui des chlorures ($NaCl$, $CaCl^2$) naturellement contenus dans les eaux. Il importe que cette disparition du chlore actif, qui est plus ou moins rapide selon la nature de l'eau, sa teneur en matières organiques, en nitrites ou substances sulfurées, son état d'aération, de malaxage, de température, de solarisation, etc., soit accomplie avant l'arrivée aux robinets d'utilisation. En effet, s'il n'est pas démontré que de minimes quantités de chlore actif constamment ingérées dans l'eau de boisson ne soient pas insalubres en agissant, par exemple, sur les ferments digestifs,

il est évident que l'odeur et la saveur d'une eau contenant du chlore actif, et qui deviennent perceptibles dès que la dose atteint environ $0^{mg},05$ par litre, sont désagréables pour le consommateur.

Le contrôle chimique des eaux traitées par les hypochlorites est donc d'une évidente utilité. Malheureusement les réactifs propres à déceler le chlore actif très dilué dans l'eau, et même le réactif iodo-amidonné, qui est le meilleur d'entre eux, malgré sa non complète spécificité, deviennent inefficaces et inopérants quand la dose de chlore par litre descend au-dessous de $0^{mg},05$ environ.

J'ai donc cherché à remédier à cette lacune analytique par la création de la méthode suivante, que j'ai l'honneur de soumettre à l'Académie :

Cette méthode analytique est basée sur la congélation incomplète et fractionnée de l'eau à examiner, la congélation étant conduite de façon à provoquer d'une part l'élimination de la majeure partie de l'eau à l'état de glace pure, et d'autre part la migration du chlore actif dans la petite quantité d'eau laissée incongelée. Le chlore libre se trouvant ainsi concentré sans altération, malgré son instabilité, peut être facilement recherché et caractérisé par ses réactifs classiques.

La technique de l'opération est simple et facile. Elle se résume à : prendre un volume assez considérable de l'eau, si l'examen préalable par les réactifs a donné un résultat négatif, soit 10^{l} d'eau par exemple ; les placer dans un récipient métallique, à parois émaillées si possible ; refroidir, pendant plusieurs heures, par immersion dans un bain de saumure incongelable, fortement réfrigérée et en circulation. Avoir soin de ne pas agiter directement l'eau, ce qui provoquerait une aération nuisible, et procéder seulement par secousses mécaniques exercées extérieurement sur les parois du récipient. Quand il ne reste plus du liquide que la cinquantième partie environ du volume initial, recueillir ce liquide et le soumettre aux réactifs. Dans ces conditions, en opérant sur 10^{l} d'eau, on peut, avec le réactif iodo-amidonné (solution aqueuse à 1 pour 100 d'iodure de potassium, ou mieux, à mon sens, d'iodure de magnésium, additionnés d'empois amylacé), caractériser facilement $0^{mg},0005$ de chlore actif, dilué dans 1000^{g} d'eau. En opérant sur un volume d'eau plus considérable, soit 25^{l}, 50^{l}, 100^{l} (ce qui est facile, étant donnée la technique frigorifique), on peut rechercher et déceler de même le chlore actif jusqu'à des proportions infinitésimales.

On peut également, en certains cas, pousser jusqu'à la congélation totale, puis, après avoir démoulé le bloc de glace, fendre celui-ci longitudinalement en deux, de façon à mettre à nu la partie centrale et médullaire. On examine ensuite, en arrosant cette partie centrale avec le réactif iodo-amidonné, s'il y a apparition de la coloration bleue caractéristique, localisée en cet endroit.

Cette méthode qualitative peut être rendue quantitative. Il suffit de jauger exactement les volumes d'eau mis en œuvre et de la partie incon-

gelée, et de soumettre celle-ci à un examen comparatif, de préférence par voie colorimétrique, avec des solutions types titrées, soit d'iodure d'amidon, soit d'une matière colorante bleu violacé.

Cette méthode est applicable à l'examen des eaux d'alimentation destinées aux troupes en campagne, pour y déceler les traces de poisons, notamment volatils, qui pourraient y être introduits, en violation criminelle des lois de la guerre.

GÉOLOGIE. — *Sur la structure du Moyen Atlas (Maroc central).* Note (¹) de M. **Louis Gentil.**

On ne sait à peu près rien sur la structure de la chaîne centrale du Maroc, qu'aucun géologue n'a traversée.

D'après les descriptions et les levés de reconnaissance de René Caillié, Rohlfs, de Foucauld, Schaudt, R. de Segonzac, on peut se rendre compte que cette chaîne présente une série de crêtes plus ou moins parallèles comprises entre la haute vallée de la Mlouya et la plaine de Meknès.

Cependant, malgré l'image qui nous en a été donnée par les voyageurs, le géographe allemand Theobald Fischer admet, en partant d'une rigoureuse analogie entre le Maroc et l'Espagne, que toute la partie centrale du Maghreb sur l'emplacement de laquelle s'élève la chaîne qui nous occupe doit être envisagée comme le prolongement des plateaux du Maroc occidental, que nous avons compris sous la dénomination de *Meseta marocaine* (²).

C'était, en somme, nier l'existence du Moyen Atlas en tant que chaîne plissée et donner de la structure générale du Nord-Ouest africain une idée un peu trop simple.

Je n'ai, pour ma part, jamais douté de l'allure plissée des reliefs du Maroc central; et si j'ai montré qu'il convenait de rétrécir cette chaîne (³), j'ai essayé d'entrevoir sa structure d'après les descriptions des voyageurs qui l'ont recoupée.

J'ai cru pouvoir dire, non sans quelque réserve, en me basant sur le voyage effectué par R. de Segonzac en 1901, que le Moyen Atlas devait

(¹) Séance du 21 février 1916.

(²) Theobald Fischer, *Mittelmeer-Bilder, Gesammelte Abhandlungen zur Kunde der Mittelmeer-Länder*, neue Folge, p. 22 et suiv. Leipzig und Berlin, 1908.

(³) *Comptes rendus*, t. 154, 1912, p. 89, et t. 158, 1914, p. 146.

être formé de grandes rides anticlinales, à flancs jurassiques, laissant percer dans l'échancrure des cols franchis par les pistes, les terrains paléozoïques et permo-triasiques ([1]).

J'ai pu enfin, l'été dernier, confirmer *de visu* cette interprétation qui accordait, jusqu'ici, une certaine part à l'hypothèse.

Ainsi que je l'avais pensé, le plateau des Beni Mguild forme le prolongement, vers le Sud, de celui des Beni Mtir.

De la falaise rocheuse de l'Ari Boudâa à Timhadit, la succession jurassique de grès calcaires et de dolomies des Beni Mtir se poursuit d'une façon régulière, sous les déjections basaltiques que j'ai récemment signalées ([2]). Ces couches secondaires sont encore bien réglées et presque horizontales, légèrement inclinées vers le Sud et parcourues par des anticlinaux à faible amplitude dont l'un d'eux jalonne le bord de l'Ari Boudâa et montre son flanc méridional du côté du Tizi n Tretten et de l'Ichou Arrok.

D'autres plis peu accentués, de direction NEE-WSW, sont en grande partie masqués par les volcans quaternaires de cette région.

Malgré l'existence de ces anticlinaux, il m'a semblé impossible de considérer le plateau des Beni Mguild, pas plus que celui des Beni Mtir, comme appartenant à des régions plissées. On est encore, jusqu'à Timhadit, dans le régime tabulaire de la Meseta marocaine.

Mais, au delà, tout change. Une chaîne commence, à partir de l'oued Guigou, dont la première ride s'élève brusquement au-dessus de la plaine volcanique, par suite du redressement des couches calcaires et dolomitiques du Jurassique, jusque-là à peu près horizontales. Le Djebel Tisdadin, qui domine le poste de Timhadit, appartient au flanc septentrional de ce pli anticlinal.

Du sommet de cette arête, qui atteint environ l'altitude de 2300^m, le poste militaire étant à 1700^m environ, on a une vue d'ensemble sur la chaîne plissée du Moyen Atlas. On se rend compte que le Djebel Sidi Abd er Rahman el Fazzazi (Djebel Fazzaz des cartes) et le Tichioukt (2700^m) appartiennent encore à cette première ride; le Tichioukt fait partie du sommet de ce pli à couverture jurassique.

Plus au Sud une deuxième ride anticlinale est séparée de la première par une dépression synclinale qui comprend, notamment, la plaine de Selr'art. Elle est orientée parallèlement à la première. Le mausolée de Sidi Ali ou Mohammed, situé au bord d'un petit lac de montagne, se trouve à peu près dans sa zone axiale. C'est de ce côté que l'oued Sebou prend naissance. Sous le nom d'*oued Guigou*, il traverse la première ride, au fond d'une gorge (kheneg), avant de côtoyer la chaîne au bord méridional de

([1]) *Le Maroc physique*, p. 74 et suiv. Paris, Félix Alcan; 1912.

([2]) *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 228.

la plaine volcanique des Beni Mguild. Le haut sommet du Djebel Bou Iblal (Dj. Mouça ou Salah, d'environ 4000^{m}) ferait partie de cette ride centrale.

Une troisième ride m'est apparue, qui surplombe, à l'horizon, la haute vallée de la Mlouya et derrière laquelle j'ai vu se profiler la silhouette de l'Ari Aïachi, l'un des culminants du Haut Atlas.

Ainsi le Moyen Atlas serait formé de trois rides anticlinales, comprises entre les plateaux tabulaires du Rekkam, dans l'Est; de la Meseta marocaine, dans l'Ouest. Les échantillons de roches anciennes, recueillis par R. de Segonzac, proviennent bien de la zone axiale de ces plis.

Je puis encore confirmer l'abaissement d'axe de ces plis que j'ai cru voir, à grande distance, du côté de la Moyenne Mlouya.

Du Koudiat el Abiod on voit les calcaires jurassiques qui couronnent le sommet du Djebel Tazekka s'abaisser vers Taza. Ils reposent, au Djebel Toumzit, sur des schistes paléozoïques, des granites et des grès rouges permo-triasiques, puis ils s'enfoncent sous les grès et les marnes miocènes de la « Trouée de Taza ». Ces crêtes calcaires font partie de la première ride du Fazzaz et du Tichioukt.

Plus à l'Est, on voit, de la piste de Taza à Guercif par Kasba Mçoun, la deuxième ride s'incliner vers la plaine miocène, depuis le Bou Iblal; mais l'abaissement d'axe de la troisième ride est beaucoup plus net. On voit les calcaires massifs du Djebel Reggou et du Djebel Keddamin, s'ennoyer sous les dépôts néogènes de la vallée moyenne de la Mlouya.

Une dernière observation me paraît, quoique avec une certaine réserve, digne d'être signalée.

Le soubassement jurassique des volcans des Beni Mguild est régulièrement incliné d'environ 10° vers le Sud et il m'a semblé qu'une grande fracture longitudinale devait séparer ce plateau de la première ride du Moyen Atlas, au voisinage de l'oued Guigou.

Au contraire, le plateau jurassique des Beni Mtir est légèrement incliné vers le Nord, et je maintiens mon impression première qu'une faille longe le bord de l'Ari Boudàa, marquant ainsi la limite des deux plateaux.

De toute façon, il faut admettre un jeu de cassures dans ce régime tabulaire et probablement aussi un tassement sur le versant septentrional du Moyen Atlas.

Nous voyons se répéter ainsi les phénomènes d'affaissement que j'ai signalés dans la plaine Marrakech sur le versant septentrional du Haut Atlas.

Ce rapprochement complète singulièrement l'analogie de structure qui doit exister entre ces deux grandes chaînes de l'Atlas marocain.

Enfin il me semble inutile d'insister sur la relation de cause à effet qui doit exister entre ces affaissements ou ces mouvements de bascule des pla-

teaux des Beni Mtir et des Beni Mguild et la présence de déjections basaltiques pliocènes ou quaternaires, qui les recouvrent.

Ces manifestations volcaniques marquent vraisemblablement le dernier acte des mouvements orogéniques et épirogéniques qui ont donné naissance à la chaîne centrale du Maroc.

GÉOLOGIE. — *Études sur les formations tertiaires du bassin de la mer de Marmara : classification et parallélisme des dernières couches néogènes de la région et des régions voisines.* Note (¹) de M. N. **Arabu**, présentée par M. H. Douvillé.

On sait combien est à la fois délicate et peu sûre, dans l'état actuel de nos connaissances, la détermination des formes lacustres et surtout saumâtres. Si l'on a eu vue, d'autre part, le développement que prennent les formations néogènes non marines, dans le sud-est de l'Europe, où elles occupent des étendues énormes, à l'exclusion de tout terme marin, on comprend de quelle utilité peuvent être les Vertébrés dans l'établissement des parallélismes.

Déjà, depuis 1881, des restes importants de Vertébrés, provenant de la région des Dardanelles, ont été étudiés par Neumayr (²); ces restes, si l'on excepte le *Prodremotherium elongatum*, forme oligocène, très probablement en gisement secondaire, se répartissent entre deux faunes distinctes :

1° La faune à *Dinotherium bavaricum* et *Mastodon angustidens*, faune dite de Sansan.

2° La faune à *Hipparion*, de Pikermi et du Mont Léberon.

Seulement Neumayr ne connaissait pas le lieu exact d'origine de ces formes; les pièces avaient été soumises à son examen par M. Calvert, consul anglais d'alors aux Dardanelles, qui lui-même les tenait probablement d'autres personnes.

Dans ces conditions, Neumayr leur a attribué la place qu'elles occupent dans le bassin de Vienne où, comme on le sait, le Sarmatien est caractérisé encore par la faune Vindobonienne, tandis que la faune à *Hipparion* apparaît seulement dans les *couches à Congéries* qui le surmontent.

(¹) Séance du 21 février 1916.

(²) Calvert et Neumayr, *Die jungen Ablagerungen am Hellespont* (*Denkschr. d. k. Akad. d. Wissensch., Math. Naturw. Cl.*, Bd. 40, p. 357).

Pendant un séjour en Turquie, il y a quelques années, j'ai eu l'occasion de trouver en place des formes appartenant à la faune à *Hipparion ;* or leur gisement n'est pas le Pontien, qui n'existe même pas dans la région, mais la base du Sarmatien des environs de Constantinople. Ce Sarmatien est constitué (1) par des conglomérats puissants avec bancs de sables, reposant en discordance sur le Vindobonien ; par-dessus viennent ces calcaires blancs stratifiés à *Mactra caspia* et *bulgarica*, qui frappent tout de suite le regard, quand on s'approche de Constantinople ; l'endroit précis de la trouvaille est, sur le rivage de la mer, à 2^{km} à l'ouest du village Ambarly ; les formes trouvées sont : *Camelopardalis attica* Gaud. et Lart. et une molaire d'*Antilope* non spécifiée encore.

La même découverte avait été faite depuis longtemps en Russie méridionale, par M. Sinzow (2), mais elle n'a pas attiré l'attention autant du moins que cela le méritait. Le fait étant intéressant, j'ai commencé il y a quelque temps, sur le conseil de M. Depéret, une revision de cette question, dont je voudrais faire connaître les principaux résultats.

De grandes difficultés s'opposent à de telles recherches ; très nombreux sont les restes de Vertébrés, qui ont été signalés et très bien décrits en Roumanie et surtout en Russie méridionale (3), mais l'endroit précis des trouvailles, le côté stratigraphique est rarement touché ; la plupart du temps, en effet, la découverte des pièces est faite par des personnes étrangères à la science ; d'autres fois c'est l'observation qui est difficile : des remaniements postérieurs mélangent les faunes, ou même intervertissent leur succession normale, comme c'est le cas pour la bordure des Carpathes ; il n'en existe pas moins un certain nombre de faits bien établis, sur lesquels on peut se baser.

L'apparition de la faune à *Hipparion* marque un moment très important pour le Néogène européen et M. Depéret (4) a pu montrer le synchronisme de cette faune pour les grands bassins néogènes de l'Europe centrale et occidentale ; mais pour l'Europe sud-orientale, la variété des classifications proposées d'une part, l'incertitude des découvertes d'une autre, rendent ce point encore discutable.

(1) N. Arabu, *Sur le Néogène du nord de la mer de Marmara* (*Comptes rendus*, t. 157, 1913, p. 347).

(2) J. Sinzow, *Geol. u. paleont. Beobachtungen in Südrussland*. Odessa, 1900.

(3) Voir les travaux de Gr. Stefanescu, de S. Athanasiu et surtout ceux de Marie Pawlow.

(4) Ch. Depéret, *Classification et parallélisme du système miocène* (*Bull. Soc. géol. Fr.*, 3e série, t. 21, 1893, p. 170).

En effet cette faune apparaît dans le bassin du Rhône au sommet du Vindobonien; déjà dans le bassin de Vienne elle ne se trouve pas avant les couches à Congéries; le Sarmatien, dépôt très important ici, renferme encore la faune de Sansan. Plus loin vers l'Est, en Roumanie, on trouve des formes de Pikermi jusque dans le Dacien et comme d'autre part on a signalé, dans les mêmes couches, la faune à *Mastodon Borsoni*, qui dans l'Occident caractérise le Pliocène, on serait tenté d'interpréter ce fait comme dû à une migration de cette faune vers l'Est, comme sur un plan qui monterait dans cette direction à la fois dans le temps et dans l'espace.

Ceci peut difficilement être admis, étant donnée la précision à laquelle sont arrivées nos connaissances sur les faunes de Vertébrés.

Si, d'autre part, on suppose ce plan incliné ramené à l'horizontale, on se heurte à des difficultés plus grandes encore. En effet la fin du Néogène, comme on le sait, est caractérisée, dans le Sud-Est européen, par une succession de couches d'abord saumâtres, puis d'eau de plus en plus dessalée : c'est un ensemble important de formations, séparées souvent les unes des autres par des discordances ou des lacunes, contenant des faunes distinctes et auxquelles, en l'absence de tout terme marin de comparaison, on accorde la valeur d'étages; ces coupures sont avec de légères différences partout admises, le Sarmatien, le Méotique, le Pontien, puis le Dacien et enfin le Levantin.

Or cet ensemble, moins le Levantin qu'on est d'accord à paralléliser avec le Pliocène, se trouverait ainsi trop à l'étroit dans cette deuxième hypothèse : entre le niveau à *Hipparion*, qui occupe le sommet du Vindobonien dans le bassin du Rhône et ce Vindobonien lui-même, représenté dans le bassin euxinique par des formations marines parfaitement caractérisées.

On pourrait ainsi croire que la dessalure des eaux dans ce dernier bassin a commencé plus tôt à son centre qu'à la périphérie, ce qui n'est pas vraisemblable et qu'en outre plusieurs faits contredisent.

On voit dans ces circonstances l'importance du fait d'avoir des précisions sur le niveau exact de cette faune à *Hipparion* ou du moins du moment de son apparition; ce fait confirme d'abord la découverte déjà ancienne de M. Sinzow, laquelle à son tour permet de préciser que les couches à *Mactra caspia* des environs de Constantinople, dépôts d'eau très dessalée et difficiles à paralléliser, appartiennent au *Sarmatien supérieur* et toutes les deux démontrent que non seulement le Pontien, mais le Méotique et même une partie du Sarmatien, avaient franchi en Europe orientale ce niveau à *Hipparion*.

GÉOLOGIE. — *Sur l'existence d'un ridement d'âge paléozoïque entre le Yunnan et le Tonkin.* Note [1] de M. **Deprat**, présentée par M. Douvillé.

J'ai montré à plusieurs reprises que les faunes fossiles sont fréquemment marquées par des différences très nettes au Yunnan et au Tonkin. Ceci paraît dû à l'existence d'un important ridement qui, dès les temps les plus anciens, s'est esquissé en formant une vaste courbe, reliant l'élément continental chinois sud-oriental et la chaîne cristalline annamitique.

Pendant le Cambrien, l'Ordovicien et le Gothlandien, il paraît avoir joué un rôle assez faible, car de part et d'autre on observe le Cambrien, ainsi que le montre ma découverte récente des terrains de cet âge au Tonkin; les couches ordoviciennes à *Trinucleus ornatus* que j'ai observées au Tonkin et qui sont équivalentes des couches à *Dionide formosa* yunnanaises le prouvent aussi; avec le Gothlandien apparaissent des modifications, mais faibles, car on retrouve au Yunnan et au Tonkin des dépôts analogues, notamment les couches à *Spirifer tonkinensis* qui se poursuivent sans interruption.

Mais avec le Dévonien tout change; les dépôts de cet âge sont absents sur l'emplacement de la région des grandes nappes qui correspond à cette ancienne chaîne et par conséquent dans la zone du Nan-Ti, au sud de Kaï-Hoa-Fou et dans le nord du Tonkin. La communication paraît s'être close à ce moment entre le Tonkin et les mers chinoises; outre l'absence précitée du Dévonien sur l'emplacement de la chaîne en question, les faunes diffèrent du tout au tout; l'exemple le plus typique réside dans le fait d'un Dévonien moyen à faune complètement rhénane et ardennaise au Yunnan, contrastant totalement avec les dépôts de même âge au Tonkin, qui offrent une faune essentiellement américaine (couches à *Plethomylus*). Ensuite, pendant le Dinantien, une dissemblance absolue existe entre les calcaires noirs à *Fusulinelles* et *Spirifer angustirostris* et les couches à *Phillipsia* du Tonkin et d'Annam et les marnes calcareuses à *Spirifer subconicus* et *Productus undatus* du Yunnan. La chaîne s'accentue encore davantage pendant le Carboniférien moyen qui est supprimé au Tonkin, tandis qu'au Yunnan il offre un développement considérable.

---

(1) Séance du 14 février 1916.

L'Ouralien accuse un mouvement de submersion; la mer recouvre alors le ridement, en y laissant cependant des îles; les termes inférieurs de l'Ouralien manquent au Tonkin. Les conditions restent stagnantes pendant l'Artinskien et le Pendjabien, mais à la fin de la période, l'émersion est générale et les dépôts marins sont cantonnés dans l'est du Tonkin, la chaîne ayant pris une largeur considérable.

Avec le Trias une communication s'établit largement par le géosynclinal de la rivière Noire qui permet à la faune werfénienne d'offrir au Tonkin les espèces de la série himalayenne à *Danubites*, avec un mélange d'espèces américaines. Pendant le Trias moyen et supérieur le géosynclinal de la rivière Noire permet encore le mélange d'espèces indoues et américaines; puis avec la fin du Lias et le début des temps médiojurassiques, l'issue est close pour toujours.

C'est sur cette barre, sur ce ridement ancien reliant l'élément continental chinois sud-oriental et la chaîne annamitique que viendront plus tard déferler les vagues orogéniques du Yunnan, et s'empiler les puissantes nappes de la région du Nan-Ti et du Haut Song Chay, tandis que sous cette poussée, sous l'écrasement formidable qu'elle subira, elle se transformera en mylonites granitiques. Cette vieille chaîne, esquissée dès l'aube des temps paléozoïques, a donc joué dans l'histoire d'une partie de l'Asie sud-orientale un rôle prédominant, tant par les séparations en provinces zoologiques très différentes qu'elle a provoquées, que par son importance comme môle résistant contre lequel ont déferlé, et par-dessus lequel ont passé les grandes nappes originaires du Nord.

A 15 heures trois quarts l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16 heures.

A. Lx.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 6 MARS 1916.

PRÉSIDENCE DE M. CAMILLE JORDAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Secrétaire perpétuel** annonce à l'Académie que le Tome 158 (1914, 1er semestre) des *Comptes rendus* est en distribution au Secrétariat.

M. le **Secrétaire perpétuel** annonce que le Tome VI (1816-1819) des *Procès-verbaux des séances de l'Académie des Sciences*, tenues depuis la fondation de l'Institut jusqu'au mois d'août 1835, est en distribution au Secrétariat.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur l'Électrodynamique des milieux conducteurs.* Note de M. **Pierre Duhem.**

1. Dans une Note récente, nous avons indiqué quelques considérations *Sur l'Électrodynamique des milieux diélectriques* (1). Des considérations analogues peuvent être développées à propos des milieux conducteurs, pourvu qu'on les suppose dénués de tout pouvoir diélectrique.

Désignons par ρ la résistance spécifique ou *résistivité* du milieu, par e la densité électrique réelle en un point de ce milieu, par u, v, w les trois composantes, au même point, de la densité du courant de conduction, et conservons aux autres lettres le sens qu'elles ont dans notre précédente Note. Nous aurons les égalités

$$\Delta W = -4\pi e, \tag{1}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{\partial e}{\partial t}, \tag{2}$$

$$\rho u = \xi, \qquad \rho v = \eta, \qquad \rho w = \zeta. \tag{3}$$

(1) *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 282.

qui donneront la relation

$$(4) \qquad \frac{\partial}{\partial t}\Delta W = \frac{4\pi}{\rho}\left(\frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \zeta}{\partial z}\right),$$

analogue à la relation (6) de notre Note précédente.

Si ξ, η, ζ ont été mis sous la forme indiquée par les égalités (12) de notre Note précédente, cette égalité deviendra

$$(5) \qquad \frac{\partial}{\partial t}\Delta W = -\frac{4\pi}{\rho}\Delta\Phi.$$

Mais ici, les deux fonctions W et Φ vérifient les équations aux dérivées partielles

$$\frac{\partial}{\partial t}\Delta W + \frac{4\pi\varepsilon}{\rho}\Delta W - \frac{2\pi a^2 k}{\rho}\frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\Delta\Phi + \frac{4\pi\varepsilon}{\rho}\Delta\Phi - \frac{2\pi a^2 k}{\rho}\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = 0.$$

Ces deux équations transforment la relation (5) en celle-ci :

$$(6) \qquad \frac{\partial^3 W}{\partial t^3} = -\frac{4\pi}{\rho}\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2}.$$

2. La fonction W varie d'une manière continue lorsqu'on traverse la surface de contact de deux corps distincts; il en est ainsi, du moins, si l'on néglige les différences de niveau potentiel au contact de deux conducteurs différents et si, partant, on n'admet aucune couche électrique double; c'est ce qu'on fait habituellement en Électrodynamique.

L'égalité (6) conduit alors à la conclusion suivante :

Lorsqu'on traverse la surface de contact de deux corps conducteurs, le produit $\frac{1}{\rho}\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2}$ varie d'une manière continue.

La relation que nous venons d'établir nous donne également une condition qui doit être vérifiée à la surface de contact d'un conducteur et d'un diélectrique. Au sein du diélectrique, en effet, la relation (6) doit être remplacée par la relation

$$(7) \qquad \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = -4\pi K \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2},$$

qui est l'égalité (19) de notre Note précédente. Si donc M est un point pris dans un conducteur et N un point pris dans un diélectrique, si ces deux points tendent vers un même point P de la surface de contact des deux

corps, la valeur de $\frac{1}{\rho}\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2}$ au point M et la valeur de $K\frac{\partial^3\Phi}{\partial t^3}$ au point N tendent vers une même limite.

Si l'on se propose de traiter la réflexion et la réfraction des ondes électromagnétiques soit à la surface de contact de deux conducteurs, soit à la surface de contact d'un conducteur et d'un diélectrique, on devra tenir compte des conditions que nous venons d'indiquer.

3. Considérons maintenant un corps à la fois conducteur et diélectrique; en chaque point se trouveront, à la fois, une densité électrique réelle e et une densité fictive E équivalente à la polarisation diélectique; on aura

$$\Delta W = -4\pi(e + E). \tag{8}$$

Aux relations (2) et (3) de la présente Note on devra joindre la relation (4) de notre Note précédente. On en déduira l'égalité suivante :

$$\begin{aligned}\frac{1}{4\pi}\frac{\partial}{\partial t}\Delta W = \ & \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\xi}{\rho} + K\frac{\partial \xi}{\partial t}\right)\\ & + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\eta}{\rho} + K\frac{\partial \eta}{\partial t}\right)\\ & + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\zeta}{\rho} + K\frac{\partial \zeta}{\partial t}\right).\end{aligned} \tag{9}$$

Si ξ, η, ζ ont été mis sous la forme que présentent les égalités (12) de notre précédente Note, cette relation (9) deviendra

$$\frac{\partial}{\partial t}\Delta W = -4\pi\left(\frac{1}{\rho}\Delta\Phi + K\frac{\partial}{\partial t}\Delta\Phi\right). \tag{10}$$

D'ailleurs, dans le cas actuel, W et Φ vérifient les équations aux dérivées partielles que voici :

$$\frac{\partial}{\partial t}\Delta W + 4\pi\varepsilon\left(\frac{1}{\rho}\Delta W + K\frac{\partial}{\partial t}\Delta W\right) - 2\pi a^2 k\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{W}{\rho} + K\frac{\partial W}{\partial t}\right) = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\Delta\Phi - 4\pi\varepsilon\left(\frac{1}{\rho}\Delta\Phi + K\frac{\partial}{\partial t}\Delta\Phi\right) - 2\pi a^2 k\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{\Phi}{\rho} + K\frac{\partial \Phi}{\partial t}\right) = 0.$$

Si donc on pose

$$\left\{\begin{aligned} U &= \frac{W}{\rho} + K\frac{\partial W}{\partial t},\\ \Psi &= \frac{\Phi}{\rho} + K\frac{\partial \Phi}{\partial t},\end{aligned}\right. \tag{11}$$

on aura

$$\frac{\partial^3 U}{\partial t^3} = 4\pi\left(\frac{1}{\rho}\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} + K\frac{\partial^3 \Psi}{\partial t^3}\right). \tag{12}$$

Telle est la relation compliquée qui remplace ici la relation (19) de notre Note précédente et la relation (6) de notre présente Note. Elle ne donne plus, à la surface de contact de deux corps différents, les conditions simples que donnaient ces dernières relations.

4. C'est là un grave inconvénient qui complique singulièrement l'étude des corps doués, à la fois, de conductibilité électrique et de pouvoir diélectrique; or nous ignorons si les corps conducteurs employés dans les recherches d'Électrodynamique sont, ou non, dénués de pouvoir diélectrique. Aussi attachera-t-on peut-être quelque intérêt aux calculs approchés dont nous allons indiquer les suppositions initiales et la conclusion.

Imaginons un système composé de corps qui possèdent, à la fois, une conductibilité électrique et un pouvoir diélectrique, mais, de chacun de ces corps, supposons :

1° Que sa résistance spécifique ρ ne soit pas plus grande que celle du mercure;

2° Que son pouvoir inducteur spécifique $D = 1 + 4\pi\varepsilon K$ ne surpasse pas 64; pour aucun diélectrique isolant, même pour l'eau distillée, aucun observateur n'a trouvé de pouvoir inducteur spécifique qui surpasse ce nombre.

Aux corps qui vérifient ces deux hypothèses, nous pourrons donner le nom de *conducteurs métalliques*.

Admettons que le système soit le siège d'oscillations électriques dont la fréquence ne dépasse pas 10^{15} par seconde; c'est une fréquence qui dépasse de beaucoup celle des vibrations lumineuses visibles.

Dans ces conditions, on montre sans peine que les termes où le pouvoir diélectrique K figure en facteur peuvent, dans les équations de l'Électrodynamique, être négligés en comparaison des autres termes. *Un conducteur métallique se comporte comme s'il était sensiblement privé de pouvoir diélectrique.* Dans les circonstances indiquées, la mesure de ce pouvoir ne peut être obtenue par aucune expérience; mais, en même temps, elle est inutile.

Cette remarque simplifie grandement le problème de l'Électrodynamique.

5. Soient 1 et 2 deux corps conducteurs, mais dénués de pouvoir diélectrique, ou bien encore ce que nous venons d'appeler deux *conducteurs métalliques*. D'une manière exacte ou approchée, le produit $\frac{1}{\rho}\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2}$ doit varier d'une manière continue lorsqu'on traverse la surface de contact S_{12} de ces deux corps. Si donc on désigne par θ une direction tangente à cette surface S_{12}, on aura, en chaque point de cette surface,

$$(13) \qquad \begin{aligned} &\frac{1}{\rho_1}\left[\frac{\partial^3\Phi_1}{\partial x\,\partial t^2}\cos(\theta, x) + \frac{\partial^3\Phi_1}{\partial y\,\partial t^2}\cos(\theta, y) + \frac{\partial^3\Phi_1}{\partial z\,\partial t^2}\cos(\theta, z)\right] \\ &= \frac{1}{\rho_2}\left[\frac{\partial^3\Phi_2}{\partial x\,\partial t^2}\cos(\theta, x) + \frac{\partial^3\Phi_2}{\partial y\,\partial t^2}\cos(\theta, y) + \frac{\partial^3\Phi_2}{\partial z\,\partial t^2}\cos(\theta, z)\right]. \end{aligned}$$

D'autre part, la composante tangentielle du champ électrique varie d'une manière continue au passage de la surface S_{12}; et comme cette condition doit être vérifiée quel que soit t, on a, en tout point de la surface S_{12},

$$(14) \qquad \begin{aligned} &\frac{\partial^2\xi_1}{\partial t^2}\cos(\theta, x) + \frac{\partial^2\eta_1}{\partial t^2}\cos(\theta, y) + \frac{\partial^2\zeta_1}{\partial t^2}\cos(\theta, z) \\ &= \frac{\partial^2\xi_2}{\partial t^2}\cos(\theta, x) + \frac{\partial^2\eta_2}{\partial t^2}\cos(\theta, y) + \frac{\partial^2\zeta_2}{\partial t^2}\cos(\theta, z). \end{aligned}$$

Si, dans les deux corps conducteurs, le champ électrique était purement longitudinal, on aurait

$$\xi = -\frac{\partial\Phi}{\partial x}, \qquad \eta = -\frac{\partial\Phi}{\partial y}, \qquad \zeta = -\frac{\partial\Phi}{\partial z}$$

et les deux conditions (13) et (14) seraient, en général, incompatibles; pour les rendre compatibles, il faudrait introduire quelque condition accessoire, celle-ci par exemple : Dans chacun des deux corps, le champ aboutit normalement à la surface de contact. Mais dans la plupart des cas, l'introduction d'une telle condition, que les lois de l'Électrodynamique n'imposent pas, conduirait à des impossibilités.

Pour un système où deux conducteurs métalliques sont en contact, on peut répéter ce que notre précédente Note démontrait pour un système où se touchent deux corps diélectriques dénués de conductibilité : le champ électrique n'y peut pas être purement longitudinal.

Dans un Mémoire que publieront prochainement les *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, nous avions étudié le problème de la résonance électrique sur un système de corps conducteurs en supposant que le champ fût purement longitudinal. Cette hypothèse, que n'interdisaient pas les

seules équations du champ électrique, est rendue illégitime par ce qui vient d'être dit. La théorie que nous avons esquissée ne doit donc plus être regardée que comme un exercice de mathématiques.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Correspondant pour la Section de Géométrie, en remplacement de M. *Paul Gordan*, décédé.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 40,

M. **Liapounoff** réunit l'unanimité des suffrages.

COMMISSIONS.

Le scrutin pour la nomination des Commissions de prix de 1916 a été ouvert à la séance du 21 février et clos à celle du 6 mars.

Le dépouillement des cahiers de vote a donné les résultats suivants :

I. Mathématiques : *Prix Francœur, Bordin, Grand Prix des Sciences mathématiques, Poncelet.* — MM. Jordan, Émile Picard, Appell, Painlevé, Humbert, Hadamard, Darboux, Boussinesq, Vieille.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Lecornu et Duhem.

II. Mécanique : *Prix Montyon, Henri de Parville, Fourneyron.* — MM. Boussinesq, Deprez, Léauté, Sebert, Vieille, Lecornu, Schlœsing père, Haton de la Goupillière, Bertin.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Jordan et Darboux.

III. Astronomie : *Prix Pierre Guzman, Lalande, Valz, Janssen.* — MM. Wolf, Deslandres, Bigourdan, Baillaud, Hamy, Puiseux, Darboux, Lippmann, Émile Picard.

A obtenu ensuite le plus de suffrages : M. Jordan.

IV. Géographie : *Prix Tchihatchef, Gay, Binoux, Delalande-Guérineau.*

— MM. Grandidier, Bassot, Bertin, Lallemand, N..., N..., Darboux, Perrier, le Prince Bonaparte.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Guignard et Bouvier.

Cette Commission est également chargée de proposer une question pour le *prix Gay*, à décerner en 1919.

V. Navigation : *Prix extraordinaire*, *Plumey*. — MM. Grandidier, Boussinesq, Deprez, Léauté, Bassot, Sebert, Bertin, Vieille, Lallemand, Lecornu, N..., N....

VI. Physique : *Prix Hébert*, *Hughes*, *Kastner-Boursault*. — MM. Lippmann, Violle, Bouty, Villard, Branly, N..., Boussinesq, Émile Picard, Carpentier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. d'Arsonval et Lecornu.

VII. Chimie : *Prix Jecker*, *Cahours*, *Montyon*, *Houzeau*. — MM. Armand Gautier, Lemoine, Haller, Le Chatelier, Jungfleisch, Moureu, Schlœsing père, Carnot, Maquenne.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Roux et Sabatier.

VIII. Minéralogie et Géologie : *Prix Victor Raulin*. — MM. Barrois, Douvillé, Wallerant, Termier, de Launay, N..., A. Lacroix, Depéret, Gosselet.

A obtenu ensuite le plus de suffrages : M. Edmond Perrier.

IX. Botanique : *Prix Desmazières*, *Montagne*, *de Coincy*, *de la Fons-Mélicocq*. — MM. Guignard, Bonnier, Mangin, Costantin, N..., N..., Edmond Perrier, Müntz, Bouvier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Armand Gautier et le Prince Bonaparte.

X. Anatomie et Zoologie : *Prix Savigny*, *Thore*, *Cuvier*. — MM. Ranvier, Edmond Perrier, Delage, Bouvier, Henneguy, Marchal, Grandidier, Müntz, le Prince Bonaparte.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Schlœsing père et Laveran.

XI. Médecine et Chirurgie : *Prix Montyon*, *Barbier*, *Bréant*, *Godart*, *baron Larrey*, *Bellion*, *Mège*. — MM. Guyon, d'Arsonval, Laveran, Dastre, Charles Richet, N..., Chauveau, Guignard, Roux, Labbé, Henneguy.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Armand Gautier et Landouzy.

XII. Physiologie : *Prix Montyon*, *Philipeaux*, *Lallemand*, *Pourat*, *Martin-Damourette*. — MM. Chauveau, Edmond Perrier, d'Arsonval, Roux, Laveran, Dastre, Henneguy.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Landouzy et Charles Richet.

Cette Commission est également chargée de proposer une question pour le *prix Pourat*, à décerner en 1919.

XIII. Statistique : *Prix Montyon*. — MM. de Freycinet, Haton de la Goupillière, Darboux, Émile Picard, Carnot, Labbé, le Prince Bonaparte.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Violle et Tisserand.

XIV. Histoire et Philosophie des Sciences : *Prix Binoux*. — MM. Darboux, Grandidier, Emile Picard, Appell, Bouvier, Bigourdan, de Launay.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Edmond Perrier et Duhem.

XV. *Médailles Arago*, *Lavoisier*, *Berthelot*. — MM. Jordan, d'Arsonval, Darboux, A. Lacroix.

XVI. *Fondations Henri Becquerel*, *Gegner*, *Lannelongue*, *Gustave Roux*, *Trémont*. — MM. Jordan, d'Arsonval, Darboux, A. Lacroix, Émile Picard, Edmond Perrier.

XVII. *Prix Wilde*. — MM. Darboux, Grandidier, Lippmann, Émile Picard, Guignard, Violle, A. Lacroix.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Armand Gautier et Baillaud.

XVIII. *Prix Lonchampt*. — MM. Chauveau, Edmond Perrier, Guignard, Laveran, Dastre, Mangin.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Maquenne et Charles Richet.

XIX. *Prix Saintour*. — MM. Armand Gautier, Edmond Perrier, Guignard, Müntz, Roux, Bouvier, Termier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Maquenne et Dastre.

XX. *Prix Henri de Parville* (Ouvrages de Sciences). — MM. Jordan, d'Arsonval, Darboux, A. Lacroix, Émile Picard, Armand Gautier, Carnot.

A obtenu ensuite le plus de suffrages : M. de Gramont.

XXI. *Prix Houllevigue.* — MM. Armand Gautier, Edmond Perrier, Guignard, Roux, Bouvier, Dastre, Termier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. A. Lacroix et Mangin.

XXII. *Prix Caméré.* — MM. Léauté, Carnot, Humbert, Vieille, Le Chatelier, Carpentier, Lecornu.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Deprez et Lemoine.

XXIII. *Fondation Jérôme Ponti.* — MM. Émile Picard, Guignard, Bouvier, A. Lacroix, Maquenne, le Prince Bonaparte, Villard.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Lippmann et Violle.

XXIV. *Prix Bordin* (Sciences naturelles). — MM. Edmond Perrier, Delage, Bouvier, Dastre, Henneguy, Marchal, Charles Richet.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Guignard et Mangin.

XXV. *Prix du baron de Joest.* — MM. Jordan, Darboux, Boussinesq, Lippmann, Émile Picard, Appell, Violle.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Bertin et Vieille.

XXVI. Question à proposer pour le *Grand Prix des Sciences physiques*, à décerner en 1919. — MM. Schlœsing père, Armand Gautier, Edmond Perrier, Guignard, Roux, Haller, A. Lacroix.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Douvillé et Le Chatelier.

XXVII. Question à proposer pour le *prix Bordin* (*Sciences mathématiques*) à décerner en 1919. — MM. Jordan, Darboux, Émile Picard, Appell, Painlevé, Humbert, Hadamard.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Lippmann et Lecornu.

CORRESPONDANCE.

M. Lorfèvre adresse des remercîments pour la distinction que l'Académie a accordée à ses travaux.

M. le Secrétaire perpétuel signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Alfred Devoir. *Essai d'interprétation d'une gravure mégalithique* et

Témoins mégalithiques de variations des lignes des rivages armoricains. (Présenté par M. P. Villard.)

2° Le fascicule XI (textes et portraits) des *Études de Lépidoptérologie comparée*, par Charles Oberthür. (Présenté par M. E.-L. Bouvier.)

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur une nouvelle Table de diviseurs des nombres.* Note de M. **Ernest Lebon**.

J'ai l'honneur de présenter à l'Académie des Sciences quelques propriétés relatives aux progressions sur lesquelles la nouvelle Table est fondée [1].

1. J'ai cherché dans quels Tableaux I se trouvaient les carrés des indicateurs en considérant les bases suivantes :

$$3 \text{ et } 2.3, \quad 5 \text{ et } 2.5, \quad 7 \text{ et } 2.7, \quad 11 \text{ et } 2.11, \quad 13 \text{ et } 2.13;$$
$$5.7 \text{ et } 2.5.7, \quad 3.11 \text{ et } 2.3.11;$$
$$2.3.5, \quad 2.3.5.7, \quad 2.3.5.7.11.$$

Soit, par exemple, la base $2.3.5.7 = 210$ qui renferme trois facteurs premiers supérieurs à 2. On trouve que les carrés des 48 indicateurs sont distribués au nombre de 8 dans chacun des 6 Tableaux 1, 79, 109, 121, 151, 169, et l'on observe que

$$48 = 8.6 = 2^3.6.$$

J'ai *vérifié*, pour toutes ces bases, les deux propositions suivantes, qu'il reste à *démontrer* :

I. *Le Tableau* $I = 1$ *renferme les carrés de* 2^ν *indicateurs*, ν *représentant le nombre des nombres premiers supérieurs à* 2 *que renferme une base.*

II. *Les carrés des* P *indicateurs relatifs à une base sont distribués en nombre égal à* 2^ν *dans un nombre* Θ *de Tableaux* I *égal au quotient de* P *par* 2^ν, *de sorte que l'on a la relation*

$$P = 2^\nu \Theta.$$

J'ai aussi *vérifié* que la proposition I existe quand la base égale

$$2.3.5.7.11.13 = 30030.$$

[1] Voir *Comptes rendus*, t. 159, 1914, p. 597; t. 160, 1915, p. 758.

2. Le Tableau (K; 1) renferme les caractéristiques

$$K = K_1 I' + k,$$

allant de B à B^2, et, en regard des K, les nombres premiers de 17 à 30029 qui permettent de décomposer en facteurs premiers tout nombre $(K_1; I)$ amené à la forme (K; 1).

3. Lorsque, à une valeur de K, il ne doit correspondre qu'un nombre premier p, il n'y a pas lieu d'inscrire la ligne qui renfermerait K et p. En effet, ce nombre (K; 1) serait le produit de p par un nombre premier $H > B$. Or, on arrive à cette valeur de K quand l'indicateur I d'un nombre $(K_1; I)$ dont on cherche la composition est tel que $Ip \equiv 1$; donc, le nombre $(K_1; I)$ est précisément égal à H. Par suite, il est inutile d'avoir la ligne de K et p pour conclure que le nombre $(K_1; I)$ est premier.

4. Pour obtenir des caractéristiques du Tableau (K; 1), on peut employer un calcul dont voici le principe :

Quand on multiplie l'un par l'autre deux nombres

$$\varepsilon = (k_\varepsilon; 1) \qquad \text{et} \qquad \theta = (k_\theta; 1)$$

du Tableau $I = 1$ *ou* $(k; 1)$, ε *pouvant être égal à* θ, *on obtient un nombre* $\varepsilon\theta$ *qui admet les facteurs de* ε *et de* θ *et dont la caractéristique est*

$$K_{\varepsilon\theta} = B k_\varepsilon k_\theta + k_\varepsilon + k_\theta.$$

Lorsque la caractéristique $K_{\varepsilon\theta}$ sera comprise entre B et B^2, elle sera celle de nombres de la forme (K; 1) à laquelle on amène un nombre $(K_1; I)$.

Les valeurs convenables de $K_{\varepsilon\theta}$ sont telles que le produit $k_\varepsilon k_\theta$ est inférieur à B; alors la somme $k_\varepsilon + k_\theta$ l'est aussi.

Si l'on fait croître les valeurs de k_ε à partir de 1, les valeurs de k_θ décroissent de $B - 2$ à k_ε; 173 est le maximum de k_ε et le minimum de k_θ.

Que ε soit composé ou premier, on le multiplie par toutes les valeurs composées convenables de θ. On trouve ainsi un très grand nombre de valeurs convenables de $k_{\varepsilon\theta}$ (environ 140000).

5. *Ayant trouvé pour un nombre* $(K_1; I)$ *une caractéristique* $K > B$, *pour voir si* K *a la forme de* $K_{\varepsilon\theta}$, *on cherche si le quotient* q *et le reste* r *de* K : B *sont tels que l'équation*

$$k^2 - rk + q = 0$$

admette deux racines entières et positives, ces racines sont les valeurs de k_ε et de k_0. Alors, le Tableau (k; 1) *permet de décomposer beaucoup de nombres* (K_1; I) *en leurs facteurs premiers avant d'avoir le Tableau* (K; 1).

Soient, par exemple, les quatre nombres

185046803, 205897147, 215776597, 240089453.

Les calculs conduisent à la même valeur (5236; 325) de K. L'équation précédente donne $k_\varepsilon = 17$, $k_0 = 308$. Dans le Tableau k, à 17 et à 308 correspondent les groupes

19, 97, 277 et 17, 71, 79, 97

qui permettent de décomposer les quatre nombres en leurs facteurs premiers.

GÉOMÉTRIE. — *Nouveaux invariants inversifs.* Note (¹) de M. Charles Rabut.

Le rapport des tangentes communes intérieure et extérieure à deux cercles est un invariant inversif, c'est le seul exemple connu d'invariance du rapport de deux longueurs réelles. Le cas des segments *associés* de Darboux, dont le rapport est $\sqrt{-1}$, rentre dans le précédent, car *deux segments associés sont des tangentes, l'une réelle, l'autre imaginaire, à deux cercles orthogonaux.*

Si, en un même point, deux lignes touchent une droite conservée droite, le rapport de leurs courbures est invariant. Si, en un même point, deux cercles touchent un cercle directeur, la différence de leurs courbures est invariante. Si, en un même point, concourent quatre lignes c, c', c'', c''', *tous les rapports entre des différences de courbure tels que*

$$\frac{\omega - \omega'}{\omega'' - \omega'''} \tag{1}$$

sont des invariants inversifs. Si, en deux points différents, concourent deux paires de lignes $1 - 1'$, $2 - 2'$, *le produit de leurs différences de courbure respectives par le carré de la distance des deux points de contact*

$$(\omega_1 - \omega'_1)(\omega_2 - \omega'_2)\, l^2 \tag{2}$$

est un invariant inversif. Si deux lignes $1 - 1'$ *se coupent au sommet* 1 *d'un*

(¹) Séance du 21 février 1916.

triangle dont les côtés ont pour longueurs l_1, l_2, l_3, *la fonction*

(3) $$(\omega_1 - \omega'_1)\frac{l_2 l_3}{l_1}$$

est invariante. Dans toutes les expressions ci-dessus, la différence $\omega - \omega'$ *de deux courbures de contact peut être remplacée par la fonction plus générale*

(4) $$\omega \sin\varphi + \omega' \sin\varphi' + \omega'' \sin\varphi''$$

des courbures de trois lignes concourantes et des angles qu'elles font entre elles, et l'on obtient ainsi autant d'invariants nouveaux. Les invariants (1) *et leurs généralisations* (4) *et* (4 *bis*) *appartiennent au groupe infini des transformations isogonales ponctuelles sur le plan ou la sphère.*

Les seules transformations ponctuelles, sur le plan ou la sphère, par lesquelles tout cercle devient un cercle sont les transformations du groupe inversif. Les seules transformations de contact, sur le plan ou la sphère, qui jouissent de cette propriété sont des combinaisons d'inversions et de transformations parallèles, formant un groupe à 7 *paramètres. Si par un même point fixe* o *on fait passer une ligne arbitraire dont le centre* c *de courbure en* o *peut prendre toutes les positions possibles dans le plan, le centre de courbure* C *de la ligne inverse se déduit de* c *par une crémonienne du troisième ordre à* 6 *paramètres seulement, résultante d'inversions et d'une transformation conchoïdale.*

Le produit de la longueur d'un élément de ligne infiniment petit par la variation de la courbure entre ses deux extrémités, soit

(5) $$ds.\,d\omega,$$

est un invariant inversif. Au point d'intersection de deux lignes 1 — 2, *le rapport de leurs aberrations de courbure*

(6) $$\frac{d\omega_1}{ds_1} : \frac{d\omega_2}{ds_2}$$

est un invariant inversif. Si en un point deux lignes ont un contact du second ordre, le rapport des courbures de leurs développées est un invariant inversif.

En un point quelconque d'une ligne, la fonction

$$\frac{\overline{d^2\omega}^2}{ds\,\overline{d\omega}^3} = \frac{\overline{d^2 s}^2}{d\omega\,\overline{ds}^3}$$

est un invariant inversif.

En fonction des rayons de courbure de la ligne et de ses développées

première et seconde

$$r = \frac{ds}{d\varphi}, \qquad r' = \frac{dr}{d\varphi}, \qquad r'' = \frac{dr'}{d\varphi}$$

($d\varphi$, angle de contingence *non invariant*) les invariants ont pour expression

$$(6\ bis) \qquad \frac{r'_1}{r'_2} : \frac{r_1^3}{r_2^3} \qquad \text{et} \qquad \frac{3r'^2 - rr''}{r'\sqrt{rr'}}.$$

En coordonnées cartésiennes rectangulaires (7) s'écrit

$$(7\ ter) \qquad \frac{(1+y'^2)y^{\text{iv}} + (1+y'^2)(2y'y''y''' - 3y''^3) + 18y'^2y''^3}{[(1+y'^2)y''' - 3y'y''^2]^{\frac{3}{2}}}$$

En tout point d'une ligne donnée, la valeur de l'invariant (7) *détermine une courbe inversive ayant avec la ligne donnée un contact du quatrième ordre; en certains points particuliers, le contact est du cinquième ordre; ces points de surosculation sont inversifs et déterminés sur la ligne donnée par la condition*

$$(8) \qquad d^3\omega\,\overline{ds}^2 = d\omega\,\overline{d^2\omega}^2 \qquad \text{ou} \qquad d^3s\,\overline{d\omega}^2 = ds\,\overline{d^2s}^2.$$

L'intégrale générale de cette équation est, en prenant pour s une origine convenable,

$$\frac{a}{r} + \frac{b}{s} = 1.$$

Elle représente les inverses de la spirale de Bernoulli, autrement dit, les lignes qui coupent sous un angle constant V *tous les cercles passant par deux points fixes.*

Ces lignes ayant deux points asymptotiques réels (P et Q) je les appellerai *dispirales inversives. Une spirale inversive se reproduit par une infinité continue de transformations inversives : chacune de ces transformations résulte de deux inversions simples dont les cercles directeurs* O_1 *et* O_2 *sont orthogonaux, l'un passant par* P *et* Q, *l'autre ayant son centre sur* PQ. *Elle se reproduit aussi par une infinité discontinue d'inversions simples de chacun de ces deux types. S'il existe un polygone de n côtés circulaires se coupant successivement sur n dispirales de mêmes pôles et faisant avec elles* $2n$ *angles assignés, il existe une infinité continue de tels polygones. Tout cercle normal à un cercle passant par* P *et* Q *est osculateur à* 2 *dispirales d'angles* $\pm$ V. *Les centres de courbure en un même point de toutes les dispirales de pôles* P *et* Q *passant par ce point et d'angle* V *variable sont en ligne droite. L'équation*

bipolaire de ces courbes et l'expression de leur courbure sont

$$\frac{p}{q} = me^{\theta \cot V} \qquad \text{et} \qquad \omega = \frac{l \sin V}{pq} = \omega_1 \cos V + \omega_2 \sin V,$$

θ étant l'angle des deux vecteurs, fonction connue de p, de q et de $l = \mathrm{PQ}$.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur le réglage du circuit de charge dans les installations de télégraphie sans fil à courant continu haute tension avec interrupteur tournant.* Note de MM. **Girardeau** et **Bethenod**, transmise par M. André Blondel.

Dans deux récentes Notes (¹) M. Bouthillon décrit un système de télégraphie sans fil consistant à employer du courant continu à haute tension pour charger un condensateur dont la décharge oscillante s'opère au moyen d'un éclateur tournant. Un tel système ayant déjà fonctionné dans diverses stations de télégraphie sans fil, et notamment à celle de Clifden, il y a 8 années, M. Bouthillon a présenté seulement comme nouveau le réglage des constantes *du circuit de charge*, notamment de la self-inductance, de façon à obtenir le rendement maximum.

En réalité, ce réglage lui-même est antérieurement connu. Si l'on se réfère, par exemple, au brevet anglais 27247 (1910), page 2, lignes 14-30, on constate que ce brevet a justement pour objet le réglage préconisé par M. Bouthillon. Il indique nettement la nécessité de rendre la charge *oscillante* pour obtenir un rendement supérieur à 50 pour 100, d'après un calcul dû à M. J. Bethenod (²).

D'autre part, M. le commandant du Génie Fracque a expérimenté, dès 1910 à la Tour Eiffel, un système identique à celui décrit par M. Bouthillon, en combinant avec le matériel à courant continu haute tension, qui avait servi aux expériences de téléphonie sans fil de MM. Blondel et Brenot,

---

(¹) *Comptes rendus*, 14 juin et 15 novembre 1915, t. 161, p. 583 et 800.

(²) Dans le brevet rappelé ci-dessus, la *décharge* du condensateur ne s'opère pas par un éclateur tournant du type ordinaire, mais par un commutateur genre Sahulka (ceci ne change rien, naturellement, aux conditions de *la charge*). L'emploi de ce commutateur est un avantage; car avec un éclateur tournant ordinaire, la self-inductance du circuit de charge doit éviter en outre la mise en court circuit de la source, suivant un principe bien connu, et rien n'indique que la valeur nécessaire pour remplir ce but convient également pour l'obtention du rendement optimum.

un éclateur tournant constitué par une roue dentée mue par un petit moteur électrique et deux peignes fixes.

Ce montage et sa théorie ont été décrits d'une manière complète par M. le commandant Fracque dans ses conférences de télégraphie sans fil, autographiées dès cette époque et mises plus récemment à la portée du grand public dans la Revue *La Lumière électrique* de 1915. Notamment, le problème de la recherche des conditions de rendement optimum a été exposé en détails dans le numéro du 16 janvier 1915 de cette Revue (p. 45-46). Le rendement $\frac{U}{2V}$, calculé par M. Bouthillon dans sa Note du 14 juin 1915 à l'Académie, y est établi; les calculs du courant de charge et de la tension aux bornes du condensateur y sont donnés également avec les courbes correspondantes.

L'expérience du commandant Fracque semble avoir donné un rendement assez voisin de l'unité. D'ailleurs la station de 150 kv-a de Clifden antérieurement pendant plusieurs années a pu, avec un montage analogue, envoyer des messages à très grande distance. Au contraire, en dépit des conclusions de sa seconde Note, M. Bouthillon n'a obtenu, d'après nos propres renseignements, que des rendements beaucoup plus faibles, probablement en raison des défauts d'installation évités à Clifden.

Nous estimons du reste que les postes d'émissions à courant continu haute tension ne répondent plus aux besoins modernes, par suite des difficultés d'emploi des dynamos à courant continu à haute tension, qui sont beaucoup moins maniables que des alternateurs à basse tension combinés avec des transformateurs. Le système à courant continu nécessite, en outre, même dans le cas où les meilleures conditions de réglage sont réalisées, l'emploi d'une batterie d'accumulateurs, dont le but est d'éviter aux machines les à-coups dus à l'éclateur.

En fait, ce système de T. S. F. a été abandonné en faveur des systèmes à courant alternatif de fréquence élevée, actuellement utilisés dans presque toutes les stations. La charge par courants alternatifs, réalisée pour la première fois en 1901 au Dépôt des Phares et au phare de Penmarch, conduit à des rendements excellents, si on l'établit rationnellement; d'autre part, elle évite l'emploi des appareils délicats et dangereux que comporte forcément un poste émetteur avec courant à haute tension. Les accidents survenus dans la première station importante établie par M. Bouthillon ont montré une fois de plus les inconvénients pratiques de ce système, dont les résultats ont été, en fait, très peu satisfaisants.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur une nouvelle réaction de l'urine.* Note de M. A. Bach.

Dans des travaux antérieurs ([1]) j'ai démontré que la réduction des nitrates et des matières colorantes dans les tissus animaux est due à l'intervention simultanée d'un ferment et d'un coferment qui, pris séparément, n'exercent aucune action réductrice. Dans le lait frais, ce ferment existe non accompagné de son coferment et produit, soit avec le concours du coferment tiré des tissus, soit avec le concours des aldéhydes, les mêmes phénomènes de réduction qui s'observent dans les tissus. Le coferment se laisse extraire des tissus par l'eau bouillante. Il se trouve également dans les peptones du commerce, ainsi que dans les albumines complètement dégradées en acides aminés. Les albumines plus ou moins dégradées ne fonctionnent comme coferment que parce qu'elles engendrent des aldéhydes par une réaction analogue à celle découverte en 1862 par Strecker ([2]) (action de l'alloxane sur les acides aminés) :

$$R.CH(NH^2)COOH + CO\begin{matrix}\diagup NH-CO \diagdown \\ \diagdown NH-CO \diagup\end{matrix}CO + 2H^2O$$

$$= R.CHO + NH^3 + CO(OH)^2 + CO\begin{matrix}\diagup NH-CO \diagdown \\ \diagdown NH-CO \diagup\end{matrix}CHOH.$$

En poursuivant ces recherches, j'ai constaté que l'urine normale contient des quantités appréciables de ce même coferment, c'est-à-dire que l'urine ne réduit pas à elle seule les nitrates en nitrites, mais qu'elle les réduit en présence du ferment contenu dans le lait frais. Comme les nitrites formés se laissent facilement doser, la réaction pourrait rendre des services dans des recherches d'ordre physiologique et pathologique. L'urine normale ne contenant pas d'aldéhydes, la réaction en question dénote, dans ce liquide, la présence de produits de dégradation des albumines.

Pour effectuer les dosages, je propose deux méthodes, l'une approximative, l'autre très précise, mais un peu plus compliquée :

D'après la première méthode, on fait réagir 3^{cm^3} d'urine fraîche avec 2^{cm^3} de lait frais

([1]) *Archives des Sciences physiques et naturelles*, Genève, t. 32, mai 1911; t. 37, mai 1914; *Bioch. Zeit.*, t. 31, p. 441; t. 33, p. 282; t. 38, p. 154; t. 52, p. 412; t. 58, p. 205 (années 1911-1914).

([2]) *Liebig's Annal.*, t. 123, p. 363.

et $0^g,2$ de nitrate de soude pur (ne contenant pas de nitrite) pendant 20 minutes à la température de 60°. En même temps, on fait un essai à blanc avec les mêmes proportions d'urine et de lait, mais sans ajouter de nitrate. Au bout de ce temps, on ajoute à chaque essai 5^{cm^3} de réactif Ilosvay (mélange d'acide sulfanilique et d'α-naphtylamine dans l'acide acétique étendu). L'essai contenant du nitrate se colore alors en rouge plus ou moins intense, alors que l'essai-témoin présente la couleur du mélange de lait et d'urine. On ajoute au témoin goutte à goutte une solution titrée de nitrite de soude pur jusqu'à ce que les deux essais aient pris la même coloration.

D'après la quantité de nitrite ajoutée, on calcule celle de nitrite formée par réduction du nitrate.

Pour effectuer le dosage précis, on opère sur 15^{cm^3} d'urine fraîche, 10^{cm^3} de lait frais et 1^g de nitrate de soude. La réaction terminée, on ajoute aux deux essais $0^g,5$ de sous-acétate de plomb finement pulvérisé, on agite, on filtre sur un filtre sec et, dans 20^{cm^3} de filtrat, on dose colorimétriquement le nitrite, comme on le dose dans l'eau.

J'ai fait un nombre considérable de dosages sur des urines normales et constaté que 1^{cm^3} d'urine peut réduire, avec le concours du ferment de lait, une quantité de nitrate qui représente de $0^g,00001$ à $0^g,00005$ N^2O^3.

L'urine préalablement bouillie donne le même résultat que l'urine normale. Avec le lait bouilli et le nitrate ou avec le lait frais en l'absence de nitrate, la réaction ne se produit pas.

J'ajouterai que le sérum de sang recueilli aseptiquement ne réduit pas les nitrates en présence de lait. Mais le sérum soumis à l'action des bactéries, même en culture pure (toxine diphtérique), donne une réaction intense.

GÉOLOGIE. — *Constitution géologique du Marais poitevin.* Note de M. Jules Welsch.

Le Marais poitevin représente un ancien golfe qui a été comblé, depuis l'époque tertiaire, par des alluvions quaternaires et récentes, de plusieurs sortes, marines, fluviatiles et lacustres.

Voici la série des formations qu'on peut distinguer : 1° *dépôts actuels et modernes*, qui sont de trois sortes : dunes littorales, alluvions lacustres et tourbeuses, argile marneuse marine à Scrobiculaires; 2° *dépôts quaternaires*, qui comprennent des anciens cordons littoraux marins et des alluvions anciennes du fond des vallées. Je vais en passer quelques-unes en revue.

Argile à Scrobiculaires. — Elle constitue la masse principale du Marais, c'est le *bri* du paysan. Elle a commencé à se déposer dès le début de l'époque

néolithique et son dépôt se continue de nos jours dans l'anse de l'Aiguillon. Elle est compacte, d'un gris bleuâtre; son niveau ne dépasse jamais 3^m à 4^m d'altitude au-dessus du zéro moyen de la mer et cela correspond au niveau supérieur des marées hautes.

On n'y trouve que des débris d'animaux qui sont peu probants au point de vue de l'âge. Je citerai *Scrobicularia plana* Da Costa; *Cardium edule* Linné; *Ostrea edulis* L. Ces trois Mollusques vivent encore dans la mer voisine.

Alluvions modernes lacustres. — Ce sont des terres noires tourbeuses que l'on voit surtout à l'est et au sud-est du Marais, contre le bord des coteaux, qui sont formés de calcaires jurassiques. Elles sont d'origine fluviatile et recouvrent sur cette bordure l'argile à Scrobiculaires. Ce sont des alluvions récentes qui se continuent dans le fond des vallées voisines, où l'on ne trouve pas l'argile marine. On y rencontre surtout des coquilles d'eau douce et des coquilles continentales avec quelques restes de Mammifères.

Voici l'indication de deux gisements de Mollusques, parmi beaucoup d'autres :

A. Irleau (commune du Vanneau), entre le village et le canal de la Garette (Deux-Sèvres); j'y ai rencontré *Helix nemoralis* Linné; *H. variabilis?* Drp; *H. hispida* L.; *Limnæa canalis* Dupuy; *L. palustris* Drp; *L. stagnalis* L.; *Bythinia tentaculata* L.; *Physa fontinalis* L.; *Cochlicella acuta* Müller; *Pisidium amnicum* Müller; *Vivipara fasciata* Müller; *Planorbis corneus* Drp; *P. carinatus* Müller; *P. rotundatus* Poiret; *P. fontanus* Light.

B. Nion-aux-Ouchettes, au nord-est de Courson (Charente-Inférieure); on y trouve *Helix Carthusiana* Müller; *Physa fontinalis* L.; *Bythinia tentaculata* L.; *Lymnæa stagnalis* L.; *L. canalis* Dupuy; *Planorbis carinatus* Müller; *P. corneus* Drp.

C. On trouve aussi quelquefois des restes de mammifères; les herbivores allaient paître sur le marais et s'enlisaient quelquefois; c'est ainsi que M. Sauvaget, instituteur à Niort, m'a remis des ossements noircis de bœuf et de cheval, rencontrés dans une fouille faite à la Sotterie, commune de Coulon (Deux-Sèvres), pour l'établissement d'une passerelle, en mai 1907.

M. Ed. Harlé, spécialiste en Mammifères, a reconnu parfaitement *Equus caballus* L. (omoplate étroite, radius, canon postérieur, canon antérieur, maxillaire inférieur droit et deux dents), et un *Bos* (maxillaire inférieur gauche, omoplate gauche, vertèbre cervicale. tibia, canon antérieur). C'est un bœuf ordinaire, ce serait trop ambitieux de le qualifier de *primigenius*.

D. Dans les marais tourbeux d'Aigrefeuille (Charente-Inférieure), qui ne dépendent pas du Marais poitevin, mais qui sont du même âge que ceux considérés ici, on a trouvé un cerf dont la race serait éteinte (*Le cerf rochefortin*, Lesson, Compl. à Buffon, t. I, p. 528).

Anciens cordons littoraux. — Ils sont formés de sables et graviers avec coquilles marines; l'épaisseur ne dépasse pas quelques mètres. Les coquilles sont quelquefois roulées, quelquefois brisées; elles ressemblent à celles qui vivent sur la côte voisine. Le sable est gris, fin, siliceux, avec des galets calcaires roulés; quelquefois il n'y a que du sable. L'ensemble pourrait se rapprocher d'une sorte de falun.

Ce dépôt ne se montre jamais sur les îles du Marais; on le trouve seulement en bordure, montrant l'ancienne côte; il s'enfonce sous le bri, probablement jusqu'à distance des îles ou de cette ancienne côte.

C'est à partir de cette formation que le golfe du Marais a commencé à se combler par l'argile à Scrobiculaires.

J'ai pu constater la présence d'un cordon littoral en de nombreux points du Marais, grâce à sa constitution si différente de celle de l'argile, et à son altitude souvent un peu supérieure.

L'âge de ce cordon littoral est difficile à préciser; appartient-il au Quaternaire (Pléistocène) ou au début de la période moderne? On peut dire seulement d'une façon générale qu'il est antérieur à l'argile. J'ajoute que je n'ai jamais vu des assises de sable et graviers coquilliers intercalés dans le bri. Ce cordon est, je crois, postérieur aux poudingues fluviatiles de Sevreau (Coulon) dont les cailloux roulés indiquent une rivière très différente de la Sèvre actuelle.

En résumé, je considère ce cordon littoral comme dépendant plutôt des alluvions anciennes (Quaternaire).

A. Voici une liste des Mollusques de la sablière du Cerisier de Champagné-les-Marais (Vendée) [1]:

Ostrea edulis L.; *O. edulis* L., var. *cristata* Born; *Anomia ephippium* L.; *Pecten* (*Chlamys*) *varius* L.; *Mytilus edulis* L. ou *galloprovincialis* Lk; *Loripes lacteus* L; *Cardium aculeatum* L.; *Cardium* (*Cerastoderma*) *edule* L.; *C. tuberculatum?* L.; *C.* (*Parvicardium*) *exiguum* Gmelin; *Nucula nucleus?* L. ou *nucleata; Tapes decussatus* L.; *T. rhomboides* Pennant; *T. edulis* Chemn. in Locard; *Tellina balaustina* L.; *Mactra subtruncata* Da Costa; *M. triangula* Renier; *Syndosmia alba* S. Wood; *Solen marginatus* Pennant; *S. vagina* L.; *Pandora inæquivalvis* L.; *Corbula gibba* Olivi; *Dentalium vulgare* Da Costa; *D. novemcostatum* Lk; *Patella athlecita* Bean; *Trochus* (*Ziziphinus*) *Montagui* W. Wood; *Montagua Danmoniensis; Gibbula tumida* L.; *G. umbilicata* Mtg.; *Phasianella pulla* L.; *Littorina obtusata* Desh; *L. rudis* Maton; *L. rudis* Maton, var.; *L. tenebrosa* Montagu; *Lacuna divaricata* Fabricius; *Rissoa parva* Da Costa; *R. Guerini* Récluz; *Hydrobia ulvæ* Pennant; *H. subumbilicata* Montagu; *Trun-*

[1] Je dois leur détermination à M. Joly, d'Angoulême.

catella subcylindria L.; *Scalaria communis* Lk; *Turbonilla pusilla* Philippi; *Natica Alderi* Forbes; *N. intricata* Donovan; *Bittium reticulatum* Costa; *Murex* (*Ocinebra*) *erinaceus* L.; *Buccinum undatum* L.; *Nassa reticulata* L.; *N. incrassata* Müller; *Raphitoma attenuata* Montagu; *R. nebula* Montagu; *R. nebula* Montagu, var.; *R. lævigata* Philippi; *Mangilia costata* Pennant; *Philine aperta* L.; *Cylichnina* sp.; *Helix* sp.; *Hyalinia nitidula* Drap.; *Alexia myosotis* Drap.; *Cæcilianella acicula* Müller.

B. Dans le gisement du Sableau près Chaillé-les-Marais (Vendée), j'ai trouvé :

Cerithiopsis tuberculatus Mtg; *Trivia europæa* Mtg; *Nassa incrassata* Müller; *Murex erinaceus* L.; *Purpura lapillus* L.; *Turritella communis* Risso; *Littorina obtusata* Gmelin; *L. rudis* Donovan; *Calliostoma Montagui* Wood; *Tellina* (*Macoma*) *baltica* L.; *T. tenuis* Da Costa; *Mytilus galloprovincialis* Lk; *Pholas candida* L.

C. Dans la ballastière de l'Ile-Delle, où l'on a trouvé des vertèbres de Cachalot, j'ai pu ramasser :

Dentalium novemcostatum Lk; *Anomia ephippium* L.; *Cardium edule* L.; *Tapes decussatus* L.; *Scrobicularia plana* Da Costa.

Ce dernier Mollusque n'est pas là dans son gisement habituel, mais il a pu être rejeté par la mer.

Toutes les espèces marines citées se retrouvent encore dans la mer voisine; tout au plus pourrait-on distinguer deux ou trois variétés un peu différentes.

GÉOLOGIE. — *Observation sur l'absence du facies pélagique dans la série sédimentaire.* Note de M. **Stanislas Meunier**.

Dans leur célèbre Mémoire intitulé : *Sur la classification, le mode de formation et la distribution géographique des sédiments de mer profonde*, MM. John Murray et A.-F. Renard insistent sur les caractères tout à fait spéciaux des sédiments recueillis par les dragages dans les régions les plus profondes et les plus éloignées des rivages [1]. Ils y signalent l'absence presque complète de tous matériaux charriés par les courants aqueux, qui n'arrivent dans les régions centrales des grandes mers qu'après s'être épurés par le long trajet qu'ils ont parcouru et ils y notent la présence presque exclusive, et d'ailleurs en quantité très faible, d'éléments volcaniques apportés par les vents et de particules très fines et très rares auxquelles on

[1] *Bulletin du Musée royal d'Histoire naturelle de Belgique*, t. 3, p. 58; in-8°. Bruxelles, 1885.

accorde généralement une origine cosmique. Cela fait, les deux océanographes constatent que rien parmi les « couches géologiques » n'offre de ressemblance avec ce dépôt spécial aux grands abîmes et ils formulent en conséquence des conclusions qui sont de nature à préoccuper les naturalistes : « S'il était prouvé, disent-ils, que les sédiments pélagiques ne sont pas représentés dans ces couches, il s'ensuivrait que des océans larges et profonds n'auraient pas occupé autrefois les aires continentales ; on pourrait déduire, comme corollaire, que les grandes lignes des bassins océaniques et des continents auraient été tracées dès le commencement des âges géologiques. Nous arriverions ainsi à une nouvelle confirmation de l'idée de la permanence des continents. »

A première vue, une semblable opinion paraît bien difficile à accepter pour quiconque s'est pénétré de la continuité absolue des phénomènes géologiques, depuis les origines planétaires. Tous les niveaux sédimentaires témoignent les uns après les autres de l'existence, en pleins continents actuels, de bassins marins dont tous les détails coïncident avec les détails de l'Océan contemporain. L'épaisseur de certains sédiments et la finesse du grain des roches qui les composent, en même temps que la catégorie des organismes qu'on y retrouve, conduisent à supposer que de grandes profondeurs ne manquaient pas. Aussi paraît-il inévitable de se demander si l'absence, signalée par MM. Murray et Renard, du type sédimentaire qu'ils qualifient de *pélagique*, ne proviendrait pas (si elle est définitivement démontrée) de ce que ce type, après avoir été parfaitement constitué, aurait été nécessairement contraint de disparaître dans les portions qui sont parvenues à la portée de nos études.

Si l'on réfléchit un moment, en effet, aux conditions successives par lesquelles a inévitablement passé un fond de très grande mer, pour faire aujourd'hui partie d'un massif sédimentaire devenu continental, on arrive à des observations dignes de remarque. Le caractère du sédiment considéré dérive de sa situation très distante de toute côte et de l'absence de courants sensibles, qui s'opposeraient à la persistance de dépôts extrêmement ténus. Or le premier effet de la surrection du fond, sans laquelle le passage à l'état continental serait impossible, c'est forcément de modifier cet état presque statique. Pour que le massif sédimentaire, étudiable plus tard, puisse s'édifier, il faut que des sédiments s'accumulent les uns sur les autres et cela suppose que des courants en apporteront les éléments : ils ne pourront le faire sans balayer d'abord le substratum et sans lui arracher les très fines particules qui le caractérisaient. Ces particules, empruntées à la sur-

face précédemment abyssale, seront soulevées, déplacées, mélangées à des éléments étrangers, et tous les caractères de la localité originairement pélagique, par lesquels on eût pu la reconnaître au sein de la formation dont elle ne serait qu'un très mince détail, seront définitivement effacés.

Il se manifeste une telle incompatibilité entre la persistance du dépôt pélagique et l'extension à sa surface, ou plutôt à sa place, des petits fragments dont se composent les sédiments de profondeur moindre, qu'on ne comprend pas qu'on ait pu supposer que des formations, lentement soulevées au-travers des eaux, aient pu jamais en conserver le moindre vestige.

En conséquence, il convient de reconnaître que la continuité de la sédimentation marine et que la persistance des conditions qui y président ne sont aucunement contredites par l'absence, dans la série sédimentaire, de vestiges stratigraphiques que leurs qualités essentielles mêmes empêchaient de s'y maintenir.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Sur l'ancienneté et le mode de formation de l'eau à la surface de la Terre.* Note de M. F. **Garrigou**, présentée par M. P. Puiseux.

On sait que le grand chimiste J.-B. Dumas était porté à considérer l'atome d'hydrogène comme l'élément primitif et universel, capable de reproduire, par des transformations diverses, tous les métaux demeurés irréductibles, ou en ayant l'apparence.

Le spectroscope est venu, entre les mains des astronomes modernes, fournir un appui considérable à cette hypothèse hardie, en montrant que l'hydrogène est le corps le plus répandu dans l'Univers. On ne connaît aucun astre lumineux par lui-même, où l'on ne soit fondé à supposer la présence de l'hydrogène en proportion importante.

L'oxygène, qui entre dans la composition de l'eau pour une part deux fois plus grande en poids que l'hydrogène, est loin de se manifester avec la même généralité. Ce n'est pas qu'il soit difficile de trouver dans le spectre solaire, par exemple, des raies d'absorption de l'oxygène. Mais on peut soutenir, comme l'a fait J. Janssen avec talent et ténacité, que ces raies prennent naissance exclusivement dans l'atmosphère de la terre.

Cette conclusion, à vrai dire, n'a pas été tenue pour définitive. De faibles indices de la présence de l'oxygène ont été relevés dans le Soleil ou dans certaines étoiles au cours des dernières années. Il n'en est pas moins vrai

que l'Astronomie établit une différence profonde entre ces deux éléments de l'eau, que notre expérience terrestre nous porterait à regarder comme contemporains.

La classification des étoiles fondée sur l'abondance relative des raies de l'hydrogène et des métaux dans les spectres se justifie par de nombreuses corrélations entre les caractères des objets ainsi groupés. Il serait tout à fait impossible d'établir une classification de même valeur en prenant le spectre de l'oxygène comme point de départ.

D'un autre côté, les expériences faites sur les substances radioactives nous font maintenant considérer, comme susceptibles de destruction ou de transmutation, des corps regardés naguère comme stables. Si l'un des éléments de l'eau doit être atteint par un soupçon de ce genre, il semble que ce soit d'abord l'oxygène. Soddy a démontré, en effet, que la densité de ce gaz n'est pas indépendante du procédé employé pour produire son isolement.

On doit penser, d'après cela, que l'atome d'oxygène se constitue dans l'atmosphère d'un astre, dans une étoile rouge par exemple, aux dépens d'éléments plus simples, à un degré de refroidissement qui n'est pas encore atteint par le Soleil, pas plus que par la grande majorité des étoiles visibles. La température doit s'abaisser encore plus (aux environs de 1100° C.) pour permettre la formation de l'eau, dans une couche superficielle d'abord mince et qui s'épaissit graduellement, en cédant aux espaces célestes de la chaleur empruntée au fluide interne.

L'atmosphère primitive se comporte ainsi comme une machine thermique qui fonctionne entre des limites de température très écartées. Les précipitations d'eau ont dû, en très peu de temps, devenir générales et violentes, avec formation de sels métalliques et minéralisation active des océans.

La constitution d'une croûte solide, en réalisant l'isolement pratique des couches à température élevée, inaugure, dans l'étoile devenant planète, une période de calme relatif pendant laquelle ont à se développer, sur l'astre à nouvelle allure, les merveilles de la vie dont l'eau est l'élément indispensable.

HYGIÈNE. — *Nouvelle forme d'emploi du formol pour la désinfection aux armées.* Note [1] de M. Fernand Gaud.

Le problème de la désinfection aux armées a déjà reçu de nombreuses solutions, dont certaines s'accommodent d'installations simplistes réalisées avec les seules ressources des unités combattantes. Récemment, l'emploi de la chaleur sèche obtenue par circulation de vapeur sous pression (procédé Bordes) a fait faire un grand pas à la question, et les troupes commencent à ressentir les heureux effets de la stérilisation ainsi opérée des effets d'habillement et de couchage.

Nous croyons que le procédé dont nous allons avoir l'honneur d'entretenir l'Académie marquera un nouveau progrès, en ce sens qu'il assure une désinfection encore plus rapide et plus régulière par un matériel moins compliqué et plus facile à établir.

Il s'agit d'utiliser, dans des conditions de rendement maximum, les gaz et vapeurs éminemment antiseptiques que produit la réaction d'un oxydant énergique en solution aqueuse sur les solutions normales de formol : on sait que, lorsque cette dernière (formol commercial à 40 pour 100) est versée dans une solution saturée de permanganate de potassium, le mélange ne tarde pas à s'échauffer et à dégager des vapeurs abondantes; celles-ci, douées d'un grand pouvoir diffusif, pénètrent facilement dans les tissus de laine, coton, chanvre et lin, dont aucune fibre n'échappe à leur action bactéricide; quant aux œufs des parasites divers, il n'en est point dont la coque leur demeure impénétrable, même après un temps relativement court.

Des expériences comparatives ont d'ailleurs prouvé que si deux blocs de vêtements, identiques en volume et en composition, sont soumis respectivement à l'action de la chaleur sèche et des vapeurs de formol, le temps nécessaire pour que le centre du premier ballot atteigne la température de 105°-110° est de beaucoup supérieur à celui qu'il faudra aux vapeurs de formol pour parvenir au milieu du deuxième ballot et l'imprégner entièrement. Il faut en outre compter que, pour détruire de façon certaine la vitalité des germes et des œufs de tous les parasites sans exception, l'action de la chaleur doit être prolongée pendant au moins 20 minutes à la température précitée de 105°, tandis qu'il suffira d'un bain

[1] Séance du 28 février 1916.

de vapeur de formol de 5 à 10 minutes pour que le protoplasma des œufs soit atteint et coagulé.

Description de l'appareil. — L'appareil nécessaire à la formolisation est des plus simples : il comporte un générateur et une chambre de désinfection.

Celle-ci sera constituée par un récipient quelconque suffisamment grand, une barrique ou un demi-muid vide, par exemple, dont on enlève le fond supérieur. L'autre fond est percé d'un trou central par lequel sort l'extrémité libre d'un tuyau de plomb, roulé en spirale qu'on pose à plat; les spires sont assez nombreuses pour occuper toute la surface du fond; elles sont percées sur la génératrice supérieure d'un grand nombre de trous de 2^{mm} à 3^{mm} de diamètre. Le fond supérieur du tonneau est percé de 5 à 6 trous de 5^{mm}, également espacés sur toute la surface.

Le générateur est constitué par un tonnelet de 16^{l} posé debout (tonnelet à eau-de-vie). Le fond supérieur est percé de deux trous: l'un d'eux reçoit à frottement dur un tube vertical en fer-blanc de 2^{cm} à 3^{cm} de diamètre, assez long pour arriver à 2^{cm} du fond inférieur et dépasser de 50^{cm}-60^{cm} le fond supérieur; à son extrémité supérieure est soudé un entonnoir d'environ 1^{l} de capacité.

Le deuxième orifice sert à l'emmanchement d'un col-de-cygne fait d'un tuyau de plomb de même diamètre que celui de la barrique à désinfection. La réunion des deux bouts de tuyaux se fait avec un manchon de caoutchouc bien ligaturé des deux côtés (morceau de pneumatique de bicyclette, par exemple). Tous les joints doivent être lutés avec un ciment tel que caséine ou albumine d'œufs et chaux éteinte en poudre.

Chargement et mise en train. — D'une part, on prépare une solution de 2^{kg} de permanganate de potassium dans quantité suffisante d'eau chaude à 40°; on vide tout le liquide dans le générateur. A côté sont préparés des flacons ou bidons contenant le formol commercial à 40^{vol}.

D'autre part, on charge la barrique. Après avoir disposé sur la spirale de plomb une couche de 2^{cm} à 3^{cm} de copeaux de bois bien exempts de sciure et de poussière, on introduit les effets à désinfecter en les étalant bien à plat avec la plus grande régularité, pour éviter aussi bien les poches et pertuis que les boursouflements. Il faut que les lits successifs aient un tassement régulier, qui assure une perméabilité uniforme. Une fois la barrique pleine, on place le fond supérieur et il ne reste plus qu'à mettre le générateur en activité.

Le formol est versé dans le générateur par petites portions. Lorsque la réaction devient tumultueuse, ce dont on juge par l'oreille, on la laisse se calmer, puis on recommence à verser pour arrêter ensuite jusqu'au moment où des filets de vapeurs de formol apparaissent par les orifices supérieurs de la barrique. On doit alors arrêter la dépense de formol. Dès que cesse le bruit du bouillonnement, on obture les orifices supérieurs de la barrique, on démonte le joint de caoutchouc, on ferme avec un bouchon de liège le bout du serpentin et on laisse le contenu de la barrique macérer. Quant au générateur, il est prêt à être ajusté à une seconde barrique.

Les 2^{kg} de permanganate suffisent à traiter 5^{l} environ de formol liquide, qui assurent la désinfection des vêtements et effets contenus dans 10 demi-

muids. L'épuisement de la solution de permanganate se constate à son changement de couleur qui passe du violet au rouge et au rose; à ce moment, il faut la remplacer, mais il n'y a pas lieu de la jeter : elle peut encore servir, employée telle quelle, à tous les usages auxquels sont bonnes les solutions de sulfate de fer, crésyl, etc.

Ces indications, quoique succinctes, sont suffisantes pour permettre aux chefs des Unités opérant dans la zone des armées de réaliser la stérilisation des effets de leurs hommes en utilisant le matériel sommaire dont ils disposent et avec des produits chimiques aussi faciles à se procurer et aussi peu coûteux que le permanganate de potassium et le formol.

HYGIÈNE. — *Sur le self-diffuseur à anhydride sulfureux pour la désinsectation et la dératisation des tranchées, des cales de navires et des locaux habités.* Note de MM. C. **Galaine** et C. **Houlbert**, présentée par M. Edmond Perrier.

De toutes les substances employées pour la destruction des insectes parasites ou des rats, dans les locaux habités, le gaz sulfureux est celui qui a donné les meilleurs résultats.

Sous la pression normale, l'anhydride sulfureux liquéfié bout à -8°C.; à 20°, sa tension de vapeur est déjà supérieure à 3^{kg} par centimètre carré; mais comme ses vapeurs sont très lourdes, nous avons cherché à réaliser un dispositif permettant de brasser l'atmosphère ambiante en assurant ainsi le mélange parfait du gaz avec l'air des locaux à désinfecter. Telles sont les considérations qui nous ont conduits à la construction du petit appareil auquel nous avons donné le nom de *self-diffuseur*.

L'appareil se compose de trois parties principales, indépendantes les unes des autres, pouvant se séparer et se nettoyer facilement :

1° Un *récipient* pour l'anhydride sulfureux liquide; 2° un *réchauffeur* à eau bouillante; 3° une petite *turbine* avec ailettes en aluminium, entraînant une hélice à quatre branches formant *ventilateur*. Ces deux dernières parties, turbine et réchauffeur, forment, à proprement parler, les organes véritablement nouveaux du self-diffuseur.

I. *Récipient à anhydride sulfureux liquide.* — Comme récipient, nous employons une bouteille en acier de 3^{mm} d'épaisseur; cette bouteille, peinte extérieurement à la platinite, pourra être remplie aussi souvent qu'on

voudra; elle est, dans ce but, munie d'un pointeau de remplissage et d'une vidange en cuivre avec un raccord permettant de la mettre en communication avec le réchauffeur.

II. *Réchauffeur à eau bouillante.* — Le réchauffeur est un vase cylindrique en tôle d'acier; on le remplit d'eau bouillante par une ouverture latérale. Cette eau est destinée à réchauffer le gaz sulfureux au passage, avant son admission dans la turbine. Il suffira, en effet, pour obtenir ce résultat, d'établir la communication entre le récipient à SO^2 liquide et le tube enroulé en spirale qui traverse le réchauffeur; la pression du gaz réchauffé augmente considérablement, et ainsi se trouve obtenue l'énergie nécessaire pour mettre en mouvement rapide l'armature mobile du self-diffuseur; le mouvement s'amorce d'ailleurs de lui-même et au bout de peu de temps devient uniforme.

III. *Turbine motrice et ventilateur.* — Au sommet du vase réchauffeur vient se visser un petit tambour métallique renfermant une turbine garnie de huit ailettes en aluminium; l'axe de cette turbine entraîne le ventilateur situé au-dessus. Le ventilateur est constitué par une hélice en laiton; il est formé de quatre rames aplaties, disposées obliquement, de manière à aspirer l'air au ras du sol et à le refouler vers le plafond de la pièce.

Fonctionnement. — Pour mettre l'appareil en marche, une fois le réchauffeur rempli d'eau et son raccord établi avec le récipient, l'opérateur n'a qu'à donner quelques tours à la vis du pointeau et à quitter la pièce: l'appareil fonctionne seul jusqu'à épuisement du liquide du récipient. Il va sans dire que le poids de l'anhydride sulfureux nécessaire à une désinfection devra être calculé d'après le cubage interne de la pièce, à raison de 72^g par mètre cube d'air.

C'est à 20° que l'appareil donne son maximum de rendement; pour les températures inférieures à 10°, il est préférable de chauffer un peu le récipient ou de modifier légèrement la distribution du liquide moteur.

Dératisation d'un bâtiment. — Pour la dératisation d'un bâtiment, c'est-à-dire pour un grand cubage d'air, avec de nombreux compartiments séparés, l'opération se fera de la manière suivante :

Un grand récipient d'anhydride sulfureux (100^{kg} par exemple) sera placé sur une bascule et mis en communication avec un réchauffeur, *en dehors des locaux à dératiser*. Le but de la bascule est de permettre l'arrêt instantané de l'opération aussitôt que le poids du gaz employé est jugé suffisant. Dans une opération de longue durée, l'eau du réchauffeur a une tendance à se refroidir; pour combattre ce refroidissement, on la maintient à température convenable à l'aide d'une lampe à pétrole.

En sortant du réchauffeur, le tube conduisant le gaz sulfureux passe devant les ouvertures des compartiments à dératiser. A chaque ouverture, un branchement

pénètre dans la pièce et vient s'adapter à la turbine isolée d'un self-diffuseur. Le self-diffuseur, dans ce cas, sera réduit à sa turbine et à son ventilateur, qui seront simplement installés sur un trépied en métal destiné à les surélever.

Conclusions. — Le self-diffuseur se distingue de tous les appareils similaires par son faible volume, la facilité de sa manipulation et la régularité de son fonctionnement; il assure le mélange intime de la substance insecticide avec l'air des locaux à désinfecter; évidemment, les larves qui vivent à l'intérieur des boiseries ou dans les fissures les plus profondes des parquets seront toujours difficiles à intoxiquer; mais les poux, qui sont tous des ectoparasites, seront directement atteints et détruits.

Notons enfin que le self-diffuseur, avec de légères modifications, peut servir à distribuer tous les liquides insecticides : benzine, sulfure de carbone, etc.; par son fonctionnement en quelque sorte automatique, il assure le dosage parfait des gaz suivant la grandeur des pièces à désinfecter.

BACTÉRIOLOGIE. — *Action des hypochlorites sur le pus.* Note de M. Auguste Lumière, présentée par M. Roux.

Lorsqu'on ajoute une quantité de pus déterminée à un volume double de solution d'hypochlorite de sodium à 0,6 pour 100 (liqueur de Dakin), on constate que le mélange n'est stérile qu'exceptionnellement et que, dans un grand nombre de cas, les bouillons ensemencés avec des pyocultures faites en présence de cet antiseptique donnent des cultures plus abondantes que ceux qui sont ensemencés avec les pyocultures témoins.

Telle est l'intéressante expérience rapportée à l'Académie des Sciences, dans sa séance du 3 janvier 1916, par M. le professeur Delbet [1].

Cet auteur qualifie ce fait de phénomène singulier et ne l'explique que par l'hypothèse d'une combinaison des hypochlorites avec certains éléments du pus formant ainsi des substances très favorables à la végétation des microbes.

Cette expérience est-elle de nature à faire condamner l'emploi des antiseptiques et, en particulier, des hypochlorites dans le traitement des plaies suppurées?

---

(1) *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 36.

Une telle conclusion est en désaccord avec les expériences suivantes qui sont, au contraire, en faveur des hypochlorites et permettent d'expliquer le résultat d'apparence paradoxale signalé par M. Delbet.

Dans un cas de tétanos grave, nous avons prélevé quelques centimètres cubes de pus au niveau d'une plaie très infectée de la jambe. Ce pus a été divisé en deux fractions égales dont l'une a été additionnée d'un volume double de solution d'hypochlorite à 1 pour 100 et l'autre ramenée au même volume au moyen d'une solution de chlorure de sodium à 8 pour 1000.

En injectant au bout d'une heure 1^{cm^3} de chacune de ces préparations à des cobayes, on constate que les animaux qui ont reçu le pus témoin meurent du tétanos en 8 ou 10 jours, alors que ceux auxquels on a injecté le pus traité par l'hypochlorite ne présentent aucun symptôme tétanique et survivent.

Cette expérience a été répétée avec des pus renfermant les microbes les plus variés : streptocoques, staphylocoques, perfringens, etc. Ces préparations ont été administrées à des cobayes en injections sous-cutanées ou à des lapins par voie intraveineuse et l'on a constaté que les pus à l'hypochlorite sont inoffensifs ou ne provoquent que des accidents tardifs et bénins, tandis que les produits purulents non additionnés d'antiseptique déterminent souvent, suivant leur nature et leur provenance, des phénomènes infectieux pouvant aller jusqu'à la mort.

Dans une autre série d'essais, les pus avec ou sans hypochlorite, ont été filtrés à la bougie et les filtrats injectés à des animaux. Seules les liqueurs provenant des pus témoins provoquent de l'hyperthermie et de l'amaigrissement.

Enfin, ces produits de filtration mis en contact *in vitro* avec des leucocytes et des microbes montrent que la phagocytose s'exerce d'une façon beaucoup plus active lorsqu'il s'agit de liquides à l'hypochlorite.

Ces expériences résumées nous conduisent aux conclusions suivantes :

Lorsqu'on additionne un pus d'une quantité d'hypochlorite de sodium insuffisante pour le stériliser, avant de tuer les microbes qu'il renferme, on les atténue en les rendant moins virulents et *l'on détruit leurs toxines par oxydation*.

La destruction des toxines régénère le milieu de culture qu'est le pus dans les conditions de l'expérience de M. Delbet en le débarrassant des produits d'excrétion microbienne qui tendent à s'opposer à la végétation. Cette destruction des toxines par les antiseptiques oxydants joue un rôle

favorable dans la lutte contre l'infection, soit en permettant à la phagocytose de s'effectuer, soit en évitant l'imprégnation de l'organisme par des substances incontestablement nocives.

A 16 heures l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16 heures et quart.

G. D.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans les séances de janvier 1916.

Deuxième expédition antarctique française (1908-1910), *commandée par le Dr Jean Charcot. Phytoplancton de l'Antarctique*, par L. Mangin, Membre de l'Institut. Paris, Masson, 1915; 1 fasc. in-4°. (Présenté par l'auteur.)

Ministère des Travaux publics. *Mémoires pour servir à l'explication de la Carte géologique détaillée de la France. Études sur les Cosmocératidés des collections de l'École nationale supérieure des Mines et de quelques autres collections publiques ou privées*, par Robert Douvillé. Paris, Imprimerie nationale, 1915; 1 fasc. in-4°. (Présenté par M. Henri Douvillé.)

Matériaux pour la Carte géologique de la Suisse. Nouvelle série : XXXe livraison. *Les hautes Alpes calcaires entre la Lizerne et la Kander*, par Maurice Lugeon. Berne, A. Francke, 1914; 1 fasc. in-4°. (Présenté par M. Termier.)

Bulletin de l'Académie malgache. Année 1913, Vol. XII (première Partie). Tananarive, Imprimerie officielle; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. A. Lacroix.)

Expansion problems with irregular boundary conditions, by Dunham Jackson; — *The Mechanics of telephone-receiver diaphragms, as derived from their motional-impedance circles*, by A.-E. Kennelly and H.-A. Affel; — *On the development of the coral Agaricia fragilis Dana*, by J.-W. Mayor. Boston, Library of the american Academy of Arts and Sciences. Extraits des Procès-verbaux, Vol. LI, nos 7, 8 et 9; 3 fasc. in-8°. (Transmis par M. l'Ambassadeur de France à Washington.)

L'Industrie chimique et la Science. Opinions de quelques savants anglais. Extrait de la *Revue de Métallurgie*, Vol. XII, août 1915. Angers, imprimerie A. Burdin, 1915; 1 fasc. in-4°. (Présenté par M. Le Chatelier.)



Les phagocytes en chirurgie. Applications récentes en chirurgie de guerre, par le Dr Raymond Petit. Paris, Masson, 1915; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. E. Roux.)

L'ossuaire de la Ciste des Cous, à Bazoges-en-Pareds (Vendée). Découverte, fouille, description du mobilier funéraire et des ossements, et restauration, par Marcel Baudouin et Lucien Rousseau. Extrait des *Mémoires de la Société préhistorique française* et des *Archives provinciales de Chirurgie* (1914-1915). Paris, Bureaux de la S. P. F., 1915; 1 fasc. in-8°. (Présenté par M. Ch. Richet.)

Maîtres et amis disparus, par M. Georges Guéroult. Paris, Georges Crès et Cie, 1916; 1 vol. in-12. (Présenté par M. Lippmann.)

Royaume de Belgique. Ministère des Colonies. Service de l'Agriculture. *Études de Biologie agricole :* n° 1; *Notice sur les Glossines ou tsétsés*, par E. Hegh. Londres, Hutchinson and C°, 1915; 1 fasc. in-8°.

Appareil de marche pour fracture de jambe, par le Dr Jules Regnault. Extrait de la *Revue générale de Clinique et de Thérapeutique* (Journal des Praticiens), 25 décembre 1915. Paris, André Tournon, 1915; 1 fasc. in-8°.

De la création des planètes, par A.-H. Merlac. Toulouse, Passeman et Alquier, 1915; 1 fasc. in-12.

Annuaire astronomique et météorologique pour 1915, par Camille Flammarion. Paris, Flammarion; 1 vol. in-12.

Id. pour 1916, par le même. Paris, Flammarion; 1 vol. in-12.

Nouveau traitement des plaies infectées. Emploi systématique du formol et de l'eau de Javel, par Jean Bouchon; 1 feuille, sans date.

Pyrenean Geology, by P.-W. Stuart-Menteath. London, Dulau and C°, 1903-1906; 1 vol. in-8°.

Pyrenean Geology, by P.-W. Stuart-Menteath. Notes et communications publiées dans divers recueils et reliées en deux volumes in-8°.

Canada. Department of Marine and Fisheries. *Report of the Meteorological Service of Canada central Office, Toronto, for the year ended december* 31, 1912. R.-F. Stupart, F. R. S. C., Director. Vol. I, Introduction and Parts I-III; Vol. II, Parts IV-VI. Ottawa, J. de L. Taché, 1915; 2 vol. in-4°.

Reale Commissione per lo studio del regime idraulico del Po. Ufficio idrografico del Po. *Idrometro della Becca. Effemeridi dal* 1851 *al* 1912. Parma, Riunite Donati, 1915; 1 fasc. in-f°.

(*A suivre.*)

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 13 MARS 1916.

PRÉSIDENCE DE M. CAMILLE JORDAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. **Gaston Bonnier** fait hommage à l'Académie d'une brochure dont il est l'auteur et intitulée *L'Œuvre de Philippe van Tieghem*. Cette brochure, accompagnée d'un portrait de van Tieghem, renferme sa biographie, l'exposé de ses recherches et la liste complète de ses publications.

L'exposé des recherches est divisé en cinq parties : I. Fermentations; II. Physiologie et biologie des végétaux; III. Cryptogamie; IV. Anatomie générale; V. Anatomie appliquée à la classification.

Dans une conclusion générale, l'auteur de la brochure met en relief les liens qui s'établissent entre ces diverses parties de l'œuvre du grand naturaliste.

PALÉONTOLOGIE. — *Une famille d'Ammonites, les* Desmocératidés; *essai d'une classification rationnelle, valeur et subordination des caractères.* Note de M. **H. Douvillé**.

Le Crétacé inférieur est remarquable par le développement qu'y présentent les Ammonites; cette faune est en grande partie renouvelée et il est souvent très difficile de rattacher les types crétacés aux formes plus anciennes. Ce rattachement et la classification des Ammonites crétacées soulève un grand nombre de questions très intéressantes; pour les résoudre, mon collègue et ami, le professeur Kilian, mettant à profit les riches gisements des Alpes françaises, a formé le projet de constituer à l'Université de Grenoble une collection aussi complète que possible de tout ce qui est relatif au Crétacé inférieur, échantillons et Mémoires.

Il a lui-même donné un premier aperçu de la question dans le « Lethæa », dans ce Mémoire extrêmement intéressant, il a accumulé et mis en œuvre une masse énorme de matériaux; je voudrais en examiner quelques points sur lesquels je ne partage pas l'opinion de mon savant collègue.

Tout d'abord une question de principe : M. Kilian cite plusieurs genres polyphylétiques, par exemple les *Desmoceras* et les *Holcodiscus*; c'est ce que j'avais appelé il y a longtemps déjà les genres « fagot ». Or, au point de vue phylogénique, le seul qui puisse être adopté aujourd'hui, un genre polyphylétique est inexistant et ne peut être conservé. Il doit être divisé et réparti entre les différentes branches auxquelles il appartient.

Je vais examiner de plus près à ce point de vue le genre *Desmoceras*, élevé par Zittel au rang de famille.

Ce groupe de formes avait été dénommé génériquement *Puzosia* par Bayle dès 1878, et en présentant ce travail à la Société géologique en 1879, j'avais eu soin de spécifier comme type du genre, *Am. planulatus*, les autres espèces citées étaient *A. latidorsatus* et *A. Mayori*. En 1883, Uhlig, dans son important Mémoire sur les couches de Wernsdorf, confond encore ce groupe avec les *Haploceras* (*Lissoceras* Bayle); mais l'année suivante Zittel propose d'en constituer le genre *Desmoceras*, qu'il élèvera en 1903 au rang de famille. Comme il l'indique très bien, celle-ci correspond aux *ligati* de d'Orbigny (δεσμος lien), en réalité un peu émondés : les caractères du groupe tels que Zittel les spécifie, ou qui résultent des espèces citées, sont d'une grande netteté, formes peu ornées, présentant des côtes le plus souvent fines, mais toujours simples, et de distance en distance des sillons flexueux, correspondant à la trace d'anciennes ouvertures, c'est-à-dire à des varices. J'ajouterai que dans ce groupe de formes, on n'observe ni côtes fasciculées, ni tubercules.

L'étude de ce groupe a été reprise par Kilian; l'un de ses élèves, le professeur Jacob, distingue les groupes suivants :

1° Groupe de l'*Am. Beudanti* avec *A. strettostoma*, constituant le sous-genre *Desmoceras* Zittel;

2° Groupe de l'*A. Walleranti*, sous-genre nouveau *Uhligella*;

3° Groupe de l'*A. latidorsatus*, sous-genre nouveau *Latidorsella*;

4° Groupe de l'*A. mayorianus*, sous-genre *Puzosia* Bayle.

Or si l'on examine les *Uhligella*, il est facile de voir que les formes comprises dans ce groupe sont loin de présenter les caractères que je viens d'indiquer pour la famille des Desmocératidés : notamment les côtes sont souvent fasciculées et partent de tubercules ombilicaux (*Uhl. Rebouli*, *Uhl.*

balmense); en outre les sillons paraissent manquer. Sans doute il existe, comme dans tous les groupes, des formes inermes, mais les caractères qu'elles présentent sont des caractères purement négatifs, sur lesquels il est toujours dangereux d'établir des comparaisons; celles-ci devant toujours s'appuyer au contraire sur les formes les plus ornées. En réalité, les *Uhligella* ne peuvent être maintenus dans cette famille, pas plus que les *Saynella*, proposés plus tard par Kilian. Par leur ornementation et tous leurs caractères, ces formes doivent être rattachées aux Hoplitidés. Les analogies signalées avec les Desmocératidés ne sont que des faits de convergence.

Dans ces conditions et avec l'adjonction de ces derniers sous-genres, il n'est pas étonnant que le genre *Desmoceras* (sensu lato) ait été reconnu comme polyphylétique. Il n'en est plus de même si l'on revient au groupe tel qu'il a été constitué dès l'origine par Zittel. La famille des Desmocératidés comprendra alors seulement les genres suivants :

Desmoceras, groupe des *Amm. Beudanti*, *strettostoma*, *difficilis*, auxquels on peut réunir *Amm. Cassida* et *Amm. Charrieri*.

Puzosia, type *Amm. planulatus*, avec *Amm. Mayori*, *liptoviensis*, etc.

Latidorsella, type *Amm. latidorsatus*.

Ce groupement est incontestablement homogène, mais quelles sont ses affinités, et quelle place devra-t-il occuper dans la classification ?

Les comparaisons à établir entre les Ammonites doivent s'appuyer sur l'ensemble des caractères, forme générale, mode d'ornementation, tracé des cloisons. D'autre part, et c'est là une grosse difficulté, les analogies apparentes ne correspondent pas toujours à une parenté réelle; c'est ainsi qu'on a longtemps rapproché à tort les *Cardioceras* des *Amaltheus*, les *Douvilleiceras* des *Acanthoceras* et, comme nous venons de le voir, les *Desmoceras* des *Lissoceras*, c'est-à-dire des *Oppéliidés*. Dans certains cas les analogies peuvent résulter d'une adaptation à certaines conditions de vie; elles représentent alors de simples phénomènes de convergence et l'on comprend qu'il soit souvent difficile de distinguer les analogies de cette nature de celles qui résultent de l'hérédité. Pour résoudre ces problèmes délicats, le premier point est de chercher à se rendre compte de la valeur des caractères, de leur signification et de leur subordination possible.

En corrigeant les épreuves du Mémoire de mon fils sur les Cosmocératidés, que j'ai présenté dernièrement à l'Académie, j'ai été frappé de l'importance attribuée à la forme générale : les espèces lourdes et épaisses dont la coquille ressemble plus ou moins à celle des Nautiles actuels

devaient comme ceux-ci vivre sur le fond de la mer, ce sont des espèces benthiques. Par opposition les formes minces étaient nageuses (nectiques).

Ces deux groupes de formes sont nettement caractérisés dès le Trias; il me suffira de citer les *Arcestidés* et les *Phyllocératidés* d'une part, de l'autre par exemple les *Pinacoceras*. Or dans ces deux séries le plan des cloisons est très différent : dans la première tous les éléments des cloisons sont semblables et se succèdent régulièrement de l'ombilic à la région siphonale en augmentant progressivement de grandeur.

Dans les *Pinacoceras* au contraire les éléments de la région externe sont fortement modifiés, notamment les deux selles externes et le lobe siphonal. Cette modification correspond en réalité à la spécialisation de l'animal, l'animal nageur étant plus actif et devant être considéré comme plus spécialisé que celui qui rampe sur le fond, de même que l'animal coureur est plus spécialisé et en réalité plus évolué que l'animal marcheur. D'où cette conséquence également que la forme régulière de la cloison représente un caractère archaïque et que le degré de spécialisation est indiqué par la modification des éléments de la cloison situés dans la région externe; c'est donc à raison qu'on a toujours attribué une importance particulière au lobe siphonal, à la selle externe et au premier lobe latéral. Dans les formes crétacées cette spécialisation se traduit le plus souvent par le développement du premier lobe latéral qui s'élargit, devient dissymétrique et se divise même en lobes plus ou moins individualisés comme je l'ai montré dans la famille des *Pulchelliidés*. Cette spécialisation se fait d'ordinaire d'une manière différente dans les groupes différents, mais elle peut également s'effectuer d'une manière analogue, de là des analogies dues à des phénomènes de convergence, qui peuvent facilement induire en erreur et qui m'ont trompé moi-même quand j'ai voulu pour une raison de ce genre rattacher les *Placenticeras* aux *Hoplitidés*.

Il est bien certain qu'entre les formes benthiques et les formes nectiques nous aurons tous les passages par des formes remontant peu à peu sur le fond, et se rapprochant des rivages, d'abord bentho-néritiques, puis franchement néritiques, avec un retour possible des formes nectiques aux formes néritiques. C'est dans ces groupes intermédiaires que viendront se placer les types les plus ornés, tandis que les formes extrêmes n'ont le plus souvent qu'une faible ornementation.

Si l'on applique ces considérations à la famille des Desmocératidés, on doit reconnaître que le type le plus primitif, celui dans lequel la cloison se rapproche le plus de la forme régulière, est représenté par les *Latidorsella*; c'est à peine si le premier lobe latéral est relativement un peu plus déve-

loppé que dans le type régulier; il est encore symétrique. Il se modifie progressivement et devient dissymétrique dans les *Desmoceras*, pour atteindre la spécialisation maxima dans les espèces voisines du *Desm. difficile*, formes minces et presque lisses, par suite essentiellement nageuses. J'ai pu étudier récemment une belle série de *Puzosia*, voisins du *P. liptoviensis*; le jeune est presque lisse et ressemble tout à fait au *Desm. Charrieri*, l'ornementation caractéristique apparaît seulement dans l'adulte; quant à la cloison, elle est, par son plan, presque aussi primitive que celle des *Latidorsella*. C'est, en réalité, un type bentho-néritique.

Nous sommes ainsi amenés à considérer les différents groupes des *Desmocératidés* comme résultant de la spécialisation plus ou moins accentuée d'un même type et de son adaptation soit à une vie benthique (*Latidorsella*), soit à une vie nectique (*Desmoceras*) avec formes intermédiaires néritiques et plus ornées (*Puzosia*). Le premier groupe est, par ses cloisons, le moins spécialisé, le plus primitif. Or, par tous ses caractères, par sa forme générale, par son ornementation extrêmement faible, par ses sillons flexueux, par ses cloisons, il se rapproche extrêmement des *Phyllocératidés* du groupe du *tortisulcatus* (genre *Sowerbyceras*) si développé dans le Jurassique supérieur; j'estime donc qu'il faut le considérer comme dérivant de cette branche particulière des *Phyllocératidés*. C'est du reste la manière de voir que j'ai depuis longtemps toujours professée dans mon cours à l'École des Mines.

Les Desmocératidés seraient ainsi une famille naturelle monophylétique, se rattachant directement aux Phyllocératidés.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Correspondant pour la Section de Géométrie, en remplacement de M. *Félix Klein*.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 39,

M. de la Vallée-Poussin obtient	......	37 suffrages
M. Bianchi »	......	1 suffrage
M. Fredholm »	......	1 »

M. de la Vallée-Poussin, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est élu Correspondant de l'Académie.

CORRESPONDANCE.

M. le Secrétaire perpétuel signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Notes biographiques sur les chimistes ayant pris part à la fondation de la Société helvétique des Sciences naturelles; par Frédéric Reverdin. (Présenté par M. A. Haller.)

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Observations du Soleil, faites à l'Observatoire de Lyon, pendant le troisième trimestre de* 1915. Note de M. **J. Guillaume**, présentée par M. B. Baillaud.

Il y a eu 85 jours d'observations dans ce trimestre, dont 51 jours consécutifs du 24 juillet au 12 septembre (¹). Les principaux faits qui se déduisent de ces observations se résument ainsi :

Taches. — On a enregistré 68 groupes avec une surface totale de 5527 millionièmes, contre 51 groupes et 4552 millionièmes précédemment (²).

Le plus grand développement de cet accroissement d'activité des taches s'est produit en juillet, où deux des groupes suivants ont été visibles à l'œil nu :

Juillet....................	11,6	à — 20°	de latitude
»	25,3	à — 20°	»
Août....................	4,0	à — 18°	»

Le 4 août, le dernier de ces groupes formait avec le suivant du Tableau I (5,0 à — 18°) une traînée ininterrompue, sur une longueur de 22° de longitude héliographique.

Il n'y a eu, d'ailleurs, aucun jour sans taches pendant ce trimestre.

Dans sa répartition entre chaque hémisphère, l'augmentation des groupes a été de 12 au Sud (37 au lieu de 25) et de 5 au Nord (31 au lieu de 26).

Leur latitude moyenne a encore augmenté au sud de l'équateur et diminué au nord, avec — 21°,3 au lieu de — 20°,9, d'une part, et + 17°,0 au lieu de 18°,8, d'autre part.

(¹) Depuis l'organisation du service des observations du Soleil à l'Observatoire de Lyon, c'est la première fois qu'on y a obtenu une série aussi importante, série qui, sans une interruption du 13 pour un besoin de la Défense nationale, se serait prolongée jusqu'au 24 septembre. Mon collègue M. Luizet a bien voulu me suppléer les 9, 15, 22, 24 et 30 septembre, et je l'en remercie très cordialement. J. G.

(²) Voir *Comptes rendus*, t. 161, 1915, p. 728.

Régions d'activité. — Il y a eu de très beaux champs de facules, et l'enregistrement de ces phénomènes se traduit, au total, par 125 groupes, au lieu de 94 précédemment, et une aire de 132,1 millièmes au lieu de 93,5.

La production est restée plus grande au sud de l'équateur, avec une augmentation d'un tiers (68 groupes au lieu de 48), qu'au nord, où l'augmentation est d'un quart (57 groupes au lieu de 46).

TABLEAU I. — *Taches.*

Dates extrêmes d'observ.	Nombre d'observations.	Pass. au mér. central.	Latitudes moyennes. S.	Latitudes moyennes. N.	Surfaces moyennes réduites.
		Juillet. — 0,00.			
28- 7	10	1,7	−19		97
28- 5	8	4,3		+15	45
10-12	8	6,7		+20	8
12	1	7,5	−21		7
10-12	3	8,6	−18		21
5-17	10	11,6	−20		745
10-17	5	14,5	−22		21
10-18	5	16,4	−25		49
11-22	9	17,5		+18	155
19-20	2	18,2		+18	5
20-18	3	18,3	−24		6
12-24	9	19,1		+19	70
21-24	3	19,6	−29		8
16-27	11	21,8		+15	42
24-26	3	21,9	−17		70
19-30	10	25,3	−20		660
21-28	6	26,9	−19		44
24-27	3	27,8	−20		11
30	1	29,8	−23		2
	27 j.		−21°,3	+17°,5	
		Août. — 0,00.			
25- 7	13	1,4		+22	113
27- 4	9	2,4		+19	68
28- 4	5	2,4	−18		6
1	1	2,8		+11	2
29-31	3	3,7	−21		3
9	1	3,8		+12	6
29- 9	12	4,0	−17		545
30- 9	11	5,0	−18		220
4- 9	6	5,3	−25		53
9	1	5,4		+22	3
4	1	6,5		+ 4	4
3- 4	2	6,6		+17	3
9	1	8,3	−22		2
11-15	5	9,9	−18		11
12-14	3	12,5	−26		9
7-19	13	13,8		+18	82
		Août (suite).			
10-15	6	16,1	−30		13
13-15	3	16,1	−20		25
16-20	5	16,2		+17	9
16-22	3	17,4		+17	15
19-23	5	19,0	−27		5
16-26	11	20,4		+15	83
16-21	6	20,5		+ 4	16
14-26	13	20,8	−19		267
23-25	3	25,1		+21	9
30-31	2	25,7	−21		16
23- 2	11	27,6		+22	288
30-31	2	28,8	−28		6
26-28	3	29,1		+24	5
27	1	30,4		+24	2
24- 5	13	30,5	−17		79
	31 j.		−21°,8	+16°,8	
		Septembre. — 0,00.			
30- 6	2	1,3	−24		11
2	1	3,9	− 5		2
28-10	13	3,9		+23	295
30-10	12	4,9	−17		263
1-11	10	6,9	−18		40
7	1	7,8	−27		4
5-14	9	9,2	−22		149
7	1	10,5		+17	6
8	1	11,3		+11	4
10-21	10	15,8		+10	71
16	1	16,3		+18	3
14	1	16,6	−31		5
17-24	8	24,1		+21	41
27-30	3	25,8		+23	86
20- 2	10	26,8		+11	485
1- 2	2	27,6	−17		16
27- 2	3	27,9	−23		7
28	1	28,8		+18	5
	27 j.		−20°,4	+16°,9	

Tableau II. — *Distribution des taches en latitude.*

1915.	Sud. 90°. 40°.	40°. 30°.	30°. 20°.	20°. 10°.	10°. 0°.	Somme.	Nord. Somme.	0°. 10°.	10°. 20°.	20°. 30.	30. 40°.	40°. 90°.	Totaux mensuels.	Surfaces totales réduites.
Juillet......	»	»	6	7	»	13	6	»	6	»	»	»	19	2066
Août........	»	»	8	7	»	15	16	2	8	6	»	»	31	1968
Septembre..	»	1	4	3	1	9	9	1	5	3	»	»	18	1493
Totaux....	»	1	18	17	1	37	31	3	19	9	»	»	68	5527

Tableau III. — *Distribution des facules en latitude.*

1915.	Sud. 90°. 40°.	40°. 30°.	30°. 20°.	20°. 10°.	10°. 0°.	Somme.	Nord. Somme.	0°. 10°.	10°. 20°.	20°. 30°.	30°. 40°.	40°. 90°.	Totaux mensuels.	Surfaces totales réduites.
Juillet......	»	»	13	6	»	19	17	1	8	6	2	»	36	40,2
Août........	»	2	16	6	»	24	20	2	7	11	»	»	44	46,8
Septembre..	»	4	14	6	1	25	20	1	6	12	1	»	45	45,1
Totaux....	»	6	43	18	1	68	57	4	21	29	3	»	125	132,1

ASTRONOMIE. — *Observation de l'occultation des Pléiades par la Lune, faite le 9 mars à l'Observatoire de Lyon.* Note de M. M. Luizet, présentée par M. B. Baillaud.

Étoile.	Grandeur.	Phénomènes.	T. m. de Lyon.	Remarques.
			h m s	
BD + 23°,495...	8,3	I	10.15.23,1	★ faible.
BD + 23,503...	8,8	I	31.22,7	★ faible.
BD + 23,504...	8,5	I	35.51,9	
Caeleno.........	5,3	I	40.16,7	
Electre.........	3,7	I	46.16,9	
W. 72...........	8,7	I	48. 3,7	★ faible.
L. 4............	6,9	I	11. 3.22,3	
Taygète........	4,3	I	4.21,8	
Maïa...........	4,0	I	9.54,2	
L. 2............	8,1	I	12.32,9	★ faible.
L. 8............	7,0	I	18.26,3	
L. 9............	7,4	I	19.36,6	
L. 10..........	6,8	I	23.16,6	
Taygète.......	4,3	E	37.18,4	Bord lumineux très ondulant.
L. p...........	6,0	I	52.24,5	★ très affaiblie et diffuse.
η Taureau......	3,0	I	56.59,6	

Ces observations ont été faites à l'équatorial coudé, grossissement 75. Les 15 immersions ont été observées sur un bord obscur, bien visible. Les images, bonnes au début, sont devenues agitées et diffuses vers la fin, à cause surtout de la proximité de l'horizon.

Le bord lumineux de la Lune était très ondulant, surtout à partir de 11^h; aussi une seule émersion a pu être observée, et dans de mauvaises conditions.

Les désignations des étoiles par un numéro précédé de la lettre L se rapportent au *Catalogue des Pléiades* de M. Lagrula.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la dérivation et son calcul inverse.* Note de M. **Arnaud Denjoy**, présentée par M. Émile Picard.

Une Note récente de M. Khintchine [1] m'engage à publier une analyse succincte d'un Mémoire actuellement à l'impression et dont le sujet touche de très près à celui de la Communication citée à l'instant. Je renvoie à mes Notes des 31 mai, 14 juin et 9 août 1915 pour la terminologie employée ci-dessous.

Soient P un ensemble parfait, u_n ou $a_n b_n$ un quelconque de ses contigus, $V_n = f(b_n) - f(a_n)$ la variation de la fonction continue f sur u_n. Convenons de dire que : 1° si la série V_n est absolument convergente, la *variation* (ou plus précisément la *variation simple*) de f sur P est *définie* et sa valeur est $f(b) - f(a) - \Sigma V_n$; 2° la variation de f est *réductible sur* P, si toute portion ϖ de P en contient une autre ϖ_1 où la variation de f est définie; 3° la variation de f sur P est *réductible à zéro*, si la variation de f sur ϖ_1 est nulle; 4° f est une fonction *à variation résoluble*, ou plus simplement f est une *fonction résoluble*, si f possède une variation réductible à zéro sur tout ensemble P *mince* (ou de mesure nulle).

Nous dirons encore que : 1° $\Phi(x_0)$ est en x_0 la *dérivée approximative* de f si l'ensemble

$$f(x) - f(x_0) - [\Phi(x_0) + \delta\varepsilon](x - x_0) = 0 \qquad (\delta^2 < 1)$$

a l'épaisseur 1 en x_0, quel que soit le nombre positif ε [2]; 2° $\Phi(x_0)$ est en x_0 la *dérivée de f sur une épaisseur* (ou densité) *bilatérale ou unilatérale plus grande que* α, nombre positif indépendant de ε, si l'ensemble précédent possède en x_0, des deux côtés ou du côté désigné, une épaisseur inférieure plus grande que α; 3° en x_0, f possède *le segment dérivé* mm' $(m < m')$ *sur une épaisseur bilatérale ou unilatérale plus grande que* α,

---

(1) *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 287.

(2) C'est en toute équivalence la dérivée « asymptotique » de M. Khintchine.

si l'ensemble

$$f(x) - f(x_0) - \lambda(x - x_0) = 0 \qquad (m - \varepsilon < \lambda < m' + \varepsilon)$$

possède en x_0, des deux côtés ou du côté stipulé, une épaisseur inférieure plus grande que α, le segment mm' étant de plus réduit à ses limites strictes.

Ces définitions étant admises :

Sont résolubles les fonctions continues f_1, f_2, f_3, f_4, f_5 possédant en tout point respectivement :

1° *Une dérivée finie* $\Phi_1(x)$;

2° *Un nombre dérivé extrême fini, de côté et de rang inconnus et variables,* $\Phi_2(x)$;

3° *Une dérivée approximative finie* $\Phi_3(x)$;

4° *Une dérivée* $\Phi_4(x)$ *valable en tout point sur une épaisseur minimum plus grande que* $\alpha > \frac{1}{2}$ (égalité exclue), α pouvant d'ailleurs dépendre de x;

5° *Un segment dérivé fini sur une épaisseur minimum bilatérale ou unilatérale supérieure à* $\frac{1}{2}$ (égalité exclue). Nous désignons par $\Phi_5(x)$ un nombre quelconque de ce segment dérivé.

Une fonction résoluble f possède les propriétés fondamentales suivantes : 1° K étant, s'il existe, un *ensemble parfait non dense*, admettant pour complémentaire l'ensemble d'intervalles C, *il y a une fonction finie* $\Phi(x)$ *qui est sur une pleine épaisseur de* C *la dérivée exacte de* f, et, *sur une pleine épaisseur de* K, *la dérivée approximative de* f; 2° f *est la totale indéfinie de* $\Phi(x)$, en étendant, comme il est bien naturel, le calcul totalisant au cas où les variations de f sur les contigus à un ensemble parfait P forment une série absolument convergente sans qu'il en soit ainsi des oscillations de f sur ces contigus (¹).

(¹) M. Khintchine a donné ce résultat essentiel qu'une totale indéfinie admet « presque partout » une dérivée approximative (ou exacte). Je montre de plus que toute fonction résoluble est une totale indéfinie. Je réserve le nom de *totalisation complète* à la première opération que j'ai définie (*Comptes rendus*, t. 154, 1912, p. 859). Formons un exemple de fonction f possédant une dérivée exacte sur une pleine épaisseur η d'un ensemble P *épais en lui-même* (si P est mince, η peut disparaître), les oscillations de f sur les contigus à toute portion de P formant une série divergente. Soit E_n un ensemble de points de seconde espèce de P, E_n étant fermé, inclus dans E_{n+1}, et la réunion de E_n formant une pleine épaisseur η de P. Soient ω_m^n les contigus de E_n, u_p ceux de P, d_p^n la distance de u_p à E_n. Nous faisons $f = 0$ sur P et choisissons comme il suit l'oscillation δ_p de f sur u_p. Ayant opéré pour $q = 2, 3, \ldots, q$, si $n + m = q + 1$, on attribue aux u_p situés sur ω_n^m, non encore pourvus

Il suit de là que chacune des fonctions $f_i (i = 2, 3, 4, 5)$ des types énumérés ci-dessus est déterminée, à une constante additive près, par la fonction Φ_i correspondante et que cette dernière est sur une épaisseur pleine la dérivée approximative de f_i. En particulier une fonction f_2 possédant en tout point un nombre dérivé fini Φ_2 de rang et de côté inconnus et variables, est déterminée par Φ_2 (sauf l'addition d'une constante) et possède Φ_2 pour dérivée approximative sur une épaisseur pleine.

Il y a identité entre la classe des fonctions résolubles et celle des totales indéfinies, de même qu'il y a identité entre la classe des fonctions absolument continues et celle des sommes lesgiennes indéfinies.

Je signale l'impossibilité que dans la définition des f_1 l'inégalité $\alpha > \frac{1}{2}$ puisse être remplacée par $\alpha \geqq \frac{1}{2}$. J'ai formé *une fonction non résoluble admettant en tout point une dérivée bilatérale finie sur une épaisseur minimum supérieure ou égale à* $\frac{1}{2}$.

Parmi les propositions accessoires dont j'ai tiré parti, j'indique les suivantes :

A. *Si la variation de f sur P est définie et égale à λ, il existe un ensemble parfait* Π *inclus dans* P *et sur toute portion duquel la variation de f est définie et du signe de λ.*

B. *La longueur de l'intervalle σ_n tendant vers zéro quand n croît, s'il existe un point α_n, intérieur à σ_n et appartenant à* P, *si, de plus, l'ensemble des α_n est partout dense sur* P, *l'ensemble des points de* P, *inclus dans une infinité d'intervalles σ_n, est partout dense et même résiduel sur* P.

C. $f_1(x, y), f_2(x, y), \ldots$ *étant des fonctions continues en x et y sauf, éventuellement, pour* $y = 0$, soient $\lambda_i(x)$, $\Lambda_i(x)$ respectivement les plus petite et plus grande limites de $f_i(x, y)$ quand y tend vers zéro (x étant immobilisé), soient l_i et L_i les plus petite et plus grande limites de $f_i(\alpha_n, h_n)$ pour n infini, l'ensemble α_n étant partout dense sur P, et h_n tendant vers zéro : alors, *sur un résiduel de* P, *on a simultanément* $\lambda_i(x) \leqq L_i$, $l_i \leqq \Lambda_i(x)$, *pour chaque valeur de i.*

---

d'un nombre δ_p et choisis dans l'ordre de leurs indices, des δ_p égaux à $\frac{1}{q+1}$ d_p^q jusqu'à ce que la somme des δ_p attribués ainsi sur ω_n''' surpasse *un*.

Il convient d'ailleurs de ne pas oublier qu'une fonction possédant une dérivée donnée « presque partout », admet encore au moins toute l'indétermination de la fonction absolument continue la plus générale.

Ce dernier énoncé s'applique, par exemple, au cas où les f_i sont respectivement les variations relatives, les épaisseurs de certains ensembles sur des intervalles $(x, x+y)$.

Enfin, j'établis dans mon Mémoire qu'étant donnée une suite S d'opérations du calcul totalisant, quelle que soit S, finie ou transfinie mais *limitée*, il est possible de construire des fonctions dérivées dont la primitive n'est pas obtenue après épuisement de la suite S.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les nombres dérivés d'une fonction.* Note de Mme Grace Chisholm Young, présentée par M. Hadamard.

1. Dans la définition des nombres dérivés d'une fonction quelconque, il faut tenir compte du fait que la variation relative $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ devient indéterminée si $f(x+h)$ et $f(x)$ sont tous les deux infinis avec le même signe. Nous prendrons donc seulement les couples x et $x+h$ pour lesquels la variation relative a des valeurs déterminées, et nous considérerons les limites de l'expression pour h positif (à droite) ou h négatif (à gauche), quand h s'approche de zéro; ces limites sont *les nombres dérivés*, $f^+(x)$ (*droit supérieur*), $f_+(x)$ (*droit inférieur*), $f^-(x)$ (*gauche supérieur*) et $f_-(x)$ (*gauche inférieur*). Si l'on veut être encore plus précis, on les distingue comme *les nombres dérivés extrêmes*, les nombres dérivés intermédiaires étant les limites intermédiaires de la variation relative. Tous les nombres dérivés sont donc déterminés en chaque point x, pourvu que la fonction primitive $f(x)$ ne soit pas constamment infinie avec un même signe dans un intervalle, et nous aurons, d'après la définition,

$$(1) \qquad f_+(x) \leqq f^+(x), \qquad f_-(x) \leqq f^-(x).$$

Si x est un point où $f(x) = +\infty$, nous aurons

$$(2) \qquad f_+(x) = f^+(x) = -\infty, \qquad f_-(x) = f^-(x) = +\infty,$$

ce qui nous dit que $f(x)$ possède *une dérivée unilatérale infinie* de chaque côté, les signes des deux infinis étant opposés. Si $f(x) = -\infty$, nous aurons le même résultat, mais les signes des deux infinis sont changés.

Pour une telle fonction générale nous avons le théorème suivant, que j'avais déjà donné [1] pour une fonction générale *finie* :

---

[1] *Acta mathematica*, t. 37, 1912, p. 141.

Théorème. — *L'ensemble des points où le nombre dérivé supérieur pour l'un des deux côtés est moindre que le nombre dérivé inférieur de l'autre côté se compose de l'ensemble des points où la fonction primitive $f(x)$ est infinie, et peut-être d'un autre ensemble, qui est alors dénombrable.*

C'est-à-dire que, si x n'est pas un point où $f(x)$ est infinie, nous aurons, sauf dans un ensemble dénombrable de points,

$$(3) \qquad f_+(x) \leqq f^-(x), \qquad f_-(x) \leqq f^+(x).$$

2. Jusqu'à présent nous n'avons pas fait de restrictions sur la fonction primitive, excepté qu'elle ne doit pas être constamment infinie avec un même signe dans un intervalle. A présent nous introduirons deux conditions, qui du reste, au point de vue mathématique, ne sont pas des restrictions proprement dites :

a). *$f(x)$ est une fonction mesurable;*

b). *$f(x)$ a des valeurs finies en des points formant un ensemble dense partout de mesure positive.*

Pour une telle fonction nous avons trois théorèmes fondamentaux :

Théorème I. — *L'ensemble des points où le nombre dérivé supérieur d'un côté est $+\infty$ coïncide avec celui des points où le nombre dérivé inférieur du côté opposé est $-\infty$, à une épaisseur nulle près.*

C'est-à-dire que, où

$$f^+(x) = +\infty, \quad \text{nous aurons} \quad f_-(x) = -\infty,$$
$$f^-(x) = +\infty, \quad \text{»} \quad f_+(x) = -\infty,$$

et *vice versa*, sauf dans un ensemble de mesure nulle.

Théorème II. — *L'ensemble des points où $f(x)$ a d'un côté déterminé une dérivée unilatérale infinie contient l'ensemble des points où la fonction primitive $f(x)$ est infinie; ces deux ensembles ont la même mesure.*

Combinant ce théorème avec celui du paragraphe 1, nous avons pour notre fonction le théorème de Lusin :

L'ensemble des points où $f(x)$ possède une dérivée $f'(x)$ infinie est de mesure nulle.

Théorème III. — *L'ensemble des points où un des nombres dérivés supérieurs et un des nombres dérivés inférieurs sont finis et inégaux est de mesure nulle.*

C'est-à-dire, en tenant compte du théorème du paragraphe 1, que les

points où

$$f_+(x) = c, \quad f^+(x) = c', \quad \text{ou} \quad f_+(x) = c, \quad f^-(x) = c' \quad (-\infty < c < c' < +\infty)$$

forment un ensemble de mesure nulle, et de même quand on change + en −, et − en +.

3. Ces théorèmes ont été donnés par M. Denjoy dernièrement pour les fonctions continues [1], et moi-même j'avais aussi donné le premier théorème pour une fonction primitive continue. Les méthodes ou les résultats de M. Denjoy peuvent être employés ici, mais les démonstrations que j'ai choisies sont modelées sur celle que mon mari et moi nous avions donnée pour le théorème de M. Lebesgue sur les fonctions monotones, où l'on n'emploie pas la notion du transfini [2].

La généralité des résultats repose sur une extension du théorème de M. Egoroff [3] :

Théorème. — *Si une suite de fonctions mesurables converge pour tous les points d'un ensemble* T *de mesure positive, on peut toujours enlever de l'ensemble* T *un ensemble de mesure aussi petite que l'on veut et tel que pour l'ensemble complémentaire* T' *la suite est uniformément convergente.*

En suivant la voie indiquée par M. Lusin pour les fonctions finies presque partout [4], on trouve que notre fonction $f(x)$ a la propriété que dans l'ensemble S des points où elle est finie, on peut toujours trouver un ensemble parfait S' de mesure aussi voisine que l'on veut de celle de S et tel que par rapport à l'ensemble S' la fonction $f(x)$ soit continue. En restant dans l'ensemble S' les méthodes valables pour les fonctions primitives continues conduisent aux démonstrations désirées.

4. Ces quatre théorèmes fondamentaux nous donnent une foule de corollaires intéressants. Nous ne citons que le suivant :

Une fonction $f(x)$ mesurable, finie presque partout, dont les nombres dérivés sont finis presque partout, possède une dérivée $f'(x)$ presque partout.

---

(1) *Journ. de Math.*, 7e série, t. 1, 1915, p. 105-240.

(2) *Proc. London Math. Soc.*, 2e série, t. 9, 1910, p. 329.

(3) *Comptes rendus*, t. 152, 1911, p. 244.

(4) *Comptes rendus*, t. 154, 1912, p. 1688.

MÉCANIQUE. — *Sur la mesure de la puissance des moteurs au banc-balance.* Note de MM. **Maurice Le Pen** et **Jean Villey**, présentée par M. E. Bouty.

La mesure de la puissance des moteurs au banc-balance comporte un certain nombre de causes d'erreur, qui méritent attention car elles peuvent prendre, dans certains cas, une importance considérable.

Le principe de cette mesure est le suivant :

Le freinage est réalisé par un moulinet ou une hélice, calés sur l'arbre moteur. Le moteur est boulonné sur un cadre qui peut osciller autour d'un axe fixe parallèle à l'arbre moteur. Pour maintenir ce cadre en équilibre, malgré la réaction de l'air sur le moulinet, on fixe, sur un bras horizontal faisant corps avec lui, perpendiculaire à l'axe d'oscillation, un poids convenable P, à la distance voulue l du plan vertical de l'axe d'oscillation. Si ω et la vitesse angulaire du moulinet, on calcule la puissance W du moteur par la formule $W = P.l.\omega$.

La formule exacte est en réalité $W = C.\omega$, en appelant C le moment moyen, *par rapport à l'arbre moteur*, des forces freinantes exercées par l'air : et l'égalité $C = P.l$, implicitement admise comme exprimant l'équilibre du banc, peut être pratiquement très inexacte pour diverses raisons.

En premier lieu, d'autres forces interviennent encore dans cet équilibre, qui sont :

Les réactions de l'échappement sur l'air extérieur ; à moins qu'elles ne soient symétriquement distribuées par rapport au plan vertical de l'axe d'oscillation, ou que leurs directions ne soient dans un plan passant par cet axe et les efforts qu'exercent, sur le corps du moteur, les tourbillons et courants d'air créés par le moulinet ou l'hélice ; surtout quand l'essai est réalisé avec une hélice tractive, pour refroidir le moteur (les courants d'air d'origine extérieure, s'il y en a, peuvent bien entendu agir de même).

D'autre part, en supposant prises toutes les précautions voulues pour annuler ces forces parasites ou leur moment moyen par rapport à l'axe d'oscillation, il reste une autre cause d'erreur, très importante dans certains cas :

L'axe de l'arbre moteur et l'axe d'oscillation du banc ne sont pas confondus ; des considérations pratiques de construction conduisent à les placer l'un au-dessus de l'autre à une distance h qui est, en général, de plusieurs décimètres. Si les forces freinantes exercées par l'air se réduisaient sans

cesse à un couple, leur moment moyen aurait la même valeur C *par rapport à l'axe d'oscillation* que *par rapport à l'axe moteur* qui lui est parallèle. Mais s'il n'en est pas ainsi, elles seront, à chaque instant, équivalentes : à un couple, dont le moment moyen sera encore égale à C, plus une force f appliquée sur l'arbre moteur. Cette force f, fonction, en grandeur et direction, de l'azimut ωt du moulinet, n'intervient pas dans l'évaluation du travail produit, puisque son point d'application reste fixe; mais, transmise par l'arbre à ses paliers, elle intervient dans l'équilibre du banc, par son moment $fh\cos\omega t$, au même titre que le poids sur son levier. La valeur moyenne géométrique de son moment est déterminée par les dissymétries des résistances rencontrées par les pales du moulinet le long de leur trajectoire circulaire.

La proximité du sol et du banc lui-même créent des dissymétries de ce genre, qui seraient rigoureusement nulles dans le seul cas où tous les obstacles rencontrés par les filets d'air auraient la symétrie de révolution autour de l'axe du moulinet. Si le moulinet tourne à l'intérieur d'une grande boîte formant turbine à air (souvent utilisée pour éviter les projections d'huile), les dissymétries deviennent particulièrement accusées, car, dans son mouvement circulaire sensiblement uniforme, chaque pale, en approchant de l'orifice d'évacuation tangentielle, attaque l'air qui la baigne avec une vitesse relative décroissante : des mesures réalisées dans ces conditions, sur des moteurs de 80 et de 110 chevaux, ont fait apparaître des erreurs qui peuvent atteindre 20 pour 100. Le vent, naturel (essais en plein air) ou artificiel (essais simultanés sur plusieurs bancs d'essai voisins les uns des autres), provoque aussi des dissymétries de ce genre.

On peut remarquer que la force tournante périodique f est susceptible de provoquer des vibrations analogues à celles qu'introduisent les défauts d'équilibrage.

Il est bon d'ajouter que ces diverses causes d'erreur peuvent être pratiquement réduites à peu de chose, et que le banc-balance reste un procédé d'essai très commode et particulièrement avantageux pour déceler, par ses oscillations, les moindres variations instantanées du couple moteur.

PHYSIQUE. — *Sur la cristallisation de l'oxyde de phényle.* Note [1] de M. C. Dauzère, présentée par M. E. Bouty.

La solidification d'un cristal est accompagnée en général d'une brusque variation de volume : il doit donc y avoir aspiration ou refoulement du liquide par le solide en formation selon que le volume augmente ou diminue. Pour cette raison, la croissance d'un cristal doit provoquer dans le liquide qui le nourrit divers mouvements qui doivent influer sur la propagation ultérieure de la cristallisation.

J'ai observé de tels mouvements en suivant au microscope à un faible grossissement (50 à 60 diamètres), la cristallisation de l'oxyde de phényle pur (orthorhombique) qui fond à 28° et se maintient facilement en surfusion à la température ordinaire.

Dans un petit cristallisoir en verre mince, j'ai fondu une masse suffisante de ce corps pour avoir une épaisseur de 2^{mm} à 3^{mm}, et j'ai placé le vase contenant le liquide surfondu sur la plate-forme d'un microscope; la transparence du liquide et des cristaux rend l'éclairage et l'observation faciles. On provoque la cristallisation en introduisant un petit fragment de la matière cristallisée dans le liquide. Cette cristallisation est lente : à 20° elle dure de 20 à 30 minutes; on peut suivre ses progrès en laissant l'œil à l'oculaire du microscope dont on modifie la mise au point s'il est nécessaire pendant l'observation.

La surface du fragment cristallin introduit est en général très irrégulière; elle se régularise bientôt par *cicatrisation*, comme l'a établi M. Maurain [2]. Cette cicatrisation et la croissance ultérieure du cristal déterminent deux sortes de mouvements par lesquels se fait l'apport des matériaux liquides dont le cristal se nourrit.

Un premier mouvement d'afflux du liquide vers le cristal se manifeste dans toute la masse et provoque des tourbillons au voisinage du cristal.

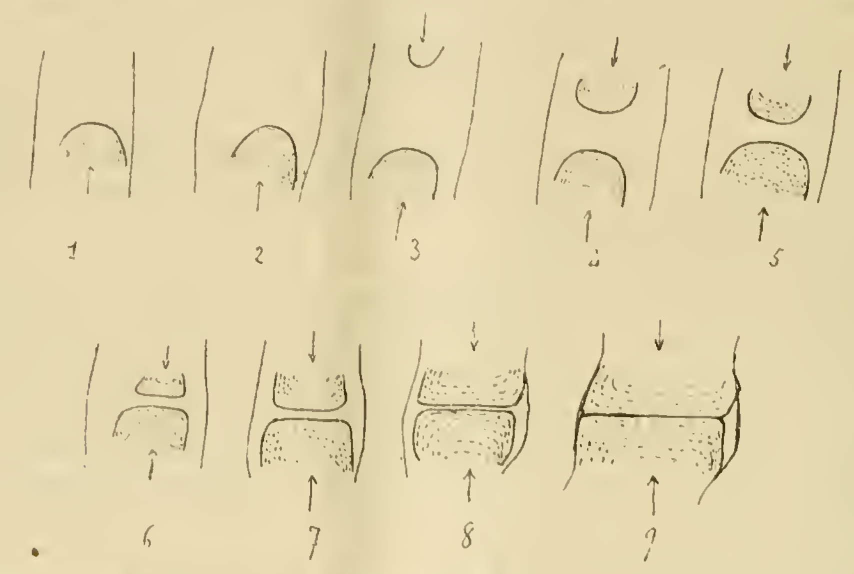
Un deuxième mouvement de nature ondulatoire s'observe sur les parties planes de la surface de contact entre le cristal et le liquide. Il consiste en une série de rides ou de stries fines et serrées qui parcourent continuellement les faces naissantes. Elles sont tout à fait comparables aux ondes que l'on produit par une agitation continue d'un point de la surface libre d'une

---

(1) Séance du 6 mars 1916.

(2) Maurain, *Les états physiques de la matière*, p. 92.

nappe liquide; nous les appellerons les *ondes de cristallisation*. Elles contournent les obstacles tels que les grains de poussière placés sur leur trajet; elles passent par les petites ouvertures, après lesquelles elles s'épanouissent de nouveau par une sorte de diffraction. Elles sont dirigées vers les arêtes en formation, vers lesquelles elles tournent leur convexité; elles disparaissent en rencontrant ces arêtes. Sous leur poussée constamment renouvelée, les arêtes se rectifient, les irrégularités s'effacent; des cristaux volumineux



Étapes successives de la formation des arêtes et des faces d'un petit cristal. Les contours ont été calqués sur des photographies. On a figuré les ondes de cristallisation en pointillé; leur sens de marche est indiqué par des flèches.

sont ainsi sculptés peu à peu par le travail des ondes, avec des faces planes unies et des arêtes rectilignes sur une grande longueur.

Parfois le travail des ondes de cristallisation a pour conséquence la production d'une série de petits cristaux à arêtes et à axes cristallographiques parallèles, qui se développent sur une face plane un peu étendue de cristal primitif. J'ai pu assister à l'évolution complète des arêtes et des faces de ces petits cristaux. Perpendiculairement à l'une des arêtes limitant la face primitive, se développent d'abord en creux des sillons vaguement parallèles entre lesquels se meuvent les ondes de cristallisation. On voit apparaître bientôt des arcs réguliers transversaux en relief; chacun d'eux forme le contour d'une facette embryonnaire inclinée sur le plan de la face primitive. Ce contour a la même forme que les ondes de cristallisation qui marchent vers lui en remontant le plan de la facette et s'évanouissent en l'atteignant. D'autres facettes moins visibles, inclinées en sens inverse, se développent à l'opposé et à côté des premières; elles sont le siège d'un mouvement ondulatoire inverse. Les contours des

deux facettes opposées sont poussés par les ondes de chaque côté et s'appliquent l'un sur l'autre en se rectifiant; l'arête d'un petit cristal se trouve ainsi constituée, elle se consolide peu à peu et bientôt le cristal est entièrement formé. On obtient finalement entre les sillons longitudinaux du début des séries de petits cristaux dont les arêtes et les axes sont parallèles.

En résumé, les ondes de cristallisation paraissent jouer un rôle important dans la cristallisation de l'oxyde de phényle. Ce sont elles qui interviennent dans la cicatrisation des cristaux irréguliers; ce sont elles qui édifient les faces et les arêtes des petits cristaux. Les arêtes sont des lignes d'arrêt du mouvement ondulatoire, arrêt provoqué soit par un mouvement ondulatoire inverse, soit par toute autre cause.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur le mécanisme des réactions dans l'eau régale.* Note de M. E. **Briner**, présentée par M. Georges Lemoine.

Bien que l'eau régale soit connue et utilisée depuis le VIIIe siècle (Geber), on s'est fort peu préoccupé du mécanisme de ses réactions. Le but principal de ces recherches a été d'établir nettement la réversibilité de la réaction suivante qui apparaît déjà en germe dans les travaux antérieurs :

(1) $$HNO^3 + 3HCl = NOCl + Cl^2 + 2H^2O.$$

Partant d'observations plus récentes ([1]), faites sur les systèmes formés à partir de H^2O et des oxydes supérieurs de l'azote, il était à prévoir que, mis à réagir en vase clos, les acides nitrique et chlorhydrique donneraient lieu à une phase liquide, renfermant NOCl et Cl^2, coexistant en équilibre avec la phase aqueuse. C'est en effet ce que montre un essai qui constitue une facile expérience de cours.

Dans un tube de verre à parois pas trop minces, fermé à une extrémité, on ajoute à 1 partie d'acide nitrique concentré 3 parties environ d'acide chlorhydrique concentré. La couche de contact prend assez rapidement une coloration jaune brun, qui témoigne que la réaction commence déjà. Pour la ralentir, on place le tube dans un mélange réfrigérant; on le ferme alors à son autre extrémité en l'étirant au chalumeau. Il est plongé ensuite dans l'eau à l'ébullition; la réaction s'accélère, les gaz se dégagent tumultueusement, le liquide se trouble et finalement, en dessous de la phase aqueuse, se rassemble une autre phase liquide présentant la belle coloration rouge du chlorure de nitrosyle. A la température ordinaire, ces mêmes phénomènes se produi-

---

([1]) Briner et Durand, *Comptes rendus*, t. 155, 1912, p. 582 et 1495.

sent, mais beaucoup plus lentement, car l'équilibre demande une dizaine d'heures pour s'établir.

La phase liquide inférieure, à côté de Cl^2 et de NOCl, renferme aussi en solution une petite quantité de la phase aqueuse qui la surmonte. De même celle-ci, outre les acides primitifs, contient du chlore et du chlorure de nitrosyle qui lui donne sa coloration. Dans la phase gazeuse se trouvent naturellement tous les constituants du système, mais surtout Cl^2 et NOCl. D'après d'autres essais, la phase des gaz liquéfiés ne se forme pas si l'un des deux acides est en excès suffisant ou si les acides sont dilués. Il y a cependant production de Cl^2 et NOCl; mais, la saturation n'étant pas atteinte, ces corps restent en solution dans la phase aqueuse qui en est plus ou moins colorée. En effet, si l'on place le système dans l'une des branches d'un tube en U renversé, l'autre étant plongée dans le mélange réfrigérant neige carbonique-alcool, il s'y condense un liquide présentant la couleur de NOCl.

Afin de préciser *les conditions d'équilibre*, nous avons construit une série d'appareils de verre, pourvus d'un manomètre à air comprimé et d'un agitateur électromagnétique et renfermant différentes proportions d'acides nitrique et chlorhydrique à des concentrations variées. Nous avons alors constaté que la pression est la même dans tous les appareils comportant la phase des gaz liquéfiés à côté de la phase aqueuse. Sans entrer dans les détails de ces expériences, qui seront exposés dans un autre Recueil, voici quelques pressions observées :

Températures.	I (¹).	II (²).	III (³).
0°	$2^{atm},86$	$2^{atm},84$	$2^{atm},84$
20°,5-21°	$5^{atm},2$	$5^{atm},1$	$5^{atm},1$

Ainsi donc, dans les limites où nous avons opéré, le système est monovariant : trois phases et deux composants indépendants. Ceux-ci seront par exemple les corps HCl et HNO^3, à l'aide desquels on peut reproduire tous les autres constituants d'après la réaction (1) qui doit être alors considérée comme parfaitement réversible. Si les acides sont trop dilués, la phase des gaz liquéfiés n'existe pas et les pressions décroissent avec l'augmentation de la dilution.

Pour mettre en évidence le caractère de réversibilité des réactions dans l'eau régale, on peut partir de la réaction

$$NOCl + H^2O = HNO^2 + HCl$$

(¹) HNO^3 à 70 pour 100, 1 partie; HCl à 37 pour 100, 2 parties.

(²) HNO^3 à 70 pour 100, 1 partie; HCl à 37 pour 100, 3 parties.

(³) HNO^3 à 77 pour 100, 1 partie; solution de HCl saturée à — 20°, 3 parties.

et faire agir le chlore suivant

$$HNO^2 + Cl^2 + H^2O = HNO^3 + 2HCl.$$

Le chlore assure ainsi la régénération de HNO^3 et HCl à partir de HNO^2 et H^2O, en sorte que, par sommation des deux équations, on retrouve en sens inverse l'équilibre précité.

Reste à examiner l'*influence de la température*. D'après le principe de l'équilibre mobile, la réaction (1), qui est favorisée par l'élévation de température et suivie d'un accroissement de pression, doit absorber de la chaleur. En effet, en tenant compte des chaleurs de dissolution, ce qui est nécessaire puisque la réaction s'effectue en milieu aqueux, on trouve, conformément à la théorie, pour la chaleur de cette réaction, des valeurs négatives : -20^{Cal} environ, si l'on part de solutions de HCl à 37 pour 100 et de HNO^3 à 70 pour 100 et -27^{Cal} environ, si la dilution de ces acides est double ([1]). La réaction étant endothermique et caractérisée par ces chiffres, on s'explique pourquoi, afin d'activer le dégagement de chlore, il convient de chauffer et d'autant plus fortement que les acides sont plus dilués.

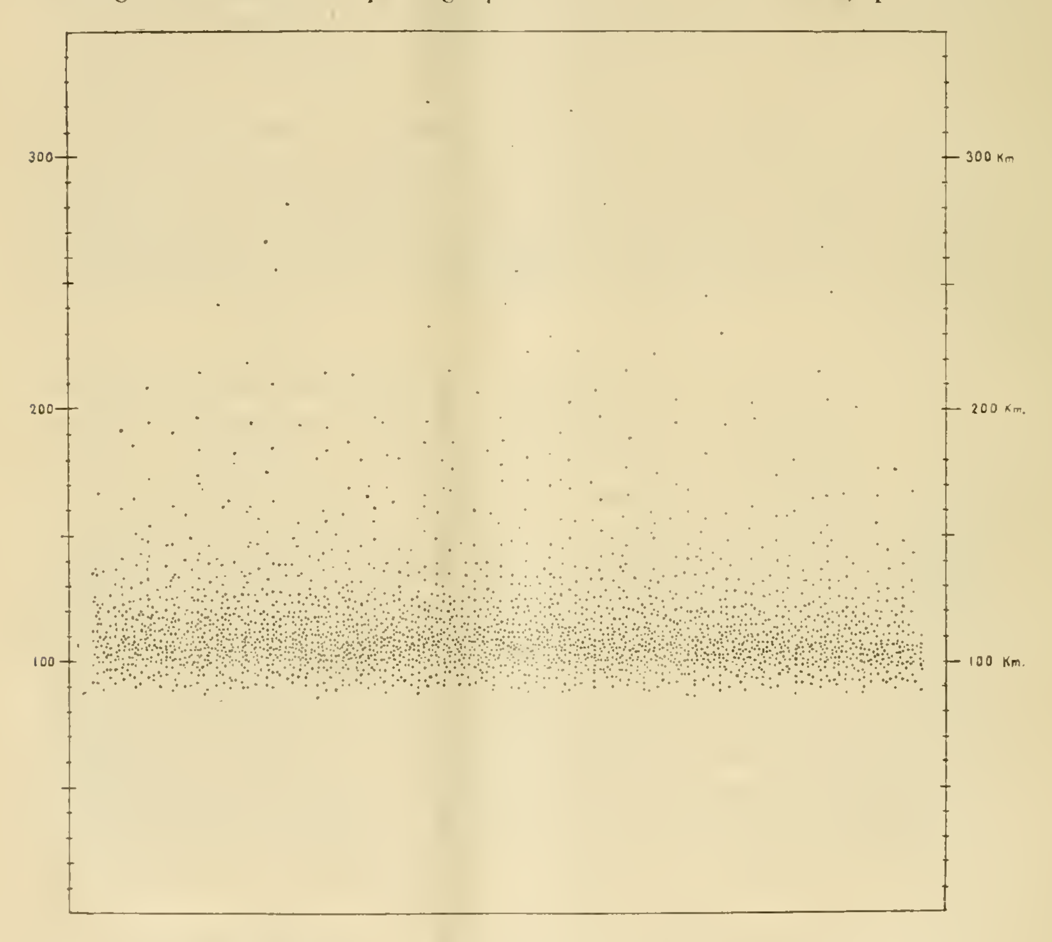
Relatons en terminant une petite observation qui corrobore bien ces vues. En mélangeant les deux acides dans un récipient, présentant une isolation thermique convenable (éprouvette Dewar), muni d'un thermomètre et d'un agitateur, on constate, au début, une élévation rapide de température de quelques degrés; la température redescend ensuite progressivement et se maintient à 2° environ au-dessous de celle des liquides avant leur mélange, ce qui atteste bien l'absorption de chaleur due à la réaction. L'élévation de température du début provient simplement de l'action de HCl sur l'eau de la solution de HNO^3, les chaleurs de dissolution et de dilution de cet acide étant faibles par rapport à celles de HCl. En effet, dans le même récipient, quelques gouttes d'eau, représentant à peu près l'eau contenue dans la solution de HNO^3, ajoutées à la solution de HCl, ont provoqué une élévation de température de 5° environ. C'est cette chaleur, disponible lors du mélange, qui contribue à favoriser au commencement la réaction endothermique.

([1]) Les chaleurs de formation utilisées dans ce calcul ont été relevées dans les Tables thermochimiques; pour celle de NOCl, qui n'y figure pas, nous avons adopté la valeur -7^{Cal} déterminée récemment (Briner et Pylkoff, *J. Chim. phys.*, t. 10, 1912, p. 640). En calculant la chaleur de réaction à partir des corps anhydres, on aboutit à une valeur positive : 22^{Cal} environ.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *L'altitude des aurores boréales observées de Bossekop pendant le printemps de l'année* 1913. Note (¹) de M. Carl Störmer, présentée par M. Appell.

Dans les *Comptes rendus* du 16 juin 1913, j'ai annoncé les premiers résultats d'une expédition à Bossekop, dans la Norvège septentrionale, au mois de mars 1913.

Le grand nombre de photographies simultanées d'aurore, prises des



deux stations Bossekop et Store Korsnes (base $27^{km},5$), sont maintenant mesurées et calculées, ce qui a donné non moins de 2500 déterminations sûres de l'altitude des aurores boréales.

(¹) Séance du 28 février 1916.

Sur la figure on peut voir ce résultat, chaque altitude étant marquée par un point.

La fréquence relative de chaque altitude observée peut être vue dans la Table suivante :

Altitude en kilomètres.	Nombre de points.	Altitude en kilomètres.	Nombre de points.
85	0	122	40
86	1	123	24
87	2	124	28
88	8	125	33
89	11	126	25
90	21	127	27
91	25	128	24
92	28	129	18
93	30	130	15
94	34	131	11
95	36	132	17
96	41	133	13
97	43	134	16
98	48	135	12
99	66	136	8
100	70	137	16
101	84	138	10
102	79	139	17
103	91	140	6
104	72	141	8
105	101	142	9
106	99	143	7
107	95	144	3
108	85	145	4
109	75	146	9
110	73	147	9
111	70	148	8
112	72	149	7
113	72	150	0
114	55	151	2
115	67	152	5
116	39	153	3
117	49	154	2
118	54	155	4
119	39	156	4
120	52	157	4
121	24	158	3

Altitude en kilomètres.	Nombre de points.	Altitude en kilomètres.	Nombre de points.
159	6	170	2
160	5	171	3
161	2	172	3
162	5	173	1
163	0	174	2
164	4	175	1
165	2	176	1
166	4	177	4
167	2	178	1
168	1	179	0
169	3	180	4

Au-dessus de 180^{km}, il y a quelques points qu'on peut voir sur la figure; ils correspondent pour la plus grande part aux rayons auroraux.

Il est bien possible que les nombres donnés ci-dessus puissent subir quelques altérations de détails par de nouvelles mesures et calculs; mais les traits essentiels sont probablement bien fondés.

Nous n'entrons pas ici dans des détails et ne faisons aucune comparaison entre les observations et la théorie des aurores boréales; ces questions font l'objet d'une série d'articles qui sont en cours de publications dans le *Terrestrial Magnetism and atmospheric Electricity*, Washington.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Perturbations de la déclinaison magnétique à Lyon (Saint-Genis-Laval) pendant le troisième trimestre de* 1915. Note de M. **Ph. Flajolet**, présentée par M. B. Baillaud.

Le dépouillement des courbes du déclinomètre Mascart, pendant le troisième trimestre de 1915, fournit la répartition suivante des jours perturbés :

Échelle		Juillet.	Août.	Septembre.	Totaux du trimestre.
0	Jours parfaitement calmes...	7	6	7	20
1	Perturbations de 1′ à 3′...	14	10	10	34
2	» 3′ à 7′...	6	8	4	18
3	» 7′ à 15′...	4	6	5	15
4	» 15′ à 30′...	0	1	4	5
5	» > 30′...	0	0	0	0

Les perturbations les plus fortes se sont présentées les : 26 août (15′); 22 septembre (20′).

Par comparaison avec le deuxième trimestre (¹), on remarque qu'il y a eu augmentation de 3 jours calmes, de 1 jour de la cote 2 et de 2 jours de la cote 4; puis diminution de 1 jour aux cotes 1, 3 et 5.

HYDROLOGIE. — *Le manganèse dans quelques sources du massif pyrénéen.* Note (²) de MM. F. Jadin et A. Astruc, présentée par M. Guignard.

Nos recherches sur la présence du manganèse dans les divers groupes d'eaux minérales françaises n'avaient point encore porté sur le type particulier de sources qui abonde dans les Pyrénées.

Remarquablement riche en eaux thermales, le massif pyrénéen présente, plus particulièrement sur le versant français, de nombreuses stations sulfurées sodiques, à température élevée, très faiblement minéralisées et en relation avec les terrains anciens. Nous ne pouvions omettre d'effectuer les déterminations nécessaires pour avoir une idée générale sur la teneur en manganèse de ces eaux, pour établir une comparaison avec les quelques sources triasiques et volcaniques qu'on rencontre dans le même massif et pour étendre, si possible, le parallélisme de ces observations aux diverses régions hydrologiques de notre pays, déjà étudiées dans des Notes antérieures (³).

Voici, en milligrammes, les chiffres qui représentent les dosages de manganèse par litre d'eau :

Cauterets, source César	0,001	Thuès-les-Bains, source St-André	0,002
» » La Raillère	0,001	» » Molitg	0,002
» » Mauhourat	0,001	» » Gare	0,002
La Preste, source Apollon	0,001	» » n° 13	0,002
» » La Cadène	0,001	» » Hortet	0,002
La Fou	0,001	» » n° 12 *bis*	0,010
Barèges, source Saint-Roch	0,002	Eaux-Bonnes, source Froide	0,001
» » Nouvelle	0,002	» » Orteig	0,001
» » Tambour	0,008	» » Vieille	0,002
Luchon, source Pré n° 1	0,001	St-Christau, source des Arceaux	0,001
» » » n° 2	0,001	» » Prieuré	0,001
» » Reine	0,002	Dax, source Municipale	0,001
» » des Romains	0,018	Barbotan, s^ce Puits artésien n° 1	0,005

(¹) Voir *Comptes rendus*, t. 161, 1915, p. 737.

(²) Séance du 6 mars 1916.

(³) *Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 903; t. 159, 1914, p. 332; t. 162, 1916, p. 196.

Barbotan, ste Puits artésien n° 2..	0,003
» » » » n° 3..	0,005
» » Ferro-manganique..	0,340
Capvern, source Houn-Caoude...	0,005
» » Bouridé........	0,005
Audinac, source Louise.........	0,001
» » des Yeux.......	0,001
» » Grande Source..	0,012
Ussat-les-Bains, source Fraxine..	0,010
» » Germaine.	0,010
Aulus, source Bacqué...........	0,050
» » Darmagnac........	0,060
» » des Trois Césars...	0,070
» » Nouvelle..........	0,070
» » Sainte-Marie......	0,074
» » Ferrugineuse......	0,076
» » Purgative.........	0,080
Bagnères-de-Bigorre :	
Source Labassère.............	0,001
Bagnères-de-Bigorre (*suite*) :	
Source Salut..................	0,002
» Lapeyrie..............	0,002
» Saint-Roch...........	0,005
» Le Foulon..........	0,010
» Platane...............	0,012
» Le Dauphin...........	0,015
» Salies................	0,015
» Marie-Thérèse........	0,020
» La Rampe............	0,030
» Fontaine ferrugineuse..	0,450
Encausse, Grande-Source.......	0,330
Saint-Boès.....................	0,360
Salies-de-Béarn, source Bayaa....	3,000
Alet, source Buvette............	0,001
Le Boulou, source Boulou.......	0,090
» » Clémentine...	0,150
» » Saint-Martin..	0,150
Orezza.........................	3,000

De ce Tableau, envisagé dans son ensemble, découlent les observations suivantes :

Tout d'abord, une constatation spéciale aux eaux du massif pyrénéen a trait à l'extrême faiblesse en manganèse des stations sulfurées sodiques et chlorosulfurées sodiques.

Les autres catégories d'eaux minérales pyrénéennes (Saint-Christau, Dax, Barbotan, Capvern, Audinac, Ussat) sont également peu riches en manganèse, malgré leur constitution chlorosulfatée calcique, sulfatée calcique, etc. Cela tient sans doute à leur faible teneur en matières salines. Rapprochées des eaux des Vosges par leur minéralisation totale, ces sources possèdent aussi des quantités de manganèse fort comparables.

Et, lorsque la minéralisation est un peu plus prononcée (Aulus, Bagnères-de-Bigorre, Encausse), sans qu'elle égale toutefois celle des eaux chlorosulfatées alpines, nous rencontrons, parallèlement, des doses de manganèse plus élevées que dans les sources pyrénéennes précédentes, mais inférieures à celles que nous avons relatées pour les stations des Alpes en question.

Au surplus, la source Bayaa, chlorurée sodique, de Salies-de-Béarn, quinze fois plus chargée en sels que la station alpine de Salins-le-Moutier, contient au moins dix fois plus de manganèse.

Une observation de même nature résulte des analyses des eaux bicarbonatées d'Alet et du Boulou : les premières, faiblement minéralisées, ne

contiennent que des traces de manganèse; les secondes sont incomparablement plus riches : c'est là un rapprochement très étroit entre les eaux du Boulou et les eaux de Vichy.

Il paraît donc exister un certain parallélisme entre la richesse d'une eau minérale en manganèse et sa minéralisation totale; cela découle de l'ensemble des résultats, bien qu'ici, comme dans les autres massifs étudiés, il y ait des différences parfois très élevées entre les eaux des diverses sources d'une même station.

Enfin, l'observation que nous avons faite déjà maintes fois, d'une eau plus fortement manganésifère lorsqu'elle est ferrugineuse, se vérifie encore dans le massif pyrénéen.

Indiquons, en terminant, que si les eaux sulfurées sodiques sont extrêmement peu chargées en manganèse, on rencontre néanmoins cet élément en assez grande abondance dans la végétation algologique qui se développe dans ces sources.

Ainsi nous avons trouvé, pour les sulfuraires de quatre sources différentes de Thuès-les-Bains et pour la barégine des eaux de Barèges, les chiffres suivants en milligrammes de manganèse :

	Pour 100g		
	de poids frais.	de poids sec.	de cendres.
1. Sulfuraires	0,080	3,170	40,000
2. »	2,000	32,780	80.000
3. »	0,200	4,080	100,000
4. »	0,500	8,470	100,000
5. Barégine	3,000	63,000	80,000

Ces nombres, relativement très élevés, montrent bien que le végétal, quoique vivant dans un milieu très pauvre en manganèse, s'approprie largement cet élément : c'est là une nouvelle preuve de l'extrême diffusion du manganèse dans la nature et du rôle essentiel qu'il doit jouer dans les phénomènes biologiques.

BOTANIQUE. — *Apparition des tissus et des régions dans le sommet de la tige des Phanérogames.* Note de M. H. Bouygues, présentée par M. Gaston Bonnier.

Les recherches que je poursuis depuis de nombreuses années, concernant l'origine, le développement et l'anatomie des tissus, m'amènent à

émettre aujourd'hui les quelques considérations suivantes sur le sommet de la tige des plantes phanérogames.

A l'origine, la tige ne présente réellement dans le voisinage de son sommet que deux régions nettement distinctes : 1° un épiderme; 2° un méristème général.

L'épiderme est formé d'une seule assise de cellules se cloisonnant exclusivement dans le sens radial.

Le méristème général est constitué par un ensemble d'éléments dans lesquels les cloisonnements apparaissent dans toutes les directions de l'espace.

Portons spécialement notre attention sur ce méristème général.

Au voisinage immédiat du sommet aucune des cellules de ce méristème ne se met en évidence au milieu des autres et ne doit en être distinguée. Aucune d'elles, en effet, ne présente de caractères spécifiques qui puissent autoriser une telle individualisation et encore moins lui subordonner l'existence des autres éléments du méristème général. Mais à mesure qu'on s'éloigne du sommet l'activité de cloisonnement de ce méristème ne se maintient pas la même dans tous ses éléments. Il faut alors, pour la description, distinguer deux cas :

Premier cas. — Dans les tiges possédant des faisceaux libéro-ligneux distincts, l'activité du cloisonnement se ralentit d'abord dans les éléments du centre tandis qu'elle se maintient au contraire la même dans ceux de la périphérie. Il en résulte la formation de deux régions, différant l'une de l'autre par la grandeur des éléments (les cellules du centre étant beaucoup plus grandes) et la fréquence des cloisonnements.

La région interne engendre la moelle. Quant à la région annulaire, encore homogène, elle engendre au contraire le méristème prévasculaire et l'écorce.

A cet effet l'activité de cloisonnement, jusqu'à présent la même pour tous les éléments de la zone annulaire, se localise à une distance variable de l'épiderme et y engendre un anneau de méristème prévasculaire. Il reste alors, en dehors de celui-ci, une zone du méristème général que l'épiderme limite vers l'extérieur. Cette zone constitue l'écorce.

L'individualisation de cette partie de la tige est donc tardive et elle est, en quelque sorte, négative : l'écorce n'étant que le reste du méristème général périphérique non passé à l'état prévasculaire.

Deuxième cas. — Dans les tiges dépourvues de faisceaux libéro-ligneux distincts (*Callitriche aquatica; Hottonia palustris; Elodea canadensis;* etc.), l'activité de cloisonnement se ralentit d'abord dans les éléments de la périphérie tandis qu'elle devient plus rapide dans les éléments du centre. Les cellules qui subissent ce cloisonnement plus actif ne grandissent pas d'une manière correspondante. Il en résulte un

amas central nettement délimité de la zone annulaire. Le méristème général comporte dès lors, à ce niveau, deux régions qui diffèrent l'une de l'autre par la grandeur des éléments (les cellules de la périphérie étant de beaucoup plus grandes que les cellules du centre) et par la différence de vitesse de cloisonnement.

La région externe engendre l'écorce qui est ainsi individualisée de très bonne heure : différence avec le cas des tiges à faisceaux libéro-ligneux distincts. Quant à l'amas central il est entièrement ou partiellement prévasculaire. Dans le premier cas la différenciation libéro-ligneuse s'étend jusqu'au centre de l'organe et celui-ci est dépourvu de moelle; dans le second cas cette même différenciation n'atteint jamais le centre et la tige comporte alors une moelle à laquelle peut se substituer plus tard une lacune. Aucune moelle n'apparaît donc dès le début : nouvelle différence avec le cas des tiges à faisceaux libéro-ligneux distincts.

En résumé, si l'on s'en tient à ce qu'on voit :

1° La seule distinction qu'on puisse établir dans le sommet de la tige des plantes phanérogames est celle d'un épiderme primitif recouvrant un méristème général, primitif aussi, mais homogène;

2° A une petite distance du sommet un méristème prévasculaire se différencie aux dépens du méristème général; en coupe transversale ce méristème prévasculaire est reconnaissable à la petitesse de ses éléments cellulaires et il affecte la forme soit d'un anneau, soit d'un cercle plein;

3° Ce qui reste du méristème général en dehors du méristème prévasculaire constitue toujours l'écorce primitive; ce qui reste au dedans, lorsqu'il y a un reste, constitue la moelle primitive.

L'écorce et la moelle ne sont donc individualisées qu'à une certaine distance du sommet. Leur individualisation n'est jamais propre et elles peuvent être considérées comme représentant constamment de simples restes du méristème général primitif, c'est-à-dire des portions de celui-ci qui ne sont pas transformées en méristème prévasculaire.

BOTANIQUE. — *Sur les variations spécifiques du chimisme et de la structure provoquées par le greffage de la Tomate et du Chou Cabus.* Note de M. **Lucien Daniel**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Dans une Note antérieure ([1]) j'ai montré que l'on peut, à l'aide du greffage siamois, par rapprochement, obtenir des unions anatomiques

---

([1]) Lucien Daniel, *Sur les limites de possibilité du greffage dans les végétaux* (*Comptes rendus*, t. 131, 1900, p. 192).

persistantes entre plantes de familles très éloignées en classification. Dans de telles parabioses ([1]), autrefois confondues avec les greffes en approche, chacun des associés, simplement relié à son associé par des tissus cicatriciels, conserve le libre usage de ses appareils propres et n'emprunte pas ceux du voisin. Il semble donc qu'une telle union soit celle qui doive le moins se prêter aux réactions mutuelles et aux échanges réciproques de matières. Cependant, ainsi que les faits vont le démontrer, il arrive parfois qu'elle amène des changements anatomiques très profonds chez l'un ou l'autre conjoint.

Considérons, par exemple, la Tomate et le Chou Cabus. Parmi les caractères spécifiques qui, anatomiquement, différencient ces deux plantes, on peut citer la présence, chez la Tomate, des masses d'oxalate de chaux sableux et d'un liber médullaire interne qui manquent chez le Chou Cabus. Dennert, puis Briosi ont bien indiqué des faisceaux bicollatéraux chez des Crucifères, en particulier chez le *Brassica fruticulosa* et l'*Erucastrum virgatum*. Même s'il en était ainsi, ce liber serait très différent du liber interne médullaire de la Tomate. Or, John Briquet a montré que ces auteurs ont confondu, avec le liber, l'endoxyle ou tissu ligneux non épaissi qui est voisin du bois primaire. Mlle Jacob de Cordemoy, qui a fait une étude spéciale du genre Chou ([2]), n'a jamais rencontré, dans les diverses espèces et races, « un tissu comparable à du liber interne ». Je puis confirmer cette observation d'après mes propres recherches sur les Crucifères et celles de mon fils Jean Daniel ([3]).

Au cours de recherches d'ordre général sur les résultats des diverses symbioses que j'ai réalisées depuis 1890, j'ai étudié les procédés de cicatrisation à l'aide desquels s'était établie la soudure entre la Tomate et le Chou Cabus greffés en 1900. Dans l'échantillon conservé dans l'alcool, la soudure était parfaite; la communication entre les deux plantes s'était effectuée à la fois par les parenchymes médullaires très étendus et par les bois qui étaient soit accolés directement, soit réunis par des parenchymes de réparation. Ce premier fait, que j'ai constaté dans d'autres parabioses, montre bien que, si les greffes entre plantes éloignées échouent souvent,

---

([1]) Lucien Daniel, *Classification rationnelle des symbioses* (*Revue générale de Botanique*, t. 25 bis, 1914).

([2]) Jacob de Cordemoy, *Recherches anatomiques sur les genres* Brassica *et* Sinapis, Paris, 1907, p. 123-126.

([3]) Jean Daniel, *Influence du mode de vie sur la structure secondaire des Dicotylédones*, Rennes, 1915.

cela provient plutôt des différences entre les contenus cellulaires que l'impossibilité de la cicatrisation en commun, au moins dans certains cas.

Les coupes des deux plantes ainsi soudées m'ont révélé des faits très inattendus. Le Chou s'était profondément modifié au contact de la Tomate. Il avait acquis des cellules sableuses, réparties comme chez son conjoint, mais en moindre abondance. Le contenu de ces cellules était bien de l'oxalate de chaux, car les masses granuleuses traitées par l'acide chlorhydrique ou le perchlorure de fer ordinaire se dissolvaient en entier. Avec l'acide sulfurique étendu, elles donnaient des aiguilles de gypse dans la Tomate comme dans le Chou, mais avec plus de lenteur chez celui-ci. En outre, l'endoderme du Chou contenait de l'amidon et il n'y en avait pas à ce moment chez la Tomate; celle-ci était plus riche en matières grasses que le Chou.

Fait plus curieux et plus intéressant encore : le Chou présentait, dans toute la région de soudure et au-dessus dans la tige, un liber interne médullaire très net et très développé, semblable comme aspect et disposition à celui de la Tomate.

Ces deux modifications sont des plus instructives. On sait, en effet, que la distribution et la nature des cristaux d'oxalate de chaux, résidu des synthèses organiques abondant là où il y a une grande activité chimique, sont souvent un caractère spécifique de certaines plantes. Cette spécificité est plus nette encore pour le liber interne médullaire. Dans le cas présent, les changements observés sont dus à l'action spécifique de la Tomate sur le Chou, car on ne les observe pas dans les greffes des Choux de même race faites avec le Navet. On ne peut donc invoquer, pour expliquer les formations anormales d'oxalate sableux et de liber interne, l'action des blessures consécutives au greffage et les troubles causés par la cicatrisation des plaies en commun.

N'ayant conservé pour l'étude anatomique qu'un seul exemplaire des parabioses de Chou et de Tomate, je ne puis dire si les variations singulières ainsi produites sont des exceptions analogues aux hybrides de greffe ou bien s'il s'agit de modifications plus générales. Je me propose de faire de nouvelles recherches pour déterminer leur degré de fréquence. Quoi qu'il en soit de leur rareté relative, elles montrent que, dans le cas étudié, les deux associés, bien que se trouvant dans les conditions symbiotiques les moins favorables à la variation, n'ont conservé ni leur chimisme propre, ni leur autonomie.

CHIRURGIE. — *La suture métallique dans les fractures compliquées du fémur et de l'humérus.* Note [1] de M. O. Laurent, présentée par M. A. Laveran.

De toutes les blessures de guerre ce sont les fractures du fémur et de l'humérus qui, par leur étendue et leurs délabrements, comportent le traitement le plus compliqué, exposant à la mort, à l'amputation ou aux graves déformations, et comportant un traitement de plusieurs mois et même d'une année entière. Tout progrès réalisé dans ce domaine a d'autant plus d'importance qu'elles sont très nombreuses.

Je n'envisagerai dans cette Note que les fractures compliquées.

Si le traitement ordinaire par les attelles, l'extension, l'ablation des esquilles, donne dans un certain nombre de cas des résultats satisfaisants, je suis d'avis que ceux-ci ne peuvent atteindre la perfection obtenue par *la suture métallique, qui permet la remise de l'axe osseux en rectitude, le maintien des fragments en réduction idéale.*

Dans la guerre balkanique, j'avais pratiqué parfois l'ostéo-synthèse par les *plaques métalliques*, fixées à l'aide de vis. Mais je les avais trouvées plutôt irritantes, et notamment *décalcifiantes*, ou offensives dans la formation du cal. J'ai renoncé aussi à *l'enchevillement* à cause de ses difficultés d'application. Cela ne veut pas dire pourtant que ces deux procédés ne puissent rendre des services dans des conditions déterminées.

C'est ainsi que j'ai été amené à utiliser le *fil d'argent*, surtout celui de forte épaisseur.

Dans un cas de fracture du fémur en un biseau de 10^{cm}, j'ai appliqué d'abord deux *ligatures* au fil d'argent, puis une troisième, et la réduction s'est maintenue suffisante, sans être parfaite. Mais la double ligature, *double cerclage* au fil d'argent, m'a rendu service dans un cas de *cal très volumineux* du fémur, datant de 15 mois : *j'ai pratiqué l'ostéotomie et maintenu provisoirement les fragments à l'aide de deux anneaux métalliques non serrés*, puis appliqué l'extension; *le gain actuel dans ce cas est de* 10^{cm} *d'allongement*. Dans les fractures anciennes, vicieusement consolidées, *les muscles sont tellement raccourcis, fibreux, cicatriciels*, qu'il est impossible, immédiatement après la section de l'os, de réunir les deux fragments osseux bout à bout; ce n'est que progressivement que les muscles reprennent à

---

(1) Séance du 6 mars 1916.

peu près leur longueur primitive, et que le membre peut être remis en ligne droite, avec une amélioration remarquable; la ligature en cercle est enlevée au bout de 6 semaines à 2 mois; elle a servi de *soutien provisoire*.

J'ai réalisé la coaptation à l'aide de *deux sutures* au fil d'argent dans une fracture de l'extrémité supérieure de l'humérus, compliquée de plaies des parties molles tellement étendues que l'attelle plâtrée ou tout appareil métallique était inapplicable. L'un des fils a été enlevé à la consolidation du cal.

Voici deux autres cas très intéressants de *suture du fémur à un seul fil* : chez le premier que j'avais opéré quelques semaines avant de gangrène gazeuse, le fémur, très infecté, présentait des esquilles vertes de décomposition, la cuisse était fistuleuse, maigre à l'excès, et l'état de ce blessé était en cachexie peut-on dire : quelques jours après la suture à un seul fil, la situation devenait meilleure; le cal est solide, j'ai abandonné le fil dans son *inclusion*. Mêmes conditions pour une fracture du fémur chez un grand infecté : le fil d'argent reste inclus dans l'épaisseur des condyles.

Enfin un dernier cas qui a la valeur d'une expérience : *fracture des deux fémurs* par un coup de volant. Je suture à deux fils le fémur le plus gravement fracturé, celui de droite, tandis que le gauche est traité à la manière ordinaire. Au bout d'un mois, la réunion est complète sur le fémur droit, et les *deux fils ne déterminent pas la moindre raréfaction de l'os*.

Dois-je ajouter que l'*opération exige une technique parfaite* en asepsie, hémostase, sutures et soins, et qu'elle ne peut être préconisée qu'à ces conditions expresses.

En résumé, le traitement idéal des fractures de fémur et de l'humérus est celui de la suture à un ou à deux gros fils d'argent, dont le nœud fait saillie dans la plaie, de manière à être éventuellement enlevés au bout de six semaines à deux mois.

CHIRURGIE. — *Appareils de prothèse du membre supérieur*. Note de M. **Jules Amar**, présentée par M. A. Laveran.

Tout appareil de prothèse a pour but de rétablir une *fonction* au sens dynamique de ce mot. Les appareils du *membre supérieur*, assurément les plus difficiles et les plus délicats, doivent répondre à deux types distincts : celui pour *exercices de force*, de fatigue, et celui des *exercices d'adresse*. L'un sera, par conséquent, très résistant, et nécessairement simple de

construction; l'autre plus compliqué et moins résistant, vu qu'il devra satisfaire à toutes les nuances du mouvement.

J'ai donc imaginé et construit un *bras de travail* et un *bras mécanique*, ce dernier en collaboration avec un orthopédiste, *M. Cauet*.

En présentant l'un et l'autre modèles à l'Académie, j'y ajoute une très brève description.

I. Bras de travail. — Il comprend quatre parties :

1° *Un organe de fixation*, constitué par une pièce de cuir moulée sur



Fig. 1. — Bras de travail.

l'épaule, et maintenu au moyen d'une bretelle embrassant le thorax pour aller prendre appui sous l'aisselle opposée. La portion dorsale de cette bretelle est, sur une longueur de 6^{cm}, en tissu élastique, afin de ne point gêner la respiration.

2° *Une gaine brachiale.* — Celle-ci est également en cuir moulé; elle est fermée pour les courts moignons, mais elle est ouverte et lacée en avant pour les moignons supérieurs à 7^{cm}. Trois languettes, rivées sur la gaine et sur la pièce d'épaule, l'une au niveau de l'acromion et en cuir, les deux autres latéralement et en tissu élastique, assurent la liberté des mouvements en donnant tout le jeu nécessaire.

La gaine se termine inférieurement par une cupule d'acier embouti que prolongent deux montants du même métal servant à consolider le cuir. On a taraudé la cupule en son centre au *pas de vis international.*

3° *Avant-bras.* — Dans ce trou pénètre une tige filetée et articulée à chape au niveau de ce qui sera le *coude;* elle est en acier et cintrée pour avoir, sous la moindre masse, le maximum de résistance. Le filetage reçoit un contre-écrou qui permet de placer l'avant-bras dans tous les plans verticaux, et l'articulation du coude peut demeurer libre, ou être bloquée par une manette à tous les angles de flexion compris entre 180° et 35°. La tige d'avant-bras est enfin taraudée à son extrémité au même pas, pour recevoir :

4° *Pince universelle ou main de parade*, celle-ci en bois et à pouce articulé, élégante, mais de pure esthétique; celle-là en bronze, ayant la forme d'une pince d'écrevisse, se fermant au moyen d'un excentrique commandé par une clef, et se terminant par une articulation sphérique qui lui donne toutes les inclinaisons voulues; une manette bloque la sphère dans la position choisie, et soulage ainsi l'épaule de tous mouvements anormaux. La pince ou la main se terminent par une partie filetée avec un segment lisse, et se vissent très aisément sur l'avant-bras. Une gaine de cuir surmonte la main, s'arrêtant au niveau du coude, de sorte que, le travail achevé, on peut quitter la pince et la remplacer par la main de parade.

Cet ensemble est d'une solidité et d'une telle conformité aux besoins professionnels, que depuis 6 mois d'expérience aucune modification n'a paru s'imposer. Une centaine de mutilés ont déjà repris leurs métiers munis de ce bras de travail.

Il est clair que certaines dispositions sont nécessaires pour adapter cet appareil aux amputés d'avant-bras.

II. Bras mécanique. — Les principes sur lesquels a été construit le bras mécanique sont les suivants :

La main est entièrement *métallique* et *articulée*, sauf que les extrémités

des doigts sont recouvertes de liège ou de caoutchouc pour amortir les chocs et créer une adhérence.

Le jeu des articulations est assuré par les mouvements d'un *collier* qui embrasse le thorax, et transmis à la main par un câble d'acier.

Voyons maintenant quelques détails de ce bras mécanique.

1° *Main articulée.* — Elle est composée de deux coquilles limitant une cavité ayant la forme de la main; à l'intérieur se trouve une platine qui



Fig. 2. — Bras mécanique.

porte les doigts, tous montés à charnière sur un même axe et maintenus en *position fermée* grâce à des ressorts fixés à leur base. Les charnières sont commandées par des leviers en acier passant sur une *came*. C'est précisément à cette came qu'aboutit le câble d'acier flexible; il glisse dans un fourreau et va se rattacher au *collier de poitrine*.

2° *Collier.* — Ce dernier comprend une portion élastique, un ressort qui assure son adhérence au corps. On fixe aux deux bouts du collier le câble et le fourreau. Au moment où la poitrine accroît son diamètre, le câble agit sur la came et ouvre les doigts, *progressivement*. Le retour au repos ramène la came à sa position première et met les doigts en flexion.

Il est d'ailleurs possible d'avoir les doigts d'abord en *extension* et de faire agir la came dans un sens opposé.

Divers organes, d'une très grande simplicité, permettent d'adapter la main articulée aux amputés d'avant-bras ou de bras, et dans ce dernier cas d'introduire la commande pour le coude et la rotule déjà décrite avec la pince universelle ; cette commande est faite par *les épaules* (bretelles en acier).

L'essentiel est que la main articulée exécute les mouvements les plus compliqués, avec une adresse et une sûreté pratiquement satisfaisantes. Son poids total est de 350^g environ. Par cela même qu'elle se relie mécaniquement à des organes légers, en feuille d'acier, pouvant remplacer tout le bras, elle est de nature à rendre le mouvement aux désarticulés d'épaule et à servir grandement dans les professions libérales et les travaux de bureaux.

Bras de travail et bras mécanique restituent à nos mutilés une place légitime dans l'activité sociale.

RADIOLOGIE. — *Recherches théoriques et expérimentales sur les bases de la dosimétrie radiologique*. Note [1] de MM. **R. Ledoux-Lebard** et **A. Dauvillier**, présentée par M. P. Villard.

Le dosage des rayons X utilisés en radiothérapie est une question fort complexe qui n'est pas à l'heure actuelle complètement résolue.

Les divers procédés qui ont été préconisés et utilisés jusqu'à ce jour, c'est-à-dire l'effet Villard (pastille de Sabouraud et Noiré), la réaction photo-électrique d'Eder (Schwartz), l'échelle radiographique de Kienboeck, l'ionisation (iono-quantimètre), l'utilisation de la variation de conductibilité du sélénium irradié (Foerter, Fuerstenau), la fluorescence du platino-cyanure de baryum (Guilleminot), etc., présentent tous des effets sélectifs marqués et exigent, par conséquent, une mesure qualitative préalable. Ils donnent un résultat global qui n'a que la valeur d'une moyenne. Certains sont incommodes et aucun ne permet une mesure précise de l'intensité ou de la qualité du rayonnement, pour cette simple raison que celui-ci est toujours très hétérogène.

On conçoit en effet que la mesure précise de l'intensité d'un faisceau X hétérogène

(1) Séance du 6 mars 1916.

doive exiger une véritable spectro-radiométrie. Il est nécessaire d'analyser préalablement le rayonnement, d'y distinguer ses principaux constituants homogènes (radiations monochromatiques caractérisées par leur coefficient d'absorption dans l'aluminium, par exemple, ou par leur longueur d'onde) et ensuite de mesurer l'intensité de chacun de ces constituants. Or ceci est à l'heure actuelle pratiquement irréalisable et par conséquent le problème de la mesure exacte de l'énergie X doit être solutionné, semble-t-il, par une voie toute différente de celles qui ont été suivies jusqu'à ce jour.

Si nous voulons introduire en radiothérapie des principes rationnels et incontestables de dosage, il nous faut préalablement modifier les sources actuelles de rayons X en créant des ampoules donnant un rayonnement monochromatique dont la qualité et l'intensité seront immédiatement mesurables avec précision. Il nous faut de plus modifier les sources usuelles du courant à haute tension qui alimentent nos tubes et qui donnent des courants dont la mesure est impraticable.

C'est en partie la diversité de ces sources qui fait qu'à l'heure actuelle la dosimétrie précise est impossible. Elles fournissent, en effet, des courants de forme variable, compliquée, généralement inconnue, qui varie avec les conditions électriques du circuit. C'est ce qui fait qu'il est impossible de se placer dans les mêmes conditions, avec des appareillages différents, pour obtenir les mêmes résultats thérapeutiques.

Les indications fournies par les instruments qui servent pratiquement à la mesure de l'intensité du rayonnement après étalonnage préalable par les méthodes que nous avons citées, sont en effet tout à fait illusoires. La tension est mesurée par le spintermètre en *étincelle équivalente* pour 1 milliampère par exemple, mais la longueur de cette étincelle varie avec la forme des électrodes, avec la forme de la courbe de tension, avec une foule de facteurs parmi lesquels il faut citer l'action de la lumière ultraviolette, des courants d'air modifiant l'ionisation, etc. Les données fournies par le voltmètre électrostatique sont elles-mêmes inutilisables puisqu'elles indiquent, en réalité, la racine carrée du carré moyen d'une différence de potentiel qui varie dans le temps suivant une loi inconnue.

La mesure de l'intensité n'est de même qu'approchée. On se sert généralement du milliampèremètre à courant continu, de préférence aux appareils thermiques qui donnent des résultats plus difficiles à interpréter. De tels instruments doivent fournir la valeur de l'intensité moyenne du courant. Ceci a une signification dans le cas où la forme du courant est connue, par exemple s'il s'agit d'une intensité variant dans le temps suivant une loi sinusoïdale ou crénelée; mais dans le cas des décharges d'une bobine, très intenses pendant un millième de seconde, par exemple, et très espacées dans le temps, les indications perdent une partie de leur valeur.

Nous proposons l'emploi systématique du courant continu pour alimenter les ampoules à radiothérapie et particulièrement les ampoules munies de cathodes Coolidge. Nous avons constaté, en effet, qu'un tube Coolidge alimenté par du courant continu fourni par un condensateur chargé par une bobine ou un contact tournant donne un faisceau de rayons X absolument continu dans le temps, le phénomène de la discontinuité de l'émission cathodique n'existant pas dans un tel tube. De plus, le fait que l'intensité y est

indépendante de la tension fait que le tube peut être monté directement sur les bornes du condensateur sans interposition de résistances ou de bobine de self. L'alimentation se fait donc avec un excellent rendement.

L'emploi d'un condensateur chargé par l'intermédiaire de soupapes cathodiques a été fait par M. Villard (*Les rayons cathodiques*, p. 7) pour alimenter des tubes à rayons cathodiques, mais l'auteur n'en a, semble-t-il, jamais préconisé l'application à la production des rayons X. Dans des indications qu'il a bien voulu nous fournir par écrit et dont nous le remercions très vivement, M. Villard exprimait même la crainte qu'il ne fût pas facile de réaliser des condensateurs supportant des tensions de 150000 à 200000 volts, tensions qui correspondraient selon lui à une étincelle équivalente de 10^{cm}. Les rayons X obtenus au moyen des condensateurs manqueraient alors de pénétration.

Nous avons alimenté des tubes ordinaires et des tubes Coolidge sur courant continu et nous n'avons pas trouvé de différence entre le pouvoir de pénétration des rayons obtenus et ceux qu'on a directement au moyen d'une bobine. Ainsi les rayons présentent une dureté de 8,5 Benoist avec une étincelle équivalente de 16^{cm} qui correspond au potentiel statique de 80000 volts. Après quelques difficultés nous avons réussi à établir des condensateurs qui supportent aisément des tensions de 100000 volts par élément, et, en les associant en cascade, il est possible d'atteindre 200000 volts.

Dans ces conditions les appareils de mesure donnent des indications exactes et faciles à interpréter et surtout, point capital, il est possible de se placer toujours dans des conditions identiques.

Nous poursuivons l'étude de la mesure directe et exacte de la qualité et de l'intensité du rayonnement dans les conditions que nous venons d'exposer.

M. **Adrien Guébhard** adresse une Note intitulée : *A propos des « charriages » de la région de Castellane (Basses-Alpes).*

(Renvoi à la Section de Minéralogie.)

La séance est levée à 16 heures et quart.

A. Lx.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans les séances de janvier 1916 (*suite*).

Atti della reale Accademia delle Scienze di Torino, pubblicati dagli Accademici Segretari delle due classi. Vol. L. Disp. 8ª-15ª, 1914-1915. Torino, Fratelli Bocca, 1915; 8 fasc. in-8°.

Reale Accademia delle Scienze di Torino. R. Osservatorio astronomico di Torino. *Osservazioni meteorologiche fatte nell' anno* 1914, calcolate dal Ettore Roggero e Tiziana Comi. Torino, Fratelli Bocca, 1915; 1 fasc. in-8°.

Anuario del Observatorio de Madrid para 1916. Madrid, Bailly-Baillière, 1915; 1 vol. in-16.

Jacobus Henricus van 't Hoff, par D.-E. Tsakalotos. Athènes, Sakellarios, 1915; 1 feuille.

Onderzoekingen gedaan in het physiologisch Laboratorium der Utrechtsche Hoogeschool, uitgegeven door C.-A. Pekelharing en H. Zwaardemaker, vijfde Reeks, XVI. Utrecht, A. Oosthoek, 1915; 1 vol. in-8°.

Malayan fern allies. Handbook to the determination of the fern allies of the Malayan Islands, by van Alderwerelt van Rosenburgh. Batavia, Landsdrukkerij, 1915; 1 vol. in-4°.

(*A suivre.*)

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 20 MARS 1916.

PRÉSIDENCE DE M. PAUL APPELL.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. A. de la Vallée-Poussin, Correspondant pour la Section de Géométrie.

M. G. **Darboux** fait hommage à l'Académie d'une brochure intitulée : *Étude sur le mouvement d'une droite mobile dont trois points décrivent les trois faces d'un angle trièdre.*

ÉLECTRICITÉ. — *Sur l'hypothèse de Faraday et de Mossotti, et sur certaines conditions vérifiées au contact de deux diélectriques.* Note de M. **Pierre Duhem.**

1. Soient ε la constante des actions électrostatiques dans un milieu impolarisable idéal et K le coefficient de polarisation d'un milieu diélectrique. Certaines suppositions plus ou moins explicitement énoncées par Faraday, puis par Mossotti, se peuvent résumer en l'hypothèse suivante : *Le produit* εK *est un nombre extrêmement grand.* Le pouvoir inducteur spécifique $D = 1 + 4\pi\varepsilon K$ est alors sensiblement égal à $4\pi\varepsilon K$. Helmholtz a indiqué qu'on devait faire cette *hypothèse de Faraday et de Mossotti* si l'on voulait que sa théorie électrodynamique redonnât la théorie électromagnétique de la lumière de Maxwell, et H. Poincaré a insisté sur ce point.

2. Dans un milieu purement diélectrique où (ξ, η, ζ) est le champ électrique total, (X, Y, Z) le champ électrostatique et $(\mathfrak{X}, \mathfrak{Y}, \mathfrak{Z})$ le champ

électrodynamique et électromagnétique, on a [1]

$$(1)\qquad 4\pi\varepsilon K\left(\frac{\partial\xi}{\partial x}+\frac{\partial\eta}{\partial y}+\frac{\partial\zeta}{\partial z}\right)=-\left(\frac{\partial X}{\partial x}+\frac{\partial Y}{\partial y}+\frac{\partial Z}{\partial z}\right),$$

$$(2)\qquad D\left(\frac{\partial\xi}{\partial x}+\frac{\partial\eta}{\partial y}+\frac{\partial\zeta}{\partial z}\right)=\quad\frac{\partial\mathfrak{X}}{\partial x}+\frac{\partial\mathfrak{Y}}{\partial y}+\frac{\partial\mathfrak{Z}}{\partial z}.$$

Supposons qu'on admette l'hypothèse de Faraday et de Mossotti et qu'on ne veuille attribuer de valeurs extrêmement grandes ni aux dérivées partielles des composantes du champ électrostatique, ni aux dérivées partielles du champ électrodynamique. Chacune des deux égalités précédentes nous apprend alors que $\left(\frac{\partial\xi}{\partial x}+\frac{\partial\eta}{\partial y}+\frac{\partial\zeta}{\partial z}\right)$ a une très petite valeur.

Si l'on admet l'hypothèse de Faraday et de Mossotti, le champ électrique total, au sein d'un corps purement diélectrique, est sensiblement transversal; le champ électrostatique est, en chaque point, sensiblement compensé par la composante longitudinale du champ électrodynamique.

Si donc on admet l'hypothèse en question, et *si l'on se propose seulement d'étudier le champ électrique total*, on fera une approximation légitime en admettant que ce champ est rigoureusement transversal; ce champ sera, dès lors, régi par les équations de Maxwell. Mais *de l'étude ainsi simplifiée on n'aura le droit de rien conclure touchant le champ électrostatique et le champ électrodynamique*; en effet, en remplaçant par zéro la quantité *très petite* $\left(\frac{\partial\xi}{\partial x}+\frac{\partial\eta}{\partial y}+\frac{\partial\zeta}{\partial z}\right)$, on aura aussi remplacé par zéro les deux quantités *finies*

$$\left(\frac{\partial X}{\partial x}+\frac{\partial Y}{\partial y}+\frac{\partial Z}{\partial z}\right)\quad\text{et}\quad\left(\frac{\partial\mathfrak{X}}{\partial x}+\frac{\partial\mathfrak{Y}}{\partial y}+\frac{\partial\mathfrak{Z}}{\partial z}\right).$$

Un exemple nous fournira l'occasion d'user de cette remarque.

3. Supposons qu'un milieu purement diélectrique 1 confine, le long de la surface S, avec ce que nous avons appelé [2] un *conducteur métallique* 2; soient M un point de la surface S; M_1, M_2 deux points infiniment voisins du point M et situés l'un dans le milieu 1, l'autre dans le milieu 2; n_1, n_2,

---

(1) *Sur l'Électrodynamique des milieux diélectriques* [*Comptes rendus*, t. 162, 21 février 1916, p. 283, égalités (7) et (8)].

(2) *Sur l'Électrodynamique des milieux conducteurs* (*Comptes rendus*, t. 162, 6 mars 1916, p. 340).

les deux demi-normales en M à la surface S; N_1 la composante suivant n_1 du champ électrique en M_1 et N_2 la composante suivant n_2 du champ électrique en M_2. Si ρ_2 est la résistance spécifique du milieu 2, on a

$$(3) \qquad K_1 \frac{\partial N_1}{\partial t} + \frac{N_2}{\rho_2} = 0.$$

Pourvu que le système ne soit pas le siège d'oscillations électriques beaucoup plus fréquentes que les vibrations lumineuses les plus rapides, on conclut de cette égalité que *le rapport* $\frac{N_1}{N_2}$ *est, en général, extrêmement grand.* Excluons le cas particulier où, dans le conducteur, au voisinage de la surface terminale, le champ électrique serait presque parallèle à cette surface, et nous obtenons la conclusion suivante : *Le champ électrique dans le diélectrique aboutit presque normalement à la surface du conducteur métallique.* H. Poincaré, on le sait, s'était occupé à plusieurs reprises de ce théorème, dont nous avons indiqué ([1]), il y a onze ans, ce que nous venons de résumer.

4. Considérons un diélectrique dénué de conductibilité, indéfini ou non, et supposons que les seuls corps auxquels il confine soient des conducteurs métalliques; imaginons, en outre, que ce corps soit limité par une surface Σ en tout point de laquelle le champ électrique ait, à chaque instant, une grandeur et une direction données.

Si nous admettons l'hypothèse de Faraday et de Mossotti et *si nous nous proposons seulement d'étudier le champ électrique total*, nous ferons une approximation légitime en admettant :

A. *Que ce champ est transversal et vérifie les équations de Maxwell;*

B. *Que ce champ aboutit toujours normalement à la surface de chacun des conducteurs métalliques.*

Dans le diélectrique, ce champ sera entièrement déterminé si l'on en connaît, à l'instant initial et en chaque point, les trois composantes et leurs dérivées par rapport au temps.

En chaque point de la surface Σ et du diélectrique, on pourra assujettir le champ à varier suivant une loi vibratoire simple; on pourra développer

---

([1]) *Sur la direction que prend le champ électrique, au sein d'un milieu diélectrique, au voisinage de la surface d'un corps conducteur* (*Association française pour l'avancement des Sciences*, Congrès de Grenoble, 1904, séance du 6 août).

alors une théorie des vibrations électriques, soit propres, soit forcées, sur le système considéré; H. Poincaré a fait connaître, en 1891, la proposition essentielle de cette théorie (¹).

Cette théorie des oscillations électriques est la seule que l'Électrodynamique de Maxwell regarde comme exacte; pour l'Électrodynamique de Helmholtz, complétée par l'hypothèse de Faraday et de Mossotti, elle est une théorie approchée des oscillations du champ électrique total; mais elle ne donne aucun renseignement, même approché, soit sur les oscillations du champ électrostatique, soit sur les oscillations du champ électrodynamique.

En particulier, si l'on fait usage de procédés électrostatiques pour étudier la résonance électrique, et c'est ce qui a lieu en réalité, cette théorie ne permet pas de prévoir les phénomènes observés.

Si l'on veut obtenir, en admettant l'hypothèse de Faraday et de Mossotti, une théorie de la résonance électrique qui rende compte des phénomènes observés, on devra déterminer directement soit les oscillations du champ électrostatique, soit les oscillations du champ électrodynamique, sans passer par l'intermédiaire du champ électrique total.

5. Soit S la surface de séparation de deux diélectriques 1 et 2. Gardons les notations employées au n° 3. En M_1, la composante de la polarisation dans la direction n_1 est $\mathfrak{M}_1$; au point M_2, la composante de la polarisation dans la direction n_2 est $\mathfrak{M}_2$. Soient a_1, b_1, c_1 les cosinus directeurs de n_1; a_2, b_2, c_2 les cosinus directeurs de n_2. On a

$$\frac{\partial W}{\partial n_1} + \frac{\partial W}{\partial n_2} = 4\pi(\mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_2) = 4\pi(K_1 N_1 + K_2 N_2). \tag{4}$$

Différentions deux fois cette égalité par rapport à t, et servons-nous des égalités (19) et (12) de notre Note du 21 février; nous trouverons qu'on doit avoir, en tout point de la surface S,

$$\begin{aligned} K_1 \Bigg[& \left(\frac{\partial^3 Q_1}{\partial z\, \partial t^2} - \frac{\partial^3 R_1}{\partial y\, \partial t^2}\right) a_1 + \left(\frac{\partial^3 R_1}{\partial x\, \partial t^2} - \frac{\partial^3 P_1}{\partial z\, \partial t^2}\right) b_1 + \left(\frac{\partial^3 P_1}{\partial y\, \partial t^2} - \frac{\partial^3 Q_1}{\partial x\, \partial t^2}\right) c_1 \Bigg] \\ + K_2 \Bigg[& \left(\frac{\partial^3 Q_2}{\partial z\, \partial t^2} - \frac{\partial^3 R_2}{\partial y\, \partial t^2}\right) a_2 + \left(\frac{\partial^3 R_2}{\partial x\, \partial t^2} - \frac{\partial^3 P_2}{\partial z\, \partial t^2}\right) b_2 + \left(\frac{\partial^3 P_2}{\partial y\, \partial t^2} - \frac{\partial^3 Q_2}{\partial x\, \partial t^2}\right) c_2 \Bigg] = 0. \end{aligned} \tag{5}$$

Si l'on observe que les composantes du champ électrodynamique varient d'une manière continue à la surface de séparation de deux diélectriques, on

(¹) H. Poincaré, *Électricité et Optique*, II, Paris, 1891, p. 238-245.

peut, à l'égalité (4), substituer l'égalité

$$D_1 N_1 + D_2 N_2 = 0. \tag{6}$$

Moyennant l'égalité (5) que nous venons d'écrire, et les égalités (12) de notre Note du 21 février, cette égalité (6) peut se mettre sous la forme

$$\frac{\partial^2 N_1}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 N_2}{\partial t^2} - 4\pi\varepsilon\left(K_1 \frac{\partial}{\partial n_1}\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + K_2 \frac{\partial}{\partial n_2}\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2}\right) = 0. \tag{7}$$

6. Si L, M, N sont, en un point, les trois composantes du champ magnétique, on a trois égalités dont la première est

$$\frac{\mu a}{2\sqrt{2}}\frac{\partial L}{\partial t} = \frac{\partial \eta}{\partial z} - \frac{\partial \zeta}{\partial y}.$$

En vertu des égalités (11), (12), (14) et (15) de notre Note du 21 février, cette égalité devient la première des trois égalités

$$\left\{\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial t} &= -\frac{a}{\sqrt{2}} 4\pi\varepsilon K \frac{\partial^2 P}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial M}{\partial t} &= -\frac{a}{\sqrt{2}} 4\pi\varepsilon K \frac{\partial^2 Q}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial N}{\partial t} &= -\frac{a}{\sqrt{2}} 4\pi\varepsilon K \frac{\partial^2 R}{\partial t^2}. \end{aligned}\right. \tag{8}$$

Au travers de la surface qui sépare deux diélectriques, la composante tangentielle du vecteur (L, M, N) n'éprouve aucune discontinuité; il en est de même de la composante normale du vecteur (μL, μM, μN). Les égalités (8) nous permettent donc d'énoncer les deux propositions suivantes :

A la traversée de la surface de contact de deux diélectriques, la composante tangentielle du vecteur

$$K\frac{\partial^2 P}{\partial t^2}, \quad K\frac{\partial^2 Q}{\partial t^2}, \quad K\frac{\partial^2 R}{\partial t^2} \tag{9}$$

n'éprouve aucune discontinuité.

Il en est de même de la composante normale du vecteur

$$\mu K\frac{\partial^2 P}{\partial t^2}, \quad \mu K\frac{\partial^2 Q}{\partial t^2}, \quad \mu K\frac{\partial^2 R}{\partial t^2}. \tag{10}$$

Les conditions que nous venons d'établir aux nos 5 et 6 permettent d'étendre à un système formé de plusieurs diélectriques certaines propositions que nous avions seulement établies jusqu'ici pour un diélectrique unique.

CORRESPONDANCE.

ASTRONOMIE. — *Quelques remarques sur la grande nébuleuse d'Orion* (1976 N. G. C.). Note de M. **J. Comas Solà**, présentée par M. Bigourdan.

Je viens de faire un certain nombre d'observations stéréoscopiques et de comparaisons photographiques de la grande nébuleuse d'Orion. Voici les principaux résultats que j'ai obtenus.

D'abord, l'observation de cette nébuleuse avec le stéréogoniomètre, en employant des photographies que j'ai obtenues les 27 décembre 1915 et 27 janvier 1916, combinées avec une autre du 27 janvier 1912 (objectif de 16^{cm}); il en résulte l'existence d'un mouvement propre des parties les plus brillantes de la nébuleuse dans une direction, par rapport au tableau du fond, de l'Est à l'Ouest à peu près et de l'ordre de $0'',025$ par an. D'autre part, la nébuleuse H. V, 30 = 1977 N. G. C., qui se trouve au nord de la grande nébuleuse, montre un mouvement propre du même ordre que celui de la première, mais dirigé en sens contraire, à peu près comme celui de la plupart des étoiles de la région de H. V, 30. Il est sûr que les deux nébuleuses forment un système physique dont la période de révolution pourrait être de quelques centaines de milliers d'années. Enfin, dans les filaments des deux nébuleuses, on découvre avec certitude des mouvements transversaux internes dirigés dans des sens divers et qui seront l'objet d'études ultérieures. Toutes ces observations ont été d'ailleurs confirmées en combinant, dans le stéréogoniomètre, deux photographies obtenues avec l'équatorial astrophotographique de 38^{cm} de l'Observatoire Fabra, dont j'ai obtenu l'une le 14 décembre 1904 et dont l'autre fut faite par mon aide à cet Observatoire, le Dr I. Pólit, le 5 mars 1916.

Je dois signaler aussi une variation d'éclat d'une étoile a de la nébuleuse 1976 N.G.C. occupant la position approchée $\alpha = 5^h 29^m,39$; $\delta = -5° 38',3$ (1875,0). Elle est assez voisine de l'étoile $b = 6484$ (7e grandeur) du Catalogue de Paris.

L'étoile a était, auparavant, de grandeur 8,7 (photographie du 14 décembre 1904); mais, sur la photographie du 27 décembre 1915, elle est au plus de grandeur 10. Il faut noter cependant que, dans la photographie du 27 janvier 1912, elle était déjà de grandeur 9,0. Cette étoile se trouve dans le tableau de fond de la grande nébuleuse; partant, elle semble indépendante et placée derrière celui-là.

Je pense que cette étoile a reprendra bientôt son éclat primitif. Il est à noter qu'une autre étoile c de 9e grandeur se trouve près de a, à la position ($\alpha = 5^h 29^m, 71$; $\delta = -5°33',4$; 1875,0); c fait pendant à a dans une des branches les plus accusées de la grande nébuleuse, et cette étoile c montra une diminution d'éclat, d'après mes photographies, au moins les 22 et 23 septembre 1897, époque où elle était de grandeur 10,7 en moyenne. Le 23 janvier 1898, cette étoile c brillait de nouveau avec son éclat primitif.

En consultant des photographies et des documents plus ou moins anciens (Lassell, Tempel, Bond, Roberts, Common, Draper, Scheiner, Keeler, etc.), je trouve que ces deux étoiles ont été d'un éclat sensiblement constant, la première a étant, en général, de 0,3 de grandeur plus brillante que c; tandis que maintenant, comme j'ai dit plus haut, a est photographiquement plus faible d'une grandeur.

Ces fortes variations d'éclat ne semblent pas présenter la moindre périodicité. On pourrait les expliquer en supposant que des masses gazeuses, de quelque opacité et appartenant à la grande nébuleuse, passent devant ces étoiles et les obscurcissent. Il est donc à désirer qu'en ce moment on suive les variations d'éclat de a.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une équation fonctionnelle dans la théorie cinétique des gaz.* Note [1] de M. T.-H. Gronwall, présentée par M. Émile Picard.

Soient ξ, η, ζ et ξ_1, η_1, ζ_1 les composantes des vitesses de deux molécules, et $\varphi(\xi, \eta, \zeta)$ le logarithme de la fonction qui définit la distribution des vitesses; la loi fondamentale de Maxwell et Boltzmann demande que φ satisfasse à une équation fonctionnelle de la forme

$$(1)\quad \varphi(\xi, \eta, \zeta) + \varphi(\xi_1, \eta_1, \zeta_1) = f(\xi + \xi_1, \eta + \eta_1, \zeta + \zeta_1, \xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 + \xi_1^2 + \eta_1^2 + \zeta_1^2).$$

La démonstration classique du fait que la solution générale de cette équation est

$$(2)\quad \varphi(\xi, \eta, \zeta) = a + b_1\xi + b_2\eta + b_3\zeta + c(\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2)$$

(à coefficients constants), exige l'existence des six dérivées partielles du second ordre de φ. J'ai fait voir récemment (*Annals of Mathematics*, 2e série, t. 17, p. 1-4) qu'il suffit de supposer φ continue pour toutes valeurs finies

---

(1) Séance du 13 mars 1916.

des variables. La méthode dont je me suis servi porte cependant plus loin, et je démontrerai ci-dessous que :

Lorsque, pour un ε *aussi petit qu'on veut,* $\varphi(\xi, \eta, \zeta)$ *est bornée pour*

$$|\xi| \leqq \varepsilon, \qquad |\eta| \leqq \varepsilon, \qquad |\zeta| = \varepsilon,$$

la solution générale de (1) *est donnée par* (2).

Soit $\varphi(0, 0, 0) = a$ et introduisons une nouvelle fonction

$$\varphi_1(\xi, \eta, \zeta) = \varphi(\xi, \eta, \zeta) - a, \tag{3}$$

évidemment bornée dans le voisinage ε de l'origine, en sorte que (1) prend la forme

$$\varphi(\xi, \eta, \zeta) + \varphi_1(\xi_1, \eta_1, \zeta_1) = f_1(\xi + \xi_1, \eta + \eta_1, \zeta + \zeta_1, \xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 + \xi_1^2 + \eta_1^2 + \zeta_1^2), \tag{4}$$

$$\varphi_1(0, 0, 0) = 0, \qquad f_1(0, 0, 0, 0) = 0. \tag{5}$$

En écrivant l'équation (4) pour les arguments $\xi + \xi_1$, $\eta + \eta_1$, $\zeta + \zeta_1$ et 0, 0, 0, nous aurons, en vertu de (5),

$$\varphi_1(\xi + \xi_1, \eta + \eta_1, \zeta + \zeta_1) = f_1[\xi + \xi_1, \eta + \eta_1, \zeta + \zeta_1, (\xi + \xi_1)^2 + (\eta + \eta_1)^2 + (\zeta + \zeta_1)^2],$$

et, en comparant à (4), nous voyons que si $\xi\xi_1 + \eta\eta_1 + \zeta\zeta_1 = 0$, nous aurons

$$\varphi_1(\xi + \xi_1, \eta + \eta_1, \zeta + \zeta_1) = \varphi_1(\xi, \eta, \zeta) + \varphi_1(\xi_1, \eta_1, \zeta_1).$$

En particulier, pour $\xi_1 = \eta = \zeta = 0$, il vient

$$\varphi_1(\xi, \eta_1, \zeta_1) = \varphi_1(\xi, 0, 0) + \varphi_1(0, \eta_1, \zeta_1),$$

et pour $\xi = \xi_1 = \eta_1 = \zeta = 0$,

$$\varphi_1(0, \eta, \zeta_1) = \varphi_1(0, \eta, 0) + \varphi_1(0, 0, \zeta_1).$$

Remplaçant η_1 et ζ_1 par η et ζ dans ces deux équations, nous aurons donc

$$\varphi_1(\xi, \eta, \zeta) = \varphi_1(\xi, 0, 0) + \varphi_1(0, \eta, 0) + \varphi_1(0, 0, \zeta). \tag{6}$$

La combinaison de (4) et (6) donne immédiatement

$$\begin{aligned} &f_1(\xi + \xi_1, \eta + \eta_1, \zeta + \zeta_1, \xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 + \xi_1^2 + \eta_1^2 + \zeta_1^2) \\ &\quad = f_1(\xi + \xi_1, 0, 0, \xi^2 + \xi_1^2) + f_1(0, \eta + \eta_1, 0, \eta^2 + \eta_1^2) + f_1(0, 0, \zeta + \zeta_1, \zeta^2 + \zeta_1^2). \end{aligned} \tag{7}$$

Introduisons les six nouvelles variables indépendantes

$$\begin{cases} x = \xi + \xi_1, & y = \eta + \eta_1, & z = \zeta + \zeta_1, \\ u = \xi^2 + \xi_1^2, & v = \eta^2 + \eta_1^2, & w = \zeta^2 + \zeta_1^2 ; \end{cases} \tag{8}$$

pour que $\xi, \xi_1, \ldots$ soient réels et $|\xi| < \varepsilon$, $|\xi_1| < \varepsilon$, ..., il suffit visiblement que

(9) $$x^2 \leqq 2u \leqq 2\varepsilon^2, \qquad y^2 = 2v \leqq 2\varepsilon^2, \qquad z^2 \leqq 2w = 2\varepsilon^2.$$

Alors (7) prend la forme suivante, où f, g et h sont bornées dans le domaine (9) et s'annulent à l'origine en vertu de (5),

(10) $$f_1(x, y, z, u+v+w) = f(x, u) + g(y, v) + h(z, w).$$

En permutant u et v, ce qui est permis lorsque x^2 et y^2 ne surpassent pas la plus petite de $2u$ et $2v$, il vient

(11) $$f(x, u) + g(y, v) = f(x, v) + g(y, u),$$

et en faisant $y = 0$, $v = \varepsilon$ et écrivant $g(0, u) = \rho(u)$, en sorte que $\rho(u)$ est bornée dans (9) et $\rho(0) = 0$, nous obtenons une équation de la forme

$$f(x, u) = f(x) + \rho(u),$$

où $f(x)$ est évidemment aussi bornée dans (9) et $f(0) = 0$. Introduisant cette expression de $f(x, u)$ dans (11), puis y faisant $u = \varepsilon$, nous aurons

$$g(y, v) = g(y) + \rho(v),$$

et de la même manière

(12) $$\begin{cases} f(x, u) = f(x) + \rho(u), \\ g(y, v) = g(y) + \rho(v), \\ h(z, w) = h(z) + \rho(w), \end{cases}$$

où les quatre fonctions à droite sont bornées dans (9) et s'annulent toutes à l'origine.

Substituant (12) dans (10) et faisant $x = y = z = w = 0$, nous aurons une équation de la forme $\rho_1(u+v) = \rho(u) + \rho(v)$, et posant $v = 0$, nous voyons que $\rho_1(u) = \rho(u)$, d'où enfin

(13) $$\rho(u+v) = \rho(u) + \rho(v).$$

Or il est bien connu que toute solution $\rho(u)$ de cette équation, bornée pour $0 < u \leqq \varepsilon^2$, est de la forme

$$\rho(u) = cu,$$

où c est constant (voir, par exemple, DE LA VALLÉE-POUSSIN, *Traité d'Analyse*, 3e édition, t. I, p. 36). En écrivant

(14) $$\varphi_2(\xi, \eta, \zeta) = \varphi_1(\xi, \eta, \zeta) - c(\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2),$$

les équations (4) et (6) deviennent, en vertu de (8), (10) et (12),

(4′) $\varphi_2(\xi, \eta, \zeta) + \varphi_2(\xi_1, \eta_1, \zeta_1) = f(\xi + \xi_1) + g(\eta + \eta_1) + h(\zeta + \zeta_1)$,

(6′) $\varphi_2(\xi, \eta, \zeta) = \varphi_2(\xi, 0, 0) + \varphi_2(0, \eta, 0) + \varphi_2(0, 0, \zeta)$.

Dans (4′) faisons

$$\eta = \zeta = \xi_1 = \eta_1 = \zeta_1 = 0, \quad \text{d'où} \quad \varphi_2(\xi, 0, 0) = f(\xi),$$

et puis

$$\eta = \zeta = \eta_1 = \zeta_1 = 0,$$

ce qui donne

$$f(\xi + \xi_1) = f(\xi) + f(\xi_1),$$

et toute solution de cette équation, bornée dans un voisinage arbitrairement petit de l'origine, est de la forme $f(\xi) = b_1 \xi$, où b_1 est constant. De même,

$$\varphi_2(0, \eta, 0) = g(\eta) = b_2 \eta \quad \text{et} \quad \varphi(0, 0, \zeta) = h(\zeta) = b_3 \zeta.$$

et en vertu de (6′)

(15) $$\varphi_2(\xi, \eta, \zeta) = b_1 \xi + b_2 \eta + b_3 \zeta,$$

et la combinaison de (15), (14) et (3) démontre notre proposition.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les systèmes partiels du premier ordre auxquels s'applique la méthode d'intégration de Jacobi, et sur le prolongement analytique de leurs intégrales.* Note de M. **Riquier**, présentée par M. Appell.

Considérons le système

(1) $$\left\{\begin{array}{lll}
\dfrac{\partial u}{\partial x} = S_x \dfrac{\partial u}{\partial s} + T_x \dfrac{\partial u}{\partial t} + U_x, & \dfrac{\partial v}{\partial x} = S_x \dfrac{\partial v}{\partial s} + T_x \dfrac{\partial v}{\partial t} + V_x, & \dfrac{\partial w}{\partial x} = S_x \dfrac{\partial w}{\partial s} + T_x \dfrac{\partial w}{\partial t} + W_x, \\
\dfrac{\partial u}{\partial y} = S_y \dfrac{\partial u}{\partial s} + T_y \dfrac{\partial u}{\partial t} + U_y, & \dfrac{\partial v}{\partial y} = S_y \dfrac{\partial v}{\partial s} + T_y \dfrac{\partial v}{\partial t} + V_y, & \dfrac{\partial w}{\partial y} = S_y \dfrac{\partial w}{\partial s} + T_y \dfrac{\partial w}{\partial t} + W_y, \\
\dfrac{\partial u}{\partial z} = S_z \dfrac{\partial u}{\partial s} + T_z \dfrac{\partial u}{\partial t} + U_z, & \dfrac{\partial v}{\partial z} = S_z \dfrac{\partial v}{\partial s} + T_z \dfrac{\partial v}{\partial t} + V_z, & \dfrac{\partial w}{\partial z} = S_z \dfrac{\partial w}{\partial s} + T_z \dfrac{\partial w}{\partial t} + W_z,
\end{array}\right.$$

où les lettres S, T, U, V, W, affectées d'indices, désignent des fonctions connues de x, y, z, s, t, u, v, w; nous supposerons essentiellement *réelles* les variables indépendantes x, y, z, s, t et les fonctions inconnues u, v, w (par suite aussi, comme de raison, les diverses fonctions connues qui figurent dans les équations du système). Les énoncés que nous avons en vue nécessitent tout d'abord quelques définitions.

Dans l'espace réel $[[x, y, z]]$, que nous supposerons représenté, suivant

l'usage, à l'aide de trois axes rectangulaires Ox, Oy, Oz, nous nommerons *domaine* l'ensemble des points *intérieurs* à un parallélépipède rectangle dont les arêtes sont parallèles à ces trois axes.

Si, dans ce même espace $[[x, y, z]]$, on considère, d'une part, une région déterminée, d'autre part un point déterminé étranger à la région, il arrive nécessairement de deux choses l'une : ou bien ce point est le centre de quelque domaine entièrement étranger à la région, ou bien il n'est le centre d'aucun domaine de cette espèce : nous dirons, dans le second cas, qu'il est *semi-extérieur* à la région.

Une région de l'espace $[[x, y, z]]$ sera dite *normale* si elle remplit à la fois les deux conditions suivantes : 1° la région considérée est continue; 2° tout point de cette région est le centre de quelque domaine entièrement situé dans la région.

Enfin, nous qualifierons de *parfaite* toute région, $P_{x,y,z}$, qui, étant à la fois normale et limitée, jouit, en outre, de la propriété indiquée ci-après :

« Si l'on considère, d'une part, un point (ξ, η, ζ), arbitrairement donné dans la région $P_{x,y,z}$; d'autre part, une constante positive donnée, ε, de petitesse arbitraire, on peut assigner quelque suite limitée de domaines (dont quelques-uns éventuellement répétés dans cette suite), ayant leurs trois dimensions moindres que ε, formant par leur ensemble une région qui comprend toute la région $P_{x,y,z}$ (avec des points étrangers à cette dernière), et tels : que le premier d'entre ces domaines contienne le point (ξ, η, ζ); que l'un quelconque d'entre eux ait avec le suivant quelque point commun situé dans $P_{x,y,z}$; enfin, que la région commune à l'un quelconque d'entre eux et à la région formée par l'ensemble de tous les précédents soit continue. »

Telle est, par exemple, la région intérieure à une sphère; il n'en est pas de même de la région comprise entre deux sphères concentriques, ni de celle qu'engendre l'intérieur d'un cercle tournant autour d'une droite de son plan qui n'a avec la circonférence aucun point commun.

Considérons maintenant une région *normale*, $R_{x,y,z}$, qui remplisse la condition suivante :

A tout point donné dans cette région on peut faire correspondre quelque suite illimitée de régions *parfaites*,

$$P'_{x,y,z}, \quad P''_{x,y,z}, \quad \ldots, \quad P'''_{x,y,z}, \quad \ldots$$

toutes extraites de $R_{x,y,z}$, comprenant toutes le point donné, et jouissant

de la double propriété : 1° que tout point de $R_{x,y,z}$ finisse, à partir d'une valeur suffisamment grande de m, par être situé dans $P^{(m)}_{x,y,z}$; 2° que, pour toute valeur de m, la région (nécessairement limitée) obtenue par l'adjonction à $P^{(m)}_{x,y,z}$ des divers points semi-extérieurs à $P^{(m)}_{x,y,z}$ soit entièrement comprise dans $P^{(m+1)}_{x,y,z}$.

Cela posé, on peut formuler les résultats suivants :

I. *Le système* (1) *étant linéaire par rapport à l'ensemble des fonctions inconnues et de leurs dérivées premières* (en d'autres termes, les fonctions S, T étant indépendantes de u, v, w, et les fonctions U, V, W linéaires en u, v, w), *supposons que les divers coefficients du système* (les S, T et les coefficients des expressions linéaires U, V, W) *soient analytiques et réguliers dans la région* $(R_{x,y,z}, [[s, t]])$, *et qu'ils remplissent toutes les conditions requises pour la passivité du système; supposons, de plus, que chacune des fonctions* S, T *admette, par rapport à chacune des variables* s, t, *quelque période réelle.* Cela étant, *si l'on désigne par* (x_0, y_0, z_0) *un point pris à volonté dans la région* $R_{x,y,z}$, *et par* $\upsilon(s, t)$, $\varphi(s, t)$, $\psi(s, t)$ *des fonctions données, analytiques et régulières dans toute l'étendue de l'espace (réel)* $[[s, t]]$, *les intégrales particulières du système* (1) *qui répondent aux conditions initiales*

$$u, v, w = \upsilon(s, t), \varphi(s, t), \psi(s, t) \qquad \text{pour} \qquad x, y, z = x_0, y_0, z_0$$

sont analytiques et régulières dans la région $(R_{x,y,z}, [[s, t]])$.

II. *Supposons* (comme dans I) *que les fonctions* S, T, *indépendantes de* u, v, w, *soient analytiques et régulières dans la région* $(R_{x,y,z}, [[s, t]])$, *et que chacune d'elles admette, par rapport à chacune des variables* s, t, *quelque période réelle. Supposons, d'autre part, que les fonctions* U, V, W (non linéaires en u, v, w, contrairement à ce qui avait lieu dans I) *soient analytiques et régulières dans la région* $(R_{x,y,z}, [[s, t]], [[u, v, w]])$, *et que chacune d'elles admette, par rapport à chacune des variables* u, v, w, *quelque période réelle. Supposons enfin que toutes ces fonctions* S, T, U, V, W, *satisfassent aux conditions requises pour la passivité du système* (1). Cela étant, *la conclusion de l'énoncé précédent* (I) *est encore applicable.*

On constate d'ailleurs aisément à l'aide d'exemples que cette conclusion peut tomber en défaut, lorsque les conditions relatives, soit à la périodicité des S, T dans le cas de l'énoncé I, soit à celle des S, T, U, V, W dans le cas de l'énoncé II, ne sont pas toutes satisfaites.

Les considérations résumées ci-dessus se simplifient notablement lorsque le système étudié ne contient dans ses premiers membres que les dérivées premières relatives à une seule et même variable : en premier lieu, aucune condition de passivité n'intervient alors; en second lieu, les conditions analogues à celles que nous avons indiquées pour la région $R_{x,y,z}$ se trouvent remplies d'elles-mêmes pour toute région normale de l'espace à une dimension.

MINÉRALOGIE. — *Des ambres lacustres.*
Note (¹) de M. L. **Reutter.**

Touchant la provenance des ambres anciens, une question très intéressante se posait aux ethnographes, car l'on n'était pas parvenu à déterminer avec certitude leur origine, ni à différencier l'ambre italien de celui provenant de la mer Baltique. M. Violier, directeur du Musée national suisse, pensant que cette étude pouvait avoir un très grand intérêt pour déterminer quels étaient les peuples en relations commerciales avec les Lacustres, me pria d'entreprendre des analyses chimiques que je résumerai ici. Il mit en outre à ma disposition cinq morceaux d'ambre dont l'origine était exactement déterminée, soit trois de la mer Baltique et deux de l'Italie, l'un provenant de la Sicile, l'autre de Bologne.

Notons que tous ces ambres renferment du soufre en très petites quantités, puis du bornéol, que l'on obtient en les soumettant en présence de potasse caustique à la distillation à la vapeur d'eau, et en reprenant le distillat par de l'éther, qui, évaporé, abandonne des cristaux d'odeur particulière, fusibles entre 203° et 206°.

Je suis parvenu à différencier les ambres italiens des ambres allemands de par leurs caractéristiques suivantes :

1. Les premiers, traités par de l'éther puis par de l'alcool, abandonnent des résidus en majeure partie amorphes, tandis que ceux de la mer Baltique donnent des résidus cristallins si on les traite de la même manière.

2. Les solutions éthérées et alcooliques des ambres italiens, additionnées d'acide nitrique fumant, se colorent, quant à leur couche acide, en vert, en dégageant des vapeurs nitreuses, mais elles ne déposent pas de petits dépôts cristallins blancs,

(¹) Séance du 13 mars 1916.

fusibles entre 180° et 185° comme solutions éthérées ou alcooliques des ambres allemands, qui, traitées par de l'acide nitrique, ne dégagent que peu de vapeurs nitreuses et ne colorent pas en vert leur couche acide.

3. Les ambres italiens possèdent un point de fusion légèrement plus élevé que ceux de la mer Baltique.

4. Les solutions alcooliques des ambres italiens se différencient par leur coloration jaune brunâtre de celles des ambres allemands, qui sont jaune pâle.

5. Les résidus de ces ambres, insolubles dans l'éther et dans l'alcool, presque entièrement amorphes chez les ambres d'Italie, cristallins et blanc jaunâtre chez ceux de la mer Baltique, chauffés avec de la potasse caustique, donnent des solutions brunâtres pour ceux de la Sicile et de Bologne, jaunâtres pour ceux de la mer Baltique.

6. Ces solutions aqueuses et alcalines, additionnées d'acide sulfurique, précipitent des dépôts jaune brunâtre quant à celles provenant d'ambres d'Italie (mais ces précipités sont en majeure partie solubles dans l'éther), et blancs et cristallins quant à celles provenant d'ambres allemands, ces précipités étant pour ainsi dire insolubles dans l'éther, mais très solubles dans l'eau bouillante.

7. Les précipités ainsi obtenus sont constitués par des acides résineux non déterminables et par des traces d'acide succinique chez les ambres d'Italie, tandis que ceux provenant des ambres allemands solubles dans l'eau bouillante sont constitués par de l'acide succinique, comme leur point de fusion le démontre.

8. Le pour 100 d'acide succinique décelé dans les ambres d'Italie est de 1 à 16 pour 100, tandis que celui des ambres allemands est de 65 à 80 pour 100.

9. Soumis à l'analyse élémentaire, ces précipités cristallins renferment :

	I.	II	III.
C	40,1	39,8	40,3
H	5,2	4,9	5,12

correspondant à la formule $C^4H^6O^4$ qui exige

$$C = 40,68; \qquad H = 5,08.$$

En conséquence les ambres d'Italie se différencient des ambres allemands; nous appuyant sur ces données nous pouvons entreprendre l'étude des ambres d'origine lacustre ou des temps plus rapprochés de notre époque.

L'ambre n° III, dit *de Giubiasco*, formant une grande perle de 11^{mm} de diamètre, perforée au centre et renfermant de 6 à 8 pour 100 d'acide succinique, est, ainsi que les n°s II, qui contiennent de 10 à 12 pour 100 d'acide succinique, d'origine italienne.

Les deux perles inscrites sous le n° 245 au Musée national suisse, provenant des fouilles entreprises à Saint-Sulpice dans le canton de Vaud, possèdent toutes les réactions caractéristiques aux ambres d'Italie, et elles

renferment de 10 à 12 pour 100 d'acide succinique. Il en est de même des morceaux d'ambre n°s 9893 et 9890 qui sont travaillés sous la forme de perles perforées au centre et qui renferment de 6 à 7 pour 100 d'acide succinique. Les ambres : n° 12678, renfermant de 3 à 9 pour 100 de cet acide ; n° VI, contenant de 22 à 27 pour 100 de cet acide, donnent toutes les réactions caractéristiques des ambres d'Italie. Il en est de même des trois perles dites *de Castione Bergamo*, ou ambre n° VII, qui renferment de 10 à 14 pour 100 d'acide succinique. Celles-ci ne se différencient donc pas des ambres découverts au Montlinger Berg en Suisse, qui sont travaillés sous la forme de cônes spirales et qui, renfermant de 7 à 13 pour 100 d'acide succinique, sont aussi de provenance italienne. Les perles : n° IV, dite *de Corinasco* ; n° 51, *id.*, qui renferment respectivement de 8 à 13 pour 100 et de 10 à 12 pour 100 d'acide succinique, donnent elles aussi toutes les réactions spécifiques aux ambres d'Italie.

Le morceau d'ambre provenant du Tumulus de Trubikon, décrit sous le n° VIII, renferme de 4 à 7 pour 100 de cet acide. Il donne aussi toutes les réactions spécifiques aux ambres italiens, réactions que ne possède pas le morceau d'ambre n° IX découvert dans la mine de Palmiricken qui ne renferme pourtant que de 4 à 7 pour 100 d'acide succinique. Tous les ambres lacustres qui me furent, eux aussi, remis par M. Violier, mais qui proviennent du Musée de l'Alterthum Gesellschaft Prussia, sont de provenance allemande.

Ce sont les ambres : n° XIII, renfermant de 59 à 64 pour 100 d'acide succinique ; n° XV, de 60 à 68 pour 100 ; n° XIV, de 70 à 76 pour 100 ; n° XVI, de 69 à 75 pour 100 ; n° XVII, de 75 à 76 pour 100 ; n° XVIII, de 71 à 76 pour 100 d'acide succinique, et qui possèdent toutes les réactions des ambres de la mer Baltique.

Ces quelques données nous permettent d'admettre que nos pères les Lacustres des bords des lacs suisses étaient en relations commerciales avec le sud de l'Europe et non, comme on l'admettait jusqu'ici, avec le nord de notre continent.

GÉOLOGIE. — *Existence de la faune à* Hipparion *dans le Sarmatien du bassin de la mer de Marmara et ses conséquences pour la classification du Néogène dans l'Europe sud-orientale.* Note de M. N. **Arabu**, présentée par M. H. Douvillé.

J'ai montré dans une précédente Note (¹) les résultats que donnent les Vertébrés fossiles, pour le parallélisme des couches néogènes de l'Europe orientale. Mais tandis que, pour les principaux bassins néogènes du centre et de l'ouest de l'Europe, les changements de faune coïncident, comme l'a montré M. Depéret, avec les limites des étages classiques, ces mêmes changements paraissent se faire dans le bassin ponto-caspien, à des moments différents au milieu des étages; il arrive également qu'une faune donnée persiste dans plusieurs subdivisions stratigraphiques : telle la *faune* à *Hipparion*, qui se retrouve en Orient, depuis le Sarmatien supérieur jusque dans le Dacien.

Il faut remarquer pourtant que ces subdivisions ont été établies ici sur une évolution spéciale des Invertébrés, conséquence de la dessalure progressive des eaux; elle se manifeste, comme on le sait, par une diminution graduelle du nombre des espèces, compensée par une augmentation dans le nombre des individus de quelques-unes d'entre elles; il y a en outre remplacement graduel des espèces disparues par d'autres, adaptées à des degrés de salure de moins en moins élevés.

On admet généralement trois épisodes importants dans l'histoire de cette mer néogène orientale, caractérisés successivement par une faune à *Mactra*, par une deuxième à *Congeries*, enfin par une dernière, à *Unio* et *Paludines*.

Cette classification ne pouvait avoir qu'une valeur relative. Étant donné, d'un côté, que la dessalure des eaux du bassin s'est faite d'une manière centripète, de l'autre que la transformation des faunes en est corrélative, il résultait que ces épisodes ne représentent que des faciès qui, rappelant en cela l'ancien étage corallien de d'Orbigny, se déplacent à la fois dans le temps et l'espace vers le centre du bassin.

Le progrès des études n'a pas tardé à démontrer la réalité de cette idée. Ainsi M. Andrussow (²) a été amené à conclure que la transfor-

(¹) *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 332.

(²) N. Andrussow, *Zur Frage über die Classification der Neogenablagerungen Südrusslands*, Odessa, 1898.

mation des faunes est de plus en plus en retard, à mesure qu'on s'avance vers l'Est; ainsi les *couches* à *Congeries* des plaines de l'Autriche-Hongrie se parallélisent avec le Méotique de la Roumanie et de la Russie méridionale, où les *Mactra* vivent encore; de même, aux *couches* à *Paludines* du bassin hongrois correspondent les couches dites de *Tschaouda*, contenant encore des *Cardium*. M. Teisseyre [1] a donné dans un important travail un résumé de cette question.

Dans ces circonstances, la considération des Vertébrés fossiles peut être d'un grand secours; en outre du fait que seuls ils peuvent offrir des bases paléontologiques pour les parallélismes à grande distance, spécialement avec les formations marines de l'occident, seuls aussi ils peuvent donner, en quelque sorte, la mesure de ce chevauchement centripète de ces facies de dessalure. Or, ce chevauchement dépasse en importance ce qu'on prévoyait : j'ai précédemment montré que non seulement le Méotique, mais même une partie du Sarmatien sont synchroniques, dans les environs immédiats de la mer Noire, des *couches* à *Congeries* du bassin de Vienne. Des considérations exposées plus haut il résulte que l'*étage pontien*, caractérisé à la fois par une faune à *Congeries* et par la faune de Vertébrés à *Hipparion*, ne se justifie que pour le bassin de Vienne; mais ici on a affaire à un facies précoce, pour lequel M. Lorenthey a proposé d'ailleurs le nom de *Pannonique;* cet étage n'est qu'en partie synchronique du Pontien véritable, dont le type doit être pris dans les environs immédiats de la mer Noire; c'est le calcaire d'Odessa (= IIe étage pontique suivant la classification de M. Andrussow).

On a l'habitude, d'autre part, de paralléliser le *Sahélien*, ce dernier terme du Miocène marin du bassin de la Méditerranée, avec le *Pontien* qui termine en Europe sud-orientale le cycle de sédimentation miocène; on pourrait objecter que l'une des deux formations aurait pu se terminer avant l'autre; on sait pourtant avec certitude qu'elles sont synchroniques; elles viennent en contact et s'engrènent en quelque sorte, comme A. Gaudry [2] l'a montré, en Attique, où les couches de Pikermi s'intercalent dans une formation marine sahélienne. Ces couches se parallélisent donc avec le Sarmatien des environs de Constantinople; mais alors, leur substratum, les *couches* du *Pirée* et à plus forte raison le *calcaire* de *Tra-*

---

[1] W. TEISSEYRE, *Ueber die Meotische, Pontische u. Dacische Stufe in der Subkarpaten der östlich. Muntenia* (*Ann. Inst. Geol. Roum.*, t. II, 1908, p. 283).

[2] A. GAUDRY, *Animaux fossiles et géologie de l'Attique*, Paris, 1862-1867.

konaes deviennent l'équivalent du Vindobonien de Thrace; ceci est d'autant plus vrai que les deux étages sont en discordance l'un sur l'autre dans les deux régions.

La considération de la même faune à *Hipparion* permet d'étendre ce parallélisme sur une surface bien plus vaste encore; cette faune apparaît en effet dans le bassin du Rhône dans les couches en partie saumâtres et d'eau douce, à partir des calcaires de Cucuron et des sables à *Nassa Michaudi*. Le Sarmatien de l'ouest de Constantinople doit être considéré comme débutant au même moment et constituant l'équivalent de ces couches du bassin du Rhône, que M. Depéret [1] interprète comme formées pendant une phase de régression de la mer, à la fin du deuxième étage.

GÉOLOGIE. — *Sur la coloration en rose de certaines roches du massif des Aiguilles-Rouges.* Note de M. **Maurice Lugeon**, présentée par M. Pierre Termier.

On sait que sur les gneiss très redressés, injectés par des aplites, du massif des Aiguilles-Rouges (Alpes franco-suisses) repose en discordance la série sédimentaire de la Dent de Morcles, Dent du Midi et massif du Buet. Sur la tranche des roches cristallines tantôt s'appuie le Carbonifère, tantôt les arkoses ou les quartzites du Trias inférieur.

On est frappé de constater, au voisinage des quartzites du Trias, quand le Carbonifère est absent, que les roches anciennes sous-jacentes sont colorées en rose plus ou moins vif, parfois presque en rouge.

J'ai constaté ce phénomène le long du sentier de Lavey à Morcles; je l'ai revu au pied de la Tour-Saillère, soit dans les croupes du Luisin et au col d'Emaney; à Fontanabran, dans les montagnes de Finhaut; enfin au col du Vieux, à la frontière franco-suisse, au pied du Cheval-Blanc.

Les points extrêmes où cette coloration apparaît sont distants de plus de 20^{km}. Le phénomène n'a point été suivi pas à pas, mais chaque fois que nous avons abordé la région du contact du Trias et des schistes cristallins j'ai constaté à nouveau la répétition de cette coloration. Il est donc probable que celle-ci se continue vers le Sud-Ouest, et à l'extrémité nous

---

(1) Ch. Depéret, *Sur la classification et le parallélisme du système miocène* (*Bull. Soc. géol. Fr.*, 3e série, t. 21, 1893, p. 170).

arriverions à Saint-Gervais-les-Bains où furent jadis exploités des jaspes rouges.

J'ai constaté encore cette coloration sur le Six-Carro, ce sommet qui domine l'angle de la vallée du Rhône en face de Martigny. Nul doute que jadis les quartzites du Trias s'étendaient à quelques mètres au-dessus de la surface topographique actuelle des gneiss et, de fait, non loin de là, on les voit former une surface dénudée couvrant, comme une grande dalle brisée, la tranche des roches cristallines.

Dans le versant sud du massif de Morcles qui domine la vallée longitudinale du Rhône, cette coloration n'a pas attiré mon attention; elle ne paraît point exister. Elle serait donc localisée sur le flanc externe du versant de l'ancienne chaîne hercynienne.

Renevier avait remarqué cette coloration rouge des roches métamorphiques aux environs de Morcles et il l'avait attribuée à des venues porphyriques. Dernièrement P. Hartmann a considéré ces aplites teintées comme un type pétrographique spécial.

En réalité, *il s'agit d'une coloration strictement locale qui ne pénètre pas en profondeur.* Elle cesse de 10^{m} à 40^{m} au-dessous de la surface inférieure des quartzites. Plus bas, les roches cristallines reprennent leur couleur habituelle qu'elles ont dans les régions profondes du massif ancien.

Cette coloration est due au fer. Au microscope, la roche se montre pigmentée par de l'hématite et il suffit de très faibles quantités du pigment pour donner déjà une forte coloration.

Il devient évident que la rubéfaction des roches cristallines s'est accomplie de haut en bas. Comme les quartzites recouvrants ne sont en général pas colorés, on doit admettre que la pénétration du pigment est antérieure au Trias. Et lorsque celui-ci présente localement une teinte rose des minéraux de ses quartzites, on peut admettre que ces minéraux proviennent de la destruction, à l'époque, du substratum gneissique.

Voici l'explication que je crois pouvoir donner de ce phénomène. La surface ancienne du pays cristallin a été pénéplainée. Longtemps la tranche des roches fut exposée à l'air libre. La rubéfaction serait le résultat de la pénétration des oxydes de fer provenant de la destruction des anciennes roches elles-mêmes, comme une sorte de phénomène latéritique.

Le chapeau plus riche en fer aurait disparu avant l'invasion des eaux triasiques ou aurait été enlevé par elles. La richesse relative en fer, richesse originelle, de ces roches anciennes est démontrée, sous le microscope, par la présence de fréquents grains de magnétite.

On peut également admettre que la décomposition des roches rouges lie de vin, du Permien qui existait sporadiquement dans le voisinage, ait participé à la venue du pigment d'hématite. Une seule chose surprend, c'est que le fer de la surface ancienne du pays pénéplainé ne soit pas hydroxydé. Mais il ne faut pas oublier que ces roches colorées ont été portées en grande profondeur sous d'immenses amas de terrains sédimentaires autochtones et charriés. Là, les conditions caloriques et dynamiques ont dû amener une déshydratation de la limonite et sa transformation en hématite.

Quoi qu'il en soit de la venue et de l'origine du fer colorant la roche, il n'en reste pas moins que ces aplites et ces gneiss roses du massif des Aiguilles-Rouges ne constituent pas des facies originellement colorés. Le fait que la teinte est toujours au voisinage de la surface ancienne nous montre qu'il ne peut s'agir que d'un ancien phénomène de décomposition superficielle qui s'est accompli entre la fin du Permien et le début du Trias.

GÉOLOGIE. — *Le cratère-lac Pavin et le volcan de Montchalm* (*Puy-de-Dôme*). Note de M. **Ph. Glangeaud**, présentée par M. Pierre Termier.

Le cratère-lac Pavin et le volcan de Montchalm, greffés sur le flanc sud du massif volcanique du Mont-Dore, sont aussi curieux au point de vue scientifique que par leur pittoresque.

Le lac Pavin a été successivement considéré comme cratère d'explosion, d'effondrement et même de barrage glaciaire par Poulett-Scrope, Vimont, Fabre, Lecoq et M. Boule. Cette Note a en partie pour but de montrer qu'il représente bien un cratère d'explosion, dont la constitution géologique est très complexe.

Sa genèse est *postérieure* à celle du volcan de Montchalm, dont l'appareil éruptif se dresse de 220^{m} sur son bord méridional et comprend un cône de scories principal (Sa) avec cratère central et deux points éruptifs latéraux.

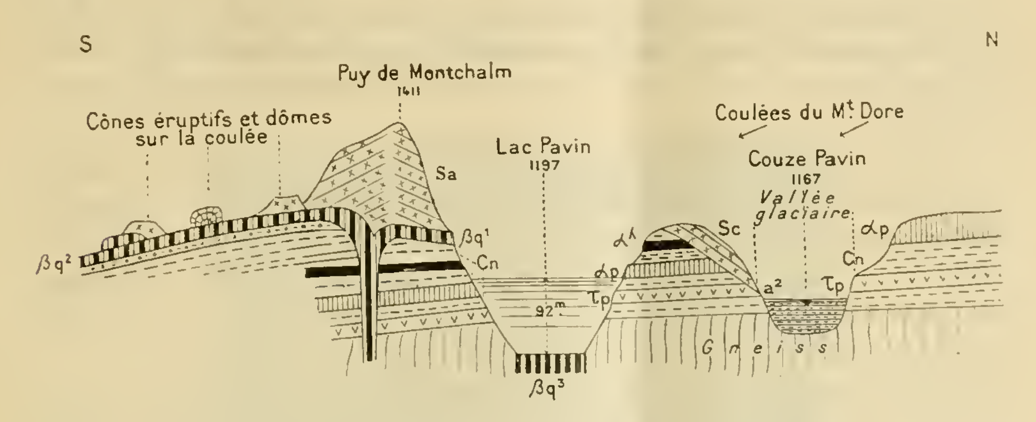
Le Puy de Montchalm, d'âge quaternaire supérieur, a émis trois séries de coulées, dans trois directions différentes :

1° Au sud, vers le lac de Montcineyre, une épaisse coulée de basalte (βq^2) accidentée, comme celle du Tartaret, par de nombreux petits volcans adventifs. Ces *volcans secondaires* ont fourni seulement des projections, ou des projections et de minuscules coulées, ou ont donné naissance à de petits *dômes basaltiques*, offrant les caractères des dômes des laves acides.

Il paraît évident que cette coulée s'est épanchée dans une région marécageuse et que le contact de la lave encore très chaude et de l'eau sous-jacente a provoqué sur la coulée elle-même des éruptions secondaires, marquées par la formation des petits édifices volcaniques précités.

2° A l'Ouest, une autre coulée de 2^{km} de long a atteint la vallée de la Clamouze.

3° Au Nord, une émission basaltique (βq^1) remblaya sur 16^{km} de long, vers Besse, le Cheix, Saurier, le fond du thalweg de la *vallée glaciaire* de la Couze, où elle présente des éclusages et des tunnels de lave en maints endroits.



L'origine de cette dernière coulée sur le flanc NE du Montchalm n'est pas visible actuellement, mais on peut l'observer à Berthaire et on la retrouve sur plus de la moitié sud et sud-ouest du pourtour du lac Pavin, à 40^m au-dessus du niveau de l'eau. Elle est masquée jusqu'à la vallée de la Couze par les projections provenant des explosions du cratère du Pavin, ouvert *postérieurement*.

En s'épanchant dans la vallée glaciaire de la Couze, la coulée nord de Montchalm amena la formation d'un *lac de barrage* de plus de 2^{km} de long et de 40^m de profondeur, aujourd'hui disparu, car il fut rapidement comblé par des apports alluviaux (a^2) et des projections du Pavin. A la queue de cet ancien lac, vers Agouette, il existe des *buttes moutonnées* et des restes de *moraines* de la dernière glaciation [1] déposées par le glacier du cirque de la Biche et en partie submergées par les dépôts du lac.

Les laves de Montchalm oscillent entre les labradorites et les basaltes,

[1] Le substratum immédiat du volcan de Montchalm et l'emplacement du lac Pavin offraient une topographie glaciaire avec des restes de moraines provenant des glaciers du massif du Mont-Dore (première phase glaciaire).

parfois à structure semi-ophitique, à titanaugite, à phénocristaux et microlites d'olivine.

Le *lac Pavin* occupe le cratère d'explosion régulier (750^m de diamètre et 92^m de profondeur : Delebecque) creusé sur le flanc nord du volcan de Montchalm. Les parois escarpées sont constituées par des coulées du volcan du Sancy, alternant avec des projections (C*n*) et offrant une pente NO-SE.

Elles comprennent de bas en haut :

(*a*) Une coulée de *trachyte porphyroïde* augitique à augite et biotite (τp);
(*b*) Une coulée de *trachy-andésite augitique* à augite et hornblende (αp_1);
(*c*) Des lambeaux d'une coulée d'*andésilabradorite* augitique, micacée à hornblende (α^λ).

Cet ensemble avait été en grande partie recouvert par la coulée nord du Montchalm, qui s'étendait sur l'emplacement actuel du lac. Ce sont les explosions du cratère du Pavin qui, en éclatant à travers ces coulées, les brisèrent en blocs parfois de grande taille (plus de 2$^{m^3}$), en les projetant aux alentours, où ils avaient été considérés par certains comme des blocs morainiques.

On observe également, sur les flancs du cratère, des couches stratifiées (S*c*) de projections renfermant de nombreux fragments de gneiss rubéfié, provenant de la partie profonde du lac. On ne peut donc douter que le lac Pavin ne soit un ancien cratère d'explosion.

Ajoutons qu'il est alimenté par des *sources sous-lacustres* issues principalement des plans d'eau qui suivent la base des coulées du Mont-Dore plongeant vers le lac et des sources superficielles émergeant aux affleurements de la coulée nord (βq) du Puy de Montchalm, coulée qui repose sur des cinérites compactes devenues argileuses.

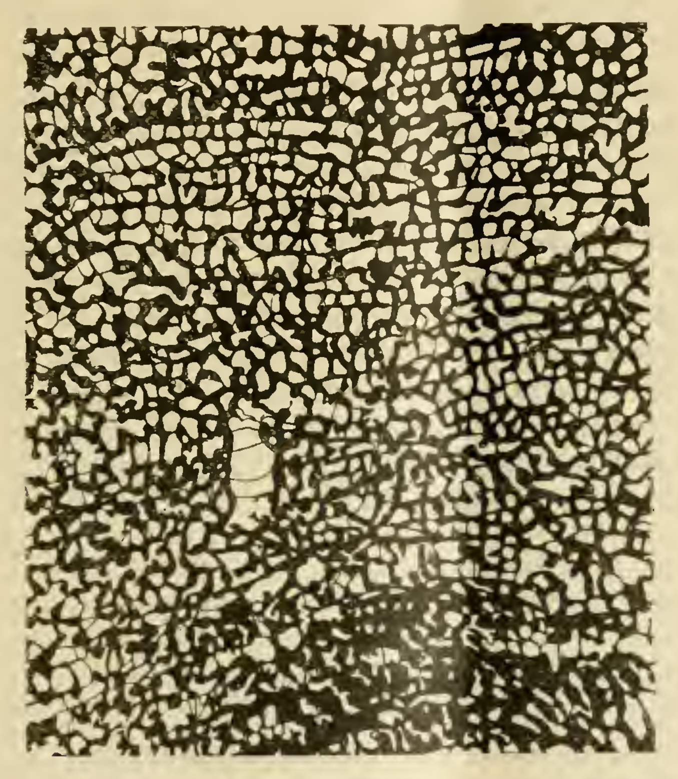
PALÉONTOLOGIE. — *Sur un Stromatopore milléporoïde du Portlandien.* Note de Mlle **Yvonne Dehorne**, présentée par M. Douvillé.

Munier-Chalmas a donné, sans le publier, le nom de *Burgundia Trinorchii* [1] à des masses sphériques ou elliptiques, de la grosseur du poing, provenant des couches portlandiennes de la localité de Vers, près Tournus (Saône-et-Loire).

---

[1] Cité sans description, par A. Tornquist, *Ueber mesozoische Stromatoporiden Sitzungsber. d. kön. preuss. Akad. Berlin*, 1901, p. 1116, note 2).

Les échantillons sont enrobés dans une gangue de calcaire compact qui masque la presque totalité de la surface extérieure; mais, après un examen attentif, on distingue certaines régions où la couche calcaire laisse à découvert quelques portions d'une surface cœnostéale qui présente tous les caractères propres aux Hydrozoaires stromatoporoïdes; elle est, en effet, irrégulièrement noduleuse et revêt, même à l'œil nu, un aspect finement granulé ou vermiculé; çà et là, les échantillons sont suffisamment altérés pour que la structure interne soit apparente : le squelette se compose de lamelles concentriques et de piliers radiaux; il ne paraît pas y avoir d'astrorhizes, mais à des distances variables, on trouve des pores très nets dont le diamètre mesure environ $0^{mm},5$.



Coupe verticale dans *Burgundia Trinorchii* M.-Ch. montrant la section d'un tube zooïdal pourvu de planchers (dessin d'après une photographie). Grossie 15 fois environ.

Si l'on sectionne en deux ces masses, on découvre qu'elles sont formées de strates concentriques emboîtées les unes dans les autres à la façon des écailles d'un bulbe, et dont l'épaisseur varie de 5^{mm} à 10^{mm}. Sur les surfaces polies, la structure anatomique de la colonie apparaît avec une grande netteté : elle rappelle beaucoup celle du genre

paléozoïque *Clathrodictyon* Nich. (1). En coupe verticale, les piliers radiaux paraissent limités à un seul espace interlaminaire et ne sont pas continus à travers un grand nombre d'assises, comme c'est le cas pour *Actinostroma* Nich. Bien plus, ces piliers radiaux et les lames concentriques elles-mêmes deviennent parfois irréguliers, au point que les deux éléments du réseau squelettique sont difficiles à différencier (au niveau du tube zooïdal). Les pores si nettement visibles à la surface des échantillons altérés correspondent à des tubes zooïdaux bien définis, quoique sans muraille propre, mais pourvus d'un certain nombre de planchers transversaux ; ces tubes zooïdaux s'élèvent à travers cinq à huit assises (environ $1^{mm},2$) et sont absolument identiques à ceux des Millépores, mais leur nombre est relativement restreint : la surface polie d'une colonie elliptique de $50^{mm} \times 85^{mm}$ n'en présente que neuf.

En coupe tangentielle, ces tubes ont une section tantôt circulaire, tantôt polygonale; ils sont en communication avec les canaux de la colonie et se montrent, en effet, dépourvus de muraille propre; en certains points, un grand espace allongé représente l'un des canaux latéraux qui accèdent directement au tube zooïdal.

Grâce à la présence de ces tubes tabulés, ce Stromatopore se distingue nettement des Hydractinoïdes, dont les genres paléozoïques *Actinostroma* Nich. et *Clathrodictyon* Nich. et le genre mésozoïque *Actinostromaria* Mun.-Chal. offrent de si frappants exemples (2). Il doit être rangé parmi les Stromatoporidés milléporoïdes, groupe que Nicholson a opposé aux Stromatoporidés hydractinoïdes et qui est caractérisé par la présence de tubes zooïdaux à planchers. Le genre *Burgundia* ne se rapporte en outre à aucun des genres paléozoïques du groupe des Milléporoïdes: *Stromatopora* Goldf., *Stromatoporella* Nich. et *Parallelopora* Barg.; il ne rappelle en rien *Lithopora Kœneni* Tornq. (3) du Trias alpin, ni *Neostroma sumatrensis* Tornq. (4) (sans doute crétacé). Par la régularité du réticule squelettique, il diffère beaucoup de *Stromatopora japonica* Yabe (5) du Crétacé inférieur et des espèces nouvelles du genre *Stromatopora* que Osimo (6) a trouvées dans le

(1) Nicholson, *A monograph of british Stromatoporoids* (*Palaeontographical Society*, 1886, p. 77-79).

(2) Dans le Tableau de répartition et de classification qui termine sa Note sur les Stromatoporidés mésozoïques, Tornquist a, sans justification aucune, placé le nom de *Burgundia* entre ceux d'*Actinostroma* et d'*Actinostromaria*. En outre, le genre *Burgundia* n'a pas été recueilli dans l'Astartien, comme l'indique l'auteur allemand (p. 1116, note 2), mais bien dans le Portlandien.

(3) A. Tornquist, *Der Sturia Kalk* (*Hydrozoa*) (*Zeitschr. d. deutsch. geol. Gesellsch.*, Bd. 52, Heft 1, 1900, p. 128).

(4) A. Tornquist, *loc. cit.* (*Ueb. mes. Strom...*), 1901, p. 1.

(5) H. Yabe, *On a mesozoic Stromatopora* (*Journ. geol. Soc. Tokio*, t. 10, 1903).

(6) G. Osimo, *Alcune nuove Stromatopore giuresi e cretacee della Sardegna e dell'Apennino* (*Mem. d. reale Accad. d. Sc. Torino*, 1911).

Crétacé de la Sardaigne et de l'Apennin, mais il présente quelque analogie avec le genre tithonique *Ellipsactinia* Steinm. Une identification de ces deux genres ne paraît cependant pas possible.

Il y a donc lieu de maintenir pour les colonies massives de ce Stromatopore du Jurassique supérieur le nom de *Burgundia Trinorchii* que Munier-Chalmas leur avait donné.

BOTANIQUE. — *Les ferments du vin d'ananas.* Note de M. **Henri Fouqué**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Nous n'avons encore que très peu de renseignements sur la nature spécifique et le mode d'action des levures qui interviennent dans la préparation des nombreuses boissons alcooliques obtenues dans les pays chauds avec les fruits les plus divers. Sur la fabrication, par exemple, du vin d'ananas, consommé assez communément dans nos colonies, la seule étude publiée, à notre connaissance, est une Note de M. Kayser. Ce savant, ayant eu à sa disposition du jus d'ananas en fermentation spontanée, rechercha les levures contenues dans ce jus et y reconnut la présence de deux organismes : une levure et une moisissure. Dans les expériences que nous avons faites à notre tour sur le même sujet, nous nous sommes placé dans des conditions un peu différentes.

Nous avons, aussi aseptiquement que possible, préparé, par broyage, du jus d'ananas. Ce jus, recueilli dans des ballons stérilisés, a été abandonné à lui-même; mais, dans certains de ces ballons, les cultures étaient laissées en présence de l'air; dans les autres, au contraire, nous avons pratiqué un vide aussi parfait que possible. La fermentation achevée, nous avons ensemencé de la gélatine nutritive avec ces divers liquides fermentés.

Du jus laissé en présence de l'air nous avons ainsi retiré trois organismes que nous désignerons provisoirement par les lettres *a*, *b*, *c*. Du jus qui avait subi la fermentation en l'absence d'air nous avons retiré aussi deux de ces trois organismes, les levures *a* et *c*, mais, en outre, une autre forme, qui était même prédominante, et à laquelle nous avons donné le nom de levure *d*. Il peut tout de suite paraître vraisemblable que ce dernier organisme ne sera pas le moins intéressant.

De fait, après avoir isolé ces quatre levures, nous les avons ensemencées dans du jus d'ananas stérilisé et additionné de sucre, en mettant dans un ballon A la levure *a* seule, dans un ballon B la levure *b* seule, dans un

ballon C la levure *c* seule, dans un ballon D la levure *d* seule, dans un ballon DA les levures *d* et *a*, dans un ballon DC les levures *d* et *c*, dans un ballon DCA, les levures *d*, *c* et *a*, et dans un ballon CA, les levures *c* et *a*.

Tous ces ballons sont placés à l'étuve à 28°-30°. Dans le ballon D, la fermentation, déjà forte 12 heures après la mise à l'étuve, atteint son maximum en 24 heures; après 48 heures, elle commence à décroître pour être à peu près terminée vers la 60e heure.

Dans le ballon B, la fermentation ne commence guère qu'après 24 heures; au bout de 48 heures, alors que pour la levure *d* elle commence à se ralentir, elle est ici très intense; vers la 92e heure, la fermentation est terminée ou à peu près.

Dans les ballons contenant les levures *a* et *c* associées à la levure *d*, la fermentation est normale, comme dans le ballon D, et ne semble troublée ou modifiée par aucun phénomène accessoire; à peine peut-on constater dans les ballons DAC et DC un début de léger voile vers la 48e heure.

Par contre, dans les ballons qui contiennent les levures *a* et *c*, la fermentation est médiocre et se poursuit lentement pendant plusieurs jours, alors qu'elle est achevée pour les ballons qui contiennent les levures *b* ou *d*. De plus, on peut observer dans le ballon C un léger voile qui se forme déjà au bout de 24 heures.

En définitive, au bout de 8 jours, dans tous les ballons qui contiennent les levures *b* et *d*, ou bien associée aux autres espèces, les quantités respectives d'alcool formé et de sucre disparu sont sensiblement les mêmes. Ce résultat ne peut nous surprendre, car, ainsi que l'a fait remarquer Duclaux depuis longtemps, toutes les bonnes levures donnent, en définitive, dans des milieux de composition identique, la même quantité d'alcool. L'adaptation d'une espèce à un milieu déterminé se traduit plutôt par la rapidité et l'intensité de la fermentation, ainsi que par la formation des produits accessoires qui donnent au liquide de fermentation son arome propre.

Il nous apparaît donc que la levure la plus intéressante parmi celles que nous avons isolées jusqu'ici serait cette levure *d*, bien différente de celle de M. Kayser, et qui a les principaux caractères suivants :

Cellules rondes, ovoïdes, ovales ou elliptiques, de dimensions régulières, les plus grandes ayant 8μ,3 sur 6μ,7; les moyennes 7μ,2 sur 5μ,6; les petites 5μ,8 sur 3μ,6. Cette levure sporule spontanément et facilement même sur les milieux nutritifs (gélose au moût de bière). La sporulation s'obtient aussi aisément sur bloc de plâtre à 28° dès les 16 premières heures. Le nombre de spores par asque ne dépasse jamais deux. Sur carotte, la sporulation n'est pas aussi rapide. Cette levure appartient donc au genre *Saccharomyces*.

La levure *b* est aussi un *Saccharomyces*: elle sporule facilement sur bloc de plâtre, en donnant dans les 36 heures de 1 à 4 spores par asque. Elle

paraît devoir être plus spécialement rattachée à l'espèce *Saccharomyces ellipsoïdeus*, dont elle constituerait une variété. Elle se distingue cependant du type par ses colonies géantes, qui ont l'aspect d'un cône large et bas, à surface régulièrement côtelée, et par la plus grande rapidité avec laquelle elle dédouble le saccharose.

Quant aux levures *a* et *c*, ce sont deux levures douteuses, intermédiaires entre les *Mycoderma* et les *Torula*. Leur pouvoir ferment est très faible, plus grand toutefois pour *a* que pour *c*; *a* ne donne pour ainsi dire aucun voile dans les liquides de culture; au contraire, *c* qui, par sa forme, serait très nettement une *Torula*, se rapproche des *Mycoderma* par la faible quantité d'alcool produit et par la formation d'un voile assez épais aux basses températures, faible au contraire vers 30°.

Ce qu'il nous faut remarquer surtout pour l'instant, c'est que la présence de ces deux dernières levures, évidemment accessoires, ne paraît pas gêner sérieusement la fermentation du jus d'ananas, du moins aux températures élevées. Tout l'intérêt se concentrerait donc sur le *Saccharomyces d*, qui semble, en définitive, être le ferment principal et spécial du vin d'ananas, sans qu'il y ait lieu, croyons-nous, d'admettre que son action serait favorisée ou complétée par les autres organismes que nous signalons.

Nous ne nommerons pas pour l'instant ce *Saccharomyces*; nous ne voyons cependant pas à quelle autre espèce déjà connue il pourrait être rattaché, et c'est pourquoi nous avons cru utile de le caractériser dès maintenant, nous réservant d'en faire prochainement une étude plus approfondie, qui aurait pour le vin d'ananas l'utilité et l'intérêt qu'ont présentés, pour nos principales boissons des climats tempérés, les études de leurs levures propres.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Influence de l'eau oxygénée sur la germination.* Note de M. E. Demoussy, présentée par M. L. Maquenne.

Certains réactifs chimiques passent pour être capables de faire réapparaître la faculté germinative chez des graines qui, par suite de leur âge, semblent l'avoir perdue : l'eau de chlore, l'eau oxygénée ont été indiquées comme susceptibles de produire cet effet. J'ai eu l'occasion d'étudier l'action de l'eau oxygénée sur des graines de cresson alénois âgées de 7 ans.

Ces graines, placées dans un peu d'eau distillée, mais non immergées,

ne germent pas à 27°, température très favorable à l'évolution des bonnes graines de même espèce; mais dans l'eau oxygénée étendue, à $0^{vol},6$, la germination commence dès le troisième jour et après 10 jours atteint environ 30 pour 100 des graines essayées. En diluant davantage la dissolution le résultat est encore meilleur : avec un réactif à $0^{vol},25$, la faculté germinative approche de 40 pour 100.

Un séjour préalable, même très prolongé, des graines dans l'eau oxygénée ne suffit pas; la germination n'a lieu qu'en présence de ce réactif, et comme il se détruit rapidement au contact des graines, au point de perdre en 24 heures les $\frac{9}{10}$ de son oxygène actif, il convient de le renouveler chaque jour.

Quel est le rôle de l'eau oxygénée dans ce réveil de la graine? Agit-elle comme source d'oxygène ou comme antiseptique?

Les graines âgées, mises en présence de l'eau pure à 27°, ne tardent pas à être envahies par des microbes, dont le développement, très rapide à cette température, commence dès le deuxième ou le troisième jour. Rien de semblable n'a lieu dans l'eau oxygénée; cependant le trempage dans une solution antiseptique ne produit pas le même effet. Il m'a été impossible, par exemple, de stériliser les graines de cresson par le sublimé : un séjour d'une heure dans une solution au millième ne suffit pas à tuer les germes parasites englobés dans le mucilage des téguments que, seul, un long contact avec un antiseptique non nuisible à la graine, comme l'eau oxygénée, parvient à détruire.

J'ai été conduit à répéter ces diverses expériences à la température du laboratoire, variant de 10° à 14° : les résultats ne sont plus les mêmes. Vers le sixième jour la germination commence pour tous les échantillons : après 15 jours elle était de 25 pour 100, en moyenne, dans l'eau pure, et de 45 pour 100 dans l'eau oxygénée à $0^{vol},25$. Ainsi, des graines capables de germer en proportion importante à froid ne fournissent aucune germination à 27°, température pourtant très favorable aux graines jeunes qui, après 24 heures, montrent alors des germes de 2^{mm} de long, tandis qu'à 12° ces germes apparaissent à peine.

D'autre part, à basse température, le développement microbien est très lent, ne se manifestant que vers le dixième jour, après le début de la germination; cette observation va nous permettre d'expliquer les faits précédents.

Chez les vieilles graines de cresson l'énergie germinative est fortement atténuée, en sorte que ce n'est qu'après un temps relativement long que

l'évolution se déclare : ces graines de faible vitalité se trouvent alors en concurrence avec leurs parasites. Il y a lutte pour l'oxygène, et, suivant les conditions, l'avantage reste aux unes ou aux autres.

A 27° les microorganismes se développent rapidement, en moins de 48 heures, et ne laissent plus d'oxygène disponible pour les graines qui mettent 4 jours à entrer en germination : celle-ci est donc impossible et les graines pourrissent. A basse température, c'est l'inverse qu'on observe parce qu'alors le développement microbien est en retard de plusieurs jours sur la germination.

Lorsque les graines sont placées dans l'eau oxygénée, ce réactif s'oppose à l'évolution des microbes, mais non à celle des graines, de sorte que la germination peut se produire à toute température.

La résistance des microorganismes aux antiseptiques et par suite la facilité avec laquelle ils interceptent comme un écran l'arrivée de l'oxygène à la graine doivent être hautement favorisées, dans le cas des graines de cresson, par la présence sur leur tégument du mucilage dont nous avons parlé plus haut et qui à leur égard joue le rôle d'un excellent milieu de culture.

L'eau oxygénée agit en même temps comme source d'oxygène : cela ressort de son effet sur les bonnes graines de cresson, de la dernière récolte. A l'étuve, l'allongement des germes est nettement accru par sa présence, à ce point qu'on peut dire que leur développement est fonction de l'afflux d'oxygène. A froid, les processus d'oxydation étant moins rapides, l'eau oxygénée cesse d'être utile; légèrement toxique, elle peut même alors retarder un peu la germination.

Une dernière observation vient encore démontrer l'exactitude de cette interprétation. Les mêmes vieilles graines dont nous venons de parler, qui ne germent pas dans l'eau pure à 27°, germent à la même température dans la proportion de 25 pour 100 quand on les place dans du sable humide : c'est qu'alors la surface d'aération est plus étendue et l'arrivée de l'oxygène plus facile.

En résumé, des graines âgées peuvent avoir conservé leur faculté germinative et cependant ne pas germer dans des conditions reconnues favorables aux graines jeunes si ces conditions sont encore plus favorables au développement des microorganismes parasites qui provoquent leur asphyxie. Inversement, les graines germent si l'on facilite leur oxydation ou si l'on retarde l'évolution de ces mêmes microorganismes.

Il s'ensuit que les essais de pouvoir germinatif exécutés dans des

germoirs peuvent conduire à faire regarder comme mauvaises des graines qui cependant, introduites dans le sol, se montreraient de qualité moyenne. C'est d'ailleurs une conclusion à laquelle sont arrivés les praticiens, notamment pour les graines de betteraves.

HYGIÈNE. — *Sur une modification à la méthode de stérilisation de l'eau de boisson par l'hypochlorite de soude.* Note (¹) de M. V. **Ferrand**, présentée par M. Ch. Moureu.

Les instructions pour la stérilisation de l'eau de boisson par l'hypochlorite de soude prescrivent de verser dans 1^l d'eau une quantité d'hypochlorite correspondant à $0^g,003$ de chlore, d'agiter, de laisser en contact *au moins 1 heure*, puis de neutraliser par de l'hyposulfite de soude le chlore libre restant.

Sans entrer de nouveau dans des considérations déjà exposées à propos d'une étude critique des procédés de stérilisation de l'eau par le permanganate, publiée en collaboration avec Georges Lambert dans les *Annales d'Hygiène publique* et les *Annales de Médecine coloniale*, me basant sur l'action particulièrement stérilisante de l'eau oxygénée en présence du permanganate de potasse, j'ai pensé qu'il y aurait avantage à remplacer dans le procédé à l'hypochlorite, dit au *stérilo*, l'hyposulfite de soude par l'eau oxygénée.

L'action de l'eau oxygénée sur l'hypochlorite de soude, qui se traduit par l'équation

$$NaClO + H^2O^2 = ClNa + H^2O + O^2$$

se rapproche, par la mise en liberté d'oxygène, de celle qui se passe quand on verse de l'eau oxygénée dans du permanganate de potasse. Il restait à montrer que l'action biologique était corrélative de l'action chimique.

La réaction qu'exprime l'équation ci-dessus fait la base d'un procédé de dosage de l'eau oxygénée ou des hypochlorites. On opère en présence d'un excès du corps qu'on ne dose pas; il convient d'observer toutefois que si l'on verse dans une solution étendue d'hypochlorite de l'eau oxygénée goutte à goutte jusqu'à saturation complète du chlore, le nombre de centimètres cubes versés est inférieur à celui qu'indique le calcul pour ne plus avoir dans le liquide ni chlore libre ni excès d'eau oxygénée; c'est ainsi que pour

(¹) Séance du 13 mars 1916.

1^{cm^3} d'une solution d'hypochlorite titrant 31°,7 il a été employé $1^{cm^3},68$ au lieu de $1^{cm^3},76$.

Les expériences suivantes rendent compte des modifications apportées dans la purification de l'eau en remplaçant l'hyposulfite de soude par l'eau oxygénée.

De l'eau souillée par de l'eau d'égout est traitée de la façon suivante :

Un échantillon (n° 1) est additionné par litre de 0g,003 de chlore (à l'état d'hypochlorite de soude); au bout de 5 minutes on ajoute X gouttes d'eau oxygénée [cette quantité est celle qui correspond à la neutralisation de l'hypochlorite de soude employé dans l'eau distillée ([1])].

Un échantillon (n° 2) reçoit 0g,003 de chlore, puis, au bout de 5 minutes, X gouttes d'hyposulfite de soude (le nombre a été déterminé à l'avance).

Dans l'échantillon (n° 3) l'hyposulfite n'est ajouté qu'au bout de 1 heure.

Et dans l'échantillon (n° 4) l'hyposulfite n'est versé qu'au bout de 3 heures.

Le Tableau ci-après, moyenne de plusieurs analyses, montre les résultats de l'analyse bactériologique :

Échantillons.	Colonies par centimètre cube.	Microbes anaérobies.	Colibacilles par litre.
Témoin.......	100 000 environ	très nombreux	plus de 1000
Échantillon 1...	3 000 »	néant	néant
» 2...	10 000 »	»	»
» 3...	6 000 »	»	»
» 4...	4 060 »	»	»

Dans une expérience, l'eau contenait encore 10 coli environ par litre.

Conclusions. — Il semble donc que l'action de l'eau oxygénée sur l'hypochlorite de soude entraîne dans un temps bien moins long la destruction des microbes du groupe *coli* et la diminution des autres germes.

Je propose, en conséquence, de remplacer par l'eau oxygénée l'hyposulfite employé jusqu'ici et de réduire le temps d'action de l'hypochlorite

([1]) Quand on opère dans une eau très souillée, une partie du chlore étant employée à détruire les matières organiques, la quantité nécessaire d'eau oxygénée est évidemment inférieure à celle indiquée par le calcul ou déterminée par un essai avec de l'eau distillée. Par suite, on pourrait craindre la présence d'un excès d'eau oxygénée dans l'eau de boisson. Il résulte cependant de recherches faites avec de l'eau très souillée par de l'eau d'égout, et cette circonstance ne se présentera pas dans l'application aux eaux potables, que la quantité restante d'eau oxygénée ne dépasse pas $0^{cm^3},01$ par litre. Il y a donc lieu de négliger cette quantité minime qui, pour la raison ci-dessus, ne sera jamais atteinte en pratique.

à 10 minutes. Après l'addition de l'eau oxygénée, l'eau est agitée et peut être consommée de suite.

Il est aussi facile que dans le cas de l'hyposulfite de soude de déterminer à l'avance, soit par le calcul, soit par expérience, le nombre de centimètres cubes d'eau oxygénée à employer.

Ce procédé de stérilisation peut se résumer dans le Tableau suivant, établi pour les titres courants de l'eau oxygénée (7^{vol} et 9^{vol}) :

Quantité d'eau à stériliser.	Quantité d'hypochlorite à ajouter à l'eau (hypochlorite à 31°).	Temps pendant lequel on doit laisser agir l'hypochlorite.	Quantité d'eau oxygénée à ajouter pour neutraliser l'hypochlorite. — Eau oxygénée à 7^{vol}.	à 9^{vol}.
10^l	8 gouttes	10 minutes	13 gouttes	10 gouttes
25	1^{cm^3}	»	$1^{cm^3},60$	$1^{cm^3},25$
50	2^{cm^3}	»	$3^{cm^3},20$	$2^{cm^3},50$
100	4^{cm^3}	»	$6^{cm^3},40$	$5^{cm^3},00$
500	20^{cm^3}	»	$32^{cm^3},00$	$25^{cm^3},00$
...	....	..	....	....

MÉDECINE. — *Le 102 de Danysz dans le traitement de la syphilis maligne ou grave.* Note de MM. **Dalimier** et **Lévy-Franckel**, présentée par M. A. Laveran.

Le traitement de la syphilis, dans ses accidents contagieux ou graves, doit actuellement se plier à certaines conditions spéciales à l'état de guerre; nous devons chercher, dans le délai le plus court possible, à rendre le malade non contagieux ou à guérir la lésion qui le rend indisponible, avec le minimum de risques.

Pour atteindre ce double but, nous avons employé, dans le service que nous a confié le médecin-inspecteur général Nimier, le composé arséno-stibio-argentique de Danysz, connu sous les dénominations de 102 et de luargol, dans 22 cas de syphilis.

Nous n'insisterons pas sur les lésions correspondant à une évolution normale de la maladie; l'emploi de 102 dans ces circonstances a fait l'objet de l'important travail initial de MM. Alexandre Renault, L. Fournier et L. Guénot (1); et nous n'avons rien à y ajouter, sinon que ce que nous avons observé confirme pleinement leurs conclusions.

(1) *Comptes rendus*, t. 161, 1915, p. 685.

Nous avons, au contraire, recherché les formes anormales, rebelles ou particulièrement graves de la syphilis, et c'est ce qui explique le nombre relativement petit de cas que nous rapportons. En effet, notre chiffre global de 22, expurgé des manifestations spécifiques banales, se réduit à 14 observations.

I. *A la période primaire.* — Trois chancres *phagédéniques*, énormes (l'un avait atteint la dimension d'une paume de main); cicatrisation *en* 15 *jours*, dose pour chaque malade : 1g de médicament.

Un chancre *gangréneux*, avec œdème de la verge, ulcération à bords noirs, à odeur fétide, ayant perforé, en 10 jours, le fourreau de la verge; issue de l'urine par la plaie sphacélée. Cicatrisation *en* 1 *semaine*, avec 0g,60 de 102. La dose totale employée, comme traitement consécutif, fut de 1g,20.

II. *A la période secondaire.* — Syphilides ulcéreuses de la verge et des cuisses, non influencées par l'huile grise; guérison en 12 jours, avec 0g,40 de médicament.

III. *A la période tertiaire.* — Deux cas de syphilis maligne précoce : 1° gomme ulcérée de la région sterno-mastoïdienne, de volume de mandarine, apparue 9 mois après le chancre; guérison en 11 jours. Dose totale, 0g,90; 2° sarcocèle syphilitique, 10 mois après le chancre; le testicule en galet a littéralement fondu sous nos yeux pendant les 10 jours qu'a duré le traitement. Le malade, revu 2 mois plus tard, est en parfait état; 3° vaste syphilide tertiaire rupiacée, couvrant tout le thorax. Traitée d'abord sans résultat par trois injections de néosalvarsan (0g,90) et deux piqûres d'huile grise (stomatite). Dès la quatrième injection de 102, amélioration (0g,70). Il a fallu d'ailleurs quinze injections, soit au total 2g,90, en 2 mois, pour obtenir la cicatrisation de cette lésion particulièrement étendue; 4° ozène : deux cas complètement guéris après cinq injections.

IV. *Syphilis viscérale.* — 1° *Ectasie aortique*, cliniquement classique. L'examen radiographique (Dr Degouy) est décisif. Le mercure étant mal supporté, une première et prudente dose de 102 (0g,05) est bien tolérée. Après la seconde piqûre (0g,10) atténuation des troubles fonctionnels. A la cinquième injection, amélioration manifeste; l'oppression a diminué, le malade dort mieux, les deux pouls radiaux sont redevenus égaux. A la dixième injection (au total 1g,20) en 5 semaines, les troubles fonctionnels ont complètement disparu à l'auscultation, les souffles, de râpeux qu'ils étaient, sont devenus doux; 37 jours après le premier examen radiogra-

phique, un nouvel examen (en position fronto-latérale et en projection orthogonale) montre que l'ombre cardio-aortique, qui empiète largement sur la colonne vertébrale et l'extrémité sternale des clavicules, laisse un espace clair d'un bon centimètre entre son bord et la colonne vertébrale, et n'atteint plus les articulations sterno-claviculaires. Une diminution de surface de 1^{cm} existe sur tout le contour de l'ombre cardio-aortique.

2° *Myélite syphilitique.* — Syndrome de Brown-Séquart incomplet avec parésie, hypoesthésie, exagération des réflexes, clonus du pied à droite; signe de Babinski positif des deux côtés. Troubles très marqués des réservoirs; rétention d'urine avec cystite purulente nécessitant des sondages bi quotidiens, et incontinence des matières fécales. Les troubles sphintériens s'amendent après la seconde injection de 102; après la troisième, le malade peut se tenir debout et les sphincters sont devenus normaux; après la quatrième injection le malade fait le tour de son lit; à ce moment l'apparition d'un subictère fait suspendre le traitement. La dose totale fut de $0^{g},55$.

V. *En dehors de la syphilis*, nous avons utilisé le 102 dans le psoriasis, non syphilitique. Nous avons obtenu, dans cinq cas sur huit, une disparition complète des éléments psoriasiques.

Nous insistons sur ce fait que les doses relatives c'est-à-dire celles qui correspondent aux premiers signes nets d'amélioration des lésions, sont très faibles; il n'a pas fallu plus de $0^{g},40$ pour arrêter le processus gangréneux surajouté au chancre du prépuce que nous avons rapporté, et les chancres phagédéniques ont tourné court au quatre-vingtième centigramme. Si nous nous rapportons à ce que plusieurs années de pratique nous ont appris de l'arséno-benzol, et de doses auxquelles on emploie communément ce corps ($0^{g},40$ à $0^{g},75$), il nous apparaît que la préparation arséno-stibio-argentique est plus active, plus puissante, avec des doses de moitié inférieures.

Nous n'avons pu étudier, et pour cause, l'influence du 102 sur l'évolution générale de la syphilis et nous ne saurions donner un avis sur la possibilité de la stérilisation de l'organisme par l'emploi du 102. Ce n'est pas, actuellement, ce problème qui importe; ce qu'il nous faut obtenir avant tout, c'est le blanchiment rapide des lésions; à ce point de vue militaire, il n'est pas douteux que le 102 est actuellement le médicament optimum. Il n'a pas, d'ailleurs, d'inconvénients sérieux. Sur les 150 injections que nous avons pratiquées, nous n'avons observé aucune réaction, si légère soit-elle;

nous n'avons donc pas noté la réaction légère indiquée par MM. Renault, Fournier et Guénot après la première injection et nous pensons que cela tient à ce fait que nous employons des solutions concentrées. Nous avons au contraire été frappés de l'innocuité des injections; souvent les malades avaient mangé auparavant ou se sont mis à manger immédiatement après, sans ressentir le moindre malaise. D'autres sont venus de loin, faisant une heure ou deux de trajet, en chemin de fer ou à cheval, pour recevoir leur piqûre et sont repartis sans encombre. A ce point de vue encore, le 102 se montre plus « commode » que les arséno-benzols.

Il a également l'avantage hospitalier d'être d'une grande stabilité. Une solution commune peut être préparée pour tous les malades au début de la matinée; elle se conserve intacte pendant plusieurs heures.

Quant aux contre-indications de 102, elles doivent être très peu nombreuses. On a vu que nous l'avions injecté chez un aortique, chez un myélitique; ajoutons que, dans deux cas, nous l'avons utilisé chez des malades dont l'urine présentait de notables quantités d'albumine; dans les deux cas, l'albuminurie a disparu après les deux ou trois premières injections. Peut-être pourrait-on se méfier du foie, car notre myélitique a eu, à un moment donné, de l'ictère léger qui nous a conduits par prudence à suspendre les injections; mais ce malade avait de la cystite purulente et un état saburral des voies digestives qui entraient certainement pour une part importante dans la pathogénie de son ictère. De telle sorte que nous estimons que les cas dans lesquels on ne se croira pas en droit d'injecter les premiers $0^g,05$ ou $0^g,10$ de 102 sont certainement des exceptions rarissimes et que, pratiquement, ils sont pour ainsi dire négligeables.

Le 102 nous apparaît donc comme un médicament qui apporte à la thérapeutique, et en particulier à la thérapeutique militaire, une arme nouvelle contre le tréponème, arme d'une puissance supérieure à celle des médicaments antérieurement connus, et d'une sécurité aussi grande que possible.

BIOLOGIE GÉNÉRALE. — *Expériences nouvelles sur la membrane de fécondation chez les œufs d'Amphibiens.* Note ([1]) de M. E. **Bataillon**, présentée par M. Y. Delage.

J'ai constaté antérieurement (*Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 1910) que le suc hépato-pancréatique de Crustacés fournit un véritable *réactif de l'acti-*

([1]) Séance du 13 mars 1916.

vation et de la fécondation sur les œufs de Batraciens dépouillés de leur gangue par le cyanure. Les œufs non fécondés ou non activés se gonflent, s'aplatissent et se détruisent instantanément dans ce liquide; les activés restent turgides, inaltérés, et poursuivent leur évolution. Nous verrons que la destruction des œufs vierges est conditionnée par l'*état de la membrane*.

a. Une question préalable se pose : *Les œufs vierges au cyanure sont-ils qualifiés pour servir aux expériences?*

Activés électriquement ou par piqûre, ils réagissent comme les œufs à gangue. Inoculés de lymphe, ils donnent des embryons. Mais, *immergés dans le sperme, ils ne sont jamais fécondés.* Voilà une grave objection qu'il faut d'abord faire tomber. J'ai établi, il y a une dizaines d'années, qu'après la déhiscence, les œufs de Batraciens se trouvent, à un moment donné, au même point de *maturation morphologique*, qu'on les prenne dans la cavité générale, dans les oviductes ou dans l'utérus; en somme, que les stades de l'émission polaire ne sauraient être localisés dans l'organisme maternel. Si donc, comme il arrive avec les couples en captivité, on rencontre une femelle dont l'utérus est plein, dont les oviductes sont flétris, *quelques œufs restant en panne dans la cavité générale*, ces retardataires fourniront peut-être un point de comparaison avec les œufs au cyanure. En fait, j'ai constaté :

1° Que ces œufs sont incapables de fécondation spontanée comme les œufs au cyanure (la gangue fournit un point d'appui indispensable au spermatozoïde en mouvement);

2° Que ces matériaux se détruisent dans le suc hépato-pancréatique de Crustacés;

3° Qu'ils résistent à ce suc après activation;

4° Qu'on peut les inoculer de lymphe et obtenir des larves.

Ces œufs mûrs sans gangue se comportant comme les œufs au cyanure, je me crois autorisé à étudier la membrane de fécondation sur ces derniers.

b. La membrane de fécondation ne se consolide pas dans NaCl *à* 0,7 *pour* 100. Les œufs, activés électriquement ou par piqûre dans un tel milieu, réagissent, puisqu'ils se segmentent; mais la turgescence fait défaut; les segments, profondément incisés de sillons verticaux, semblent disposés sur un plan; la destruction est rapide par l'hépato-pancréas.

c. Les œufs vierges dépouillés de leur gangue, et *conservés dans le sel à* 0,7 *pour* 100, peuvent être *activés après des temps variables.* La consolidation de la membrane est alors *retardée*. Au bout de 24 heures elle n'est parfaite que 1 heure et demie après l'activation (*R. fusca*); alors que, sur les œufs frais, elle était acquise en 30 minutes.

Après ce séjour dans l'eau, plus ou moins long suivant l'âge des matériaux activés, *la modification de la membrane paraît irréversible au moins pendant deux jours.*

La consolidation, acquise après 1 heure et demie ou 2 heures, persiste le lendemain et le surlendemain sur les œufs *reportés dans la solution saline*. Si le transfert a lieu avant la consolidation, celle-ci est inhibée par le sel.

Inversement, quand on laisse les œufs au contact du sel après l'activation, la membrane ne s'affermit que si le retour à l'eau pure a lieu dans un court délai. Des œufs *activés après 24 heures*, laissés ensuite dans le sel 15, 30 ou 60 minutes, et reportés à l'eau, sont le lendemain réfractaires à l'hépato-pancréas; mais si le séjour dans la solution saline atteint 1 heure et demie ou 2 heure, ils sont détruits par le réactif.

d. Dans cette inhibition par le sel, *la pression osmotique n'est point en cause*. En effet, sous les solutions isotoniques de saccharose ou de glucose, la membrane se modifie comme dans l'eau. La consolidation se produit même à des concentrations beaucoup plus fortes.

e. *Pourrait-on faire intervenir la spécificité ou l'antagonisme des ions*, qu'on a invoqués dans d'autres cas? Les ions Ca et Mg ayant été trouvés ailleurs antagonistes des ions K et Na, j'ai utilisé, toujours aux concentrations isotoniques de NaCl à 0,7 pour 100, $CaCl^2$, KCl, SO^4Na^2. *Le résultat fut le même qu'avec* NaCl. Les œufs se segmentent, mais la modification de la membrane ne se produit pas. J'ai pu descendre pour NaCl, jusqu'au voisinage de 0,1 pour 100, obtenant encore la même inhibition.

f. Les faits qui précèdent *suggèrent une hypothèse sur la nature de la membrane de fécondation*.

Les *globulines et vitellines*, insolubles dans l'eau, sont solubles dans les sels neutres à faible concentration, et précipitent de ces solutions salines par dilution ou par dialyse. Si donc les fluides rejetés par l'œuf activé contiennent une globuline ou une vitelline, celle-ci, au contact de l'eau, précipitera, et le dépôt se faisant sur la membrane ou dans son épaisseur changera ses propriétés. Ce qui me porte à penser que la modification s'étend à l'épaisseur de la paroi, c'est que, indépendamment du gonflement de l'œuf vierge et de la distension de sa membrane, le suc hépato-pancréatique attaque et délite cette dernière. La membrane de l'œuf activé montre toujours ses deux limites intactes dans le réactif. La globuline étant soluble dans les sels que j'emploie, ces derniers s'opposent à la consolidation, bien que la réaction épuratrice se fasse, bien que l'œuf expulse son deuxième globule polaire et se segmente.

g. *L'inhibition de la membrane est réalisable en parthénogenèse effective*. Les œufs nus de *R. fusca* inoculés de lymphe et immergés dans le sel à 0,35 pour 100 se segmentent normalement : leurs morulas sont détruites par le suc hépato-pancréatique.

h. Un artifice de technique conduit au même résultat dans la fécondation. L'imprégnation étant faite au sperme salé à 0,15 pour 100, on dissout les gangues dans le cyanure salé à 0,2 pour 100. Les œufs, libérés au bout de 3 heures et demie, sont lavés et maintenus dans la même concentration de chlorure pur. Le lendemain, les morulas sont éprouvées à l'hépato-pancréas : 50 pour 100 résistent, les autres sont détruites.

Voici donc diverses catégories de matériaux dont l'étude demandera à être suivie comparativement : œufs activés avec ou sans membrane; œufs inoculés (parthénogénésiques) avec ou sans membrane; œufs fécondés avec ou sans membrane. Mais, chez ces derniers, le problème pourrait se compliquer de faits de polyspermie.

En résumé :

1° *Les œufs au cyanure sont qualifiés pour une analyse de la fécondation, puisque les œufs mûrs de la cavité générale se comportent comme eux.*

2° *La membrane vitelline consolidée par l'activation mérite le nom classique de « membrane de fécondation ». Sa perméabilité est diminuée, au moins pour certains agents destructeurs. La transformation a lieu dans l'eau et les solutions sucrées; elle est inhibée par les sels neutres alcalino-terreux. On ne peut faire intervenir dans cette inhibition ni la pression osmotique, ni la spécificité, ni l'antagonisme des ions.*

3° *L'attention se porte sur les propriétés des globulines (ou des vitellines). Une telle substance, faisant partie de l'excretum de l'œuf, reste dissoute dans les sels neutres étendus; au contact de l'eau, elle donnerait un précipité qui imprégnerait la membrane en modifiant ses propriétés.*

4° *En tout cas, la consolidation de la membrane nous apparaît comme un phénomène accessoire. On peut isoler la réaction éliminatrice qui la conditionne, et qui est l'un des aboutissants essentiels de l'activation.*

M. **Fernand Gaud** adresse une Note intitulée : *Sur un dispositif simplifié pour la préparation extemporanée du formol gazeux.*

La séance est levée à 15 heures trois quarts.

G. D.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS DANS LES SÉANCES DE JANVIER 1916 (*suite*).

Mémoires de l'Académie royale des Sciences et des Lettres de Danemark, Copenhague :

7ᵉ série, Section des Lettres, t. II, nº 4. *Le dialecte de Sämnân*, par ARTHUR CHRISTENSEN ;

— *Id.*, t. III, nº 1. *Die astronomischen Tafeln des Muhammed Ibn Mûsâ Al-Khwârizmî*, herausgegeben und kommentiert von H. SUTER ;

— 7ᵉ série, Section des Sciences, t. XI, nº 6. *Experimentelle Undersögelser over korsedderkoppens Gifte* (Epeira diadema, Walck), af L.-E. WALBUM ;

— *Id.*, t. XII, nº 2. *Recherches sur les fonctions de Bernoulli*, par NIELS NIELSEN ;

— *Id.*, nº 3. *Om ole Römers Opdagelse af Lyzets Töven*, af KIRSTINE MEYER ;

— *Id.*, nº 4. *Studier over Kromirhodanider*, af NIELS BJERRUM ;

— *Id.*, nº 5. *Om Klorets Indvirkning paa Kinin II*, af A. CHRISTENSEN ;

— *Id.*, nº 6. *Undersögelser over racemiske Omdannelsers Affinitet. Affinitets-studier V*, af J.-N. BRÖNSTED ;

— *Id.*, 8ᵉ série, nº 1. *Undersögelser til Fremstilling af Normaler i Metersystemet*, af K. PRYTZ og J.-N. NIELSEN.

Report of the Commissioner of Education for the year ended june 30, 1914. Vol. I et II. Washington, Government printing Office, 1915 ; 2 vol. in-8º.

Astronomical and astrophysical Society of America. *Publications*. Vol. II, 1915.

The University of Minnesota. Studies in the social Sciences. Minneapolis, 1915.

— Nº 2. *Federal Land Grants to the States with special reference to Minnesota*, by MATTHIAS NORDBERG ORFIELD ;

— Nº 3. *Early economic conditions and the development of Agriculture in Minnesota*, by EDWARD VAN DYKE ROBINSON.

ERRATA.

(Séance du 13 septembre 1915.)

Note de M. *Léon Gizolme*, Influence des algues des filtres à sable submergé sur la composition chimique de l'eau :

Page 313, note (³), *au lieu de* t. 158, 1914, p. 1008, *lire* t. 138, 1904, p. 1008.

(Séance du 6 mars 1916.)

Liste des Membres élus aux Commissions des Prix :

Page 344 : Commission XVIII. *Prix Lonchampt*. Le nom de M. Roux a été omis; voici la composition complète de la Commission et l'ordre de ses membres :

MM. Chauveau, Edmond Perrier, Guignard, Roux, Laveran, Dastre, Mangin.

(Séance du 6 mars 1916.)

Note de M. *F. Garrigou*, Sur l'ancienneté et le mode de formation de l'eau à la surface de la Terre :

Page 359, ligne 9 en remontant, *au lieu de* pour une part deux fois plus grande, *lire* pour une part huit fois plus grande.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 27 MARS 1916.

PRÉSIDENCE DE M. Ed. PERRIER.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** s'exprime en ces termes :

Messieurs,

L'Académie des Sciences vient encore de faire une perte considérable en la personne de l'un de nos plus habiles chirurgiens, **Léon Labbé**, qui fut, en bien des parties de son art, un initiateur hardi et heureux. Jusque dans ces derniers temps, malgré ses 84 ans, nous l'avons vu droit, robuste, actif, d'esprit vif et alerte, assister à toutes nos séances, prendre part à toutes les discussions qui ont eu lieu dans notre Commission d'alimentation et d'hygiène de la défense nationale. On pouvait croire que ce beau vieillard avait encore de longues années à vivre, d'utiles services à rendre.

Il était né en 1832, au Merlerault, dans l'Orne, où son père était notaire; il commença ses études médicales à Caen où il fut interne des hôpitaux en 1853. Il vint ensuite à Paris; en 1857, il y avait conquis le titre d'interne des hôpitaux. Docteur en médecine en 1861, prosecteur en 1862, agrégé de la Faculté en 1863, chirurgien des hôpitaux en 1864, après un concours qui ne laissa pas d'être mouvementé et où il avait pour juge Velpeau, sa carrière médicale fut rapide et brillante. En 1880 il entrait à l'Académie de Médecine. Depuis 1903, il était Membre libre de notre Académie, où il avait succédé au minéralogiste Damour.

S'il ne fut pas professeur titulaire à la Faculté de Médecine, il n'en joua pas moins un rôle important dans l'enseignement de la Chirurgie. De 1868 à 1871, il suppléa son maître, le professeur Richet, dans son service de Clinique chirurgicale et pendant 25 ans à l'hôpital Saint-Antoine, à la

Pitié, à Lariboisière, à Beaujon, il continua un enseignement libre de Clinique chirurgicale des plus suivis et où nombre de praticiens étrangers sont venus se former aux méthodes de la Chirurgie française.

Léon Labbé entrait dans la carrière au moment où pour la chirurgie allait s'ouvrir une période de transformation. Pasteur venait à peine d'inaugurer la série des travaux qui devaient révéler le rôle des microbes dans la naissance et l'évolution des maladies et leur intervention néfaste dans les infections chirurgicales. On n'osait pas tenter les grandes opérations qui forcent à ouvrir les cavités des séreuses. Quand elles s'imposaient, elles étaient le plus souvent suivies de désastres qui semblaient se produire capricieusement, sans qu'on pût exactement savoir pourquoi. Cependant, dès l'année 1864, le D[r] Labbé aborda résolument la chirurgie abdominale et obtint de frappants succès, en se laissant guider par cette seule notion instinctive, dit-il, qu'il fallait y apporter *la plus grande propreté*. C'était entrer dans la voie de l'*asepsie* dont les succès constants devaient être bientôt expliqués par Pasteur. C'est d'autre part l'*antisepsie*, une antisepsie un peu violente, à la vérité, qu'il pratiquait lorsqu'il traitait par le fer rouge les inflammations diffuses du tissu cellulaire, et détruisait par ce procédé les tissus sphacélés et infectés. Au double point de vue de l'asepsie et de l'antisepsie il fut, en quelque sorte, un précurseur; aussi était-il largement préparé à appliquer dans toute leur rigueur les méthodes pasteuriennes dès qu'elles furent systématisées.

Quelques-unes de ses opérations sont demeurées célèbres : telle est celle de l'extraction de la fourchette qu'un jeune homme, désireux d'étonner ses amis, avait avalée, dans un accès de forfanterie, et qui était descendue dans l'estomac avant qu'on ait pu la saisir. Elle y demeura deux ans, sans que d'habiles praticiens, tels que le D[r] Ollier, osassent intervenir. Il est vrai que le patient avait assez bien toléré jusque-là la présence de l'instrument; mais de graves incommodités survenant, Labbé se décida à tenter une opération dont il ne se dissimulait pas la gravité; elle réussit pleinement.

Dès lors Labbé codifia, en quelque sorte, le détail de l'opération, dans l'espérance qu'il serait possible de la répéter sans danger pour ouvrir, par exemple, une bouche artificielle permettant d'introduire directement des aliments dans l'estomac, en cas d'obstruction œsophagienne. La *gastrotomie* donnait ainsi naissance à la *gastrostomie* qui est devenue courante dans les recherches physiologiques sur la digestion stomacale.

L'opération dite de *l'homme à la fourchette* remonte à 1876; mais, dès 1870, Labbé avait déjà ponctionné la vessie pour en extraire, par aspi-

ration, l'urine, à l'aide d'une aiguille creuse, dans les cas de rétention. Cette pratique, perfectionnée par notre confrère le Dr Guyon, est devenue courante; mais bien auparavant, en 1866, Labbé avait déjà réussi, rien qu'en apportant à ses opérations ce qu'il appelait des *soins de propreté*, à ouvrir les séreuses articulaires, opération considérée jusqu'alors comme très dangereuse, pour en extraire des épanchements sanguins.

Lorsque Pasteur eut fait connaître le rôle des microbes dans les infections, la chirurgie put se permettre des hardiesses qu'elle n'aurait osé affronter auparavant. Dès lors, l'habileté opératoire de Labbé lui permet les interventions les plus hardies et les plus heureuses : il enlève de nombreuses tumeurs de l'utérus ou des seins; imagine de rendre exsangues, à l'aide d'une bande d'Esmarch, les tumeurs fibreuses de l'utérus afin de réduire au minimum la perte de sang du malade ; et, à la suite de ses nombreuses opérations, il est amené à publier un *Traité des tumeurs bénignes du sein* (1876) et plus tard un *Traité des fibromes de la paroi abdominale* (1888). Il y définit nettement le caractère de ces maladies mal étudiées avant lui et précise les conditions que doivent remplir les opérations qu'elles exigent, afin d'être réellement utiles. En 1884, il avait eu la hardiesse de pratiquer l'extirpation totale du larynx et son remplacement par un larynx artificiel qui permettait au patient de parler.

Un tel chirurgien devait naturellement se préoccuper des anesthésiques qui facilitent si singulièrement l'œuvre de l'opérateur tout en supprimant les souffrances du malade. Au lieu d'administrer le chloroforme en dose massive, en alternant l'inhalation de l'anesthésique et la respiration d'air pur, ce qui n'était pas sans danger, il imagine de faire respirer le chloroforme à dose faible, mais d'une manière continue et sans intermittence, ce qui réduit au minimum les chances de mort. Auparavant, il avait, en collaboration avec le Dr Goujon, essayé de combiner l'emploi du chloroforme avec celui de la morphine, ce qui permettait de diminuer beaucoup la dose de l'anesthésique. Il avait d'autre part tenté de remplacer le chloroforme par le protoxyde d'azote dont les effets anesthésiques avaient été signalés par Paul Bert. Le seul inconvénient de ce procédé était d'exiger une installation assez compliquée.

Je passe sur les nombreuses publications de détail auxquels ont donné lieu les opérations ou les recherches théoriques de l'illustre chirurgien et dont les plus importantes sont celles relatives aux cancers du rectum, aux tumeurs bénignes du sein, aux polypes naso-pharyngiens, à l'emploi du chloral injecté directement dans le sang, aux effets de la transfusion du sang

d'une espèce animale à une autre, ou même d'un oiseau à un mammifère et réciproquement, pour arriver au rôle joué par notre confrère dans les Conseils du Gouvernement. En 1892, ses compatriotes de l'Orne l'avaient envoyé au Sénat; il put donner satisfaction, dans la haute assemblée, à un penchant de jeunesse qu'il avait éprouvé pour les choses militaires. Il se fit nommer membre de la Commission de l'armée, et il en était actuellement, avec notre éminent confrère M. de Freycinet, le membre le plus ancien. Il en était aussi le membre le plus écouté pour toutes les questions qui touchent à l'hygiène du soldat, à la situation sanitaire de l'armée, aux mesures à prendre pour l'améliorer le plus possible. C'est dans cet ordre d'idées qu'après avoir établi le lien qui existe entre les épidémies de fièvre typhoïde et l'impureté des eaux de boisson, il fut amené à rechercher les moyens d'assurer, dans chaque ville, la meilleure eau potable à la garnison et qu'il réussit à faire voter à la veille de la guerre une loi décrétant obligatoire la vaccination antityphoïdique dans l'armée. Les statistiques commencent à faire apparaître à quel point cette mesure a été préservatrice pour nos troupes.

Léon Labbé s'est aussi occupé des questions d'enseignement. En 1894, soutenant les réclamations de la Faculté de Médecine, il avait fait reporter de 26 à 27 ans la limite d'âge imposée pour l'obtention du doctorat en médecine, en raison de l'année de stage à la Faculté des Sciences pour les études dites du P.C.N. Certes il appréciait hautement la culture qui résulte de la part faite dans les études classiques à ce qu'on nomme les *humanités*; mais il ne voulait pas qu'elles prissent la place qui doit revenir aux sciences positives dans une éducation complète, ni surtout qu'elles fissent oublier que la base essentielle de la prospérité d'un pays consiste dans le développement de son industrie et de son commerce. Il fut un des partisans les plus ardents de la création, à côté de l'enseignement littéraire, d'un enseignement industriel et commercial éminemment pratique.

En 1898, il demandait, conformément à ses idées sur l'organisation de l'enseignement professionnel, la réduction des bourses d'études qui poussent trop de jeunes gens à la conquête de diplômes théoriques au détriment de ces études qui conduisent aux carrières industrielles, commerciales ou coloniales dont l'importance a été si bien appréciée en Allemagne et a créé la redoutable prospérité de nos voisins.

Dès 1896 il s'était signalé par la vigueur de la campagne qu'il n'a cessé de mener contre l'alcoolisme et qu'il avait reprise dans ces derniers temps. La guerre actuelle semblait, du reste, lui avoir apporté un regain de jeunesse. Dès son début il s'était mis à la disposition du Service de Santé. Malgré

son grand âge, il fut un des plus actifs organisateurs des Services chirurgicaux de nos ambulances et de nos hôpitaux, « apportant à ses anciens élèves, dit un de ses biographes, le meilleur de son expérience, et à nos blessés le meilleur de son cœur ». Vous savez avec quel soin il suivit, à l'Académie, toutes les discussions de notre Commission d'hygiène et de santé. Dans ces discussions, il ne recherchait nullement un succès de parole; mais il apportait des faits, des précisions, une vigoureuse logique qui enlevaient rapidement les convictions et lui donnaient une autorité devant laquelle tous s'inclinaient.

Et puis l'on savait à quel point étaient grandes sa sincérité, sa loyauté. L'homme s'imposait de même par son inaltérable bienveillance. Il se multipliait pour les amis dont il avait pu apprécier la valeur, et quand on lui reprochait de se trop dépenser : « Laissez donc, disait-il, c'est ma dernière joie; en est-il de meilleure que de faire du bien? »

Les honneurs n'auront pas manqué à sa carrière. En 1865, il avait été élu membre de la Société de Chirurgie dont il fut secrétaire en 1868 et président en 1882. En 1880 il avait été élu membre de l'Académie de Médecine. Il était depuis 1891 commandeur de la Légion d'honneur.

ÉLECTRICITÉ. — *Remarques sur l'emploi du courant continu à haute tension pour la télégraphie et la téléphonie sans fil.* Note de M. A. **Blondel**.

Une Note récente de MM. Girardeau et Béthenod [1], au sujet de l'emploi du courant continu à haute tension dans la télégraphie et la téléphonie sans fil, a rappelé que les phénomènes de la charge et de la décharge du condensateur dans une installation de ce genre sont déjà connus. On peut ajouter qu'ils sont tout à fait analogues à ceux qui se présentent dans l'arc chantant et qui dépendent du courant débité dans les bobines de self-induction au moment où l'arc s'éteint [2]. Les équations plus simples employées par M. le commandant Fracque [3] considèrent comme négligeable le courant débité dans les selfs au moment de l'établissement du régime de charge; elles permettent ainsi une évaluation simple

(1) *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 351.

(2) Cf. A. Blondel, *Sur les phénomènes de l'arc chantant* (*L'Éclairage électrique*, 15 et 25 juillet 1905).

(3) *La Lumière électrique*, t. 28, 16 janvier 1915, p. 43-46.

du rendement en énergie, qui n'avait pas été traitée dans le cas de l'arc chantant, et qui présente un grand intérêt dans les installations de télégraphie sans fil.

Dans le cas plus général du régime musical traité par M. Bouthillon [1], le courant initial existant dans la self-induction en court circuit est supposé avoir la même valeur que le courant circulant au moment du commencement de la décharge de condensateur.

Si ces deux auteurs ont trouvé même expression pour le rendement, c'est parce que celui-ci est indépendant de la *loi de la charge*; en effet, soient Q la charge du condensateur au voltage U atteint avant l'étincelle, E la force électromotrice de la source; l'énergie débitée par cette dernière est QE, pour l'énergie accumulée $\frac{QU}{2}$; le rapport est $\frac{1}{2}\frac{U}{E}$, quelle qu'ait été la variation de l'intensité de courant avant et pendant la charge.

Mais cette expression est trop avantageuse, car elle ne tient pas compte de l'énergie perdue pendant le court circuit produit par l'étincelle oscillante; la durée de cette décharge est loin d'être négligeable [2] et le court circuit de la source E peut être prolongé d'une durée ε plus ou moins longue par l'ionisation de la cathode de l'éclateur. Il en résulte que, si la décharge du condensateur a lieu avant que le courant I soit nul, l'énergie accumulée dans la self-induction s'écoule par une décharge fractionnée du genre de celle que j'ai décrite en 1905 [3]. Soit $I'_0 = I_0 + \Delta I_0$ le courant de court circuit au moment de l'extinction de l'arc; l'énergie dépensée en pure perte pendant ce court circuit aura été sensiblement

$$E\left(I_0 + \frac{\Delta I_0}{2}\right)\varepsilon$$

---

(1) *Comptes rendus*, t. 160, 1915, p. 800.

(2) Par exemple, à la fréquence 300000 correspondant à 1000^m de longueur d'onde, une décharge durant 30 périodes, ce qui n'a rien d'exagéré avec une antenne pas trop amortie, produit un court circuit de $\frac{1}{10000}$ de seconde, déjà important par rapport à l'intervalle entre les commencements de décharge, qui est de $\frac{1}{500}$ à $\frac{1}{1000}$ de seconde.

La proportion est cinq fois plus forte dans les grands postes à la fréquence 60000. Le court circuit pourra être interrompu par un refroidissement intense des électrodes (cas de l'excitation par choc); seulement si l'on évite l'extra-courant en rendant négligeable I_0.

(3) *Sur les phénomènes oscillatoires des réseaux et l'influence des propriétés de l'arc électrique* (*Bulletin de la Société internationale des Électriciens*, 2e série, t. 5, mai 1905, *fig.* 26).

et le rendement seulement

$$\frac{QU}{2E\left[Q+\left(I_0+\frac{\Delta I_0}{2}\right)\tau\right]}.$$

Il s'abaissera beaucoup plus vite que ne le supposait la formule simple $\frac{U}{2E}$ dès que le réglage ne sera pas fait exactement à intensité de courant I_0 nulle.

Le réglage de la vitesse de l'éclateur tournant devra être d'autant plus précis que l'on emploiera de plus grandes longueurs d'onde et de plus basses fréquences musicales, circonstances qui augmentent toutes deux la proportion de la durée du court circuit à celle de la charge.

Cette proportion n'étant pas négligeable, on devra tenir compte, dans le calcul de la durée de charge, que l'intensité initiale I'_0 n'est pas la même que l'intensité au moment de la décharge I_0; la variation ΔI_0 peut se calculer suivant la loi exponentielle bien connue de la variation du courant dans un circuit induit ne contenant pas de capacité; mais la constante de temps de la self-induction étant ici très grande, on peut admettre que la variation $L\frac{di}{dt}=E$ sensiblement pendant toute la durée du court circuit, et que par suite $I'_0=I_0+\frac{E\tau}{L}$; cette approximation est suffisante eu égard au faible degré de précision avec lequel on peut évaluer τ. Il faudra tenir compte également qu'au moment où recommence la charge, la tension au condensateur n'est plus nulle, mais a une certaine valeur U'_0. Il en résulte, pour l'amplitude et la phase du courant de charge oscillant et de la tension du condensateur pendant la charge, des expressions plus complexes ([1]).

Dans les expériences pour la téléphonie sans fil de 1910, nous nous étions préoccupé avant tout d'obtenir la protection de l'induit par deux fortes bobines de self-induction symétriques qui, en outre, recevaient le voltage de charge jusqu'au maximum compatible avec la constance de la fréquence de charge, qui dépassait celle des sons perceptibles pour maintenir la constance de la puissance débitée dans l'antenne (7A); le réglage n'était donc pas fait de façon que l'étincelle éclatât au sommet de la courbe de potentiel,

---

([1]) Ces expressions sont analogues à celles que j'ai données dans le travail mentionné ci-dessus et dans lequel il suffit de faire $U_1=E$ et $I_1=0$; la durée de la charge s'obtient en exprimant que le courant final I_0 est égal à $I'_0-\Delta I_0$.

mais dans une partie encore sensiblement ascendante de la courbe tout en cherchant à se rapprocher de la puissance utile maxima. Les étincelles jaillissaient dans le pétrole et les résultats auraient été complètement satisfaisants s'il n'y avait pas eu un son de friture (provenant peut-être du passage des touches du collecteur de la dynamo à haute tension). Au contraire, dans la télégraphie sans fil, l'addition de l'éclateur tournant permet de faire jaillir les étincelles au sommet de l'onde, et c'est ce qui permet de réaliser le réglage le plus favorable au rendement.

En ce qui concerne les critiques dirigées contre l'emploi de l'arc à courant continu, il convient, je crois, de distinguer deux cas, suivant qu'il s'agit de petites puissances ou de grandes puissances à mettre en jeu. Dans les expériences de téléphonie sans fil, que j'avais réalisées en 1910 avec la collaboration de M. le capitaine Brenot ([1]), et qui ont été le point de départ des expériences de télégraphie sans fil par courant continu haute tension de M. le commandant Fracque rappelées par MM. Girardeau et Béthenod ([2]), les puissances mises en jeu étaient assez limitées (quelques kilowatts) pour permettre l'emploi d'une seule dynamo à 2000 volts, et le maniement d'un appareil de ce genre ne présente pas de danger grave. Il en est tout autrement quand on veut réaliser des installations de grande puissance, exigeant des potentiels de charge beaucoup plus élevés que la limite de 4000 volts, qui peut être atteinte dans le cas précédent. Les courants alternatifs ont alors une supériorité incontestable au point de vue de la sécurité, et les tensions de charge qu'ils permettent de réaliser n'ont pour ainsi dire pas de limite, car elles pourraient atteindre 100000 volts et même davantage.

Il est intéressant de remarquer aussi que le rendement très satisfaisant obtenu en courant alternatif provient de l'effet magnétisant des courants déwattés en avance, circulant entre l'alternateur et le condensateur par l'intermédiaire du transformateur et des self-inductances; ces courants magnétisants produisent dans l'induit et les self-inductances des forces électromotrices supplémentaires: la force électromotrice induite totale reste très voisine de la différence de potentiel aux bornes du condensateur pendant les oscillations qui, dans l'établissement du régime de résonance, précèdent la décharge du condensateur. Ainsi se trouve évitée la chute de potentiel considérable qui se produit entre la source et le condensateur

---

([1]) Pendant un séjour de M. le colonel Ferrié au Maroc.

([2]) *Loc. cit.*

dans le système à courant continu. Dans le cas où l'on interpose des self-inductions entre le transformateur et le condensateur, le rendement, malgré les pertes dans leurs noyaux, bénéficie du fait que, à la fin de la charge oscillante, le potentiel aux bornes du condensateur est, grâce à la résonance, plusieurs fois supérieur à la force électromotrice aux bornes de l'alternateur (¹).

Si l'on a soin de laisser s'écouler entre les décharges un nombre d'alternances suffisant pour établir la résonance, la tension aux bornes du condensateur se trouvera décalée sensiblement d'un quart de période en avance de la force électromotrice de l'alternateur, et l'étincelle jaillissant au moment de la tension maxima coïncide non seulement avec une intensité nulle dans le circuit de charge, mais encore avec une force électromotrice nulle, au lieu de la force électromotrice constante E du système à courant continu.

Si la méthode de télégraphie sans fil par courant continu à très haute tension a donné lieu, dans des installations de grande puissance, à des avaries de machines, cela provient sans doute de ce que, faute d'avoir ajouté aux bornes de la dynamo une batterie d'accumulateurs, on fait passer dans l'induit de la dynamo un courant alternatif de fréquence musicale, qui produit une force électromotrice alternative supplémentaire très importante dans les spires de l'induit perpendiculaires au diamètre de commutation, c'est-à-dire précisément dans les spires où la force électromotrice induite par la rotation de l'induit est déjà maximum : il en résulte donc facilement des *flashes* au collecteur.

A cela s'ajoute la gène qu'entraîne l'excitation des dynamos à haute tension, au delà de 1000 ou 2000 volts suivant les puissances; cette excitation ne peut se faire qu'en série ou par dynamo séparée. Dans le premier cas, les fluctuations du courant de charge induisent, dans les spires mises en court circuit sous les balais, des courants alternatifs d'intensité exagérée; dans le second cas, il faut, pour isoler convenablement l'induit à haute tension par rapport aux inducteurs, mettre la dynamo excitatrice elle-même sur un massif isolant, et l'installation se trouve ainsi compliquée.

Pour ces différents motifs, on doit considérer comme mauvaise toute

(¹) Cf. A. BLONDEL, *Sur le réglage des transformateurs à résonance pour la production des décharges destructives* (*Éclairage électrique*, 1907, t. 3, p. 217-253, 325, et *Journal de Physique*, 4ᵉ série, t. 6, où la même question est traitée par deux méthodes différentes) et J. BÉTHENOD, *Sur le transformateur à résonance* (*Éclairage électrique*, 1907, t. 4, nº 52).

disposition qui fait circuler tout le courant de charge à travers la dynamo, et, si l'on ne met pas aux bornes de celle-ci une batterie d'accumulateurs, il faudrait au moins ajouter une batterie de condensateurs de très grande capacité, suivant un montage que j'ai indiqué il y a quelques années ([1]). Le meilleur type de condensateur et le seul qui réalise les grandes capacités désirables en pareils cas est le condensateur électrolytique; il suffirait d'employer une cellule électrolytique par 100 volts de tension aux bornes du groupe des dynamos génératrices.

Enfin, une des plus grandes difficultés qu'on a rencontrée dans le système à courant continu haute tension a été celle de la réalisation d'un manipulateur; quand on a voulu couper directement le courant principal, on a produit des arcs destructifs, difficiles à souffler ([2]); il serait préférable de chercher à manipuler soit en désaccordant l'antenne, soit en affaiblissant l'excitation indépendante à l'aide de shunts ou de capacités électrolytiques placées temporairement en dérivation par rapport aux inducteurs. Mais en tout cas, à ce point de vue de la manipulation, les systèmes à courant alternatif actuels, qui permettent de couper très facilement un circuit excitateur présentant une faible self-induction, ou de modifier la résonance primaire, présentent un énorme avantage.

Il semble donc que les seuls cas intéressants actuellement pour l'emploi du courant continu en T. S. F. sont la téléphonie sans fil et l'arc chantant donnant directement des ondes entretenues dans l'antenne.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

L. Barbillion, *Leçons sur le fonctionnement des groupes électrogènes en régime troublé*. (Transmis par M. A. Blondel.)

([1]) *Comptes rendus de l'Association française pour l'Avancement des Sciences*, Reims, 1907, et *La Revue électrique*, t. 8, p. 75.

([2]) Et des surtensions graves dans les enroulements.

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur l'approximation des irrationnelles complexes.* Note de M. **Lester R. Ford**, présentée par M. G. Humbert.

1. *Fractions d'Hermite.* — Nous nous proposons ici d'exposer une méthode de calcul et quelques propriétés des fractions introduites par Hermite pour l'approximation d'un nombre complexe ω.

Soit

$$F(x, y) = (x - \omega y)(x_0 - \omega_0 y_0) + k^2 y y_0 \quad (1)$$

une forme quadratique définie d'Hermite : les x_0, y_0, ω_0 sont les imaginaires conjuguées de x, y, ω, et k est réel.

Si $x = p$, $y = q$ sont les valeurs complexes *entières* rendant F minimum, $p : q$ sera une fraction d'Hermite et donnera, pour ω, une approximation mesurée par l'inégalité

$$\left|\frac{p}{q} - \omega\right| < \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{q q_0}, \quad (2)$$

le symbole $|a|$ désignant le module de a.

En faisant décroître k de ∞ à 0, on obtient ainsi une suite de fractions, tendant vers ω.

2. *Division de M. Picard pour le demi-espace.* — On peut indiquer, pour la méthode d'Hermite, une interprétation géométrique analogue à celle que M. Humbert a développée (*Comptes rendus*, décembre 1915) dans le cas où ω est réel. Considérons en effet, dans le demi-espace où les coordonnées sont $z (= \xi + i\eta)$ et ζ, le pentaèdre H_0 dont les faces latérales sont les quatre plans $\xi = \pm \frac{1}{2}$, $\eta = \pm \frac{1}{2}$, et dont la base est sur la sphère $\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 = 1$. Ce pentaèdre est le domaine fondamental classique du groupe bien connu de M. Picard, *joint* à son symétrique par rapport au plan $\eta = 0$; il comprend donc deux domaines fondamentaux du groupe, et ses quatre sommets à distance finie sont dans le plan $\zeta\sqrt{2} = 1$.

En prenant les symétriques de H_0 par rapport à ses faces et continuant ainsi pour chacun des pentaèdres successivement obtenus, on partage le demi-espace, au-dessus du plan $\zeta = 0$, en pentaèdres H ; chaque H a, sur le plan $\zeta = 0$ ou à l'infini, un sommet que nous appellerons sa *pointe* : pour les H dont la pointe est à l'infini, les autres sommets sont dans le plan $\zeta\sqrt{2} = 1$.

Cela posé, si, dans la forme (1), k décroît de ∞ à o, le point représentatif de cette forme, à savoir le point $z=\omega$, $\zeta=k$, parcourt la droite $z=\omega$, de ∞ à ω, et passe de pentaèdre II à pentaèdre II : les fractions d'Hermite successives sont les coordonnées complexes z des pointes des pentaèdres successivement traversés.

3. *Calcul des fractions.* — La première pointe est à l'infini; la seconde est a, en désignant ainsi l'entier complexe *le plus voisin* de ω.

Soient alors

$$(3) \qquad \frac{1}{0}, \quad \frac{a}{1}, \quad \ldots, \quad \frac{p'}{q'}, \quad \frac{p}{q},$$

des fractions consécutives d'Hermite; proposons-nous de trouver la fraction suivante, P : Q.

Admettons, ce qui est vérifié pour les deux premières fractions, qu'on ait $pq'-qp'=-1$, et opérons la substitution

$$(4) \qquad z'=\frac{pz-p'}{qz-q'},$$

qui est dès lors du groupe de M. Picard : elle change les points $z'=p:q$ et $p':q'$ en $z=\infty$ et o; la droite $z=\omega$ du demi-espace, avec le sens de ∞ à ω, devient une demi-circonférence, Σ, orthogonale à $\zeta=0$, et de sens déterminé; nous avons, pour calculer P : Q, à chercher la pointe du pentaèdre dans lequel pénètre Σ, en sortant des pentaèdres dont les pointes sont à l'infini.

Le calcul ne conduit pas à des résultats simples; mais on peut observer que, si l'on cherche le point d'intersection de Σ et du plan $\zeta\sqrt{2}=1$, sa coordonnée z est

$$(5) \qquad \frac{q'}{q}-\frac{1}{2u}\left(1+\sqrt{1-2uu_0}\right),$$

où $u=q(q\omega-p)$, et le pentaèdre qui contient ce point a pour pointe l'entier complexe s *le plus voisin* de (5).

Généralement cette pointe est celle cherchée, et nous pouvons alors écrire, en vertu de (4),

$$(6) \qquad \mathrm{P}=ps-p', \qquad \mathrm{Q}=qs-q',$$

d'où $\mathrm{P}q-\mathrm{Q}p=-1$. Si P : Q ainsi défini n'est pas la fraction d'Hermite qui suit $p:q$, on établit que c'est *celle qui vient immédiatement ensuite*, et,

dès lors, on peut par (5) et (6), en partant de $\frac{1}{0}$ et de $\frac{a}{1}$, former une *suite nouvelle*, plus simple que celle d'Hermite, et qui ne pourra différer de celle-ci que par la suppression de quelques termes. De plus, on n'aura jamais à supprimer, dans la suite d'Hermite, deux fractions consécutives.

4. *Propriétés de la nouvelle suite.* — On établit, par des méthodes géométriques, en désignant par $p : q$ et $P : Q$ deux fractions consécutives :

1° L'inégalité (2);

2° L'inégalité

$$\left|\frac{P}{Q} - \omega\right| < \left|\frac{p}{q} - \omega\right|;$$

3° Si $r : s$ est une fraction telle que $\left|\frac{r}{s} - \omega\right| < \left|\frac{P}{Q} - \omega\right|$, on a

$$|s| > |Q|;$$

comme conséquence,

$$|Q| > |q|;$$

4° En général $|P| > |p|$; toutefois, il peut arriver que $|P| < |p|$, mais ce sera un cas exceptionnel, où l'on aura

$$PP_0 = pp_0 - 1 \qquad \text{et} \qquad P : Q = q_0 : p_0.$$

GÉOMÉTRIE. — *Sur les applications géométriques du théorème d'Abel et de la formule de Stokes.* Note de M. A. **Buhl**, présentée par M. G. Humbert.

Soient, sur une surface E d'équation $F(X, Y, Z) = 0$, une cloison σ_E et l'intégrale

$$(1) \qquad \int\int_{\sigma_E} \Phi(X, Y, Z)\, d\sigma_E.$$

L'élément $d\sigma_E$, situé en $M(X, Y, Z)$, sert de directrice à un cône de sommet O qui découpe $d\sigma$, en $m(x, y, z)$, sur une surface σ d'abord indéterminée.

Alors on établit facilement que (1) peut être remplacé par

$$(2) \qquad \int\int_{\sigma} \frac{\Phi(X, Y, Z)}{\rho^3} \frac{\sqrt{F_X^2 + F_Y^2 + F_Z^2}}{XF_X + YF_Y + ZF_Z} (\alpha x + \beta y + \gamma z)\, d\sigma,$$

si ρ est le rapport de Om à OM et si α, β, γ sont cosinus directeurs pour la normale en $d\sigma$. Naturellement, (2) étant formé, il faut y écrire

$$(3) \qquad X = \frac{x}{\rho}, \qquad Y = \frac{y}{\rho}, \qquad Z = \frac{z}{\rho},$$

ρ étant défini par

$$(4) \qquad F\left(\frac{x}{\rho}, \frac{y}{\rho}, \frac{z}{\rho}\right) = 0.$$

Or ρ, défini par (4), est homogène d'ordre 1 en x, y, z; par suite, les expressions (3) sont homogènes d'ordre zéro et, dans (2), tout ce qui contient X, Y, Z, ρ est homogène d'ordre -3. Dans ces conditions, la formule de Stokes (voir ma Note du 17 mai 1915) [1]

$$(5) \qquad \int\int_\sigma \left(\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z}\right)(\alpha x + \beta y + \gamma z)\, d\sigma = \int_\Sigma \begin{vmatrix} dx & dy & dz \\ x & y & z \\ F & G & H \end{vmatrix}$$

permettra de remplacer (2) par une intégrale de ligne particulièrement remarquable étendue au contour Σ de σ. C'est là, dans le cas général, un raisonnement dont le type est dû à M. G. Humbert qui, pour la sphère transpercée par un cône quelconque, a donné la différence d'aires sphériques $\sigma_2 - \sigma_1$ sous deux formes correspondant aux deux membres de (5). Dans mon troisième Mémoire consacré à la formule de Stokes (*Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, 1914), j'ai appliqué ces considérations à diverses aires gauches. Il reste encore beaucoup à faire, notamment quant aux volumes.

Si la surface $F = 0$ est algébrique d'ordre m, le cône $O\Sigma$ y découpe m cloisons, d'où m valeurs pour ρ et m intégrales (2) dont la somme peut donner un théorème abélien si le produit de $\Phi(X, Y, Z)$ par le radical qui suit est rationnel. Ainsi cela arrive, pour Φ rationnel, sur les *surfaces de direction*. Mais, en outre, les théorèmes abéliens en question semblent exister naturellement pour maints volumes à définition simple.

De plus, une fois que la somme abélienne d'intégrales doubles est mise sous la forme du second membre de (5), elle devient comparable à des aires planes projections du contour Σ sur les plans coordonnés.

Je dois me borner, ici, à indiquer des résultats.

A toute surface algébrique E *on peut associer une famille de surfaces*

---

(1) *Comptes rendus*, t. 160, 1915, p. 655.

algébrico-logarithmiques σ, *pouvant porter des contours* Σ, *d'où des cônes* $O\Sigma$ *pour lesquels la somme « des volumes coniques compris entre* O *et les différentes cloisons découpées par* $O\Sigma$ *sur* E » *est égale au volume* V *d'un cylindre droit, de hauteur constante, ayant pour base la projection de* Σ *sur* Oxy.

Comme on peut disposer arbitrairement de V, on résout ainsi, parmi d'autres, la question d'attacher à une surface algébrique une somme abélienne de volumes coniques de valeur donnée, d'une nature arithmétique donnée, etc.

Pour les volumes tournants, j'ai établi un théorème absolument analogue. Il n'y a qu'à remplacer les mots entre guillemets par : « *des volumes tournants engendrés par rotation, autour d'un axe quelconque, des différentes cloisons découpées par* $O\Sigma$ *sur* E ».

Pour la *somme* des volumes compris entre le sommet d'un cône et les cloisons qu'il découpe sur une sphère, j'ai formé explicitement l'égalité (5) qui, comme on peut s'y attendre, présente beaucoup d'analogie avec celle donnée par M. Humbert pour $\sigma_2 - \sigma_1$.

La *différence* de ces mêmes volumes, ou volume commun à une sphère et à un cône quelconque, peut encore s'étudier de même. J'ai obtenu la surface de révolution σ :

$$(r^2+z^2)^4(3h\,r^2-4R^3)^2=16z^2(R^2z^2-k^2r^2) \tag{6}$$

associée à la sphère $r^2+(z-c)^2=R^2$ et où $k^2=c^2-R^2$. *Tout cône, de sommet* O, *transperçant la sphère, découpe sur* σ *un contour* Σ *dont la projection sur* Oxy *est base d'un cylindre droit, de hauteur* h, *ayant un volume égal à celui du noyau sphéro-conique*. D'ailleurs (6) fait partie d'une famille où les surfaces σ ne sont pas forcément de révolution.

Bien d'autres développements sont encore possibles, ce que je montrerai dans un quatrième Mémoire.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la sommation des séries de Dirichlet.* Note de M. G.-H. **Hardy**, présentée par M. Hadamard.

1. On peut dire qu'une série Σa_n est sommable par la méthode d'Abel, ou *sommable* (A), si la série $\Sigma a_n e^{-ny}$ est convergente pour $y>0$ et tend vers une limite finie quand y tend vers zéro. L'application de cette méthode de sommation aux séries de Dirichlet $\Sigma a_n n^{-s}$ donne des résultats assez intéressants, qu'on ne semble pas avoir remarqués jusqu'ici.

Je suppose qu'il existe un nombre M tel que $a_n = O(n^M)$; il y a donc un demi-plan de convergence absolue, et la série représente une fonction analytique

$$f(s) = f(\sigma + ti).$$

On a étudié surtout les fonctions qui sont d'*ordre fini* sur une parallèle à l'axe des imaginaires. Supposons que $f(s)$ est régulière pour $\sigma \geqq \sigma_0$ et désignons par $K = K(\sigma_0)$ la borne inférieure des nombres ξ tels que

$$f(\sigma + ti) = O(|t|^\xi),$$

uniformément pour $\sigma \geqq \sigma_0$, et supposons, de plus, que $K < \infty$. Cela étant, on dit que $f(s)$ est d'ordre fini K pour $\sigma = \sigma_0$. Les séries de telles fonctions sont sommables (C), c'est-à-dire par les moyennes de Cesàro; on sait, en effet, d'après M. Harald Bohr, que *la condition nécessaire et suffisante pour que $\Sigma a_n n^{-s}$ soit sommable* (C), *pour $\sigma > \sigma_0$, est que $f(s)$ soit régulière et d'ordre fini pour $\sigma > \sigma_0$*.

2. Toute série sommable (C) est sommable (A) : la méthode d'Abel est donc applicable à toutes les séries correspondant aux fonctions d'ordre fini, mais son application en ce cas n'est jamais nécessaire. Au contraire, pour les fonctions d'ordre infini, les méthodes de Cesàro, et les méthodes plus générales de M. Marcel Riesz, sont en défaut. On a donc besoin de méthodes plus puissantes, telles que la méthode d'Abel.

Soit $f(s)$ régulière pour $\sigma \geqq \sigma_0$, et soit $H = H(\sigma_0)$ la borne inférieure des nombres ξ tels que

$$f(\sigma + ti) = o(\varepsilon^{\xi|t|}),$$

uniformément pour $\sigma \geqq \sigma_0$. J'appelle ce nombre H l'*indice* de $f(s)$ pour $\sigma = \sigma_0$. On démontre sans peine que la fonction $H(\sigma)$ est nulle à partir d'une valeur σ_1 de σ et qu'elle est, de plus, positive, décroissante, convexe et continue (tant qu'elle reste finie) pour $\sigma < \sigma_1$.

En faisant usage de la formule

$$\Sigma a_n n^{-s} e^{-ny} = \frac{1}{\Gamma(s)} \int_0^\infty x^{s-1} (\Sigma a_n e^{-n(x+y)})\, dx,$$

valable sous des conditions qu'il n'y a pas besoin de récapituler, on trouve aisément que, *si la série Σa_n est sommable* (A), *la série $\Sigma a_n n^{-s}$ est sommable* (A) *pour $\sigma > \sigma_0$*.

Il s'ensuit que *le domaine de sommabilité* (A) *est un demi-plan*. On obtient aussi le théorème :

I. *Si la série est sommable* (A) *pour* $\sigma > \sigma_0$, $f(s)$ *est régulière, et* $\mathrm{H}(\sigma) < \frac{\pi}{2}$, *pour* $\sigma > \sigma_0$.

D'autre part, en partant de la formule

$$\sum a_n n^{-s} e^{-ny} = \frac{1}{2\pi i} \int_{\mathrm{K}-i\infty}^{\mathrm{K}+i\infty} y^{-u} \Gamma(u) f(s+u)\, du,$$

où K désigne un nombre positif assez grand, et en suivant une marche qui ne diffère pas, au fond, de celle que M. Littlewood et moi avons suivie dans quelques recherches récentes sur les nombres premiers [1], on aboutit au théorème réciproque :

II. *Si* $f(s)$ *est régulière, et* $\mathrm{H}(\sigma) < \frac{\pi}{2}$, *pour* $\sigma > \sigma_0$, *la série est sommable* (A) *pour* $\sigma > \sigma_0$.

De ces deux théorèmes il résulte que *le domaine de sommabilité* (A) *est le demi-plan dans lequel l'indice de la fonction est plus petit que* $\frac{\pi}{2}$.

3. On peut généraliser la méthode d'Abel en supposant que $\sum a_n e^{-n^\lambda y}$, où λ est un nombre positif quelconque, converge pour $y > 0$ et tend vers une limite finie quand y tend vers zéro. Je conviendrai alors de dire que la série $\sum a_n$ est *sommable* (A, λ). On augmente la puissance de la méthode en diminuant λ.

Les résultats de l'application de la méthode généralisée sont tout à fait analogues aux théorèmes que je viens d'énoncer : il faut seulement remplacer $\frac{\pi}{2}$ par $\frac{\pi}{2\lambda}$.

Tous ces théorèmes admettent aussi des généralisations pour des séries $\sum a_n e^{-\lambda_n s}$ d'un type quelconque.

4. Considérons, par exemple, la série

$$f(s) = \sum e^{\mu i (\log n)^a} n^{-s} \qquad (\mu > 0,\ a > 1).$$

La série est absolument convergente pour $\sigma > 1$ et convergente pour $\sigma = 1$; les droites de convergence et de sommabilité (C) coïncident dans la droite $\sigma = 1$. La fonction $f(s)$ est entière et d'ordre infini si $\sigma < 1$ [2].

---

(1) Voir une courte Note dans *The Quarterly Journal of Mathematics*, t. 45, et un Mémoire étendu qui va paraître dans les *Acta mathematica*.

(2) J'ai donné les démonstrations de ces propositions dans *The Tohoku Mathematical Journal*, t. 8.

On peut démontrer que $H(\sigma) = 0$, pour toute valeur de σ, si $a > 2$; la série est alors sommable (A) dans tout le plan. Si $1 < a < 2$, on a $H(\sigma) = 0$ pour $\sigma > 1$, et $H(\sigma) = \infty$ pour $\sigma < 1$; la série n'est plus sommable (A) que dans le demi-plan de convergence. Enfin, si $a = 2$, on a $H(\sigma) = 0$ pour $\sigma \geqq 1$ et $H(\sigma) = \frac{1-\sigma}{2\mu}$ pour $\sigma < 1$. La série en ce cas est donc sommable (A) pour $\sigma > 1 - \mu\pi$, ce que l'on peut vérifier par un calcul direct. Elle est sommable (A, λ) pour $\sigma > 1 - \frac{\mu\pi}{\lambda}$.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Observations du Soleil, faites à l'Observatoire de Lyon, pendant le quatrième trimestre de* 1915. Note de M. **J. Guillaume**, présentée par M. B. Baillaud.

Le nombre des jours d'observations dans ce trimestre a été de 60, et voici les principaux faits qu'on en déduit :

Taches. — La formation des taches a présenté une activité moindre dans ce trimestre que dans le précédent [1] où, comme on l'a signalé, leur plus grand développement s'est montré en juillet; à partir de cette époque dans laquelle sont compris les premiers jours du mois d'août, l'aire tachée est allée en décroissant, et elle n'était plus en décembre que le tiers (683 millionièmes) de ce qu'elle avait atteint en juillet (2066 millionièmes).

Il n'y a eu, d'ailleurs, aucun groupe visible à l'œil nu, mais comme précédemment, le soleil n'a paru sans taches en aucun des jours d'observations.

Au total, on a enregistré 49 groupes avec une surface de 2631 millionièmes, au lieu de 68 groupes et 5527 millionièmes.

Cette diminution d'activité a été plus grande dans l'hémisphère austral que dans l'hémisphère boréal, avec 22 groupes au lieu de 37, d'une part, et 27 groupes au lieu de 31, d'autre part.

Leur latitude moyenne a diminué au sud de l'équateur en passant de $-21°,3$ à $-19°,1$, et a peu varié au nord, passant de $+17°,0$ à $17°,4$.

Régions d'activité. — Les facules ont également diminué : on a noté 97 groupes avec une surface totale de 85,3 millièmes, au lieu de 125 groupes et 132,1 millièmes.

Cette diminution se reporte presque toute dans l'hémisphère austral, où elle est d'un tiers, avec 44 groupes au lieu de 68, et est sensiblement nulle dans l'hémisphère boréal, où l'on a 53 groupes au lieu de 57.

---

[1] *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 374.

TABLEAU I. — *Taches.*

Dates extrêmes d'observ.	Nombre d'observations.	Pass. au mér. central.	Latitudes moyennes. S.	Latitudes moyennes. N.	Surfaces moyennes réduites.
		Octobre. — 0,00.			
1- 2	2	1,3		+23	3
27- 5	8	1,9	−16		102
4- 5	2	7,4		+9	16
5-13	5	9,3		+22	19
8	1	10,5		+7	10
8-16	6	13,6		+8	206
11-16	4	14,4		+15	43
22	1	17,3	−15		11
14-23	4	19,1		+22	11
14-25	6	20,3	−16		212
21-28	6	23,9		+11	151
27-31	4	28,4	−19		8
30- 4	5	29,0		+28	82
23- 4	9	30,0		+20	167
	19 j.		−16°,5	+16°,5	
		Novembre. — 0,00.			
30- 6	7	2,4	−21		109
30-31	2	2,6		+25	26
30-31	2	2,9		+6	24
30	1	5,7		+15	8
4-11	5	7,0		+18	20
10-16	5	11,2		+20	139
6-11	4	12,5	−16		85
7-18	4	13,2		+36	74
11	1	13,3		+11	5
17	1	16,5	−17		3
13-21	5	18,0	−23		55
		Novembre (suite).			
17-18	2	19,4	−13		7
15-24	5	19,5		+12	51
20-21	2	19,9	−16		13
21	1	20,2	−21		2
20	1	23,2		+22	2
18-29	8	24,1	−23		190
27	1	25,7		+15	2
20-27	5	26,0		+29	21
26- 3	6	29,5	−20		33
27- 1	4	29,7	−26		33
24	1	29,9		+11	5
	20 j.		−19°,6	+18°,3	
		Décembre. — 0,00.			
6- 7	2	3,2	−24		33
4- 7	3	5,7		+20	10
5-12	8	8,2		+20	31
3- 7	4	9,3		+25	13
6-10	4	9,6	−18		13
9-15	7	10,8		+10	31
14-15	2	14,3	−12		4
9-20	9	14,9	−21		148
14-21	5	16,3		+10	293
11-15	4	16,4	−16		13
19-26	6	25,7	−19		39
25-29	5	26,7	−20		41
27-29	3	27,5	−29		14
	21 j.		−19°,9	+17°,0	

TABLEAU II. — *Distribution des taches en latitude.*

1915.	Sud. 90°. 40°.	40°. 30°.	30°. 20°.	20°. 10°.	10°. 0°.	Somme.	Nord. Somme.	0°. 10°.	10°. 20°.	20°. 30°.	30°. 40°.	40°. 90°.	Totaux mensuels.	Surfaces totales réduites.
Octobre.....	»	»	»	4	»	4	10	3	3	4	»	»	14	1041
Novembre...	»	»	5	5	»	10	12	1	7	3	1	»	22	907
Décembre...	»	»	3	5	»	8	5	2	2	1	»	»	13	683
Totaux....	»	»	8	14	»	22	27	6	12	8	1	»	49	2631

TABLEAU III. — *Distribution des facules en latitude.*

1915.	Sud. 90°. 40°.	40°. 30°.	30°. 20°.	20°. 10°.	10°. 0°.	Somme.	Nord. Somme.	0°. 10°.	10°. 20°.	20°. 30°.	30°. 40°.	40°. 90°.	Totaux mensuels.	Surfaces totales réduites.
Octobre.....	1	3	7	9	»	20	19	3	3	11	2	»	39	34,2
Novembre...	»	»	8	5	»	13	19	3	9	6	1	»	32	28,2
Décembre...	»	1	6	4	»	11	15	1	5	8	1	»	26	22,9
Totaux....	1	4	21	18	»	44	53	7	17	25	4	»	97	85,3

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'électrodynamique des milieux absorbants.* Note [1] de M. **Louis Roy**, transmise par M. Pierre Duhem.

Quand on étudie le problème de la réflexion et de la réfraction des ondes électromagnétiques planes à la surface séparative plane de deux milieux diélectriques non conducteurs, homogènes et isotropes, en ne faisant intervenir que le champ électrique total et le champ magnétique, les conditions aux limites correspondantes conduisent en général à une indétermination. Celles-ci doivent être complétées par une condition aux limites supplémentaire très simple, à laquelle doit satisfaire le potentiel de la composante longitudinale du champ électrique et qui est due à M. Duhem [2]. En outre, dans le cas soit de deux milieux conducteurs non diélectriques, soit d'un conducteur non diélectrique et d'un diélectrique non conducteur, M. Duhem vient d'obtenir une condition supplémentaire analogue [3]. Nous allons montrer que cette condition supplémentaire peut encore être établie dans le cas général de deux milieux absorbants, c'est-à-dire de deux milieux homogènes et isotropes à la fois diélectriques, conducteurs et magnétiques.

Conservons les notations de M. Duhem : on sait que le potentiel électrique W et le potentiel Φ du champ électrique longitudinal sont liés par la relation

$$\frac{\partial \Delta W}{\partial t} = -4\pi\left(\frac{\Delta\Phi}{\rho} + K\frac{\partial \Delta\Phi}{\partial t}\right), \tag{1}$$

avec

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \zeta}{\partial z} = -\Delta\Phi, \tag{2}$$

(ξ, η, ζ) désignant le champ électrique total. Soit, en outre, $(\mathcal{F}, \mathcal{G}, \mathcal{H})$ le potentiel vecteur total; on a les relations connues

$$\left\{\begin{aligned} \xi &= -\varepsilon\frac{\partial W}{\partial x} - \frac{a}{\sqrt{2}}\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t}, \\ \eta &= -\varepsilon\frac{\partial W}{\partial y} - \frac{a}{\sqrt{2}}\frac{\partial \mathcal{G}}{\partial t}, \\ \zeta &= -\varepsilon\frac{\partial W}{\partial z} - \frac{a}{\sqrt{2}}\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial t} \end{aligned}\right. \tag{3}$$

---

[1] Séance du 20 mars 1916.

[2] P. Duhem, *Sur l'Électrodynamique des milieux diélectriques* (*Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 282).

[3] P. Duhem, *Sur l'Électrodynamique des milieux conducteurs* (*ibid.*, p. 337).

et

(4) $$\frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{G}}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial z} + k \frac{a}{\sqrt{2}} \frac{\partial W}{\partial t} = 0.$$

Cela posé, les équations (3), dérivées respectivement par rapport à x, y, z et ajoutées membre à membre, donnent, en tenant compte des relations (2) et (4),

$$-\Delta\Phi = -\varepsilon \Delta W + k \frac{a^2}{2} \frac{\partial^2 W}{\partial t^2},$$

d'où, en tenant compte de l'égalité (1),

$$-\frac{\partial \Delta\Phi}{\partial t} = 4\pi\varepsilon\left(\frac{\Delta\Phi}{\rho} + K \frac{\partial \Delta\Phi}{\partial t}\right) + k \frac{a^2}{2} \frac{\partial^3 W}{\partial t^3},$$

c'est-à-dire, $D = 1 + 4\pi\varepsilon K$ désignant toujours le pouvoir inducteur spécifique,

$$\frac{4\pi\varepsilon}{\rho} \Delta\Phi + D \frac{\partial \Delta\Phi}{\partial t} = -k \frac{a^2}{2} \frac{\partial^3 W}{\partial t^3}.$$

Mais on sait que la fonction Φ vérifie une équation indéfinie qu'on peut écrire

$$\frac{4\pi\varepsilon}{\rho} \Delta\Phi + D \frac{\partial \Delta\Phi}{\partial t} = 2\pi a^2 k \frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{\Phi}{\rho} + K \frac{\partial \Phi}{\partial t}\right),$$

de sorte qu'on a aussi

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{\Phi}{\rho} + K \frac{\partial \Phi}{\partial t}\right) = -\frac{1}{4\pi} \frac{\partial^3 W}{\partial t^3}.$$

Si donc on néglige les forces électromotrices de contact à la surface séparative de deux milieux absorbants, le potentiel électrique W variant avec continuité quand on traverse cette surface, il en sera de même de la fonction

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{\Phi}{\rho} + K \frac{\partial \Phi}{\partial t}\right).$$

Ainsi se trouvent généralisés les résultats de M. Duhem. Soit encore $\mathfrak{T}$ la composante tangentielle du champ électrique longitudinal à la surface séparative de deux milieux 1 et 2 : on devra avoir, le long de cette surface,

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{\mathfrak{T}_1}{\rho_1} + K_1 \frac{\partial \mathfrak{T}_1}{\partial t}\right) = \frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{\mathfrak{T}_2}{\rho_2} + K_2 \frac{\partial \mathfrak{T}_2}{\partial t}\right).$$

Si donc on supposait le champ purement longitudinal, on sait que $\mathfrak{T}$ serait

alors continu, de sorte que la condition précédente deviendrait

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left[\left(\frac{1}{\rho_1}-\frac{1}{\rho_2}\right)\bar{c}+(K_1-K_2)\frac{\partial\bar{c}}{\partial t}\right]=0$$

et conduirait, en général, à une impossibilité. Ainsi, en général, dans un milieu formé de deux ou plusieurs milieux absorbants, le champ électrique ne saurait être purement longitudinal.

ARCHÉOLOGIE. — *Analyse d'une pommade romaine.* Note (¹) de M. L. Reutter.

Ayant découvert au Tessin une amphore romaine (lors des fouilles entreprises à Lugane), M. Bally directeur du Musée de cette ville me pria d'en analyser son contenu, qui forme une masse onctueuse, grasse, assez molle, d'odeur spéciale rappelant un peu celle de la térébenthine et du styrax, de couleur jaune brunâtre. Étendu sur la main cet onguent y adhère fortement en colorant la peau en jaune, mais il fond vers 58° en donnant un liquide jaunâtre, renfermant de nombreuses impuretés minérales et végétales. En partie soluble dans l'éther de pétrole, l'éther, l'alcool, le chloroforme, je l'ai traité successivement par chacun de ces dissolvants.

1° Sa solution dans l'éther de pétrole de couleur jaunâtre abandonne, une fois évaporée, une masse jaune, onctueuse, en partie soluble dans l'alcool bouillant, qui dépose à froid des cristaux blancs de cérine, insolubles dans l'éther; car soumis à l'analyse élémentaire j'obtiens des résultats concordant approximativement avec la formule

$$C^{27}H^{54}O^2,$$

mais vu le peu de substance mise à ma disposition je n'ai pu l'analyser à fond.

En tout cas la présence de la cérine me permet de présumer la cire d'abeilles. La partie de ce résidu insoluble dans l'alcool est constituée par des corps gras saponifiables, huileux, solubles dans l'éther, et par une graisse riche en cholestérine, mais dont je n'ai pas pu déterminer la provenance.

2° Sa solution aqueuse, jaunâtre, renferme des traces d'acide cinnamique décelable par le permanganate de potasse et l'acide sulfurique, c'est-à-dire par l'odeur d'aldéhyde benzylique que cet acide émet en présence de ces réactifs. Elle renferme, en outre, de la glycose, réduisant la solution de Fehling, des chlorures, des sulfates et des tartrates de soude et de potasse, outre un tannin se précipite à chaud par addition d'une goutte de perchlorure de fer. Cette solution dégage, en outre, une odeur aromatique rappelant celle du henné.

(¹) Séance du 13 mars 1916.

3° Sa solution éthérée jaune doré, non fluorescente, agitée avec une solution de carbonate ammonique, lui abandonne son acide cinnamique, avec une solution aqueuse de bisulfite de soude sa vanilline, et avec une solution aqueuse de carbonate de soude divers acides résineux non déterminables. Elle donne en outre toutes les réactions spécifiques au styrax, et chauffée elle abandonne un résidu possédant l'odeur de la térébenthine.

4° Sa solution alcoolique, jaunâtre, forme à la ligne de contact des deux liquides un anneau vert par addition d'acide nitrique, et versée dans de l'eau additionnée d'acide chlorhydrique elle se précipite en un dépôt blanc, donc résines provenant probablement de la térébenthine, dont la solution alcoolique traitée par de l'acide nitrique se colore aussi en vert.

5° Sa solution chloroformique, incolore, abandonne une fois évaporée un résidu graisseux blanc et saponifiable.

Cet onguent est donc constitué par un mélange de cire d'abeilles et de corps gras, que les Romains additionnèrent de styrax et de térébenthine macérés dans du vin (tartrates) et de henné (coloration jaune et odeur aromatique, outre la présence d'un tannin) pour le parfumer et le conserver. Il devait sûrement être utilisé par les belles mondaines de ce temps comme crème de toilette.

MINÉRALOGIE. — *Sur l'accroissement des cristaux.* Note de M. **Paul Gaubert.**

En suivant au microscope la cristallisation de l'oxyde de phényle fondu dans un cristallisoir, M. C. Dauzère [1] a constaté l'existence de deux sortes de mouvements du liquide vers le cristal. Depuis longtemps, j'ai signalé l'existence de ces mouvements, en ai donné des figures schématiques et leur ai même attribué une très grande influence sur diverses particularités du cristal.

L'étude de la cristallisation du thymol [2], se solidifiant sur une lame de verre, montre d'une façon très nette l'attraction du liquide par le cristal, surtout si l'on a soin de colorer la substance fondue avec des couleurs d'aniline. Je me suis basé sur ces observations pour montrer que, dans ce cas, l'accroissement du cristal est périodique.

Mais c'est surtout en étudiant au microscope sur une lame porte-objet

(1) C. Dauzère, *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 385.

(2) P. Gaubert, *Sur l'accroissement des cristaux de thymol* (*Bull. de la Soc. fr. de Minér.*, t. 27, 1904, p. 233).

l'accroissement des cristaux de nitrate de plomb, que j'ai observé pour la première fois le mécanisme de la formation du cristal. Dans ce travail [1], j'ai écrit :

Le cristal se trouve soumis à l'influence d'un seul courant de concentration. On voit apparaître sur un bord quelconque de la face supérieure de l'octaèdre une série d'ondes presque parallèles se succédant à intervalles très rapprochés (une demi-seconde environ, etc. (voir les figures de ma Note).

Ensuite j'ai examiné les cas où il existe deux, trois courants sur la même face et j'ai montré leur influence sur la production des inclusions se formant à la rencontre des couches déposées simultanément par eux. Sur une lamelle de verre et même dans un cristallisoir, on peut obtenir à volonté un cristal trouble ou un cristal transparent en lui donnant une position convenable par rapport aux courants.

Ces ondes ne constituent que la limite extérieure des couches cristallines déposées, rendue visible grâce à l'inégalité des indices de réfraction du solide et du liquide [2] (frange de Becke se produisant par réflexion totale et employée couramment pour comparer la valeur des indices de réfraction de deux corps en contact).

Ce mode de formation du cristal, que j'ai admis comme presque général quand la vitesse de cristallisation n'est pas trop faible, m'a servi de base pour expliquer la production des pyramides vicinales [3] existant parfois sur les faces des cristaux artificiels et naturels, ou les irrégularités nombreuses et variées présentées par ces derniers (figures d'accroissement).

Par conséquent les observations de M. Dauzère viennent confirmer les miennes dans un cas particulier : la cicatrisation des faces de l'oxyde de phényle. On peut les interpréter en admettant que les ondes observées sont la limite des couches cristallines qui se déposent successivement. Le fait est intéressant, car les corps montrant nettement le mécanisme du phénomène sont assez rares.

A propos de la cicatrisation des faces, je ferai remarquer que j'ai autre-

---

(1) P. Gaubert, *Contribution à l'étude de la formation et de l'accroissement des cristaux* (*Bull. de la Soc. fr. de Minér.*, t. 25, 1902, p. 258).

(2) P. Gaubert, *Recherches récentes sur les faciès des cristaux* (*Publ. de la Soc. de Chimie phys.*, 1911, p. 6).

(3) P. Gaubert, *Contribution à l'étude des faces cristallines* (*faces vicinales*) (*Bull. de la Soc. fr. de Min.*, t. 27, 1904).

fois publié (1) des observations sur ce fait. J'ai indiqué en particulier que, dans certains cas, la cassure d'un cristal en voie d'accroissement se recouvre d'abord d'un grand nombre de petits cristaux orientés sur lui. Plus tard, ces petits cristaux disparaissent si l'accroissement continue; ils sont alors remplacés par des faces beaucoup plus grandes et stables qui constituent en partie le cristal définitivement régénéré.

GÉOLOGIE. — *Au sujet des cycles d'érosion et des mouvements épéirogéniques récents dans la Chine sud-occidentale.* Note de M. **Deprat.**

M. A.-F. Legendre vient de donner dans les *Comptes rendus* (2) une Note intitulée : « Considérations générales sur les formes structurales de la Chine sud-occidentale et des Marches tibétaines ». Cette Note reproduit *intégralement* les résultats publiés par moi ici même (3) et ailleurs; et l'on y retrouve parfois les termes mêmes que j'ai employés. Comme mes travaux, de plus, n'y sont pas cités et que l'auteur présente ses observations comme originales, je tiens à rappeler ma paternité de ces résultats pour lesquels d'ailleurs l'Académie des Sciences a bien voulu nous décerner le prix Tchihatcheff et la Société de Géographie le prix Ducros-Aubert et que M. Sion, dans un compte rendu, dans les *Annales de Géographie*, a déclarés devoir devenir classiques.

Page 737, M. Legendre annonce : « l'uniformité de l'altitude des chaînes, malgré leur caractère escarpé et la profondeur extrême des vallées ». J'ai traité de cette question dans mon livre entier (4).

Page 738, l'auteur écrit : « *Si un seul moment on pouvait faire abstraction de ces vallées*... on n'aurait devant soi qu'un immense plateau... incontestablement sénile. » J'ai écrit en 1912 : « Si par la pensée on supprime les vallées, on voit l'aire des cotes avoisinant 4000 montrer les restes de l'antique pénéplaine du Kiao-ting-Chan. »

Parlant du domaine du Haut Fleuve Bleu, il dit en 1915 : « Ce qui frappe, c'est le caractère de véritable *plan incliné* de ce territoire du Nord au Sud. » J'ai écrit : « On voit les aires des cotes entre 2500

(1) P. Gaubert, *Bull. du Muséum d'Hist. nat.*, 1895.

(2) *Comptes rendus*, t. 161, 1915, p. 737.

(3) *Importance des mouvements épéirogéniques récents dans l'Asie sud-orientale* (*Comptes rendus*, t. 152, 1911, p. 1527).

(4) *Étude géologique du Yunnan oriental*, p. 7 à 42 et p. 319 à 352.

et 3500 *dessiner un vaste plan incliné* vers le Sud dû au relèvement lent vers le Nord pendant les grands mouvements épéirogéniques quaternaires » et j'ai donné une carte hypsométrique montrant ce fait.

Dans la même Note, M. Legendre découvre, au Yunnan, Sseu-Tchoan et Marches tibétaines, les mouvements épéirogéniques et écrit : « Il résulte que ce vaste territoire a dans son ensemble un aspect bien caractérisé de vieux pays dont les formes nivelées avec des versants peu accusés dans les hauts sont en violent contraste avec les formes de rajeunissement extrêmement abruptes dans les pentes inférieures.... *Cette morphologie n'est explicable que par l'acceptation de mouvements épéirogéniques*, ayant provoqué un abaissement considérable des niveaux de base primitifs. » Ceci est la partie la plus originale de mes travaux, développée dans 50 pages in-4°. Les titres seuls en font foi : *Nécessité de recourir à la notion du mouvement épéirogénique pour expliquer les traits actuels du relief asiatique et extension de cette notion au Yunnan*. Un compte rendu datant de 1911, publié par moi et intitulé : *Importance des mouvements épéirogéniques récents dans l'Asie sud-orientale* en témoigne également. M. Legendre indique que ce sont des *mouvements* verticaux qui sont l'origine de cette structure; j'ai écrit : « Je montrerai plus loin qu'elle est le résultat de mouvements épéirogéniques, *oscillations verticales ayant relevé toute l'Asie sud-orientale, avec intensité du relèvement de plus en plus considérable à mesure qu'on avance vers le Tibet.* » M. Legendre indique ensuite que ces mouvements récents se sont « accompagnés de fractures, failles, dislocations ». Je cite mon texte à ce sujet : « cette phase est caractérisée par un mouvement général de surélèvement en masse avec *productions de flexures; quelques-unes des failles pliocènes jouent de nouveau*, mais avec un rôle de ligne de moindre résistance qui permet aux blocs de se réajuster. C'est cette période qui permet au Yunnan d'atteindre son altitude actuelle, en même temps le réseau hydrographique s'établit. *C'est pendant ce temps que se creusent les vallées énormes qui entaillent la surface du Yunnan et du Tibet oriental et dont la vallée du Haut Fleuve Bleu est le type; c'est la période de formation des canyons.* » Ensuite M. Legendre découvre les puissants alluvionnements des dépressions d'effondrement du Yunnan. J'en ai donné une longue description, montré le mécanisme de leur formation et précisé leur composition.

Je ne puis poursuivre davantage; je conclus seulement en disant, ce qui est vérifiable d'autant plus facilement que mes travaux ont été résumés par divers auteurs français (MM. de Margerie, Sion, Blayac, etc.) et étrangers.

que la Note de M. Legendre est non seulement *le résumé de mes propres travaux*, mais encore souvent *la reproduction exacte de mes termes et même de mes phrases*.

Quant au grand noyau cristallin que M. Legendre dit avoir découvert au nord-ouest de Yunnan-Fou et qu'il signale dans la même Note, il est connu depuis près de 30 ans par les travaux de Loczy. J'ai montré la part qu'il a prise dans les grands charriages du nord du Yunnan.

GÉOLOGIE. — *Sur l'extension, à tout le nord-est du département du Var, de la formule tectonique des environs de Castellane (Basses-Alpes) et la généralisation de son principe.* Note de M. **Adrien Guébhard**, présentée par M. H. Douvillé.

Depuis l'achèvement, il y a deux ans, de la campagne qui m'avait amené à une interprétation tectonique très simplifiée de la région de Castellane (¹), je n'ai cessé d'explorer, pour l'achèvement d'une carte amorcée en 1896, tout le nord-est du département du Var et la portion attenante des Basses-Alpes. C'est ainsi, en particulier, que j'ai consacré de longs séjours à presque toutes les localités (La Garde, Eoulx, Le Mousteiret, La Foux, Le Logis du Pin, La Bastide, etc.) citées dernièrement dans deux Notes (²) où l'exposé d'une théorie nouvelle s'applique à faire ressortir les complications de la région. Mes propres recherches m'ont démontré, au contraire, qu'il suffisait d'une cartographie mieux précisée pour voir se résoudre, suivant la même formule très simple, toutes les difficultés créées par l'inexactitude des données de faits. Sans relever celles-ci par le menu, je me borne à produire par anticipation, comme éclairant un des détails les plus effectivement compliqués, une coupe bien réelle, nullement schématique, de la montagne de Destourbes, relevée après

(¹) A. Guébhard, *Tectonique des environs de Castellane (Basses-Alpes)* (*Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 1040); *Carte structurale détaillée à $\frac{1}{80000}$ des environs de Castellane* (*Bull. Soc. géol.*, 4ᵉ série, t. 14, 1914, p. 487-545, 21 fig.; *Pl. XVI*: Mémoire non encore paru).

(²) W. Kilian et Antonin Lanquine, *Sur les complications tectoniques de la partie sud-est des Basses-Alpes (région de Castellane)*; *Sur la coexistence, dans les environs de Castellane, de dislocations pyrénéo-provençales et de plissements alpins, et sur la complexité de ces phénomènes orogéniques* (*Comptes rendus*, t. 161, 1915, p. 93 et 165).

trois mois d'habitat sur les points les plus rapprochés et dessinée strictement à l'échelle, pour les hauteurs comme pour les longueurs, en concordance avec le relief et les contours de la carte géologique rectifiée,

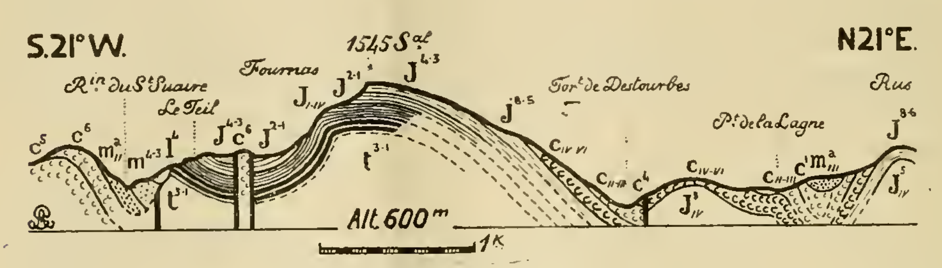


Fig. 1. — Coupe par le sommet triangulé de Destourbes.
t, trias; *l*, lias; *j*, jurassique; *c*, crétacé; *m*, tertiaire.

A noter que le Turonien (c^6) du milieu de la coupe est en continuité stratigraphique complète avec celui de l'extrémité sud, par le pourtour du bassin tertiaire.

ainsi qu'avec les pendages et affleurements observés. D'après cette figure, on jugera s'il y a lieu de faire de la montagne de Destourbes un « pli couché vers l'Ouest et montrant de notables portions de son flanc renversé », comme on disait auparavant ([1]), ou bien, suivant la dernière formule, « un anticlinal fortement couché vers le Nord, ... digitation plongeante au Nord-Est (en *faux synclinal*) », avec « flanc inverse chevauchant vers le Sud sur les formations lattorfiennes », ou enfin, comme il m'a paru, un simple morceau soulevé du plancher autochtone, découpé par des lignes de fracture rigoureusement concordantes avec des axes alpins ou pyrénéo-provençaux de maximum de courbure (charnières rompues), et comportant encore, à l'heure actuelle, une grande moitié d'anticlinal alpin, qui a conservé, appendu en son milieu par un bout de charnière subsistante, un important lambeau du synclinal subordonné, tout raviné sur ses bords par les cailloutis du Miocène supérieur.

Je suis très heureux de me trouver d'accord avec de savants confrères sur la superposition, qui n'avait pas encore été aperçue en cette région, des dislocations de l'époque alpine à celles de l'époque pyrénéenne. Mais tout autre est mon concept physique d'une simple interférence sur place de grandes vagues de plissements, plus ou moins disruptives, mais propagées sans plus de déplacements horizontaux de matière que les ondes sussultoires

---

([1]) P. Zürcher, *Note sur la structure de la région de Castellane* (*Bull. Carte géol.*, t. 7, n° 48, 1895, p. 299-335, *Pl. I-III*). Voir p. 319.

des plus forts sismes actuels, et successivement enregistrées par les déformations permanentes d'une seule nappe, bien autochtone; ou bien l'hypothèse du charriage à d'énormes distances de nappes exotiques empilées, avec « reprise » de leurs débris « flottants » par des « poussées » ultérieures.

Même si cette manière de voir s'étayait de faits certains, ne semble-t-il pas que le mérite de la simplicité, donc du *naturel*, devrait rester à la théorie qui, sans plus rien demander, même de normal, ainsi que je le faisais encore moi-même dans ma précédente Note ([1]), à une *force tangentielle* « admise comme une chose presque évidente » mais parfaitement inexpliquée dans son mode d'action ([2]), n'invoque que la banale pesanteur, dans son action certaine de mise sous pression des couches molles, dans le fond des géosynclinaux, à l'état quasi-fluide, avec réaction hydraulique conséquente exercée de bas en haut par le magma sous la croûte fragile. Les expériences de Tresca, Daubrée, Walter Spring ont démontré qu'il n'est pas de roche qui, une fois vaincue sa cohésion moléculaire par une pression suffisante, n'arrive à se comporter en vase clos comme un liquide cherchant à fuir par toutes les issues. L'existence souterraine de telles pressions ne saurait faire de doute, non plus que celle de roches susceptibles d'en être affectées. En Provence, le gypse triasique porte si souvent la marque apparente de son rôle éjecté ([3]) que cela devait forcer mon attention de physicien. Mais, à défaut du Trias, ne serait-il pas facile de découvrir, en maints autres pays, quelle roche en a pu tenir le rôle et aurait, par ses apparitions paradoxales, provoqué de plus paradoxales explications?

([1]) J'y attribuais encore, aux « contractures de la lourde carapace jurassique », la « mise sous pression » du magma plastique inférieur, renversant ainsi les termes naturels de causalité, tels qu'ils me sont enfin apparus, puisque, logiquement, l'action statique immanente de la gravité a dû précéder et préparer, si ce n'est causer à elle seule, toute la dynamique du diastrophisme terrestre.

([2]) Émile Haug, *Traité de Géologie*, Chap. XXIX.

([3]) M. Kilian lui-même a été frappé, dans les Alpes-Maritimes, de l'aspect « monté » du gypse dans les axes anticlinaux. Il est vrai qu'il l'explique par « des phénomènes d'hydratation des anhydrites et de « foisonnement », suivis d'une épigénie (gypsification et cargneulisation) des assises voisines ». — Kilian et P. Reboul, *Quelques observations géologiques dans la région sud-est des Alpes-Maritimes* (*Bull. Carte géol.*, t. 18, n° 119, 1908).



GÉOLOGIE. — *Des relations du Trias et des gîtes métallifères en Algérie.* Note de M. A. Brives, présentée par M. L. De Launay.

A la suite de nombreuses études de gîtes métallifères et de l'examen des documents publiés ou fournis par les exploitants, j'ai pu me convaincre du rôle important que jouait le Trias dans la formation de ces gîtes. Pervinquière ([1]) avait déjà signalé la présence fréquente du Trias au voisinage des gîtes calaminaires en Tunisie; M. l'Ingénieur en chef des Mines Dussert ([2]) l'indique également pour certains gîtes algériens; mais jusqu'à ce jour aucune explication n'a été donnée de ces relations.

Dans les gîtes dits *de substitution*, le calcaire encaissant a toujours attiré l'attention: la formation métallifère s'expliquait par un phénomène de métasomatose et la venue des eaux minéralisantes était plus ou moins en rapport avec celle des roches éruptives tertiaires.

L'étude à laquelle je me suis livré aboutit à d'autres résultats. J'ai pu constater en effet que, parmi ces gîtes de substitution :

1° Certains sont entièrement inclus dans le Trias, sans aucun rapport avec les calcaires liasiques ou aptiens qui surmontent ce terrain : tels sont les gîtes de *Bar el Maden* (Oran) et du *Djebel Sbissa* (Constantine);

2° Dans d'autres, et c'est le cas le plus général, la minéralisation est bien incluse dans les calcaires, mais elle est surtout localisée à la base de ces couches, au voisinage immédiat du Trias; les gîtes de *Maaziz* (Oran), *Bellanta* et *Mesloula* (Constantine) sont dans ce cas;

3° Quelques autres présentent cette particularité intéressante d'être inclus : partie dans le Trias, et la minéralisation est alors plus ou moins pyriteuse: partie dans les calcaires avec des minerais oxydés. Quelquefois la zone oxydée n'est même considérée que comme le chapeau du gîte sulfuré. Ce type s'observe à *Miliana* (Alger), à *Azouar* (Constantine).

Ainsi pour tous ces gîtes de substitution il existe des relations étroites avec le Trias.

Dans les gîtes filoniens, ce fait s'observe également. Deux cas peuvent se présenter :

1° Certains gîtes de la région de *Gouraya* (Alger) s'accompagnent de lames ou

---

([1]) Pervinquière, *Étude géologique de la Tunisie centrale*, 1903, p. 19.

([2]) Dussert, *Étude sur les gisements métallifères de l'Algérie* (*Annales des Mines*, 1910 et 1912).

sont jalonnés par des pointements du Trias. Ce terrain caractérisé par les gypses ou l'ophite se montre alors, lui aussi, avec une allure filonienne. Cette disposition se retrouve dans la région des Babors, aux *Beni Ségoual* par exemple.

2° D'autres se montrent inclus dans les fractures du calcaire. A *Miliana* (Alger) j'ai observé que ces fractures résultaient de la rupture d'une voûte anticlinale; que, par suite de la poussée et grâce à son peu de résistance, le Trias, s'injectant dans le vide produit, y avait ainsi déposé son minerai.

Ainsi, même dans certains gîtes filoniens, le Trias se montre encore en relation très étroite avec la minéralisation.

Quant aux roches éruptives tertiaires auxquelles on attribuait un rôle prépondérant dans la formation des gîtes algériens, j'ai pu constater, au contraire, que leur influence a été très limitée. Dans la région de *Beni saf* (Oran) la roche basaltique a seulement transformé l'hématite en magnétite; à *Miliana* (Alger) la rhyolite a silicifié l'hématite et l'a transformé en oligiste pailletée.

De cette étude je crois pouvoir conclure que :

1° Sans nier qu'il puisse exister des gîtes de ségrégation en rapport avec les roches éruptives tertiaires, il paraît bien que dans l'ensemble ces roches n'ont joué qu'un rôle tout à fait secondaire ;

2° Il existe des gîtes sédimentaires triasiques ;

3° La majeure partie des gîtes tant filoniens que de substitution ont pour origine commune les gîtes sédimentaires triasiques.

Je n'ai pas à insister sur la portée de ces observations ; mais il semble bien devoir en résulter des conséquences utiles soit pour guider les prospecteurs, soit même pour donner aux travaux d'exploration une direction qui ferait encore défaut.

La formation des gîtes triasiques s'explique facilement. On sait, en effet, que la fin des temps primaires a été marquée par une riche venue métallifère en rapport avec l'émission des roches éruptives permocarbonifériennes. Des preuves de cette richesse sont nombreuses dans l'Afrique du Nord. Au Maroc, tant dans l'Atlas occidental que dans les Beni Snassen, j'ai pu constater les relations intimes qui liaient les roches éruptives permiennes et les gîtes que j'ai reconnus. En Algérie, un des filons de Garrouban est en rapport avec une roche porphyrique permienne ; dans le Doui et le Lacear les porphyres sont minéralisés. D'autre part le Permien est signalé depuis l'Atlantique jusqu'à l'est de Guelma (Constantine), il est donc naturel d'admettre que le Trias, qui se déposait en bordure du continent primaire, ait constitué une partie au moins de ses sédiments aux dépens du Permien et ait repris, plus ou moins, les minerais qui s'y trouvaient inclus.

PHYSIOLOGIE COMPARÉE. — *Recherches sur la persistance du trou de Botal chez quelques animaux domestiques.* Note de M. **P. Chaussé**, présentée par M. Dastre.

Notre attention ayant été attirée sur la fréquence des malformations cardiaques chez le bœuf et le porc, nous avons été amené à rechercher notamment dans quelles proportions on constate l'inocclusion du trou de Botal chez le veau, le bœuf adulte, le mouton, le porc, le cheval et le chien, et nous avons recueilli sur ce point quelques indications inattendues et intéressantes.

Sauf pour le chien ces recherches ont été faites sur des animaux sacrifiés en vue de la consommation publique et sans aucun choix; elles nous ont donné les chiffres suivants pour la persistance de la communication interauriculaire :

	Trous de Botal.	Pour 100.
530 veaux de 3 mois	161	30,37
540 bœufs, vaches ou taureaux de tout âge	87	16,11
522 moutons	11	2,10
545 porcs	103	18,89
273 chevaux	1	0,36
62 chiens	3	4,83

De ces chiffres ressortent divers enseignements.

D'une manière générale on remarque la grande fréquence, jusqu'ici inconnue, de cette malformation chez le veau, le bœuf adulte et le porc. Dans ces espèces, il s'agit de communications laissant passer tout au moins un stylet de 2^{mm} de diamètre, mais en général l'index ou le pouce.

La disposition réalisée est analogue chez le veau, le bœuf et le porc; le trajet de la communication est oblique de telle sorte que souvent la paroi mince de la cloison forme clapet ou valvule, et le reflux sanguin d'une oreillette dans l'autre est empêché en totalité ou en partie; dans une partie des cas la communication est donc virtuelle en ce sens que le reflux sanguin n'a pas lieu. Mais, dans environ un tiers ou un quart des cas, la communication admet au moins le pouce, chez le bœuf, ce qui, toutefois, rapporté au volume de l'organe, n'est pas considérable.

Chez le bœuf le trou de Botal est normalement fermé quelques jours ou une semaine après la naissance; les chiffres ci-dessus, en ce qui concerne le veau, étant recueillis à 3 mois environ, on remarque que le trou de Botal se ferme parfois plus tardivement; en effet, à 3 mois, la proportion des

inocclusions est de 30 pour 100, tandis que, chez les bovins adultes, cette proportion s'abaisse à 16 pour 100. On voit, par l'examen d'un grand nombre de cœurs, que le processus d'occlusion se continue effectivement chez le sujet de 6 mois, un an ou deux ans, par rétraction des brides fibreuses qui fixent le clapet membraneux sur le septum interauriculaire.

Pour le porc la statistique ci-dessus concerne des sujets de 6 à 10 mois en général, et les chiffres sont voisins de ceux trouvés chez le bœuf adulte. Proportionnellement à l'organe la communication est plus large chez les Suidés et elle doit donner lieu au mélange des deux sangs.

Chez le mouton nous n'avons recueilli qu'un petit nombre de cas; dans ceux-ci, en outre, la communication était étroite. Les constatations ont été analogues chez le chien; mais, pour cette dernière espèce, notre examen porte sur un chiffre d'animaux peu élevé.

Enfin, chez le cheval, nous n'avons trouvé qu'un seul cas de communication persistante sur 270 sujets, et l'ouverture admettait seulement un gros crayon de 1^{cm} environ de diamètre, c'est-à-dire qu'elle était faible et ne pouvait amener de trouble circulatoire notable.

En résumé, la persistance du trou de Botal est commune chez le bœuf et le porc (16 et 19 pour 100), animaux qui travaillent peu; elle ne semble déterminer d'ordinaire aucun trouble de la santé générale; mais, dans les cas où la communication est la plus large (2^{cm} environ), elle provoque une hypertrophie cardiaque très modérée. Nous avons observé aussi, chez le porc et le bœuf adulte, l'absence complète du septum interauriculaire, malformation analogue mais plus grave, ne rentrant pas dans les statistiques ci-dessus.

Le trou de Botal persiste, au contraire, exceptionnellement chez le cheval et le chien, animaux qui font travailler au maximum leur muscle cardiaque; il persiste assez rarement aussi chez le mouton.

ENTOMOLOGIE. — *Sur l'existence de deux générations annuelles chez la Galéruque de l'Orme* (Galeruca luteola *F. Müller*), *et sur la manière dont elles se succèdent.* Note (¹) de M. A. **Lécaillon**, présentée par M. Henneguy.

Dans une Note précédente (²) j'ai signalé plusieurs faits relatifs à la reproduction et à la fécondité de la Galéruque de l'Orme. A la suite de

(¹) Séance du 20 mars 1916.

(²) Voir *Comptes rendus*, t. 159, 1914, p. 116.

nouvelles recherches effectuées sur le même sujet, j'ai recueilli des indications permettant d'affirmer qu'il existe, chez cette espèce, deux générations annuelles et de comprendre la manière dont ces deux générations se succèdent.

La période pendant laquelle, aux environs de Toulouse, les Galéruques déposent leurs œufs sous les feuilles d'Ormes, s'étend bien au delà du 4 juillet, date où s'étaient arrêtées mes observations dont les résultats se trouvent consignés dans une Note de 1914; j'ai reconnu en effet qu'elle se prolonge jusqu'au début du mois de septembre. Cette période dure donc quatre mois (depuis les premiers jours de mai jusqu'aux premiers jours de septembre).

En rapprochant ce fait de celui qui est relatif à la durée de la période de ponte chez une même femelle, durée qui, d'après mes observations précédentes, n'excède pas un mois et demi, il était déjà permis de penser que l'opinion des auteurs (Valéry-Mayet), qui admettent l'existence de deux générations annuelles chez la Galéruque de l'Orme, était justifiée. Pourtant, il n'y avait pas certitude complète à ce sujet, puisque toutes les Galéruques adultes qui déposent leurs œufs au printemps n'apparaissent pas simultanément à la fin d'avril, mais seulement peu à peu à partir de cette date. Mais j'obtins la preuve directe qu'il y a réellement deux générations successives se reproduisant toutes deux au cours de la même année en suivant l'évolution de larves écloses en captivité et provenant d'œufs pondus au printemps. Les données résultant de ces observations sont contenues dans le Tableau suivant :

Date où les œufs, près de l'éclosion, ont été recueillis..	14 juin 1914
Naissance des larves........................	15 »
Début de la nymphose........................	3 juillet 1914
Naissance des adultes de deuxième génération.........	13 »
Début de la ponte chez ces adultes..................	30 »
Fin de la ponte..............................	4 septembre 1914

Après avoir cessé de pondre, certains de ces adultes de deuxième génération restèrent vivants, sans prendre de nourriture, jusqu'au 30 décembre suivant, c'est-à-dire pendant près de 4 mois encore.

Quand un œuf est déposé par un adulte de première génération, il est donc destiné à engendrer un adulte de deuxième génération, lequel, bien que né au bout de 36 jours, ne commence à pondre que 17 jours après sa naissance, c'est-à-dire en définitive 53 jours après le moment où l'œuf d'où il dérive a été pondu. Ces chiffres se déduisent du Tableau suivant, luimême conséquence du précédent :

	Jours
Durée du développement embryonnaire (dans l'œuf) (¹)...	8
Durée de la vie larvaire...............................	18
Durée de la nymphose.................................	10
Temps pendant lequel l'adulte de deuxième génération vit avant de pondre..................................	17

En appliquant ces données au cas des premiers adultes qui paraissent au printemps et dont certains peuvent pondre depuis le 4 mai jusqu'au 19 juin (voir la Note citée), on conclut que les premiers adultes de deuxième génération doivent éclore le 9 juin et les derniers le 25 juillet. Et ces adultes de deuxième génération pourront commencer à pondre respectivement le 26 juin et le 11 août.

Pour les adultes de première génération qui paraissent plus tardivement au printemps, les dates précédentes seraient plus tardives aussi.

En admettant que les embryons, les larves et les nymphes provenant de la deuxième génération évoluent avec la même rapidité que ceux qui dérivent de la première, les adultes de troisième génération, qui doivent hiberner et constituer la première génération de l'année suivante, commenceraient à éclore dès le 1er août. Et il ne paraît pas impossible que certains de ces adultes puissent pondre vers le 18 août, puisque le dépôt des œufs sur les Ormes ne paraît cesser complètement que dans les premiers jours de septembre. De même, il est possible que certains adultes de la deuxième génération n'aient pas terminé leur ponte à la fin de la saison et puissent hiberner pour continuer à se reproduire au printemps suivant. Il importe cependant de faire les plus expresses réserves au sujet de ces deux dernières possibilités, car les faits qui semblent les appuyer n'ont pas été suffisamment étudiés jusqu'ici.

Les données nouvelles qui résultent de la présente Note peuvent se résumer ainsi :

1° Dans la région toulousaine les œufs de la Galéruque de l'Orme sont déposés sous les feuilles d'Orme pendant une période de 4 mois (depuis le début de mai jusqu'au début de septembre).

2° Il y a, au cours de la saison, deux générations successives qui se reproduisent toutes deux : la première surtout pendant les mois de mai et de juin, la deuxième surtout pendant les deux mois suivants.

(¹) N'ayant pas fait d'observation personnelle sur la durée du développement dans l'œuf, j'adopte ici le chiffre donné par les auteurs.

3° Les adultes de deuxième génération commencent à apparaître alors que certains adultes de première génération se reproduisent encore. De même, à la fin de la saison, les adultes de troisième génération, qui constitueront la première génération de l'année suivante, commencent à éclore probablement avant que tous les adultes de deuxième génération aient achevé de pondre.

4° Il est possible, mais non certain, que des adultes de deuxième génération n'ayant pas terminé leur ponte puissent hiberner et continuer à se reproduire au printemps suivant (ils contribueraient alors à constituer la *première génération* de l'année suivante) et que certains adultes de troisième génération puissent commencer à pondre avant d'hiberner.

MÉDECINE. — *La vaccination contre les fièvres paratyphoïdes* A *et* B. Note (¹) de M. A. **Magnan**, présentée par M. Edmond Perrier.

Des vaccinations antiparatyphiques ont été prescrites officiellement dans un camp avec le vaccin A + B du laboratoire de l'Armée. Elles ont été pratiquées en novembre 1915 sous ma surveillance.

1451 hommes ont reçu à huit jours d'intervalle les deux injections obligatoires, la première injection étant de $1^{cm^3},5$ et la seconde de 2^{cm^3}. Les hommes à vacciner comprenaient, outre de jeunes militaires de la classe 1916, un chiffre assez élevé de territoriaux, de R. A. T. et de récupérés.

Des instructions avaient été données afin que les vaccinés fussent mis au repos pendant les 24 heures qui suivent l'injection. Une surveillance devait être exercée par le commandement en vue d'empêcher les hommes de se livrer à des excès alimentaires ou de boisson. Les médecins du camp devaient en outre examiner avant chaque séance les hommes à vacciner afin d'éliminer ou ajourner les militaires atteints d'affections aiguës ou chroniques.

Ces précautions n'étaient pas exagérées, puisqu'on a pu noter que, malgré une surveillance sérieuse, beaucoup d'hommes avaient accumulé des provisions de charcuterie et de victuailles diverses dont ils ont fait, le jour de la vaccination, un copieux usage. De là, des indigestions ou des vomissements qui ne sont imputables qu'au vacciné lui-même.

L'examen préalable des hommes présente une grande utilité en raison

(¹) Séance du 20 mars 1916.

des coïncidences susceptibles de se produire au cours de la vaccination. Un militaire, en effet, peut être en incubation d'une maladie infectieuse qui se déclarera quelques heures après et qu'il convient de dépister avant la séance. Il peut aussi être atteint de lésions pathologiques passées inaperçues pour lui-même et qui constituent une contre-indication à la vaccination. C'est ainsi qu'un médecin du camp, après un examen sérieux de ses hommes, a constaté avant la vaccination qu'un certain nombre d'entre eux présentaient des tares jusqu'alors inconnues. Voici les constatations qu'il a faites :

Nombre d'hommes à vacciner : 450.

Albuminuries	14
Endocardites	3
Pleurésies anciennes	4
Bacilloses des sommets	2
Maladies aiguës en incubation	2

Les réactions locales consécutives aux injections de vaccin ont consisté dans l'engourdissement ou la douleur, en nombre variable suivant les dépôts. Le vaccin ne détermine ni œdème ni rougeur.

La fièvre est le symptôme le plus important à considérer; on a constaté de la céphalée et de la courbature, quelquefois indépendantes de toute fièvre, chez un certain nombre de vaccinés.

Les réactions fébriles se sont montrées fort rares. Le pourcentage des diverses réactions fébriles ressort comme il suit :

Réactions fébriles chez les vaccinés.

Température.	Cas pour 100. Première injection : 15317 hommes.	Deuxième injection : 14451 hommes.
38° à 39°	0,55	0,19
39° à 40°	0,18	0,14
Plus de 40°	0,03	0,003
Total (pour 100)	0,76	0,333

Ainsi qu'on peut en juger la proportion générale des cas de fièvre chez les militaires vaccinés au camp de Valréas a donc été extrêmement réduite.

Peut-être le pourcentage de réactions serait-il encore plus restreint si l'on en juge par les résultats obtenus dans un bataillon de chasseurs.

Chaque fois que le médecin constatait une réaction fébrile chez un homme après une injection de vaccin, il admettait alors à l'infirmerie cet homme pour la seconde injection. Le vacciné était alors soumis à une surveillance spéciale et au repos. Jamais ce médecin n'a constaté la moindre réaction dans ces conditions.

Grâce à l'initiative du médecin inspecteur, chef supérieur du Service de santé d'une armée, j'ai pratiqué des vaccinations antiparatyphiques dans quatre régiments de cette armée. Pour trois de ces régiments, les réactions ont été insignifiantes ou même nulles. Dans un régiment, les réactions ont été plus nombreuses, mais elles s'expliquent par le grand nombre d'hommes en incubation de fièvre paratyphoïde B qui sévissait à l'état épidémique et qui ont reçu leur injection au moment où ils étaient déjà infectés par le bacille paratyphique A ou B.

HYGIÈNE. — *Sur un procédé colorimétrique utilisé par les Romains pour caractériser les eaux douces.* Note de M. **A. Trillat**, présentée par M. A. Laveran.

La lecture des anciens auteurs montre que les Romains attachaient une grande importance au choix de l'eau d'alimentation et à ses qualités : elle devait être douce, exempte de dureté, afin, disaient les hygiénistes, « d'entretenir les intestins dans un état propice ».

Cette préoccupation du choix d'une eau douce et déminéralisée guidait constamment les anciens pour le captage des eaux : on relate même qu'en temps de guerre, le premier soin des généraux romains, dans l'établissement du camp, devait être de s'assurer de ces qualités de l'eau destinée à l'alimentation des troupes.

On a une confirmation de l'application de ces idées par l'examen de la composition des eaux provenant des anciennes sources captées dans les stations et camps romains dont il reste des vestiges : l'analyse montre que l'eau choisie était généralement la moins minéralisée de la région.

Les anciens avaient observé les effets de l'eau dure sur la cuisson des légumes : le phénomène du durcissement qui en résulte était connu dès la plus haute antiquité puisque Hippocrate en fait mention [1]. Mais à côté de ce moyen qui visait la caractérisation des eaux calcaires, ils utilisaient une autre méthode qui leur permettait en

[1] *Traité des Airs, des Eaux et des Lieux*, Chap. XXXVI.

même temps de classer les eaux d'après leur alcalinité : ils arrivaient ainsi à avoir une notion de ce que nous appelons aujourd'hui le *degré hydrotimétrique*. On peut se demander quel était le procédé alors suivi pour reconnaître l'alcalinité des eaux.

Les historiens latins font quelquefois allusion à une certaine « épreuve du vin sur l'eau » pour différencier les eaux douces des eaux dures, mais ils ne donnent aucun détail sur l'exécution de la méthode. Dans son *Traité des Airs, des Eaux et des Lieux* (Chap. XXXVI), Hippocrate (ce qui prouve bien que les Romains ont été les imitateurs des Grecs) est un peu plus explicite. Il spécifie en effet que l'eau douce se distingue de l'eau dure et indigeste en ce qu'elle est colorée par de petites quantités de vin rouge ([1]).

Cette indication suffit pour reconstituer dans sa partie essentielle le procédé auquel les auteurs font allusion et qui repose, comme on va le voir, sur un principe scientifique. Si l'on ajoute avec précaution de très petites quantités de vin rouge à l'eau, on remarque que la décoloration du vin est d'autant plus complète que l'eau renferme des sels alcalins : celle-ci se colore par conséquent plus rapidement en leur absence. Après quelques tâtonnements, on arrive à un procédé pratique qui consiste à faire tomber goutte à goutte le vin rouge dans une quantité d'eau déterminée contenue dans un récipient à fond blanc; on compte le nombre de gouttes nécessaires pour amener la coloration rouge de l'eau.

L'application de cette méthode permet de grouper rapidement les eaux examinées d'après leur degré d'alcalinité comme l'indique le Tableau suivant concernant les résultats obtenus sur 100^{cm^3} d'eau. Comme indicateur on s'est servi d'un vin d'Algérie très coloré.

	I.		II.					III.	
Origine de l'eau........ ...	Eau de pluie.	Châtelin	Avre.	Vanne.	Loing.	Dhuis.	Seine.	Vittel.	Eau de source.
Alcalinité en CaO...	0	traces	57^{mg}	109^{mg}	110^{mg}	116^{mg}	110^{mg}	125^{mg}	155^{mg}
Degré hydrotimétrique....	0°	2°	15°	19°	19°	25°	21°	60°	96°
Nombre de gouttes ajoutées pour amener la coloration rouge de l'eau..........	1 à 2	2 à 3	9 à 10	18 à 20	18 à 20	20 à 22	18 à 20	25 à 30	30 à 35

Le mécanisme du procédé est facile à comprendre. La matière colorante

---

([1]) Les diverses traductions de ce passage d'Hippocrate : ... και τον οινον φερειν ολιγον οια τε εστι, sont à mon avis défectueuses. Coray notamment (t. I, p. 31) la traduit en disant que l'eau douce « doit être altérée par une très petite quantité de vin ». Le verbe φερειν signifie : supporter, c'est-à-dire ne pas être altérée. C'est donc juste le contraire du sens donné par le traducteur.

du vin rouge qui est formée, comme l'a montré M. Armand Gautier, par des œnotannins colorés, joue ici le rôle d'indicateur (¹). A proprement parler, ce procédé colorimétrique fournit des résultats concernant l'alcalinité plutôt que la dureté de l'eau, les matières colorantes du vin virant difficilement par le sulfate de chaux. Mais il y a souvent concordance entre ces deux facteurs, par exemple dans le cas des eaux d'une même région ou d'un même terrain, comme le montre le Tableau ci-dessus, ce qui explique que dans beaucoup de circonstances les anciens ont pu procéder à une classification rationnelle, conforme à leurs idées et se rapprochant de la nôtre.

Le caractère d'acidité de la matière colorante du vin rouge variant avec le nombre des groupements hydroxylés, les résultats ne sont pas comparables quand on change la nature du vin. Toutefois, cette différence est très atténuée dans le cas d'un vin rouge fortement coloré pouvant jouer le rôle d'indicateur sous un très petit volume.

Les recherches bibliographiques indiquent que de semblables vins analogues à nos Teinturiers devaient exister chez les Romains qui connaissaient, d'après Columelle (*De re rustica*, t. III), plus de cinq cents cépages. Pline l'Ancien (t. XIV, 57; *Id.*, 29), dans son chapitre sur le vin, mentionne l'existence d'un grand nombre de vins rouges très colorés, donnant lieu à la formation de dépôts abondants.

D'après la description des auteurs, les vignes désignées sous le nom de *vitis aminea*, *vitis engenia*, et surtout de *vitis fœcenia*, devaient fournir des vins rentrant dans cette catégorie.

Cette étude montre une fois de plus que les Romains ont été, dans le domaine de l'hygiène, nos initiateurs dans beaucoup de cas; une lecture plus approfondie des textes anciens en ferait découvrir de nouveaux exemples.

La séance est levée à 16 heures.

A. Lx.

(¹) On peut établir un rapprochement avec le procédé proposé par M. A. Gautier pour le dosage de l'acidité du vin au moyen d'une solution titrée d'eau de chaux, et qui utilise la matière colorante du vin comme indicateur.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 3 AVRIL 1916.

PRÉSIDENCE DE M. CAMILLE JORDAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ASTRONOMIE. — *La découverte de la nébuleuse d'Orion* (N. G. C. 1976) *par Peiresc*. Note de M. G. BIGOURDAN.

Cette nébuleuse est incontestablement la plus remarquable de toutes.

Sa découverte a été longtemps attribuée à Huyghens, qui la signala dans son *Systema Saturnium* (p. 8), publié en 1659.

En 1854, R. Wolf montra [1] que cette découverte avait déjà été faite par J.-B. Cysatus; celui-ci la mentionne, en effet, dans son traité : *Mathemata astronomica de cometa anni* 1618, publié en 1619; peut-être, ajoute R. Wolf, avait-il vu cette nébuleuse déjà dès 1611.

En réalité, elle avait été découverte antérieurement par Peiresc, ainsi qu'il résulte du *Journal* d'une partie de ses observations astronomiques (n° 1803 des manuscrits de Carpentras) [2], car on y relève, fol. 189..., les indications suivantes :

1610 Nov. 26 (n. st.) : In Orione media....[3] Ex duabus stellis composita nubecula quamdam illuminata prima frontè referebat cœlo non oīo sereno.

Déc. 1 et 3 : Nubecula non apparuit in Orione. Cœlo sereno.

Déc. 4 : Nubecula iterum apparuit in Orione. Fortè quod aer non esset satis serenus ideoque nec apparuit 4ᵃ Medicæa.

---

[1] *Astr. Nachrichten*, vol. 38, n° 895, 1854, col. 109.

[2] *Catalogue général des Manuscrits des Bibliothèques publiques de France : Départements*, t. 34-36, 1901-1903 (Cat. Mss. Carp.). Voir le deuxième de ces volumes, p. 441....

[3] Ces points se trouvent dans le *Journal des Observations*.

Déc. 5 : Cœlum non erat serenum adeoque magna apparebat nubecula in Orionis media ut vix distingui potuerint duæ stellæ. Ac in suprema quoque stella apparuit nubecula.

Déc. 6 : In Orione, in media tm̄ stellæ apparuit nubecula, nec quicquam binam stellam distinctione impediebam.

Déc. 7 : Cœlum valdè nubilosum fuit apparuitque nubecula maxima in media Orionis, ita ref. duæ stellæ non facilè apparuerint.

Déc. 8 : In Orionis media apparuit nubecula grandis admodū q̄ tm̄ non impedim̄to fuit quin duæ stellæ distinguerentes.

Déc. 9 : Cœlum oīo serenum fuit, nec tū definit nubecula in Orionis media. Sed infinitæ ferè stellulæ apparuerīt supra tertia Orionis.

Déc. 10 : Dilucida fuere intervalla sempq apparuit observata? nubecula in Orione.

Ainsi, Peiresc a découvert la première nébuleuse qui ait été signalée au moyen de la lunette, et même, peut-on dire, la première nébuleuse connue (1); car la nébuleuse d'Andromède (N.G.C. 224) ne fut vue par S. Marius (2) que le 15 décembre 1612 (v. st.).

On lit, en outre, dans le même *Journal* de Peiresc :

1611 Janv. 15 : Hac nocte cœlo p̄elariss° mirādus fuit aspectus Nebulosæ vicinæ Jovis ad orientē. in qua plus 15 stellæ clariss^{æ} dinumerabantur.

Comme Jupiter se trouvait alors dans le Cancer, cette remarque doit être relative à l'amas de la Crèche (N.G.C. 2632); ainsi Peiresc est au moins un des premiers qui l'aient résolu au moyen de la lunette.

M. **L.-E. Bertin** offre à l'Académie un exemplaire d'une Étude sur *La guerre navale en* 1915, qui remplit deux numéros de la Revue *La Nature*.

La guerre navale en 1915 n'a présenté qu'une seule opération militaire importante, le combat d'Ameland, dans lequel l'escadre de croiseurs de bataille anglais a refoulé celle des Allemands, qui est rentrée dans ses rades d'abri après avoir perdu le *Blücher*.

Les opérations des Dardanelles et du golfe de Riga sont des attaques dirigées contre la terre.

---

(1) La découverte de la nébuleuse d'Andromède est attribuée, il est vrai, à Al Sufi; mais la présence, récemment signalée, d'une étoile variable dans cette nébuleuse permet de penser que Al Sufi a vu non la nébuleuse, mais cette étoile.

(2) S. Marius, *Mundus Jovialis*, Nuremberg, 1614, 3e feuillet de la Préface.

La guerre navale de 1915 a été surtout une guerre de notes diplomatiques dans laquelle les pays neutres ont été associés pour une très grande part. Il s'agissait, en effet, de faire accepter les déclarations des belligérants au sujet de règles nouvelles concernant le blocus.

L'Allemagne ayant déclaré, au commencement de mars 1915, son intention de faire détruire par les sous-marins tout bâtiment rencontré près des côtes anglaises, la France et l'Angleterre ont riposté en déclarant saisissables en mer toutes marchandises de propriété, de provenance ou de destination allemandes.

Ces deux déclarations, qui s'écartent, dans des proportions très différentes, des anciennes règles universellement admises, ont été l'origine des controverses qui se poursuivent encore aujourd'hui.

L'application de la méthode de guerre allemande, d'une part, a soulevé des protestations légitimes dont l'Allemagne et ses satellites se soucient peu, torpillant les règles de droit en même temps que les navires.

Le principe posé par l'Angleterre et la France n'est appliqué efficacement que dans la proportion où il est accepté par les pays neutres, dans les conditions qu'exige la position diplomatique prise par les pays qui sont les champions du droit international comme du droit en général.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur des conditions qui déterminent le mouvement électrique en un système de plusieurs diélectriques.* Note de M. **Pierre Duhem**.

1. Considérons tout d'abord un diélectrique unique : soit ϖ son volume, soit S la surface qui le borne; en un point de cette surface, désignons par n la normale intérieure et par a, b, c les cosinus directeurs de cette normale. Comme dans notre Note *Sur l'électrodynamique des milieux diélectriques* (¹), prenons les trois composantes du champ électrique total sous la forme

$$(1)\qquad \left\{\begin{aligned} \xi &= -\frac{\partial\Phi}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial y},\\ \eta &= -\frac{\partial\Phi}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial z},\\ \zeta &= -\frac{\partial\Phi}{\partial z} + \frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial x}.\end{aligned}\right.$$

(¹) *Comptes rendus*, t. 162, 21 février 1916, p. 282.

Considérons les quatre groupes d'égalités que voici :

$$(2)\qquad \Delta\frac{\partial\Phi}{\partial t}-\frac{2\pi a^2 k\,\mathrm{K}}{\mathrm{D}}\frac{\partial^3\Phi}{\partial t^3}=0,$$

$$(3)\qquad \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial^2 \mathrm{Q}}{\partial z\,\partial t}-\frac{\partial^2 \mathrm{R}}{\partial y\,\partial t}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial^2 \mathrm{R}}{\partial x\,\partial t}-\frac{\partial^2 \mathrm{P}}{\partial z\,\partial t}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial^2 \mathrm{P}}{\partial y\,\partial t}-\frac{\partial^2 \mathrm{Q}}{\partial x\,\partial t}\right)=0,$$

$$(4)\qquad \frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial^2\Phi}{\partial y\,\partial t}-\frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial^2\Phi}{\partial z\,\partial t}=0,\qquad \ldots,$$

$$(5)\qquad \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial^2 \mathrm{P}}{\partial y\,\partial t}-\frac{\partial^2 \mathrm{Q}}{\partial x\,\partial t}\right)-\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial^2 \mathrm{R}}{\partial x\,\partial t}-\frac{\partial^2 \mathrm{P}}{\partial z\,\partial t}\right)-2\pi a^2\mu\mathrm{K}\frac{\partial^3 \mathrm{P}}{\partial t^3}=0,\qquad \ldots.$$

L'égalité (2) résulte des égalités (10) et (13) de notre Note du 21 février. Les égalités (5) résultent des égalités (11), (14) et (15) de la même Note.

Multiplions l'égalité (2) par $-\mathrm{KD}\dfrac{\partial^2\Phi}{\partial t^2}d\varpi$; l'égalité (3) par $\mathrm{K}\dfrac{\partial^2\Phi}{\partial t^2}d\varpi$; les égalités (4), respectivement, et les égalités (5), respectivement, par

$$-\mathrm{K}\frac{\partial^2 \mathrm{P}}{\partial t^2}d\varpi,\quad -\mathrm{K}\frac{\partial^2 \mathrm{Q}}{\partial t^2}d\varpi,\quad -\mathrm{K}\frac{\partial^2 \mathrm{R}}{\partial t^2}d\varpi.$$

Pour le volume entier du diélectrique, intégrons chacun des produits. A l'aide d'une intégration par parties, transformons chacune des intégrales ainsi trouvées. Enfin, ajoutons membre à membre les résultats obtenus, en tenant compte des égalités (1) et de l'égalité $\mathrm{D}=1+4\pi\varepsilon\mathrm{K}$. Nous trouvons l'égalité

$$(6)\qquad \frac{1}{2}\frac{d}{dt}\int \mathrm{J}\,d\varpi-\int \mathrm{H}\,d\mathrm{S}=0,$$

avec

$$(7)\qquad \mathrm{J}=4\pi\varepsilon\mathrm{K}^2\left[\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial x\,\partial t}\right)^2+\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial y\,\partial t}\right)^2+\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial z\,\partial t}\right)^2\right]+\mathrm{K}\left[\left(\frac{\partial\xi}{\partial t}\right)^2+\left(\frac{\partial\eta}{\partial t}\right)^2+\left(\frac{\partial\zeta}{\partial t}\right)^2\right]$$
$$+2\pi a^2\mathrm{K}^2\left\{k\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2}\right)^2+\mu\left[\left(\frac{\partial^2 \mathrm{P}}{\partial t^2}\right)^2+\left(\frac{\partial^2 \mathrm{Q}}{\partial t^2}\right)^2+\left(\frac{\partial^2 \mathrm{R}}{\partial t^2}\right)^2\right]\right\},$$

$$(8)\qquad \mathrm{H}=\left(\frac{\partial\mathrm{N}}{\partial t}-4\pi\varepsilon\mathrm{K}\frac{\partial}{\partial n}\frac{\partial\Phi}{\partial t}\right)\mathrm{K}\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2}$$
$$+\left(\frac{\partial\eta}{\partial t}c-\frac{\partial\zeta}{\partial t}b\right)\mathrm{K}\frac{\partial^2 \mathrm{P}}{\partial t^2}+\left(\frac{\partial\zeta}{\partial t}a-\frac{\partial\xi}{\partial t}c\right)\mathrm{K}\frac{\partial^2 \mathrm{Q}}{\partial t^2}+\left(\frac{\partial\xi}{\partial t}b-\frac{\partial\eta}{\partial t}a\right)\mathrm{K}\frac{\partial^2 \mathrm{R}}{\partial t^2}.$$

Dans l'égalité (8), N désigne la composante du champ électrique total suivant la normale n.

L'égalité (6) ou, plus exactement, une égalité analogue, nous a permis, dans un Mémoire que publieront prochainement les *Annales de Toulouse*,

de démontrer la stabilité de l'équilibre électrique sur un diélectrique soumis à un champ donné.

2. Nous nous proposons maintenant d'étendre l'égalité (6) à un système de plusieurs diélectriques; mais cette extension sera soumise à la restriction suivante : *Les diélectriques considérés sont supposés non magnétiques*. La perméabilité magnétique μ sera donc, pour tous, égale à l'unité.

Supposons, par exemple, que le milieu contienne deux diélectriques, 1 et 2. Écrivons, pour chacun d'eux, l'égalité analogue à (6), et ajoutons les deux égalités membre à membre. Au premier membre figurera l'intégrale $\int (H_1 + H_2)\, dS_{12}$ étendue à la surface S_{12} qui sépare nos deux diélectriques. Portons notre attention sur la somme $(H_1 + H_2)$.

D'après ce qui a été démontré au n° 4 de notre Note du 21 février, $K \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2}$ varie d'une manière continue à la traversée de la surface S_{12}. Les démonstrations données au n° 6 de notre Note du 20 mars 1916 (¹) montrent qu'il en est de même des produits $K \frac{\partial^2 P}{\partial t^2}$, $K \frac{\partial^2 Q}{\partial t^2}$ et $K \frac{\partial^2 R}{\partial t^2}$, pourvu que la perméabilité magnétique μ soit égale à l'unité. La composante du champ électrique total suivant la tangente à la surface S_{12} n'éprouve aucune discontinuité au travers de cette surface; on a donc trois égalités dont la première est

$$\frac{\partial \eta_1}{\partial t} c_1 - \frac{\partial \zeta_1}{\partial t} b_1 + \frac{\partial \eta_2}{\partial t} c_2 - \frac{\partial \zeta_2}{\partial t} b_2 = 0.$$

Enfin l'égalité (7) de notre Note du 20 mars 1916 permet d'écrire

$$(9) \qquad \frac{\partial N_1}{\partial t} + \frac{\partial N_2}{\partial t} - 4\pi\varepsilon \left(K_1 \frac{\partial}{\partial n_1} \frac{\partial \Phi}{\partial t} + K_2 \frac{\partial}{\partial n_2} \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right) = F_{12},$$

F_{12} ayant, en chaque point de la surface S_{12}, une valeur indépendante du temps.

Dès lors, si l'on désigne par Σ la surface qui borne tout le système, on obtiendra l'égalité

$$(10) \qquad \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \left(\int J_1\, d\varpi_1 + \int J_2\, d\varpi_2 \right) + \int H\, d\Sigma + \int F_{12} K \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} dS_{12}.$$

3. Supposons qu'en chaque point de la surface Σ et à chaque instant on

(¹) *Sur l'hypothèse de Faraday et de Mossotti, et sur certaines conditions vérifiées au contact de deux diélectriques* (*Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 413).

donne non seulement les trois composantes du champ total, mais encore la composante normale du champ longitudinal; supposons aussi qu'à l'instant initial on donne, en chaque point du système, les trois composantes du champ total et leurs trois dérivées par rapport à t. L'égalité (10) permet de démontrer que *le mouvement électrique est, sur le système, déterminé sans ambiguïté: on sait, en outre, comment il se partage en mouvement longitudinal et mouvement transversal.*

Supposons, en effet, que les équations dont dépend le champ admettent deux solutions (ξ', η', ζ'), (ξ'', η'', ζ''); posons

$$\xi = \xi'' - \xi', \qquad \eta = \eta'' - \eta', \qquad \zeta = \zeta'' - \zeta'$$

et, pour ce champ (ζ, η, ξ), formons l'égalité (10).

En vertu des conditions vérifiées à chaque instant, en tout point de la surface Σ, H y sera constamment nul.

A l'instant initial, F_{12} sera nul en tout point de la surface S_{12}; et, comme F_{12} ne dépend pas de t, il en sera de même quel que soit t. L'égalité (10) montrera donc que

$$\int J_1\, d\varpi_1 + \int J_2\, d\varpi_2$$

a une valeur indépendante de t. Mais en vertu des conditions initiales et des équations aux dérivées partielles

$$L^2 \Delta\Phi - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = 0,$$

$$T^2 \Delta P - \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = 0, \qquad T^2 \Delta Q - \frac{\partial^2 Q}{\partial t^2} = 0, \qquad T^2 \Delta R - \frac{\partial^2 R}{\partial t^2} = 0$$

que vérifient les fonctions Φ, P, Q, R, les valeurs initiales de J_1, J_2 sont nulles en tout point du système. On a donc, quel que soit t, l'égalité

$$\int J_1\, d\varpi_1 + \int J_2\, d\varpi_2 = 0,$$

d'où l'on déduit sans peine la proposition énoncée.

Dans le cas d'un diélectrique unique, nous avons pu, sans passer par l'intermédiaire du théorème de Clebsch, démontrer que le champ électrique total était, en chaque point et à chaque instant, déterminé, pourvu seulement qu'il fût connu à chaque instant et en chaque point de la surface terminale; à cette connaissance nous n'avions pas eu besoin de joindre la connaissance de la composante normale du champ longitudinal. Cette dif-

férence avec ce que nous venons d'établir ne doit pas étonner. Le champ total une fois connu sans ambiguïté, son départ en champ longitudinal et champ transversal ne l'est pas; la fonction Φ est déterminée seulement à une fonction harmonique arbitraire près; pour fixer le départ en question il faudrait donc, à chaque instant et en chaque point de la surface terminale, donner soit la valeur de Φ, soit la valeur de $\frac{\partial \Phi}{\partial n}$; on retrouverait des conditions semblables à celles que nous venons de supposer.

4. On voit encore que, pour déterminer sans ambiguïté le mouvement électrique, il suffirait, aux conditions initiales, d'adjoindre la connaissance, à chaque instant et en chaque point de la surface Σ, des quatre fonctions Φ, P, Q, R.

Enfin les relations

$$\frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = -4\pi K \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2},$$

$$\frac{\partial L}{\partial t} = -\frac{a}{\sqrt{2}} 4\pi\varepsilon K \frac{\partial^2 P}{\partial t^2}, \qquad \frac{\partial M}{\partial t} = -\frac{a}{\sqrt{2}} 4\pi\varepsilon K \frac{\partial^2 Q}{\partial t^2}, \qquad \frac{\partial N}{\partial t} = -\frac{a}{\sqrt{2}} 4\pi\varepsilon K \frac{\partial^2 R}{\partial t^2},$$

obtenues dans nos précédentes Notes, montrent que, pour déterminer sans ambiguïté le mouvement électrique, il suffit, outre les conditions initiales, de connaître, en chaque point de la surface Σ et à chaque instant, la fonction potentielle électrostatique W et les trois composantes L, M, N du champ magnétique.

5. Une démonstration analogue à celle que nous avons donnée dans les *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse* permettrait d'établir, dans les conditions du n° 4, la *stabilité électrodynamique intégrale* du mouvement électrique que nous venons de considérer; toutefois, la perturbation initiale devrait être assujettie à une restriction : il faudrait qu'en aucun point de la surface S_{12} elle n'altérât la valeur de la quantité F_{12}; c'est ce qui aurait lieu par exemple si, soit dans tout le système, soit seulement sur la surface S_{12}, elle laissait sans changement les dérivées par rapport à t des composantes du champ longitudinal et des composantes du champ transversal, tout en modifiant arbitrairement les valeurs mêmes de ces composantes.

BALISTIQUE. — *Sur l'influence des conditions atmosphériques sur les trajectoires des projectiles à très grande portée.* Note [1] de M. DE SPARRE.

Je crois d'abord devoir revenir en quelques mots sur ma Communication du 20 décembre 1915 (t. 161, p. 767) et sur l'application que j'ai faite des formules obtenues au canon allemand de 381.

J'ai en effet calculé la trajectoire de ce canon en prenant pour l'indice balistique la valeur $i = 0,865$; mais, ainsi que je l'ai fait remarquer, il est probable que la valeur qu'il convient d'adopter est notablement inférieure.

J'ai par suite refait le calcul en prenant $i = 0,75$ et j'ai alors obtenu la trajectoire suivante, où θ désigne l'inclinaison de la tangente, Y et X les coordonnées par rapport au point de départ et v la vitesse :

θ.	Y.	X.	v.
45°. 0′	0	0	940
36.21	7003	7928	592
20.41	10990	14978	443
0	12171	21098	386
−25. 8	10403	27644	394
−45.35	5799	33940	437
−57.56	0	38427	433

Or d'après les renseignements qui ont été publiés au sujet de ce canon, la portée maxima serait de 38^{km} environ, qui coïnciderait bien avec le résultat précédent. De plus, pour le canon allemand de 406^{mm},4 dont les caractéristiques sont les suivantes :

Calibre en mètres........................	$a = 0,4064$
Poids du projectile........................	$p = 920$
Vitesse initiale	$v_0 = 940$

la portée maxima serait de 40^{km} environ. Or si l'on fait le calcul de la trajectoire, sous l'angle de 45°, par les formules de ma dernière Note on trouve les résultats résumés dans le Tableau suivant :

---

[1] Séance du 27 mars 1916.

θ	Y.	X.	v.
45°.0′	0	0	940
36.18	7157	8114	601
20.41	11280	15420	453
0	12521	21835	396
−25.7	10916	28841	406
−45.34	6018	35534	452
−57.57	0	40219	451

Soit très sensiblement la portée de 40^{km}. On doit remarquer que la trajectoire obtenue pour le canon de $406^{mm},4$ en prenant pour i la valeur $0,75$ serait celle du canon de 381 si l'on avait $i = 0,7052$ [1].

D'autre part, si pour le canon de 381 on prenait $i = 0,80$, on obtiendrait pour la portée 37151^{m}.

Ceci permet de se rendre compte, pour le cas dont il s'agit, de l'influence d'une variation de pression ou de température sur la portée.

En effet, dans les formules (1) et (2) de ma Note du 20 décembre, Δ désigne la densité du sol et δ_0 la densité à l'origine de l'arc; or, les Tables balistiques ont, en général, été calculées en supposant une température de 15° et une pression de 750^{mm}, de sorte que, si Δ désigne la densité au sol pour une pression H et une température t, on aura

$$\Delta = \frac{H(1 + 15a)}{750(1 + at)},$$

où a est le coefficient de dilatation de l'air que l'on force et que l'on prend, ainsi que l'a indiqué Résal [2], égal à 0,004 pour tenir compte, au moins approximativement, de l'état hygrométrique moyen.

Il résulte de là que, si l'on désigne par i_0 l'indice balistique pour $t = 15°$ et $H = 750$, on tiendra compte de la variation de température et de pression en prenant à la température t et pour la pression H

$$i = i_0 \frac{1,06\,H}{750(1 + at)},$$

et en particulier, pour $i_0 = 0,75$,

$$i = \frac{H}{1000}\,\frac{1,06}{1 + at} \qquad \text{avec} \qquad a = 0,004.$$

Si dans cette formule on fait $H = 740$, $t = 28°$, on trouve $i = 0,7054$, soit sensiblement la valeur de l'indice qui donnerait, pour le canon de 381, la trajectoire du $406^{mm},6$ dans les conditions normales.

---

[1] Car la formule (2) de ma Note du 20 décembre donnerait dans les deux cas la même valeur pour K.

[2] *Mesure des hauteurs par le baromètre* (*Mécanique générale*, t. 2, p. 169).

Donc une augmentation de température de 13° et une diminution de pression de 10^{mm} produiraient, pour le canon de 381, une augmentation de portée de 1792^{m}.

Si, au lieu de cela, on suppose $H = 760$ et $t = 2°$, on trouve, par la même formule, $i = 0,7992$, soit sensiblement $i = 0,80$.

Or, si l'on refait le calcul de la trajectoire du canon de 381 avec la valeur $i = 0,80$, on trouve une portée de

$$37151^{m};$$

donc une diminution de température de 13° et une augmentation de pression de 10^{mm} produisent une diminution de portée, pour le canon de 381, de

$$1276^{m}.$$

On voit par là combien une variation de température et de pression qui peut se rencontrer couramment dans la pratique, a une influence relativement considérable sur les grandes portées.

CORRESPONDANCE.

M. George Sarton adresse, de Washington, des remercîments pour la distinction que l'Académie a accordée à ses travaux.

M. le Secrétaire perpétuel signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Indications pratiques sur l'alimentation de nos troupes pendant leur instruction et en campagne, par le Dr E. Maurel. (Présenté par M. A. Gautier.)

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur la réduction des formes quadratiques quaternaires positives.* Note (1) de M. Gaston Julia, présentée par M. Georges Humbert.

Envisageons une forme quadratique positive à quatre variables $f(x, y, z, t)$, et dans l'espace à quatre dimensions $Oxyzt$ le réseau $\mathfrak{R}$ des

(1) Séance du 27 mars 1916.

points à coordonnées entières. Lorsque u croît de o à $+\infty$ l'ellipsoïde $\mathcal{E}$, $f = u^2$ s'enfle homothétiquement, rencontre un premier point A_1 du réseau, puis le premier point rencontré hors de la droite OA_1 est un point A_2, le premier point rencontré hors du plan OA_1A_2 est un point A_3; enfin, le premier point rencontré hors de l'hyperplan $OA_1A_2A_3$ est un point A_4. Nous allons montrer que, sauf un cas douteux, le déterminant D formé avec les coordonnées l_i, m_i, n_i, p_i des points A_i est égal à 1 ([1]). De là nous conclurons que la substitution modulaire qui consiste à prendre A_1, A_2, A_3, A_4 pour points de base du réseau $\mathcal{R}$ *réduit* la forme f à une forme équivalente

$$(1)\quad \begin{aligned} F(X, Y, Z, T) = {} & AX^2 + A'Y^2 + A''Z^2 + A'''T^2 \\ & + 2B_1YZ + 2B_2ZX + 2B_3XY + 2B_4XT + 2B_5YT + 2B_6ZT, \end{aligned}$$

telle que A, A', A'', A''' sont ses quatre premiers minima propres.

En effet, par la substitution précédente, f devient la forme F. Une recherche précédente sur les formes ternaires positives nous assure que trois quelconques des points A_1, A_2, A_3, A_4 sont des points de base du réseau que découpe dans le réseau des points à coordonnées entières l'hyperplan de ces trois points et de O. Si, en cherchant à construire tous les réseaux $\mathcal{R}$ dont A_1, A_2, A_3 sont trois points de base et qui contiennent A_4 tels, en outre, qu'aucun point d'un tel réseau $\mathcal{R}$ (hors de l'hyperplan $OA_1A_2A_3$) ne tombe dans l'ellipsoïde $\mathcal{E}_4$ qui passe par A_4, nous trouvons que A_4 doit être nécessairement le quatrième point de base du réseau $\mathcal{R}$, nous conclurons, en toute certitude, $D = 1$.

Voici les principes de cette recherche; elle sera développée dans un Mémoire ultérieur.

Tout réseau $\mathcal{R}$ dont A_1, A_2, A_3 sont trois points de base et contenant A_4 s'obtient en considérant le réseau R à trois dimensions, d'origine A_4, dont les vecteurs de base sont équipollents à OA_1, OA_2, OA_3, joignant O à un point arbitraire ω du réseau R, puis, faisant choix d'un nombre n, en prenant pour quatrième point de base du réseau $\mathcal{R}$ le point $a_{4,n}$ du segment $O\omega$ tel que $\dfrac{\overline{Oa_{4,n}}}{\overline{O\omega}} = \dfrac{1}{n}$; n prenant toutes les valeurs entières et ω décrivant R, on aura tous les réseaux $\mathcal{R}$.

([1]) Il est entendu que lorsque $\mathcal{E}$ rencontre un point A_i, il rencontre en même temps son symétrique A'_i par rapport à O. On peut profiter de cette circonstance pour remplacer, si c'est nécessaire, A_i par A'_i et rendre D égal à $+1$.

Mais lorsque n est fixé [1] on voit qu'on peut, à cause des congruences, se borner à choisir ω dans un parallélépipède π à trois dimensions dont les arêtes issues de A_4 seraient équipollentes à $n.\overline{OA_1}$, $n.\overline{OA_2}$, $n.\overline{OA_3}$. Il ne faudra garder que les réseaux $\mathcal{R}$ n'ayant aucun point hors de l'hyperplan ($T \neq 0$) dans l'ellipsoïde $\mathcal{E}_4 OA_1A_2A_3$ (les points ω situés sur les faces de ce parallélépipède sont à exclure *a priori*, car ce qu'on a vu pour les formes ternaires assure que pour $n > 1$ ils donneraient des réseaux $\mathcal{R}$ dont certains points à coordonnée $T \neq 0$ seraient intérieurs à l'ellipsoïde $\mathcal{E}_4$).

A fortiori un réseau $\mathcal{R}$ pour être acceptable ne devra avoir aucun point dans le volume V de centre O, dont les sommets opposés sont $A_1A'_1$, $A_2A'_2$, $A_3A'_3$, $A_4A'_4$, limité par des 2^4 hyperplans, que déterminent ces points pris quatre à quatre (en ne prenant pas dans un même groupe deux points symétriques A_i, A'_i).

Or, si l'on suppose $n \geqq 3$, le réseau $\mathcal{R}$ ne devra avoir dans ces hyperplans $T = \frac{1}{n}, \frac{2}{n}$ aucun point tombant dans les sections du volume V par ces hyperplans :

En étudiant ces sections, on est conduit à ne conserver que certains ω situés sur les faces de l'octaèdre Γ dont les sommets sont les centres des faces de π.

Ceci revient à dire qu'on doit se restreindre aux points ω à coordonnées entières p, q, r, 1 jouissant des propriétés suivantes :

$$0 < |p| \leqq \frac{n}{2}, \qquad 0 < |q| \leqq \frac{n}{2}, \qquad 0 < |r| \leqq \frac{n}{2}, \qquad |p| + |q| + |r| = n.$$

Le quatrième point de base $a_{4,n}$ aura des coordonnées

$$X = \frac{p}{n}, \qquad Y = \frac{q}{n}, \qquad Z = \frac{r}{n}, \qquad T = \frac{1}{n}.$$

On a

$$F\left(\frac{p}{n}, \frac{q}{n}, \frac{r}{n}, \frac{1}{n}\right) = \frac{1}{n^2} F(p, q, r, 1).$$

A cause des relations $A \leqq A' \leqq A'' \leqq A'''$,

$$\begin{array}{lll} |2B_1| \leqq A', & |2B_2| \leqq A, & |2B_6| \leqq A'', \\ |2B_5| \leqq A', & |2B_3| \leqq A, & \\ & |2B_4| \leqq A. & \end{array}$$

---

[1] Cette valeur de n sera précisément la valeur du déterminant D si R doit être, comme on le suppose, le réseau des points à coordonnées entières dans l'espace $Oxyzt$.

qui résultent de notre choix de A_1, A_2, A_3, A_4 et des résultats que nous avons établis dans une Note précédente sur les formes binaires et ternaires positives, on trouve

$$F(p, q, r, 1) \leqq a'''[p^2 + q^2 + r^2 + 1 + |qr| + |rp| + |pq| + |p| + |q| + |r|]$$
$$\leqq a'''[n + 1 + p^2 + q^2 + r^2 + |pq| + |qr| + |rp|].$$

Le maximum de la parenthèse est $n + 1 + n^2 - \frac{n^2}{4}$; or, pour $n > 4$, cette quantité est $< n^2$, donc pour $n > 4$

$$F\left(\frac{p}{n}, \frac{q}{n}, \frac{r}{n}, 1\right) < a''';$$

le point $a_{1,n}$ tombe dans $\mathcal{E}_1$. Toutes les valeurs $n > 4$ sont à rejeter.

n est ainsi limité à 1, 2, 3 ou 4.

Pour $n = 3$ ou 4 on trouve par une recherche aisée qu'on est toujours conduit à un réseau $\mathcal{R}$ dont un point au moins, situé dans l'hyperplan $T = \frac{1}{n}$, tombe dans l'ellipsoïde $\mathcal{E}_1$. Ceci exclut les valeurs 3 et 4.

Reste l'hypothèse $n = 2$.

On trouve que c'est seulement pour une forme équivalente à la forme extrême :

$$f_1(x_1, y_1, z_1, t_1) = A(x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 + t_1^2 + x_1 t_1 + y_1 t_1 + z_1 t_1),$$

que D peut être égal 2. Si parmi les douze points (et leurs symétriques) qui dans ce cas se présentent à la fois à $\mathcal{E}$ on en prend trois arbitrairement A_1, A_2, A_3 (mais pas deux symétriques), c'est un seul des neuf points restants choisi pour A_4 qui rend $D = 2$, les autres donnent $D = 1$.

Dans tous les cas, ceci fournit une méthode de réduction, et donne des indications simples sur les premiers minima propres des formes quaternaires.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Les variations de la latitude héliographique moyenne des taches solaires.* Note (¹) de M. **Henryk Arctowski.**

La variation de la latitude héliographique des taches solaires, découverte par Carrington et étudiée de plus près par Spoerer, est connue sous le nom de *loi des zones*.

(¹) Séance du 27 mars 1916.

Il semble que cette loi n'est qu'approximativement vraie.

W. Lockyer a démontré en effet que, dans chaque cycle de 11 ans, dans l'hémisphère Nord ainsi que dans l'hémisphère Sud, plusieurs trains de taches peuvent être distingués et que chaque train ne subsiste que quelques années et subit, d'une façon indépendante, la dérive vers l'équateur ([1]). Dans ces conditions le maximum de fréquence de taches du cycle solaire de 11 ans serait dû à la coexistence de plusieurs cycles indépendants de plus courte durée.

Les variations pléioniennes des climats, ainsi que les fluctuations correspondantes des aires de facules et de taches ([2]), que je crois pouvoir dénommer *horme-pléioniennes*, me font également penser que l'idée d'homogénéité du cycle solaire est inadmissible.

Il me semble que dans les phénomènes solaires nous devons faire une distinction entre ceux dont les radiations affectent le magnétisme du globe terrestre et les phénomènes électriques de l'atmosphère, suivant un cycle de 11 ans, et ceux qui, suivant le cycle pléionien, de plus courte durée, affectent la température, la marche des tempêtes et les autres phénomènes météorologiques.

S'il en est ainsi, il se pourrait que ce ne soit pas tant la fréquence ou l'étendue des taches qui influence la température terrestre, mais bien la latitude solaire de leur formation. Car il se peut que, suivant les endroits où elles se forment, les taches s'étendent à des profondeurs photosphériques différentes et de par ce fait produisent des voiles faculaires différents, ou encore soient surmontées d'épaisseurs chromosphériques variables produisant une absorption sélective particulière qui, dans notre atmosphère, se traduit par une augmentation ou un abaissement de la température. Partant de cette hypothèse, il était naturel de se demander s'il n'y a pas de corrélation entre les variations horme-pléioniennes du quotient de facules et ombres, et celles de la latitude héliographique des taches.

Dans cette Note je désire rendre compte des premiers résultats des recherches que j'ai faites dans le but de résoudre ce problème. Les résumés des observations de Greenwich fournissent les latitudes moyennes des taches. Ces valeurs sont données par rotations solaires. Le diagramme de l'ensemble des résultats des observations de 1874 à 1913 montre de fortes oscillations aux minima des cycles solaires, fait évidemment dû à la fréquence restreinte et la coexistence de taches près de l'équateur et aux latitudes élevées.

([1]) *Proc. Roy. Soc.*, t. 73, 1904, p. 142.

([2]) *Comptes rendus*, t. 161, 1915, p. 485.

Au commencement de chaque cycle solaire il y a prédominance de l'hémisphère boréal, mais aussitôt les oscillations décroissent d'ampleur, les taches accusent une tendance très marquée à atteindre, en moyenne, des latitudes de plus en plus australes.

Cependant, une variation de courte durée est incomparablement plus apparente que ne l'est celle de 11 ans. Afin d'éliminer les irrégularités de la courbe, dues aux oscillations, j'ai formé les moyennes consécutives par 10 rotations. De la sorte j'ai pu établir bien clairement le fait que dans chaque cycle solaire il y a, de même que dans le cas des quotients de facules et de taches, 5 maxima et 5 minima. Les chiffres ci-dessous représentent les moyennes correspondant aux latitudes extrêmes :

Cycles solaires.	Rotations.	Lat. moy. min. (¹).	Rotations.	Lat. moy. max. (¹).
	342 — 351	— 7°,73	351 — 360	+ 8°,68
	360 — 369	— 1,26	361 — 370	+ 8,08
22 septembre 1878 au 20 avril 1890.	393 — 402	— 7,19	409 — 418	— 1,54
	432 — 441	— 5,44	440 — 449	+ 1,67
	456 — 465	— 6,03	466 — 475	— 2,70
	475 — 484	— 7,46	485 — 494	+ 3,39
	489 — 498	— 7,43	500 — 509	+ 10,13
14 septembre 1889 au 2 avril 1902..	522 — 531	— 6,23	554 — 563	+ 4,51
	570 — 579	— 6,77	585 — 594	— 0,91
	604 — 613	— 8,18	632 — 641	+ 3,71
	637 — 636	— 2,18	646 — 655	+ 12,84
	665 — 674	— 2,56	696 — 705	+ 5,59
30 juillet 1901 au 14 juin 1913.....	714 — 723	— 4,85	734 — 743	+ 1,75
	760 — 769	— 6,32	771 — 780	+ 0,49
	780 — 789	— 8,92	794 — 803	+ 17,38

La comparaison de la courbe avec celle des quotients de facules et de taches démontre l'existence de quelques coïncidences remarquables entre ces deux variations, mais aussi des divergences. Il semble donc que la comparaison devrait se faire pour chaque hémisphère séparément, comparaison que les statistiques des facules ne permettent malheureusement pas de faire.

La courbe horme-pléionienne des quotients est ascendante. Considérée dans son ensemble la courbe des latitudes est également ascendante. Les valeurs moyennes pour les trois cycles sont en effet : — 1,56, — 1,52 et — 0,18.

(¹) Les latitudes australes sont négatives, les latitudes héliographiques boréales sont positives.

Si l'on prend en considération les observations anciennes, discutées dans le temps par Spoerer [1], l'existence d'une variation séculaire des latitudes moyennes semble probable. A ce sujet il est intéressant de rapprocher des chiffres ci-dessus ceux de l'excès de taches observées dans l'hémisphère austral. Pour les quatre cycles de 1856 à 1898 les chiffres donnés par Newcomb [2] sont en effet :

$$S - N = 238,\ 451,\ 955,\ 710.$$

La comparaison démontre qu'avant 1850 les latitudes moyennes ont dû avoir été positives et que, dans le cycle présent, la prédominance de l'hémisphère boréal paraît également probable.

PHYSIQUE. — *Sur la loi qui relie l'absorption calorifique d'une cuve aux indices de réfraction de la matière de la cuve, et du liquide qu'elle contient.* Note de M. J. Vallot, présentée par M. E. Bouty.

Dans une précédente Note [3], j'ai montré que, pour la détermination du pouvoir diathermane des liquides, la correction relative à l'influence de la cuve (absorption et réflexions) pouvait être mesurée directement sur une cuve contenant une épaisseur capillaire de chaque liquide à expérimenter.

Cette méthode est applicable à la plupart des liquides incolores; mais elle est en défaut dans les deux cas suivants :

1° *Liquides très épais, huileux, et surtout sirupeux.* — Ces liquides donnent des corrections manifestement inférieures aux valeurs normales. La raison de ces écarts doit être cherchée dans l'épaisseur de la lame liquide qui, au lieu d'être négligeable comme avec la plupart des liquides, peut avoir une valeur mesurable. Je citerai comme exemple les liquides suivants qui donnent des épaisseurs très appréciables :

	mm		mm
Bromoforme..........	0,010	Sirop de sucre........	0,030
Bromure d'éthylène...	0,015	Huile de ricin.........	0,045
Isoeugénol...........	0,015	Glycérine............	0,050

On peut arriver à écraser les liquides très denses et les huiles, mais les liquides sirupeux conservent une épaisseur assez importante pour produire une absorption sensible.

(1) *Bull. astron.*, t. 4, 1889, p. 60.
(2) *Astroph. Journ.*, t. 13, 1901, p. 1.
(3) *Comptes rendus*, t. 161, 9 août 1915, p. 127.

2° *Liquides colorés.* — Certains liquides de couleur foncée, tels que le sulfocyanure de fer, présentent une coloration absorbante très sensible à l'œil, même sous une épaisseur capillaire. D'autres, bien que de couleur claire, sont affectés de bandes d'absorption spectrale très étendues (par exemple le bichromate de potasse), qui font sentir leur effet sous les épaisseurs les plus minimes.

Le nombre des substances échappant à la méthode capillaire étant considérable, il convenait de chercher un procédé qui pût leur convenir.

J'ai montré que, conformément à ce qu'on devait attendre, l'effet total de la cuve (absorption et réflexion) est fonction de la différence entre l'indice de réfraction du liquide et celui des plaques formant la cuve. Si l'on détermine la loi qui relie cette différence à ce que j'appelle pour abréger l'*absorption capillaire*, on pourra remplacer la mesure directe de cette absorption par la mesure de l'indice de réfraction, qui est indépendante de la fluidité et de la couleur du liquide. Voici comment j'ai effectué cette recherche :

Je me suis servi de plaques de cuve transparentes travaillées optiquement, mais j'ai abandonné le verre, dont la composition variable produit de notables différences dans l'indice et dans l'absorption, et j'ai adopté le quartz. J'ai mesuré l'absorption capillaire d'une quarantaine de liquides incolores, d'indices de réfraction très divers, et j'ai porté les résultats sur un graphique, dans lequel les indices sont en abscisses et les absorptions en ordonnées. Les points seront placés en ligne droite, les divergences ne dépassant pas les limites d'erreur de la méthode (atteignant 0,003 de l'absorption). Cette ligne monte obliquement jusqu'à la rencontre de l'indice du quartz; puis elle redescend, en formant le même angle. Le rapport obéit donc à la loi suivante : *L'absorption capillaire varie en raison inverse de la différence entre les indices du liquide et des plaques de la cuve.*

Soient I' l'intensité à la sortie de la cuve capillaire; I_1 l'intensité pour un liquide de même indice que la matière de la cuve; α la valeur absolue de la différence entre l'indice de la cuve et celui du liquide; β un coefficient dépendant de l'épaisseur et de la matière des plaques de la cuve; la loi est représentée par la formule

$$I' = I_1 - \alpha\beta.$$

Pour se procurer les constantes I_1 et β, chaque observateur tracera la droite représentant les absorptions, au moyen de deux points extrêmes, déterminés par deux groupes de cinq ou six liquides incolores, dont les uns auront un indice voisin de celui de la cuve, et les autres un indice aussi

différent que possible. Pour la cuve que j'ai employée, formée de deux plaques de quartz de $2^{mm},75$ d'épaisseur chacune, on a $I_1 = 0,913$ et $\beta = 0,08$.

En résumé, pour la détermination du pouvoir diathermane d'un liquide, on remplira la cuve de liquide de l'épaisseur voulue, et l'on mesurera l'intensité à la sortie, sans s'occuper de l'intensité incidente; puis on tiendra compte de l'absorption propre de la cuve, en divisant cette intensité par I' déterminé comme il vient d'être indiqué.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Les dérivés acétylés isomères de la nataloïne et de l'homonataloïne.* Note de M. E. Léger, présentée par M. Ch. Moureu.

En faisant agir l'anhydride acétique sur la nataloïne, en présence de $C^2H^3NaO^2$, j'ai obtenu trois dérivés acétylés isomères [1] que j'ai désignés par β, γ, δ. L'acétylé β étant inactif (solution acétique), je l'ai considéré comme un racémique [2], car la nataloïne provenant de sa saponification est un composé dédoublable.

Les pentacétylnataloïnes γ et δ m'ont fourni, par saponification, des nataloïnes avec $[\alpha]_D = -143°,7$ pour la première et $-146°$ pour la seconde, alors que la nataloïne naturelle donne $[\alpha]_D = -145°$.

Dans une de mes Notes antérieures [3], j'ai indiqué pour le pouvoir rotatoire de la δ-homonataloïne $[\alpha]_D = -110°,8$ et $-110°,5$, tandis que la γ-homonataloïne avait donné $[\alpha]_D = -146°,2$. D'après ce que nous venons de voir, il y a là une anomalie; les pouvoirs rotatoires des homonataloïnes γ et δ auraient dû être sensiblement égaux. J'ai constaté depuis peu que la purification des nataloïnes n'est efficace que si l'on effectue les cristallisations dans des solutions assez diluées, l'alcool à 60° étant employé comme dissolvant. Dans ces conditions, l'homonataloïne δ avec $[\alpha]_D = -110°,8$ m'a donné un corps avec $[\alpha]_D = -146°,5$, pour $p = 1$; $t = 21°$.

L'anomalie signalée plus haut disparaît donc, l'abaissement du pouvoir rotatoire provenait vraisemblablement de ce que la δ-homonataloïne : $[\alpha]_D = -110°,8$, contenait de l'homonataloïne racémique.

---

(1) *Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 185.

(2) *Id.*, t. 161, 1915, p. 133.

(3) *Id.*, t. 158, 1914, p. 1189.

J'ai essayé d'obtenir une pentacétylnataloïne correspondant au γ-pentacétylglucose. Pour cela, j'ai fait réagir sur la nataloïne l'anhydride acétique en présence, non de $C^2H^3NaO^2$, mais de $ZnCl^2$. Dans ce dernier cas, j'ai obtenu les mêmes produits que dans le premier : l'acétylé β a été caractérisé par son point de fusion et l'acétylé γ par son pouvoir rotatoire. La seule différence est que tous deux avaient une coloration jaune que ne possèdent pas les composés obtenus avec $C^2H^3NaO^2$.

Les acétylés γ et δ, bien que très différents, puisque le premier est cristallisé et le second amorphe, conduisent donc aux mêmes aloïnes, identiques, dans un cas à la nataloïne, dans l'autre à l'homonataloïne. J'ai comparé ce phénomène à celui qui a été observé par M. Tanret [1] à propos des trois pentacétylglucoses qui, à la saponification, donnent tous le même glucose, identique au glucose ordinaire.

On admet aujourd'hui que les trois pentacétylglucoses sont des stéréoisomères. En est-il de même des trois pentacétylnataloïnes et des trois pentacétylhomonataloïnes? Tout d'abord, les acétylés β doivent être classés à part, puisqu'il est établi que ce sont des racémiques; ils ne correspondent donc à aucun des pentacétylglucoses connus. Nous ne nous trouvons donc plus en présence que de deux séries d'isomères : les acétylés γ et les acétylés δ.

Afin de les comparer avec profit, il était utile d'obtenir ces composés dans le plus grand état de pureté possible.

La chose est facile pour les acétylés γ qui sont cristallisés, mais j'ai remarqué que les acétylés δ amorphes sont très sensibles à l'action de la chaleur, qui les transforme en un produit rouge. Pour les purifier, j'ai donc, par l'alcool absolu, séparé d'abord les acétylés cristallisables; l'eau mère fut évaporée dans le vide à sec, et le résidu repris par l'acide acétique. La solution rouge fut étendue d'eau progressivement. La matière rouge se précipite avec les premières fractions. Quand le liquide n'a plus qu'une teinte rosée, on l'agite avec du noir, et la solution filtrée est précipitée par un grand volume d'eau. Le précipité est recueilli, lavé et séché à l'air. Il forme des masses légères, jaune pâle, anhydres, qui, chauffées à 100°-105°, se transforment en une matière jaune transparente.

Pouvoirs rotatoires. — En solution dans l'acide acétique, $p = 1$; $t = 18°$ à 20°, la γ-acétylnataloïne a donné $[\alpha]_D = -50°$ et $-50°$. Des deux échantillons examinés, l'un avait été préparé avec $C^2H^3NaO^2$, l'autre avec $ZnCl^2$. Pour la δ-acétylnataloïne, $[\alpha]_D = -42°,5$; $-43°,4$; $-44°,4$. Les deux premières déterminations correspondent à deux produits préparés à l'aide de $ZnCl^2$, la troisième à un produit préparé avec $C^2H^3NaO^2$.

(1) *Bull. Soc. chim.*, 3e série, t. 13, p. 266.

La γ-acétylhomonataloïne a donné $[\alpha]_D = -52°,4$ et la δ-acétylhomonataloïne $[\alpha]_D = -46°,1$; $-47°,8$.

Si l'on compare les valeurs de $[\alpha]_D$ pour les dérivés γ des deux aloïnes avec celles des dérivés δ, on constate que ces valeurs sont très voisines. Observons, d'autre part, qu'on ne saurait répondre de la pureté absolue de corps amorphes, de telle sorte qu'on peut admettre, avec quelque apparence de raison, que les valeurs réelles de $[\alpha]_D$ pour les acétylés γ et δ sont plus rapprochées que ne le montre l'expérience; peut-être, même, sont-elles identiques.

Dans ces conditions, doit-on admettre que les acétylés γ et δ correspondent, à la fois, à deux des trois pentacétylglucoses et à deux des trois méthylglucosides connus? Remarquons que les premiers de ces corps ont des pouvoirs rotatoires très différents les uns des autres, de même pour les méthylglucosides. Cette constatation, si on la rapproche des faits ci-dessus énoncés, permettrait de conclure que l'isomérie des acétylés γ et δ n'est pas, comme je le pensais d'abord, de nature stéréochimique, mais doit plutôt être rapportée à des états allotropiques différents de ces dérivés acétylés.

A l'origine, je croyais que les acétylés β, γ, δ correspondaient à des aloïnes différentes, dont aucune n'était semblable aux aloïnes naturelles ou α-nataloïnes. Les faits actuellement connus nécessitent donc l'emploi de désignations nouvelles. L'acétylé β de la nataloïne racémique deviendra la *d-l*-pentacétylnataloïne, correspondant à la *d-l*-nataloïne; la γ-pentacétylnataloïne deviendra l'α-pentacétylnataloïne, et la δ-pentacétylnataloïne la β-pentacétylnataloïne. Des changements semblables s'appliqueront aux dérivés correspondants de l'homonataloïne.

BOTANIQUE. — *Sur les variations sexuelles des inflorescences et des fleurs chez les* Codiæum *cultivés.* Note [1] de M. **J. Chifflot**, présentée par M. Guignard.

Les *Codiæum*, que les horticulteurs appellent improprement *Croton*, sont, par leur feuillage, des plantes de très grande valeur ornementale. Ce genre, qui comprend six espèces, toutes originaires de la Malaisie ou des Philippines, est à l'heure actuelle placé dans la tribu *Cluytiæ*, de la grande famille des *Euphorbiaceæ* [2].

---

[1] Séance du 27 mars 1916.

[2] E. Pax, *Euphorbiaceæ-Cluytiæ* (*Pflanzenreich*, Heft 47, 1911).

Tous les floristes sont d'accord pour faire dériver les variétés horticoles du *Codiæum variegatum* (L.) Blume et de ses deux variétés : (α) *moluccanum* (Dcne) Müll., et (β) *pictum* (Lodd.) Müll. [1] ; cette dernière variété ayant elle-même donné naissance, à la suite de très nombreux métissages, à un très grand nombre de plantes, à la fois curieuses par le coloris et par la forme du feuillage. Ces formes, que Pax [2] classe en sept groupes distincts, ressortissent à la tératologie. Aussi ont-elles été décrites par Penzig [3] et par ses devanciers, Dickson, Celakowsky, Baillon, etc. Je n'y reviendrai pas.

J'ai, il y a quelques années, observé et décrit quelques transformations curieuses des inflorescences seules [4].

Cette Note a pour but de les résumer et de compléter nos observations anciennes et récentes, puis de mettre au point ces variations dont la *constance*, la *fixité même* de quelques-unes d'entre elles, et pour certaines plantes, nous paraissent bien établies.

Si beaucoup de variétés horticoles n'ont subi et ne subissent, dans la belle collection de *Codiæum* que possède la ville de Lyon, dans les serres du parc de la Tête d'Or, aucune modification ni dans la forme et le coloris de leur feuillage, ni dans leurs inflorescences, ni dans leurs fleurs, il en est d'autres par contre qui, depuis l'époque où nous les avons signalées la première fois, présentent sous l'influence des conditions culturales, semblables chaque année, des variations constantes.

On sait que les *Codiæum* sont monoïques et que les inflorescences mâles et femelles sont axillaires, quoique paraissant terminales. Ces inflorescences naissent le plus souvent simultanément. Quelques variétés sont ou mâles ou femelles et, de ce fait, restent ou sont devenues dioïques.

Ces inflorescences nous ont montré les variations suivantes :

α. Les fleurs mâles des inflorescences mâles sont, dans beaucoup de variétés, disposées en petites cymes triflores, parfois groupées en glomérules, à l'aisselle de petites bractées. La fleur médiane de la cyme fleurit d'abord et tombe. Quand toutes ces fleurs sont tombées, ou bien l'axe de l'inflorescence tombe aussi, ou bien il persiste. Dans ce dernier cas il naît, à l'aisselle des bractées latérales, de nouvelles fleurs mâles de la cyme et, au-dessous de la cicatrice florale de la première fleur tombée et à l'aisselle de sa bractée, *une fleur femelle* parfois à trois styles, rarement à quatre styles. Cette inflorescence mâle devient *bisexuée*.

β. Les fleurs femelles sont solitaires le long de l'axe de l'inflorescence. Elles sont

---

(1) Pax. *Op. cit.*, p. 23-24.

(2) Pax, *Op. cit.*, p. 26.

(3) *Pflanzenteratologie*. 1894, t. 2, p. 285.

(4) J. Chifflot, *Sur les inflorescences de quelques Codiæum cultivés* [*Soc. Linn. de Lyon*, 14 décembre 1908, p. 1-3 (tir. à part)].

normalement à trois styles. Parfois les fleurs supérieures sont à quatre et même cinq styles. Les fleurs femelles, si elles ne sont pas fécondées, tombent rapidement elles aussi. Il en est de même de l'axe qui les porte. Parfois aussi cet axe persiste et, dans ce cas, il naît, à l'aisselle des cicatrices des fleurs femelles, des fleurs mâles normales. Ces inflorescences deviennent *bisexuées*.

Comme chez les inflorescences mâles, les inflorescences femelles peuvent donc porter, au fur et à mesure de la chute des fleurs normales, des fleurs de deux sortes. La chute et l'apparition de ces fleurs s'effectuant de la base au sommet des inflorescences.

γ. Les inflorescences mâles sont rarement bisexuées à l'origine; mais les inflorescences femelles le sont bien davantage; surtout dans quelques variétés horticoles telles que : *Président Demôle*, *Albert de Smeet*, *Mme Bruant*, *Père Charon*, *Magnoliæfolium*, etc. Ces inflorescences femelles portent des fleurs mâles à leur base et à leur sommet et des fleurs femelles au milieu. Parfois, comme dans la variété *Père Charon*, tout le sommet de l'axe porte des fleurs femelles, la base portant des fleurs mâles. La chute des fleurs mâles entraîne la formation ou de fleurs mâles ou d'une fleur femelle entourée de fleurs mâles; la chute des fleurs femelles fait apparaître à leur aisselle des fleurs mâles. On passe, comme on le voit pour ce cas, par les précédents cas α et β.

δ. Enfin, et c'est la première année que nous constatons le fait, il se présente sur des inflorescences, bisexuées à l'origine, chez deux variétés *Président Demôle* et *Magnoliæfolium*, des fleurs hermaphrodites. Ces fleurs sont ainsi constituées : en dedans du calice normal, à cinq divisions, et entre le disque annulaire qui entoure la base de l'ovaire et celui-ci, on trouve quelques étamines alternipétales quand leur nombre est de cinq. Ce nombre, variable d'ailleurs, oscille entre quatre et sept. Leur filet reste beaucoup plus court que celui des étamines des fleurs mâles; mais les anthères sont normales à déhiscence nettement extrorse. Leur pollen est normal.

Dans ces fleurs hermaphrodites, le disque nectarifère, qui dans les fleurs femelles est annulaire avec une seule solution de continuité, se scinde en cinq (comme chez les fleurs mâles) ou sept parties, oppositisépales dans le cas de cinq divisions. L'ovaire est à trois, quatre, rarement cinq loges, avec un nombre de branches stigmatiques égal.

En résumé, les inflorescences de *Codiæum* cultivés, normalement monoïques, peuvent présenter les variations suivantes :

1° Formation de fleurs femelles de deuxième génération sur les inflorescences mâles;

2° Formation de fleurs mâles de deuxième génération sur des inflorescences femelles;

3° Formation d'inflorescences bisexuées à l'origine;

4° Formation, sur des inflorescences bisexuées à l'origine, de fleurs hermaphrodites à l'origine.

Il ne nous paraît pas que ces variations, dans les inflorescences et les fleurs de *Codiæum*, aient été signalées. Faut-il, pour les expliquer, faire

intervenir les traumatismes provoqués, dans nos cultures, par une prise annuelle, sur les pieds mères, de boutures qui s'effectuent en décembre, peu de temps avant la formation des inflorescences. Sans être affirmatif, nous pensons que ces bouturages successifs ne sont pas étrangers à l'apparition de ces variations. Ces variations sexuelles sont d'ailleurs de même ordre que celles qui ont été signalées par Bordage ([1]) chez le *Carica Papaya* et par Blaringhem ([2]) chez le Maïs et d'autres plantes.

BOTANIQUE. — *Hybridation entre une crucifère sauvage et une crucifère cultivée à racine tubérisée.* Note de Mlle **Trouard-Riolle**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Nous avons précédemment démontré qu'il est facile d'obtenir des hybrides entre le *Raphanus Raphanistrum* L. sauvage et les différentes variétés de *Raphanus sativus* L. ([3]). Nous avons vu que les plantes décrites par Carrière, Hoffmann, Rouy et Foucault, etc., comme des intermédiaires entre ces deux espèces, n'étaient autres que leurs hybrides.

Les recherches que nous nous proposons de résumer aujourd'hui, tout en confirmant les données déjà connues au sujet de la différence spécifique entre *R. Raphanistrum* et *Raphanus sativus*, se rapportent au phénomène général de l'hybridation.

1° Le croisement d'une plante sauvage (*R. Raphanistrum*) par une plante cultivée (*R. sativus*) nous a donné, à la première et à la deuxième génération, les mêmes produits que le croisement inverse (*R. sativus* par *Raphanus Raphanistrum*).

Chez ces *Raphanus* l'influence des sexes ne se fait donc pas sentir chez les hybrides.

2° La première génération de ces croisements a donné des plantes toutes semblables plus ou moins intermédiaires entre les parents. Elles avaient les caractères suivants :

a. L'aspect du feuillage, les racines ramifiées rappelaient la plante sauvage.

([1]) *Variation sexuelle consécutive à une mutilation chez le Papayer commun* (*Soc. de Biologie*, 1898).

([2]) *Mutations et traumatismes*, 1907 (Thèse de doctorat).

([3]) *Recherches morphologiques et biologiques sur les radis cultivés* (Thèse de doctorat). Berger-Levrault, 1914.

b. Le port de la plante, la couleur des fleurs, la tubérisation des racines rappelaient au contraire la plante cultivée.

c. La composition chimique du tubercule, la couleur de ce tubercule, la forme et la structure des siliques étaient intermédiaires.

d. La forme des siliques variait suivant la place occupée sur la tige.

3° A la deuxième génération, ces hybrides autofécondés se sont dissociés. Une moyenne de 65,75 pour 100 des plantes obtenues étaient tubérisées; 5 à 15 pour 100 étaient revenues au type cultivé; une moyenne de 34,25 pour 100, au contraire, revinrent au type sauvage; le reste des plantes ont conservé des caractères mixtes.

4° Les graines d'une même silique d'hybride donnent des plantes profondément différentes les unes des autres.

5° Lorsqu'on croise la plante sauvage avec un métis obtenu entre diverses variétés de la plante cultivée, la deuxième génération de l'hybride donne à la fois : la plante sauvage, la plante métis, des plantes intermédiaires et des plantes rappelant l'origine du métis.

C'est ainsi qu'un radis jaune croisé avec une ravenelle donne à la première génération des plantes à tubercules noirâtres et à la deuxième des plantes à tubercules jaunes, noirs, blancs, noirâtres et des ravenelles pures.

Croisement n° 405, radis jaune n° 33 croisé avec *R. Raphanistrum* (1). — *Première génération*. — 15 pieds tubérisés noirs ou noirâtres à fleurs blanches, sauf sur un pied, une branche à fleurs jaunes comme la ravenelle originelle.

Deuxième génération. — Sur 20 pieds : 3 radis jaunes, 2 radis gris, 4 radis noirs, 9 ravenelles tubérisées, 4 ravenelles; soit :

Mère radis jaune........................	15 pour 100
Père ravenelle..........................	20 »
Intermédiaires..........................	65 »

avec 35 pour 100 voisins de la ravenelle.

Croisement n° 408, inverse du précédent. — *Première génération*. — 13 pieds, tous noirs.

Deuxième génération. — Sur 22 pieds : 2 radis jaunes, 7 radis gris, 3 radis noirs, 2 ravenelles tubérisées, 8 ravenelles pures; soit :

Mère ravenelle..........................	36 pour 100
Père radis jaune........................	19 »
Intermédiaires..........................	54 »

avec 10 pour 100 voisins des ravenelles.

(1) *Loc. cit.*

Croisement n° 406, ravenelle par radis rose n° 5. — *Première génération.* — Toutes les plantes à tubercules blancs, rosé au collet.

Deuxième génération. — Sur 40 pieds : 2 radis roses, 20 ravenelles tubérisées, 18 ravenelles; soit :

Mère ravenelle........	40 pour 100
Père radis..............................	5 »
Intermédiaires...........................	55 »

Croisement n° 411, ravenelle par radis noir n° 35. — *Première génération.* — 65 pieds à tubercules noirs ou noirs et blancs.

Deuxième génération. — Sur 25 pieds : 3 radis noirs, 13 ravenelles tubérisées, 9 ravenelles; soit :

Mère ravenelle...........................	36 pour 100
Père radis..............................	12 »
Intermédiaires..........................	52 »

Dissociation des plantes provenant d'une même silique hybride. — *Croisement n° 405.* — Silique n° 1 sur 2 pieds : 1 plante tubérisée, 1 ravenelle.

Silique n° 2 sur 4 pieds : 3 tubercules, 1 ravenelle.

Silique n° 3 sur 5 pieds : 3 tubercules blancs et 2 ravenelles.

Silique n° 4 sur 3 pieds : 1 tubercule blanc et 2 ravenelles.

(Les tubercules des plantes provenant de la silique n° 4 n'étaient pas tous semblables : l'un était jaune, les deux autres très gros et blancs.)

Croisement n° 406. — Silique n° 1 sur 3 pieds : 1 radis rose, 1 ravenelle, 1 plante intermédiaire.

Silique n° 2 sur 4 pieds : 1 ravenelle, 1 tubercule rond, 1 tubercule long, 1 tubercule en forme de toupie.

Silique n° 3 sur 3 pieds : 2 ravenelles, 1 tubercule blanc.

De ce qui précède nous pouvons tirer les deux conclusions suivantes :

1° L'hybridation est un excellent moyen de produire artificiellement la tubérisation d'une plante sauvage.

2° Dans l'hybride considéré entre une plante cultivée et une plante sauvage, le type sauvage a tendance à devenir prépondérant dans la descendance des plantes hybrides. Il est facile d'expliquer, d'après cela, qu'un grand nombre de ravenelles se rencontre parfois au voisinage d'un champ de radis abandonné. Il n'y a pas dégénérescence du radis, mais à la suite de croisements retour abondant à l'espèce sauvage.

Dans la lutte pour la vie, l'espèce la plus perfectionnée se trouve donc, dans nos régions, à l'état d'infériorité.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur une substance coagulant l'inuline et l'accompagnant dans les tissus végétaux.* Note de M. **Jules Wolff**, présentée par M. Roux.

J'ai découvert dans les racines de chicorée (*Cichorium intybus*), les tubercules de dahlia (*Dahlia variabilis*) une substance qui possède la propriété de coaguler énergiquement les sucs extraits de ces végétaux et de précipiter de ses solutions colloïdales l'inuline purifiée.

Sans présenter tous les caractères attribués jusqu'ici aux diastases, l'agent coagulant s'en rapproche par ses propriétés essentielles et je propose pour cette substance le nom d'*inulo-coagulase.*

Lorsqu'on extrait par pression le suc des racines ou des tubercules, celui-ci se trouble plus ou moins vite et se prend en masse au bout d'un temps variable. Le même suc chauffé pendant quelques secondes à l'ébullition ne peut plus se coaguler et l'inuline se dépose lentement au fond du liquide sous forme d'un précipité cristallin. Pour mettre en évidence le principe coagulant on peut opérer de plusieurs façons.

1° On fait bouillir le jus 2 ou 3 secondes, on le filtre et on le refroidit rapidement. Ce chauffage rapide permet de tuer la coagulase et d'éliminer les matières albuminoïdes. On obtient un liquide clair contenant de 12 à 15 pour 100 d'inuline, si l'on a soin d'opérer avec des tubercules de bonne qualité. D'autre part, on broie dans un mortier avec très peu d'eau des fragments d'enveloppe de tubercule. On presse et l'on filtre. L'addition de 4 ou 5 gouttes du liquide filtré à 2^{cm^3} de suc bouilli donne lieu à une prise en masse plus ou moins rapide. La coagulation la plus rapide observée dans ces conditions a été de 15 à 20 minutes. Un tube témoin avec de la liqueur coagulante bouillie ne s'est pas troublé pendant ce temps.

Dans l'expérience qui va suivre on observe une précipitation de l'inuline au lieu d'une prise en masse. Après avoir étendu le suc de la moitié de son volume d'eau on en fait deux parts. L'une A est bouillie, filtrée et refroidie; l'autre B, non bouillie, est soumise rapidement à la congélation afin de précipiter l'inuline avant sa coagulation. Après dégel, on filtre. Le liquide clair ne renferme plus d'inuline précipitable, mais contient de la substance coagulante et des sels, notamment des sels de chaux. Lorsqu'on met en contact 10^{cm^3} de solution A avec une seule goutte de liqueur B, on observe au bout de 10 à 12 heures un dépôt floconneux d'inuline. Si dans une série de tubes à essai on ajoute à 10^{cm^3} de solution A des doses croissantes, soit 2, 3, 4 gouttes de liqueur B, l'épaisseur du dépôt est proportionnelle à la quantité de liqueur B ajoutée. A partir de 1^{cm^3} la proportion d'inuline déposée n'augmente plus. Il suffit de porter la liqueur B à l'ébullition ou de la chauffer 15 minutes à 60° pour ne plus observer le phénomène. La température mortelle de l'agent coagulant est en effet voisine de 60°: elle peut varier de quelques degrés, suivant les conditions de l'expérience.

Des solutions à 6 ou 12 pour 100 d'inuline purifiée extraite de racines de chicorée donnent, sous l'influence de la coagulase du dahlia, des résultats analogues. Le dépôt d'inuline est beaucoup plus fort avec la solution à 12 pour 100 qu'avec celle à 6 pour 100. Il n'est pas inutile de rappeler que Bouchardat ([1]) dès 1847 avait constaté, sans expliquer le phénomène, que le suc de dahlia renferme environ 12 pour 100 d'inuline et que celle-ci se dépose en partie après l'expression du suc. D'autre part, Tanret ([2]) a montré en 1893 que dans les tubercules de topinambour, l'inuline est accompagnée de produits plus solubles, faiblement lévogyres et transformables par hydrolyse en lévulose, comme l'inuline. Ces produits, comme je m'en suis assuré, existent en proportions plus faibles dans les tubercules de chicorée et de dahlia au moment de leur maturité, mais augmentent progressivement vers l'époque de la germination. La somme des hydrates de carbone transformables en lévulose restant toujours la même (comme il est facile de s'en assurer par le dosage du lévulose après hydrolyse), on peut conclure que l'inuline se transforme peu à peu en produits plus solubles. C'est la présence de ces produits en plus ou moins grande quantité dans le suc qui fait que la coagulation de celui-ci est plus ou moins rapide et peut même faire défaut. En effet, ces produits qui prennent naissance aux dépens de l'inuline réduisent la proportion de celle-ci dans les sucs, et comme la richesse des sucs en inuline est un des facteurs essentiels d'une coagulation rapide, on voit tout de suite l'importance qu'a le choix des tubercules dans l'étude de ces phénomènes. Il faut noter aussi que les régions du tubercule qui avoisinent l'endoderme contiennent un suc qui se coagule plus vite que celui qui provient des régions centrales, bien que la richesse en inuline des deux sucs soit exactement la même. C'est ainsi que j'ai observé des prises en masse au bout de 4 à 5 minutes dans le premier cas, et de 20 à 25 minutes dans le second. Lorsque la coagulation a eu lieu, on peut retourner les tubes contenant la matière et même les agiter violemment sans amener la dislocation du coagulum.

Dans une expérience où la coagulation s'était produite au bout d'une heure, l'inuline précipitée représentait 35 pour 100 de la quantité totale. Après 18 heures, cette proportion atteignait 75 pour 100.

L'agent coagulant est comme les diastases précipité par l'alcool de ses solutions aqueuses en même temps que les sels qui l'accompagnent. L'examen

([1]) *Comptes rendus*, t. 25, 1847, p. 273.

([2]) *Comptes rendus*, t. 117, 1893, p. 50.

polarimétrique des sucs, ainsi que la détermination de leur pouvoir réducteur (d'ailleurs très faible) avant et après coagulation (l'inuline étant redissoute) n'accusent aucune différence. Cela indique qu'il ne s'est produit aucune modification dans la nature de l'inuline qui soit imputable à un enzime autre que celui qui possède la propriété coagulante. La spécificité de l'inulo-coagulase est démontrée par ce fait qu'elle est sans action sur des substances coagulables telles que amidon, lait, pectine.

Il est d'autre part intéressant de constater que de même que la fibrine ne se coagule qu'à la sortie des vaisseaux sanguins, sous l'influence de la plasmase, l'inuline ne se coagule qu'à la sortie des tissus de la plante sous l'influence de l'inulo-coagulase.

GÉOPHYSIQUE. — *Sur l'origine possible du magnétisme terrestre.* Note de M. **Émile Belot**, présentée par M. Bigourdan.

L'hypothèse développée dans notre *Essai de Cosmogonie tourbillonnaire* du choc primitif (analogue à celui d'une Nova) entre une nébuleuse-tourbillon T et une nébuleuse amorphe N a permis, dans son application à l'étude de la Terre, de discerner l'existence d'un déluge austral primitif qui, du Sud au Nord, a transporté les matériaux terrestres les plus légers, donc les moins ferrugineux, dans les soubassements continentaux de l'hémisphère Nord ([1]). La même hypothèse peut expliquer l'origine du magnétisme terrestre.

D'après la théorie du potentiel magnétique de Gauss, la presque totalité du magnétisme provient de masses contenues dans l'écorce terrestre. Le ferro-magnétisme disparaît vers la température de 785° pour se continuer par le paramagnétisme obéissant à la loi de Curie, jusque vers le point de fusion. En totalisant ces deux effets magnétiques on peut admettre, d'après le degré géothermique, que le magnétisme est confiné dans une épaisseur de 30^{km} de l'écorce. Avec une teneur moyenne de fer s'élevant à 5,5 pour 100 dans la croûte de densité 2,63 à la surface, chaque mètre cube de celle-ci renfermerait 145^{kg} de fer, alors que, d'après Mascart et Joubert, il en faudrait le double pour expliquer le moment magnétique de la Terre.

Mais il faut ajouter tout le fer en excès sur la teneur superficielle jusqu'à 30^{km} sous les continents et surtout dans les fonds sous-marins. Dans les couches siliceuses, la diminution de volume par la pression des matériaux compense exactement la dilatation à raison de 1° d'élévation de température par 30^{m} de hauteur. On peut donc admettre que *tout l'excès de densité en profondeur dans la croûte provient non de*

([1]) *Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 647; t. 159, 1914, p. 89.

la pression, mais de l'augmentation de la teneur en fer. D'après la formule de Veronnet [1], l'augmentation moyenne de densité à 30^{km} de profondeur est de 0,054, soit de 27^{km} au mètre cube sur toute la hauteur. Ainsi sous les continents la teneur en fer magnétisable serait au mètre cube de $145 + 27 = 172^{km}$.

Sous les océans ayant une profondeur moyenne de $3^{km},600$ il faut appliquer la condition isostatique au niveau -113^{km} d'après Hayford, ce qui donne 2,780 pour la densité moyenne du fond des océans, soit un excès de 148^{km} de fer au mètre cube sur la teneur de la surface. Dès lors, en tenant compte de la surface des océans (0,7 de la surface totale), les masses magnétisables de la croûte sont suffisantes pour expliquer le magnétisme de la terre.

Idrac, répétant l'expérience du magnétarium de Wilde, avait conclu [2] « à une plus forte proportion de matières magnétiques sous les mers » sans pouvoir en préciser la cause. Cette cause est le décapage érosif des courants océaniques Sud-Nord du déluge austral primitif qui laisse à nu et fait remonter vers la surface dans les fonds marins les couches profondes plus denses. On peut prévoir qu'au pôle magnétique Sud l'intensité sera plus grande (2,05) qu'à l'autre pôle (1,62), parce qu'il y a plus d'océans dans l'hémisphère austral que dans l'autre. Calculant ces intensités d'après les masses magnétiques sous les océans et sous les continents dans les deux hémisphères, on trouve leur rapport égal à 1,19 au lieu de 1,26 en réalité. Un océan allongé devra agir comme un barreau aimanté avec lequel l'équateur magnétique tend à se mettre en croix : et en effet cet équateur entre le Brésil et le golfe de Guinée s'infléchit dans une direction normale à celle de l'océan Atlantique.

Il reste à expliquer comment les masses ferrugineuses de l'écorce ont reçu leur magnétisme. A l'origine le choc du tourbillon solaire T sur la nébuleuse N a nécessairement produit de l'électricité : les électrons dispersés sous l'influence des radiations ultraviolettes se sont répandus dans la nébuleuse N, tandis que les ions positifs sont restés sur le tourbillon T; celui-ci tournant dans le sens direct est alors équivalent à un solénoïde dont le pôle Nord serait au-dessus de l'écliptique dans la direction de l'apex. La faible masse terrestre sera rapidement condensée et couverte d'une croûte magnétisable, tandis que l'énorme masse solaire mettra un temps considérable à se condenser et à perdre d'abord sa forme tourbillonnaire. Le solénoïde solaire dans cette première phase induira un pôle Nord magnétique près du pôle Sud géographique de la Terre : c'est bien le sens du magnétisme révélé par l'aiguille aimantée.

Mais comment les pôles magnétiques sont-ils distants de près de 20° des pôles géographiques ? La seconde phase de la condensation solaire est la formation dans l'écliptique d'une masse plane S, sorte de disque ayant

---

(1) Thèse, *Rotation de l'ellipsoïde hétérogène*, p. 126.

(2) *Comptes rendus*, t. 157, 1913, p. 1488.

même rayon que le tourbillon T, soit 60 rayons solaires, et auquel le tourbillon confère rotation et électrisation par sa périphérie. Les lignes de force magnétique d'un tel disque électrisé traversent alors normalement l'écliptique.

Supposons d'abord la rotation terrestre nulle : l'induction magnétique du disque solaire déterminera un axe magnétique fixe dans le noyau terrestre et distant des pôles géographiques de 23°,5. La résultante des actions magnétiques des deux phases placerait les deux pôles magnétiques entre les pôles géographiques et les cercles polaires : c'est bien en effet ce que l'on constate.

Restituons maintenant la rotation terrestre : l'action magnétique des deux phases définies plus haut est équivalente à celle de courants Est-Ouest dont les uns seraient parallèles à l'équateur et les autres à l'écliptique. Ces courants s'attirent et tendent à se rapprocher angulairement. La rotation terrestre aura donc pour effet de produire une *précession magnétique rétrograde* très analogue à la précession luni-solaire et où l'attraction électromagnétique vers l'écliptique remplace la composante de l'attraction du renflement terrestre vers ce même plan. La théorie exposée ici conduit rationnellement à la combinaison essayée par le Dr Wilde dans son *magnétarium* où une sphère est entourée de spires parcourues par un courant, les unes parallèles à l'équateur, les autres à l'équateur magnétique et où la distribution du magnétisme se rapproche beaucoup de la réalité quand on recouvre la surface des océans de plaques de tôle.

Comparons enfin l'action ancienne du noyau solaire S avec l'action actuelle du Soleil. Le champ magnétique H produit par un courant équatorial de rayon r et d'intensité I est, à la distance d de la Terre,

$$H = \frac{\pi r^2 I}{d^3}.$$

La recombinaison des électrons négatifs de la nébuleuse avec la masse positive solaire S a réduit sa charge positive; en outre, sa vitesse périphérique s'est réduite par la résistance ou la viscosité pendant la condensation solaire. L'intensité I à l'origine était donc beaucoup plus grande qu'actuellement. A intensité égale I, le rayon r s'étant réduit de 60 à 1, le champ primitif H devait être au moins 3600 fois plus grand qu'actuellement, ce qui fait bien comprendre comment le magnétisme terrestre a pu prendre naissance à l'origine dans le champ du noyau solaire.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Perturbations de la déclinaison magnétique à Lyon (Saint-Genis-Laval) pendant le quatrième trimestre de* 1915. Note [1] de M. **Ph. Flajolet**, présentée par M. B. Baillaud.

Les relevés des courbes du déclinomètre Mascart, pendant le quatrième trimestre de 1915, fournissent la répartition suivante des jours perturbés :

Échelle.		Octobre.	Novembre.	Décembre.	Totaux du trimestre.
0	Jours parfaitement calmes.......	2	2	4	8
1	Perturbations de 1′ à 3′.......	11	7	9	27
2	» de 3′ à 7′.......	3	8	10	21
3	» de 7′ à 15′.......	7	7	7	21
4	» de 15′ à 30′.......	7	4	1	12
5	» > 30′...........	1	2	0	3

Les jours de fortes perturbations ont été nombreux : deux jours en octobre (21′ le 15, 33′ le 23); quatre jours en novembre [28′ le 1, > 36′ les 5, 6 et 15 [2]]; un jour en décembre (30′ le 6).

Par rapport aux résultats précédents [3], on remarque qu'il y a augmentation de 3 jours à l'échelle 2, de 6 jours à l'échelle 3, de 7 jours à l'échelle 4 et de 3 jours à l'échelle 5, puis diminution de 12 jours à l'échelle 0 et de 7 jours à l'échelle 1.

PALÉONTOLOGIE. — *Sur l'antériorité de la mâchoire trouvée à La Naulette.* Note de M. **Marcel Baudouin**, présentée par M. A. Gautier.

Les mâchoires inférieures les plus anciennes connues sont celles de Spy, de la race de Néanderthal; celle de Heidelberg, de l'époque chelléenne ; et celle de La Naulette, trouvée mêlée à divers ossements qui ne permettent pas de la classer. Le caractère que je vais indiquer a l'avantage de remplir cette lacune.

La race humaine est caractérisée, à l'âge adulte, par la rotation des deux prémolaires, qui sont alors perpendiculaires à l'axe de la mâchoire, tandis que, dans la première dentition, il y a parallélisme, comme pour

---

(1) Séance du 27 mars 1916.

(2) Ces trois derniers jours de novembre, la courbe est sortie des limites d'enregistrement de la feuille.

(3) Voir *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 392.

les animaux inférieurs. Cette disposition perpendiculaire existe déjà sur la race de Néanderthal ; elle est presque complète dans celle de Heidelberg, où l'angle de la deuxième prémolaire est de 80° ; mais, dans la mâchoire de La Naulette, la deuxième prémolaire ne fait qu'un angle de 45°.

Si l'on examine la première prémolaire, l'alvéole fait un angle de 80° pour la Naulette, 55° pour Heidelberg, 30° pour le Chimpanzé ; il est nettement marqué chez le Cynocéphale Babouin, mais nul pour le Gorille. Ce second caractère implique donc aussi l'antiquité supérieure de La Naulette.

Enfin, un caractère, déjà signalé par Gaudry et Depéret, c'est que, pour La Naulette, la grandeur des molaires augmente de la première à la troisième (celle du fond). Or, pour Heidelberg, c'est la deuxième qui est la plus forte. Dans le Néanderthal, toutes les molaires sont presque égales. Le caractère simiesque est donc très marqué dans La Naulette.

Comme *Homo Heidelbergensis*, date du commencement du Quaternaire, *Homo Naulettensis*, qui est notablement plus ancien, est très probablement de l'époque pliocène.

Rien ne prouve du reste que *Homo Heidelbergensis* dérive de *Homo Naulettensis* de très petite race.

Cette étude a été faite sur d'excellents moulages, appartenant à la *Société préhistorique française*.

PALÉONTOLOGIE. — *L'Indricotherium n. gen., Rhinocéros gigantesque du Paléogène d'Asie*. Note (1) de M. A. **Borissiak**, présentée par M. H. Douvillé.

Les dépôts tertiaires continentaux de l'Asie occidentale ont fourni ces dernières années une faune de Mammifères très variée : on y a reconnu le niveau à *Hipparion*, celui à *Mastodon angustidens* et enfin un horizon plus ancien qui a fourni jusqu'ici une petite faune intéressante : la forme la plus importante au point de vue stratigraphique est l'*Epiaceratherium turgaicum* n. sp., voisin à l'*Epiaceratherium bolcense* de l'Europe occidentale, ce qui fait considérer cet horizon comme appartenant au Paléogène.

En dehors de cette faune nous y avons reconnu des restes d'un représentant des *Equidæ*, d'un Rongeur, de Ruminants, de Carnivores, de Tortues et d'Oiseaux ; mais les plus intéressants se rapportent à un *Rhinocéros* gigantesque d'une structure très primitive. Les représentants les plus

(1) Séance du 27 mars 1916.

grands de cette espèce ont dépassé le Mammouth quant aux dimensions. Nous connaissons de cette forme presque toutes les parties de squelette à l'exception du crâne qui n'est connu qu'en débris, mais l'appareil dentaire se présente presque en entier : les molaires sont caractéristiques, elles sont construites tout à fait sur le type *Rhinoceros*, avec antécrochet; la M^3 possède des caractères extrêmement primitifs; sa crête postérieure est en forme de S et porte un grand éperon sur le côté extérieur, accompagné d'une profonde fossette, reste d'ectolophe et de post-fossette.

Les prémolaires ont une structure plus primitive que chez aucun des Rhinocéros primitifs connus, le *Trigonias* compris : les tubercules primitifs sont tous bien modelés et certains d'entre eux restent encore isolés.

La P^2 sur le côté intérieur ne présente que le deutérocone isolé: vers lui convergent deux crêtes dont la postérieure présente un éperon plat tout à fait isolé. Dans les P^3 et P^4 on observe un commencement de séparation du tétartocone et du deutérocone, et la crête postérieure, tout en restant en forme d'éperon plat, occupe une position parallèle à la crête antérieure. La structure de ces prémolaires rappelle celle du *Protapirus obliquidens* d'Amérique et n'en diffère que par ses dimensions gigantesques.

La grandeur des dents de l'*Indricotherium* est indiquée par les dimensions suivantes : la P^2 a une couronne de 43^{mm} de long, la P^3 de 55^{mm}, la P^4 de 61^{mm}, la M^1 de 78^{mm}, la M^2 de 94^{mm} et la M^3 de 96^{mm}.

L'émail de toutes ces dents porte une sculpture caractéristique pour les Rhinocéros primitifs : elle est formée de stries verticales dichotomiques et de lignes horizontales.

Les canines ont la forme d'un cône obtus à émail bien uni de 50^{mm} de hauteur et de 39^{mm} à 32^{mm} de base, avec la racine massive, bombée à quelque distance de la couronne, comme celle que présentent les *Lophiodon*. L'espèce en question se rapproche encore de ces derniers par la structure des incisives, dont deux seulement sont conservées, I^2 et I^3.

Cette ressemblance par certains caractères avec les *Lophiodon* et les *Tapiridés*, formes éloignées les unes des autres, ne peut naturellement avoir qu'une importance phylogénétique assez lointaine. Il faut cependant reconnaître que cette nouvelle forme présente la structure de l'appareil dentaire la plus primitive qu'on ait encore connue parmi les Rhinocéros. Mais sa taille gigantesque ainsi que la structure du squelette ne permettent pas de la considérer comme le Rhinocéros le plus primitif, mais seulement comme représentant un des embranchements fortement différenciés de cette famille hétérogène, qui a conservé d'une manière frappante la structure primitive de l'appareil dentaire.

Le squelette de l'*Indricotherium* diffère de celui du *Rhinoceros* par une longueur plus grande et par la sveltesse et la légèreté de ses os; en outre il possède en général des caractères très primitifs (troisième trochanter peu développé), mais en même temps ses membres n'ont que trois doigts, dont les latéraux sont fortement réduits. Très caractéristiques sont les os métapodiaux allongés, tandis que les phalanges sont courtes et larges. Les trois doigts s'appuient sur la terre, et le sabot triple de ce géant étant recouvert de corne, n'avait pas moins de $0^m,50$ de diamètre. On peut juger des dimensions du squelette de l'*Indricotherium* par les chiffres suivants qui ne se rapportent cependant pas aux exemplaires les plus grands : longueur du fémur, $1^m,23$; du tibia, $0^m,86$; de l'humérus, $0^m,93$; du cubitus, $1^m,20$; du métacarpe, $0^m,58$; du métatarse, $0^m,50$, etc.

Il faut espérer que les recherches énergiques que dirige l'Académie des Sciences de Pétrograd fourniront de nouvelles données pour la connaissance de cette forme et la caractéristique du reste de la faune des couches à *Indricotherium*, qui semblent ouvrir une ère nouvelle dans notre connaissance des Mammifères tertiaires d'Asie.

BIOLOGIE GÉNÉRALE. — *Membrane de fécondation et polyspermie chez les Batraciens.* Note [1] de M. **E. Bataillon**, présentée par M. Y. Delage.

L'action inhibitrice des sels neutres sur la membrane ramenait mon attention sur certaines expériences de polyspermie. Déjà, en 1912 [2], j'exprimais des doutes sur la soi-disant polyspermie physiologique de Herlant [3]. Tablant sur mes résultats de 1909 (polyspermie par rigidité thermique), j'attribuais un rôle accessoire à la concentration en spermatozoïdes, et je mettais au premier plan l'*état de l'œuf*.

On va voir l'importance physiologique d'un détail de technique introduit par W. Roux. Ce détail était d'abord destiné à améliorer les résultats dans des essais de fécondation localisée. Il consiste dans l'emploi du sperme additionné de sel de cuisine à $\frac{1}{4}$ pour 100. Pourquoi $\frac{1}{4}$ plutôt que $\frac{1}{5}$ ou $\frac{1}{6}$?

---

(1) Séance du 20 mars 1916.

(2) E. Bataillon, *La parthénogenèse des Amphibiens et la « fécondation chimique » de Loeb* (*Ann. des Sc. nat.*, 9e série, 1912).

(3) M. Herlant, *Recherches sur les œufs di- et trispermiques de grenouille* (*Arch. de Biol.*, t. 26, 1911).

Nous l'ignorons. Le titre indiqué n'a jusqu'ici que la valeur d'une *recette*. Or, si en cytologie on n'a pas à justifier les nuances de composition d'un fixateur qui révèlera plus ou moins fidèlement un détail d'organisation, il n'en est plus de même d'un pareil changement de milieu en fécondation.

Mes expériences sur les œufs nus (*œufs au cyanure*) ont établi que la condition de l'œuf activé ou fécondé n'est plus la même quand on substitue le sel à $\frac{1}{4}$ pour 100 à l'eau ordinaire. Nous savons que ces œufs sont détruits instantanément par le suc hépato-pancréatique de Crustacés, alors que ceux immergés dans l'eau résistent.

La fécondation n'est pas impossible avec le sperme salé : et nous verrons comment elle se fait. Mais il est très difficile d'isoler le rôle du sel quand on opère sur des œufs dont la gangue est légèrement gonflée par l'eau au préalable (W. Roux), et quand, *selon toute vraisemblance*, on rétablit le contact de l'eau à brève échéance. Roux a bien varié ses concentrations, puisqu'il nous dit qu'en dépassant $\frac{3}{4}$ ou 1 pour 100 on obtient régulièrement la polyspermie. Malheureusement, dans ces essais comparatifs, la part du sel n'est pas faite davantage. Nous verrons, en effet, que, *dans ces milieux* plus salés, *la fécondation* normale ou polyspermique *est impossible*. Elle ne saurait se produire qu'*au retour de l'eau, dans des conditions nouvelles pour l'œuf* (à moins que les segmentations baroques observées en pareil cas ne soient qu'une parthénogenèse abortive).

Herlant (*loc. cit.*) s'imagine donc qu'avec NaCl à 0,25 pour 100 il améliorera ses fécondations en fournissant « aux spermatozoïdes un milieu dont la pression osmotique se rapproche de celle du milieu intérieur ». Il en est loin, mais peu importe. Il se gardera bien (toujours sur la foi de W. Roux) des concentrations de $\frac{3}{4}$ à 1 pour 100. *La polyspermie qu'il entend étudier doit relever exclusivement de la concentration du liquide fécondant en spermatozoïdes.*

On est surpris d'abord qu'un expérimentateur obtienne de véritables fournées de polyspermies *physiologiques*, quand d'autres, opérant souvent avec des spermes très denses, considèrent le phénomène comme *exceptionnel*, explicable seulement par un état pathologique de l'œuf; quand certains même prétendent ne l'avoir jamais observé. La surprise augmente quand Herlant nous parle de lots témoins; mais elle cesse quand on considère de quelle façon il institue son contrôle.

Au contact du sperme dilué, *de même concentration saline*, les témoins sont laissés cinq minutes seulement, sous prétexte que *la fécondation est assurée*. Dans le sperme salé type (non dilué), qui doit fournir les polyspermies, le retour à l'eau n'a lieu qu'après 20 ou 30 minutes, « ce contact plus long amenant la formation de polyspermies plus nombreuses ».

Trois expériences suffiront à nous édifier sur le rôle du sel.

a. Un essai préalable avec des spermes salés, aux concentrations 0,7, 0,6, 0,5, 0,4 pour 100 de NaCl, nous montrera que *dans ces milieux* (on garde le contact permanent) les œufs ne s'orientent ni ne se segmentent : il n'y a pas fécondation. *La pénétration des spermatozoïdes est enrayée. Mais elle peut se produire longtemps après, au retour de l'eau*, comme le prouve l'expérience suivante :

b. Des œufs de *R. fusca* sont fécondés avec du *sperme à l'eau*; après 2 minutes de contact, on égoutte le liquide et on le remplace par une grande quantité de sel à 0,7 pour 100. Une certaine proportion d'œufs se divise régulièrement au bout de 3 heures et demie. Supprimez alors la solution et remplacez-la par l'eau pure : 3 heures et demie *plus tard beaucoup d'œufs restés indivis entrent à leur tour en segmentation*.

c. Voici maintenant l'expérience cruciale :

On prépare une forte concentration de sperme à l'eau ordinaire. Ce sperme pur va servir de base à cinq dilutions :

		Concentration pour 100.
1.	1 partie de sperme + 1 partie NaCl à 0,7 pour 100....	0,35
2.	2 parties de sperme + 1 »	0,233
3.	3 » + 1 »	0,175
4.	4 » + 1 »	0,14
5.	6 » + 1 »	0,1

Chaque mélange sert à féconder un lot de 200 œufs utérins : tous les lots sont issus de la même femelle. Le premier mélange (0,35 pour 100 NaCl) ne provoque *pas trace d'orientation ni de segmentation :* la fécondation est inhibée. Le deuxième (0,233 pour 100 NaCl) fournit en abondance des segmentations baroques attestant, au premier clivage, *une polyspermie qui intéresse au moins* 50 *pour* 100 *des œufs*. Dans les lots 3, 4, 5, la polyspermie tombe brusquement de 3 à 1 pour 100. *J'ajoute qu'un sixième lot, fécondé avec le sperme pur, n'en montre pas une*.

Non seulement le sperme le plus concentré n'entraîne pas de polyspermie, mais *les mélanges salés, de plus en plus riches en éléments sexuels, n'en donnent presque plus quand la teneur en sel tombe au-dessous de l'optimum*.

Vers la limite de fécondabilité, la réaction de l'œuf est troublée par le sel : il faudra voir s'il s'agit d'un simple retard, comme dans mes expériences de polyfécondation par rigidité thermique.

En tout cas, quand, à 0,35 pour 100, je n'obtiens *pas une* segmentation (contact permanent), je suis loin des concentrations qui, selon W. Roux,

déterminent la polyspermie. Il s'agirait donc, dans ces opérations, soit d'une parthénogenèse abortive (mes expériences me portent à le croire), soit d'une polyspermie consécutive qui se réaliserait *dans l'eau*, par suite d'une condition acquise antérieurement *dans le sel*.

Sur ces bases, la critique des témoins de Herlant devient facile. A l'arrivée de l'eau, la réaction de l'œuf se précipite; la membrane se consolide et exclut, chez les témoins, un envahissement qui continue chez les œufs de l'expérience.

Il y a d'autant plus d'intérêt à préciser le rôle du sel par un contact permanent, au moins jusqu'aux premiers clivages, que l'évolution est normale et aboutit à l'éclosion des larves quand les œufs fécondés, dépouillés de leur gangue, sont mis à demeure dans NaCl à 0,35 pour 100. Or, nous savons que, si la fécondation n'était pas acquise au préalable, elle serait impossible dans un tel milieu.

En somme, les polyspermies soi-disant physiologiques de Herlant, ont pour condition essentielle la solution saline dont il s'est servi.

Les résultats cytologiques de son travail ne sont point en cause. Mais la recette de W. Roux introduit dans la technique une grosse complication physiologique. Si les expériences qui précèdent soulignent la complication, j'en aperçois d'autres qui la préciseront.

Les opérations de Herlant appartiennent, comme les miennes de 1909, *comme la parthénogenèse et l'imprégnation hétérogène, à l'analyse de la fécondation.*

BACTÉRIOLOGIE. — *Sur la préparation d'un sérum antiexanthématique expérimental et ses premières applications au traitement du typhus de l'homme.* Note de MM. **Charles Nicolle** et **Ludovic Blaizot**, présentée par M. Roux.

Le sérum sanguin des malades convalescents de typhus exanthématique et celui des animaux guéris de l'infection expérimentale présentent pendant quelques jours qui suivent la défervescence (du 6ᵉ au 10ᵉ de celle-ci) des propriétés préventives vis-à-vis de l'inoculation du virus et que nos recherches antérieures ont mises en évidence. Ces mêmes sérums sont dépourvus de propriétés curatives utilisables pour le traitement du typhus exanthématique déclaré, contrairement à l'espoir qu'avaient fait

naître les essais déjà anciens de Reynaud (d'Alger) et de Legrain (de Bougie).

Notre ignorance des conditions de culture sur milieux artificiels du microbe inconnu du typhus rendait particulièrement ardu le problème de la préparation d'un sérum antiexanthématique expérimental. On n'y pouvait parvenir que par l'emploi du virus lui-même. La sensibilité du cobaye permet, nous l'avons montré, la conservation indéfinie de ce virus par passages et nous avons reconnu récemment l'existence du virus dans tous les organes du cobaye infecté au cours de la fièvre.

L'inoculation répétée d'organes d'une espèce animale à une autre (dans le cas particulier celle d'organes de cobaye au cheval ou à l'âne) semblait cependant une méthode difficilement applicable, en raison de la toxicité naturelle des tissus et du phénomène de l'anaphylaxie. Nous avons heureusement constaté que des émulsions de rate ou de capsules surrénales de cobaye étaient parfaitement supportées par les équidés, même par voie intraveineuse et lorsqu'on en répète les inoculations. Or la rate et les capsules surrénales sont parmi les organes les plus virulents chez le cobaye infecté de typhus.

Ces constatations rendaient l'hyperimmunisation de gros animaux possible. Nous l'avons réalisée chez l'âne et le cheval.

Préparation du sérum. — Un âne a reçu par voie veineuse successivement et à 3 jours en moyenne d'intervalle : d'abord, 3 inoculations du dépôt leucocytaire de 5^{cm^3} de sang de cobaye infecté; puis 18 inoculations d'une émulsion de rate virulente, broyée et centrifugée; ensuite 22 inoculations d'une semblable émulsion, mais seulement broyée; enfin, à partir de la 41e injection, nous avons, d'une façon désormais régulière, inoculé à chaque séance le produit de broyage fin dans l'eau physiologique de la moitié d'une rate et d'une capsule surrénale entière. En 11 mois environ, du 23 avril 1915 au 16 mars 1916, l'âne a reçu ainsi 105 inoculations virulentes. Il a été saigné après les 30e, 60e et 80e.

Le cheval, dont le sérum n'a pas été utilisé jusqu'à ce jour, a subi par voie veineuse, du 3 août 1915 au 16 mars 1916, 69 inoculations du produit de broyage fin de la moitié d'une rate et d'une capsule surrénale de cobaye infecté.

Essais du sérum sur les animaux. — Nous n'avons utilisé, dans ces expériences, que le sérum de l'âne et seulement celui de la première et surtout de la seconde saignée (c'est-à-dire recueilli après 30 et 60 inoculations).

Ce sérum, en dehors des propriétés préventive et curative qu'il manifeste, présente, en raison de son mode de préparation, une haute toxicité pour le cobaye, qui se traduit par la production d'œdèmes au point d'inoculation et par un amaigrissement notable, accompagné d'hypothermie et suivi de cachexie mortelle, dès qu'on élève la

dose. Celle-ci ne peut dépasser impunément 1^{cm^3}; il est même préférable de fractionner cette dose et de l'inoculer par $0^{cm^3},25$ (en 4 jours). Malgré la grande gêne apportée par cette toxicité, nous avons pu juger clairement sur le cobaye lui-même l'action efficace du sérum contre le virus; elle est double :

Pouvoir préventif. — Chez le singe, chez le cobaye, l'inoculation simultanée du virus dans la cavité péritonéale et du sérum sous la peau n'est suivie d'aucune élévation thermique, tandis que les témoins, inoculés du virus seul, contractent le typhus.

Pouvoir curatif (expériences pratiquées sur le cobaye seul). — Inoculation pendant l'incubation de la maladie ou le jour même de l'ascension thermique, le sérum s'oppose au développement de l'infection; inoculé aux premier et deuxième jours de celle-ci, il l'arrête brusquement; plus tard action lente, douteuse ou nulle. L'animal, chez lequel la maladie a été empêchée par l'inoculation précoce du sérum, ne présente ultérieurement aucune immunité, preuve manifeste de la destruction du virus par les anticorps du sérum.

Application au traitement du typhus de l'homme. — Elle a été réalisée jusqu'à ce jour sur 19 malades, dont les observations seront publiées dans un prochain fascicule des *Archives de l'Institut Pasteur*. Les cinq premières appartiennent au Dr Poirson de Medjez el Bab et concernent des indigènes tunisiens, les autres à M. le médecin-major Potel, de l'hôpital maritime permanent de Sidi Abdallah (Tunisie); ces dernières concernent 11 Français et 3 Serbes, tous atteints de typhus très grave. Le sérum de l'âne a été employé exclusivement dans ces cas; sérum de la première saignée pour les malades de M. Poirson, de la troisième pour ceux de M. Potel.

Dans tous les cas, la guérison a été obtenue, précoce lorsque l'emploi du sérum est hâtif, plus tardive lorsqu'il n'a été utilisé qu'après plusieurs jours de maladie. Parfois, la défervescence s'est produite en 24 à 48 heures; chez tous les malades, il y a eu chute thermique consécutive à chaque inoculation du sérum; le pouls, le rein se sont en général vite améliorés; dans quelques cas, les phénomènes nerveux n'ont pas été aussi rapidement influencés, mais la répétition des inoculations a eu finalement raison de ces cas particulièrement graves et dont certains semblaient désespérés.

Il est à noter qu'à l'hôpital de Sidi Abdallah, tandis que les 14 malades traités par le sérum ont guéri, 2 autres entrés avant nos essais et les seuls qui n'aient pas reçu de sérum ont succombé. Aucun des traités n'a présenté de complication au cours ou décours de la maladie.

Notre sérum antiexanthématique est dépourvu de toute toxicité pour

l'homme; néanmoins, jusqu'à ce jour, nous ne l'avons utilisé par prudence qu'à doses faibles (10^{cm^3} par jour au maximum).

Ces résultats semblent faire augurer favorablement de la sérothérapie du typhus.

Il nous est agréable de remercier M. le médecin principal Barthelemy, directeur du Service de Santé de la Circonscrition maritime de Bizerte, qui a bien voulu autoriser et surveiller le traitement des malades de l'hôpital de Sidi Abdallah.

La séance est levée à 16 heures.

G. D.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 10 AVRIL 1916.

PRÉSIDENCE DE M. CAMILLE JORDAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ASTRONOMIE. — *Sur divers travaux de Peiresc.* Note de M. G. BIGOURDAN.

J'ai pu récemment étudier certains manuscrits de Peiresc, ce qui me permet d'ajouter quelques détails à ceux que j'ai déjà donnés (¹) sur divers de ses travaux.

Observations astronomiques. — Nous possédons ce qui paraît être le *Journal* original de ses premières observations. Il se trouve dans le manuscrit n° 1803 de la bibliothèque de Carpentras (²), feuillets 187-223 et 241-244 et s'étend du 24 novembre 1610 au 21 juin 1612. Il est écrit à l'encre et rédigé en latin.

Peiresc y mentionne jusqu'à cinq lunettes différentes, mais il en emploie surtout trois, qu'il désigne par les abréviations B (*Belgico*), CL (*Claro*) et M (*Maximo*). Il y a aussi un *perspicillo trilenti* dont l'usage revient plusieurs fois.

Ces observations, faites à Aix jusqu'au 17 avril 1612 et à Paris à partir du 15 mai suivant, sont surtout des croquis avec notes donnant la position des satellites de Jupiter par rapport à la planète; les distances, assez rares, de ces satellites à Jupiter sont exprimées en diamètres de celui-ci. Ces

(¹) Voir *Comptes rendus*, t. 161, 1915, p. 513 et 541.

(²) La partie mathématique et astronomique des manuscrits de Peiresc formait principalement deux volumes intitulés *Astronomica* et dont l'un, le premier, ne se retrouve plus; l'autre est ce manuscrit 1803 de Cat_2 Mss. Carp. (t. 2, p. 443); dans Cat_1 Mss. Carp., il porte la cote P. XXXVI, 2ᵉ vol. et celui qui manque était coté P. XXXVI, 1ᵉʳ vol.

croquis sont répétés à diverses reprises dans la même soirée, parfois jusqu'à cinq fois. Les lunettes employées ne montraient qu'assez imparfaitement les satellites les plus faibles, du moins quand ils se trouvaient au voisinage immédiat de la planète; par suite on perdait assez souvent leurs passages devant le disque ou derrière, que Peiresc paraît avoir particulièrement cherché à déterminer.

Il observait aussi la Lune et les planètes. Pour la Lune il en donne des croquis, assez grossiers d'ailleurs, accompagnés de notes. Pour les planètes, son travail avait surtout en vue la découverte de satellites. D'assez nombreux croquis de Vénus montrent cette planète accompagnée symétriquement de deux images plus petites et lui ressemblant parfaitement; ce sont évidemment de fausses images, analogues à celles qui plus tard firent croire à l'existence d'un satellite de cette planète. Peiresc fait aussi quelques remarques sur la voie lactée, sur les étoiles, leurs couleurs...; et à cette époque il découvrit la nébuleuse d'Orion (1).

Pour ce genre d'observations, il n'était pas nécessaire de connaître l'heure bien exactement: aussi Peiresc ne dit rien de ceux de ses instruments propres à prendre hauteur.

Ce Journal montre qu'alors Peiresc observait avec la plus grande assiduité, ne laissant perdre aucune belle soirée, du moins quand Jupiter était visible. Il continua même ces observations à Paris durant un court séjour qu'il y fit en 1612 : ces dernières vont du 15 mai au 21 juin de cette année.

Peiresc avait souvent des collaborateurs comme Gantez (2), Jean Lombard, de Meaux, Dom. de S. Margareta, de Vaulbourges: celui-ci est signalé du 6 décembre 1610 au 5 janvier 1611. Des résultats obtenus par Joseph Gaultier sont aussi indiqués parfois; mais il semble que celui-ci observait généralement ailleurs.

Tables des satellites de Jupiter. — Le même manuscrit, n° 1803, renferme les Tables que Peiresc avait dressées des mouvements de ces satellites; et elles sont basées presque uniquement sur les observations faites à Aix.

(1) Voir p. 489 de ce Volume.

(2) Les observations de Gantez vont du 21 mars au 20 mai 1611 (f°s 180-181). Ce sont aussi des configurations des satellites de Jupiter et elles semblent indiquer un observateur peu expérimenté. Ce collaborateur devait appartenir à la famille de Gantès, sur divers membres de laquelle on trouve des détails biographiques dans ACHARD, *Dictionnaire des hommes illustres de Provence*. D'après son âge, il pourrait être Jacques de Gantès (1561-1631) qui « se rendit habile dans les sciences ». Peiresc (P.-C., III, 88) dit qu'il lui avait des obligations et il sollicita pour son fils François (de Gantès (1593-1679) l'accès de l'Académie des frères Dupuy.

Comme tous ses contemporains, Peiresc suppose que les orbites sont des circonférences ayant Jupiter pour centre et sans inclinaison sensible sur l'écliptique, de sorte que les seuls éléments à déterminer sont la durée de révolution, le rayon de l'orbite et le moment d'un passage par ce que Peiresc appelle l'*apogée*, soit, en réalité, la plus courte distance à l'observateur.

Comme Galilée n'avait pas encore proposé les noms de ces satellites ([1]), Peiresc, de son côté, s'occupa d'en choisir; mais il paraît avoir hésité assez longtemps ([2]), et ses Notes offrent les noms de *Cosmus major*, *Cosmus minor*, *Ferdinandus*, *Franciscus*, *Maria*, *Catharina*. Finalement il s'arrêta, d'après le manuscrit de ses Tables, à ceux que nous donnons dans le Tableau suivant, avec les noms proposés par Galilée; nous ajoutons les durées de révolution ainsi que les mouvements angulaires journaliers adoptés par Peiresc, comparés à ceux auxquels s'arrêta plus tard J.-D. Cassini ([3]).

Satellites.	Révolutions tropiques.	Mouvement angulaire diurne.		Noms.	
		Peiresc.	J.-D. Cassini.	Peiresc.	Galilée.
	j h m s	° ′ ″	° ′ ″		
I........	1.18.27.33	202.58.43	203.29.24	Cosmus minor	Io
II.......	3.13.13.42	101.32.18	101.22.28	Cosmus major	Europe
III......	7. 3.42.33	50.21.46	50.19.22	Maria	Ganymède
IV.. ...	16.16.32. 9	21.32.18	21.34.16	Catharina	Callisto

Voici les principaux Tableaux qui constituent ces Tables ([4]) : chacun comprend quatre colonnes, une pour chaque satellite :

Radices seu Epochæ annorum.	Ou variation de l'anomalie moyenne pour 1, 2, ... 10, 20, ... 100 ans.
Radices vel Epochæ ad annos Gregorianos sequentes completos.	Anomalie moyenne pour le commencement des années 1609, 1610, 1611 (celle-ci en blanc).
Radices mensium anni communis. *Radices mensium anni bissextilis.*	Ou variation de l'anomalie moyenne pour janvier, février, ..., décembre.
Epochæ dierum anni.	Var. de l'anom. moyenne pour 1, 2, ..., 31 jours.
Epochæ horarum et minutorum.	Var. de l'anom. moy. pour 1, 2, 3, ..., 60 heures.

([1]) Les dénominations à donner à ces satellites préoccupaient alors les divers astronomes. En effet, Simon Marius (*Mundus Jovialis*, p. B-1) proposait le nom collectif de *Sidera Brandeburgica* et discutait les noms individuels à choisir; il paraît rejeter ceux des filles de Jupiter (Io, Europa, etc.) pour préférer ceux de *Mercurius Jovialis*, *Vénus Jovialis*, *Jupiter Jovialis* et *Saturnus Jovialis*. Mais dans ses Tables il adopte les abréviations aujourd'hui employées : I, II, III, IV.

([2]) Au folio 297 du manuscrit 1803 il donne un aperçu des raisons qui lui ont fait donner à ces satellites des noms des membres principaux de la famille de Médicis.

([3]) *Ephemerides Bononienses Mediceorum Syderum*..., Bononiæ, 1668.

([4]) Le manuscrit 1803 renferme plusieurs copies de ces Tables; celles qui sont au o mmencement du Volume (f°s 3...) paraissent être la copie au net.

Il est à noter que Peiresc, dans ces Tables, fait le signe égal, non à 30°, mais à 60°.

Peiresc avait rédigé aussi le texte relatif à chaque satellite. Voici le début de ce qui est relatif au sat. IV, appelé ici Cosmus minor (f. 25); on vient de voir qu'ailleurs il l'appelle *Catharina* :

Supremum omnium Jovis satellitum, eoque maximè nomine insignem, *Cosmum* dico *minorem*, maximus epicyclus circumdit, seu circulus externus qui reliquos omnes complectitur.

Minorem ideo nuncupavimus, quòd sit non solùm magnitudine multo inferior quàm *Cosmus maior:* sed ipsum sæpissime *Ferdinandum* vix æquare possit; quin etiam, plerumque multo minor, adeò exiguus sit, ut intuentis omnino visum effugiat, nisi enixa adhibeatur in observando perseverentia, præsertim, dum in stationibus orientali atque occidentali versatur.

Le troisième satellite, par sa révolution presque exactement égale à une semaine, excite particulièrement l'enthousiasme de Peiresc.

Le même manuscrit 1803 renferme (f°s 285 et 286) deux dessins allégoriques finement exécutés à la plume et qui devaient très probablement figurer au frontispice des Tables : le premier, qui porte la date « Aix, 1611 », est indiqué comme fait par Chalette, qui était peintre officiel de la ville de Toulouse; le second paraît être de la même main. On peut voir la description de l'un et de l'autre de ces dessins dans Cat_1 Mss. Carp. et Cat_2 Mss. Carp., II, 444-445.

En somme, ces Tables indiquent chez leur auteur des connaissances astronomiques assez étendues, rehaussées par une modestie que traduit bien la phrase suivante (f° 289, v°) destinée sans doute à figurer dans l'*Introduction* :

Encore que ma profession semble fort eslognée de la cognoissance des Astres si ne doibt il pas nous estre deffendüe tout a fait quelque considération d'iceux puisque la Nature *Os hominum sublime dedit cœlunque tueri jussit.*

Quant à la cause qui empêcha la publication de ces Tables, rien n'empêche d'accepter la raison habituellement donnée : la convenance de s'effacer devant Galilée.

Cela nous amène à dire un mot des relations de Peiresc avec Galilée, nouées à Padoue en 1602. Ils échangèrent peu de lettres, et c'est par leurs amis communs, surtout par Élie Diodati, qu'ils cultivaient leur liaison.

Lors de la détention de Galilée, Peiresc s'employa de son mieux en sa faveur, et c'est alors qu'il écrivit au neveu d'Urbain VIII, le cardinal Bar-

berini, deux lettres qui ont été publiées partiellement par Libri ([1]) avec la réponse du Cardinal, datée du 2 janvier 1635.

La correspondance de Peiresc présente d'ailleurs de nombreux passages fort intéressants pour ce qui touche à la condamnation de Galilée. Voir, par exemple, P.-C_1, III, 236; IV, 318, 354 ([2]), 357, 390, 392, 393, 404; V, 406.

ASTRONOMIE. — *Sur le calcul des ascensions droites et des déclinaisons des étoiles du Catalogue photographique.* Note de MM. **B. Baillaud** et **Pourteau.**

Préoccupés de réduire à des opérations tout à fait simples et rapides, susceptibles d'être effectuées par n'importe qui, sans instruction préalable, le calcul des ascensions droites et des déclinaisons, pour 1900,0, des étoiles du Catalogue photographique (zone de Paris), nous sommes parvenus à l'algorithme suivant :

Soient X_1, Y_1 les coordonnées rectilignes publiées dans les Volumes de la première série du Catalogue; i_x, i_y les valeurs publiées des orientations : τ_x, τ_y les valeurs publiées des échelles, R_2 les termes du second ordre de la réfraction en déclinaison, termes qui sont négligeables dans la zone de Paris, et très petits pour les zones plus voisines de l'équateur. Les quatre quantités τ_x, τ_y, i_x, i_y sont constantes pour un même cliché.

Posant

$$\tau_x = (\tau_x) + \Delta\tau_x, \qquad \tau_y = (\tau_y) + \Delta\tau_y, \qquad \text{où} \qquad (\tau_x) = (\tau_y) = 0.995,$$

on calculera d'abord pour toutes les étoiles les quantités Ξ, H par les

([1]) Analyse de Life of Galileo.... *Vie de Galilée*, insérée dans la biographie scientifique et littéraire de l'Italie, qui fait partie de l'*Encyclopédie de cabinet*, publiée sous la direction du docteur Lardner.... *J. des Savants*, 1840, pages 556-569 et 589-602; 1841, pages 157-171 et 203-223.

Les extraits des lettres de Peiresc au cardinal Barberini (5 déc. 1635 et 13 janv. 1636) sont pages 218-219 et 221-222 du *J. des Savants* de 1841, et la réponse du cardinal est pages 219-221. Ces documents utilisés par Libri sont dans le mss. 1810 de Carpentras.

([2]) On dit là que les opinions de Malapertius, de Clavius et de Scheiner ne s'éloignent guère de celle de Copernic.

formules

$$(1) \qquad \Xi = X_1 + \frac{i_x}{(\tau_x)} Y_1, \qquad H = Y_1 - \frac{i_y}{(\tau_y)} X_1 + R_2.$$

Pratiquement $\frac{i_x}{(\tau_x)}$ et $\frac{i_y}{(\tau_y)}$ sont de très petites quantités n'ayant, le plus souvent, que trois chiffres significatifs, et ces premiers calculs auxquels suffit la Table de multiplication sont extrêmement rapides. Si $\frac{i_x}{\tau_x}$ avait quatre chiffres significatifs, l'emploi d'un arithmomètre donnerait très vite les résultats, le multiplicande étant invariable.

Posant

$$(2) \qquad \begin{cases} \xi = \Xi \sin 1', & \eta = H \sin 1', \\ p = \xi \tau_x, & q = \eta \tau_y, \end{cases}$$

nous partons des formules bien connues suivantes (voir Trépied, *Introduction au Catalogue photographique d'Alger*, pp. IX et X)

$$(3) \qquad \begin{cases} \alpha = \alpha_0 + p \,\text{séc}\, \delta_0 + pq \,\text{tang}\, \delta_0 \,\text{séc}\, \delta_0 + pq^2 \,\text{tang}^2 \delta_0 \,\text{séc}\, \delta_0 - \frac{1}{3} p^3 \,\text{séc}^3 \delta_0 + (T_4) \\ \delta = \delta_0 + q - \frac{1}{2} p^2 \,\text{tang}\, \delta_0 - \frac{1}{2} p^2 q \,\text{séc}^2 \delta_0 - \frac{1}{3} q^3 + (T_4) \quad (^1) \end{cases}$$

où α_0 et δ_0 désignent l'ascension droite et la déclinaison du centre du cliché.

Envisageant d'abord un cliché dit *cliché moyen* correspondant aux hypothèses suivantes : α_0 arbitraire, $\delta_0 = +24°$, $\tau_x = (\tau_x)$, $\tau_y = (\tau_y)$, nous avons construit pour ce cliché des Tables qui, pour les valeurs de Ξ et H de minute en minute d'arc, donnent les valeurs de $\alpha - \alpha_0$ en millièmes de seconde de temps et celles de δ en centièmes de seconde d'arc, ainsi que leurs différences premières dans le sens des Ξ et dans le sens des H.

M. Pourteau qui a construit les Tables pour la zone 24° estime que le calcul des Tables pour une autre zone demanderait environ 200 heures. Une zone contenant de 60000 à 70000 étoiles, c'est environ 10 secondes pour chaque étoile. Nous considérons cette partie du travail comme négligeable.

Les nombres fournis par la Table des α ont été exprimés en secondes de temps; ceux donnés par la Table des δ l'ont été en secondes d'arc.

---

(1) Noter qu'une faute d'impression s'est glissée à la page X où l'on a écrit $-\frac{1}{2} q^3$, il faut $-\frac{1}{3} q^3$.

L'interpolation de ces Tables par simples parties proportionnelles est toujours légitime. Dans le sens des Ξ pour les α, dans le sens des H pour les δ, les différences ont quatre chiffres, mais les deux premiers, pour les α, sont toujours 4,3 et pour les δ les différences ne diffèrent que de $0'',01$, $0'',02$ et $0'',03$ de $59'',70$. Les autres différences n'ont que deux figures.

Une fois les Tables du cliché moyen construites, les formules (3) par la simple application de la formule de Taylor donnent les formules pour le calcul d'un cliché quelconque. Ces formules sont les suivantes :

$$(4)\quad \left\{\begin{aligned}\alpha &= (\alpha) + \Delta\alpha_0 + \Xi[\Delta\tau_x \operatorname{séc}\delta_0 + \tau_x \Delta\delta'_0 \operatorname{tang}\delta_0 \operatorname{séc}\delta_0 \sin 1'] \\ &\quad + \Xi H \sin 1'[(\Delta\tau_x\tau_y + \Delta\tau_y\tau_x)\operatorname{tang}\delta_0 \operatorname{séc}\delta_0 + \Delta\delta'_0\tau_x\tau_y \operatorname{séc}\delta_0(1 + 2\operatorname{tang}^2\delta)\sin 1'] \\ \delta &= (\delta) + \Delta\delta_0 + H\,\Delta\tau_y - \Xi^2\tau_x \sin 1'\left[\Delta\tau_x \operatorname{tang}\delta_0 + \frac{1}{2}\Delta\delta_0\tau_x \operatorname{séc}^2\delta_0 \sin 1'\right]\end{aligned}\right.$$

que nous écrivons

$$\alpha = (\alpha) + \Delta\alpha_0 + A\Xi + E\Xi H,$$
$$\delta = (\delta) + \Delta\delta_0 + B'H + C'\Xi^2,$$

$\Delta\alpha_0$, $\Delta\delta'_0$ sont les corrections des coordonnées du centre du cliché.

M. Pourteau a remarqué qu'on peut englober les termes $A\Xi$ et $B'H$ dans les valeurs (α), (δ) tirées du cliché moyen en ajoutant, pour α à l'argument Ξ, pour δ à l'argument H, respectivement les quantités $\frac{A}{\tau_x \operatorname{séc}\delta}$ et $\frac{B}{\tau_y}$. Ces termes additionnels aux arguments donnent des nombres n'ayant que deux figures (4e ordre décimal). Cette transformation n'introduit dans es valeurs de α et dans celles de δ aucun terme nouveau du second ordre: d'autre part, les termes de second ordre $E\Xi H$ et $C'\Xi^2$ sont le plus souvent moindres qu'une unité décimale du dernier ordre conservé.

Il résulte des examens minutieux auxquels s'est livré M. Pourteau que les quantités i_x, i_y n'ont pas tout à fait la même signification dans les Catalogues de Toulouse et de Paris. A Paris $\frac{i_x}{\tau_x}$, $\frac{i_y}{\tau_y}$ ont la même signification que i_x et i_y à Toulouse.

Nous donnons ci-dessous un exemple du calcul dans un cas plutôt un peu défavorable emprunté au cliché n° 287 dont l'ascension droite est 17^h28^m. On a

$$i_x = -0,006659 \qquad i_y = -0,006694$$
$$\tau_x = 0',994809 \qquad \tau_y = 0',994869$$
$$\alpha_0 = 17^h27^m58^s,29 \qquad \delta_0 = 24°0'20'',1.$$

d'où l'on tire, pour toute la zone 24° :

$$\frac{i_x}{\zeta_x} = -0{,}00669, \qquad \frac{i_y}{\zeta_y} = -0{,}00673,$$

$$\frac{A}{\zeta_x \sec \delta} = -0{,}000149, \qquad \frac{B'}{\zeta_y} = -0{,}000132,$$

$$\Delta \alpha_0 = -1^s{,}71, \qquad \Delta \delta_0 = +20''{,}1,$$

$$E = -0{,}000000013, \qquad C' = 0{,}00000047.$$

La transformation pour une étoile donne lieu aux transcriptions et calculs suivants :

	Numéro de l'étoile.		Numéro de l'étoile.	
Transcription..............	X_1	$-65{,}2386$	Y_1	$-39{,}2458$
Table de multiplication.....	$X_1 \frac{A}{\zeta_x \sec \delta}$	$+\quad 97$	$Y_1 \frac{B'}{\zeta_y}$	$-\quad 51$
»	$Y_1 \frac{i_x}{\zeta_x}$	$-\quad 2626$	$-X_1 \frac{i_y}{\zeta_y}$	$-\quad 4390$
Addition..................	Ξ	$-65{,}4915$	H	$+38{,}8017$

Différences suivant les Ξ.	+	4,376	Différences suivant les H.	+	59'',68
Différences suivant les H.	+	37	Différences suivant les Ξ.	—	51
Table des α............	+	4.44.535	Table des δ............		24°.37'.31,78
Arithmomètre.........		2,150	Arithmomètre.........	+	47,84
»		30	»	—	20
$E\Xi H$.................		0	$C'\Xi^2$.................		0
$\Delta \alpha_0$.................	—	1,710	$\Delta \delta$.................	+	20,10
$\alpha - \alpha_0 = \Sigma$ des cinq derniers nombres.	+	4.45,005	$\delta = \Sigma$ des cinq derniers nombres.........		24.38.39,5
$\alpha =$		17.32.45,01			

ASTRONOMIE. — *Sur un projet de modification de l'heure légale.* Note de M. Ch. Lallemand.

Avec l'intention, très louable assurément, d'améliorer l'hygiène sociale et de provoquer une économie dans les dépenses de l'éclairage public et privé, on a, depuis quelques années, en divers pays, proposé d'avancer systématiquement d'une heure les horloges pendant l'été.

Préconisée d'abord en Angleterre, la réforme serait, dit-on, déjà réalisée en Australie. En France, un projet dans ce but vient d'être déposé au

Parlement et il serait question d'appliquer la même mesure en Allemagne, en Autriche et en Italie.

Même dans les circonstances exceptionnelles du temps où nous vivons, les avantages de ce changement seraient-ils de nature à contre-balancer le trouble profond qu'il ne saurait manquer d'introduire dans la vie économique des populations?

C'est ce que je voudrais examiner brièvement.

I. *Historique.* — Je rappellerai tout d'abord quelques principes essentiels, un peu trop oubliés, semble-t-il, par les promoteurs de la réforme.

La mesure du temps n'est pas chose arbitraire et conventionnelle. Elle répond au contraire à des besoins précis et obéit à des règles séculaires, éminemment respectables.

Tous les actes physiques de notre existence, en effet, comme d'ailleurs ceux de tous les êtres organisés, sont gouvernés par le soleil, dont la marche apparente dans le ciel détermine le cours des saisons, la succession des jours et des nuits, l'alternance de la lumière, propice au travail, et de l'obscurité, favorable au repos.

Le soleil constitue la grande horloge de l'univers et les heures de *midi* et de *minuit* ne sauraient, sans inconvénients, perdre leur sens classique et cesser de représenter, au moins à peu près, les milieux respectifs du jour et de la nuit.

Jusque vers la fin du XVIIIe siècle, cette condition primordiale resta partout remplie. On ne connaissait que ce que les astronomes appellent aujourd'hui le *temps vrai*. Chaque jour, à Paris, les horloges étaient remises à l'heure, *à midi vrai*, lorsque le canon du Palais Royal annonçait l'arrivée du soleil au sommet de sa course diurne.

Mais la forme elliptique de l'orbite solaire et son inclinaison sur l'équateur font que l'intervalle entre deux passages consécutifs du soleil au méridien supérieur, autrement dit le *jour vrai*, varie avec les saisons.

Cette variation toutefois étant incompatible avec la marche régulière des horloges, un jour vint où, dans la mesure du temps, on prit le parti de remplacer le *jour vrai* par la moyenne idéale de ses diverses valeurs au cours de l'année.

A partir de 1816, à Paris, on régla les pendules sur ce *jour moyen*. De là naquit, entre le *midi vrai* et le *midi nominal*, un premier écart pouvant, à certains jours de l'année, atteindre un quart d'heure, soit d'avance, soit de retard. L'entorse donnée au principe était de peu d'importance; néanmoins l'attachement de la population ouvrière pour le midi vrai paraissait tel que, craignant une émeute, le préfet de l'époque, avant d'effectuer la réforme, voulut se couvrir par un rapport du Bureau des Longitudes.

Ce n'est pas tout. En raison même du mouvement diurne apparent de la voûte céleste, l'instant du midi vrai, et à sa suite celui du midi moyen, changent avec le méridien du lieu, à raison de 4 minutes de différence par degré d'écart en longitude.

Sans grands inconvénients pour la vie locale, cette seconde variation en fit, au contraire, apparaître d'intolérables pour la vie nationale, dès que les chemins de fer et le télégraphe eurent établi des communications rapides entre les divers points du territoire. Pour ces relations, une heure unique s'imposait. On choisit, en France, l'*heure de Paris*, qui retarde de 20 minutes sur l'heure locale de Nice et avance au contraire de 27 minutes sur celle de Brest.

Si l'on ajoute à ces chiffres la différence maxima d'un quart d'heure pouvant exister entre le midi vrai et le midi moyen, on voit que, tout au moins dans l'étendue de la France continentale, l'écart entre l'*heure de Paris* et l'*heure locale vraie* peut atteindre jusqu'à environ trois quarts d'heure.

Pendant longtemps, cet écart fut jugé beaucoup trop grand pour permettre la suppression de l'heure locale dans la vie civile et son remplacement pur et simple par l'heure nationale. On se résigna donc à garder côte à côte les deux sortes d'heures.

C'est le régime qui existe encore en Russie, où l'heure locale est partout indiquée à côté de l'heure de Petrograd, d'après laquelle sont établis les horaires des chemins de fer. L'écart entre les deux heures atteint, il est vrai, 1 heure 30 minutes à Kasan et 1 heure 40 minutes à Orenbourg et à Perm.

En 1891 seulement, on osa, chez nous, toutefois non sans hésitation, adopter, comme heure légale unique, l'heure de Paris.

Mais l'adoption des heures nationales n'avait pas supprimé toutes les difficultés: celles-ci reparaissaient tout entières dès qu'on franchissait les frontières d'un pays. La solution radicale eût évidemment consisté dans l'emploi d'une heure unique pour le globe entier, celle du méridien choisi comme origine des longitudes; mais, cette fois, l'écart devenant excessif, sauf dans le voisinage du méridien initial, le maintien simultané de l'*heure locale* à côté de l'*heure universelle* se fût absolument imposé.

Pour éviter cette gênante dualité d'heures, on recourut à une solution transactionnelle, connue sous le nom de *système des fuseaux horaires*, parce que le globe y est divisé en 24 fuseaux méridiens, dont chacun mesure 15° d'étendue en longitude et possède une heure unique, celle du méridien central. Le premier de ces fuseaux a pour axe le méridien de Greenwich et chaque pays adopte, comme heure légale, celle du fuseau auquel se rattache la majeure partie de son territoire.

L'Europe comprend ainsi trois fuseaux contigus, auxquels correspondent trois heures distinctes, respectivement dénommées : *Heure de l'Europe occidentale. Heure de l'Europe centrale. Heure de l'Europe orientale.*

Par la loi du 10 mars 1911, la France a donné son adhésion à ce système et adopté l'heure de l'Europe occidentale, qui retarde de 9 minutes 21 secondes sur celle de Paris.

Les écarts maxima entre l'heure légale et l'heure vraie peuvent dès lors, aujourd'hui, dans les circonstances les plus défavorables, atteindre respectivement 32 minutes d'avance à Brest et 45 minutes de retard à Nice.

Lors de la discussion de la loi, l'élévation de ces chiffres avait soulevé d'assez vives objections de la part d'un défenseur de l'heure vraie. Le projet fut néanmoins adopté. Mais la limite des écarts tolérables paraît atteinte. On ne saurait aller plus loin.

Déjà, en 1909, pour avoir une heure légale moins différente de l'heure vraie, la Hollande, dont les chemins de fer, à cette époque, étaient réglés sur l'heure de l'Europe occidentale, est revenue à l'heure d'Amsterdam, qui en diffère de 20 minutes.

De même pour certains pays, comme les îles Guam, Havaï et Samoa, ou l'Australie méridionale et l'Uganda, on a divisé en deux la largeur des fuseaux correspondants, de manière à obtenir une heure moyenne intermédiaire, moins éloignée du temps vrai.

II. *Le nouveau projet.* — Cela étant, il y a environ neuf ans, une cam-

pagne prit naissance, dans la Grande-Bretagne, en faveur d'un projet désigné sous le nom de « Day Light Saving Bill » (Loi tendant à une meilleure utilisation de la lumière du jour), dont le but était de restreindre, en été, les dépenses d'éclairage artificiel, en avançant systématiquement d'une heure toutes les horloges, durant la période de six mois qui s'étend d'avril à septembre.

L'heure normale aurait été rétablie pendant le reste de l'année.

Au Sénat français, l'existence de ce projet avait été évoquée pour empêcher l'introduction, en France, de l'heure de Greenwich au moment où, disait-on, l'Angleterre était sur le point de l'abandonner, tout au moins durant la moitié de l'année, pour adopter l'heure allemande.

En qualité de Commissaire du Gouvernement, j'ai pu répondre que, d'après des renseignements obtenus de la source la plus autorisée, par l'intermédiaire de Sir David Gill, ancien directeur de l'Observatoire du Cap et Correspondant de notre Académie, la proposition dont il s'agit rencontrait l'opposition formelle du *Post-Office* et n'avait « aucune chance d'être accueillie ».

C'est ce projet, repoussé chez nos voisins, qu'on dit avoir été repris par l'Australie et même par le Canada. Il serait intéressant de savoir depuis quand, dans quelles conditions et avec quels résultats.

III. *Inconvénients de la réforme.* — En tous cas, si elle était adoptée en France, la mesure en question aurait bien l'avantage de remplacer à Nice, par une avance de 15 minutes, le retard maximum actuel, de 45 minutes, de l'heure légale sur le temps vrai; mais, en revanche, à Brest, l'avance la plus forte, aujourd'hui de 32 minutes, serait portée à 1 heure 32 minutes, chiffre tout à fait excessif, qui créerait une différence de plus de 3 heures entre les deux fractions, théoriquement égales, du jour et de la nuit, respectivement séparées par l'heure de midi et par celle de minuit.

A $13^{h}32^{m}$ des horloges, il serait en réalité *midi* seulement.

Appliquée en Allemagne, cette même mesure, à certains jours, ferait coter, à Metz, $13^{h}50^{m}$ l'instant du midi vrai et l'on y pourrait alors, sans crainte du ridicule, « chercher midi à 14 heures ».

D'autre part, on serait, malgré tout, obligé de garder l'heure normale pour les besoins de la Science et de la Navigation, comme pour les relations internationales ferroviaires et télégraphiques.

Les publications du Bureau des Longitudes, par exemple, devraient continuer à fournir, en temps de Greenwich, les heures des phénomènes

astronomiquès, tels que les marées, le lever et le coucher des astres, les éclipses, etc.. On retrouverait ainsi, dans nombre de cas et pendant six mois de l'année, cette dualité d'heures, si gênante, source de perpétuelles confusions, que, par ailleurs, on a eu tant de peine à faire disparaître.

IV. *Prétendus avantages de la réforme.* — Voyons maintenant quelles économies d'éclairage pourraient être espérées de la réforme.

Tout d'abord, il faut mettre hors de cause les habitants des campagnes et des petites villes, dont les habitudes sont étroitement régies par le soleil et qui d'ordinaire se couchent dès qu'ils n'y voient plus clair, ou très peu de temps après. Pour cette fraction qui, chez nous, représente plus des quatre cinquièmes de la population totale du pays, le bénéfice réalisé serait tout à fait insignifiant.

Pour les usines à feu continu et pour les établissements où le travail se poursuit nuit et jour, la question ne se pose pas davantage, non plus que pour les nombreux magasins, bureaux et ateliers qui, durant l'été, se ferment normalement avant la tombée de la nuit.

Dans les lycées, collèges et casernes, d'autre part, où l'habitude est depuis longtemps prise d'avancer d'une heure, en été, l'instant du lever, la réforme serait également sans profit appréciable, si l'on avançait en même temps l'heure du coucher.

La question ne se pose guère non plus, dans les villes, pour l'éclairage public, dont l'ouverture et l'extinction sont réglées d'après les instants réels du coucher et du lever du soleil, ou sur la présence de la lune au-dessus de l'horizon, c'est-à-dire sur des phénomènes naturels, soustraits aux caprices des horloges. Au lendemain de la réforme, pour n'avoir pas à payer une heure supplémentaire d'éclairage inutile, il faudrait même retarder d'autant les horaires d'allumage des réverbères.

Dira-t-on que, en tous cas, l'extinction partielle aurait lieu une heure plus tôt? L'économie, de ce chef, serait assez faible si elle portait sur un éclairage déjà réduit au minimum, comme c'est actuellement le cas à Paris, depuis la visite des Zeppelins.

Si malgré tout, cependant, le bénéfice paraissait devoir être appréciable, qui pourrait empêcher les municipalités de le réaliser d'elles-mêmes, dès aujourd'hui, en avançant d'une heure l'extinction partielle des lampes, sans qu'il fût, pour cela, besoin de fausser l'heure?

Restent les cafés, restaurants, théâtres, concerts, cinémas, qui, dit-on, fermeraient en fait une heure plus tôt. Mais ce résultat ne peut-il être obtenu plus facilement au moyen d'une simple ordonnance de police?

Si d'ailleurs on attachait tant de prix à l'économie dont on parle, aurait-on, comme on l'a fait il y a quelques mois, à Paris, retardé d'une heure la fermeture des lieux publics et celle des gares du Métropolitain?

Est-on bien sûr, d'autre part, qu'au lendemain du vote de la loi, les intéressés, soi-disant lésés dans leur commerce, n'obtiendraient pas des autorités une nouvelle prolongation d'une heure, qui rétablirait à leur égard le *statu quo ante?*

Quant aux noctambules, qu'on se flatte de ramener à une meilleure hygiène, en les incitant, sans qu'ils s'en aperçoivent, à se lever et à se coucher plus tôt, ne se fait-on pas, à leur sujet, de grandes illusions et n'est-il pas à craindre qu'ils ne retombent rapidement dans leurs fâcheuses habitudes? Essayer de les guérir, en donnant un subreptice coup de pouce à leur pendule, n'est-ce pas un peu comme si l'on voulait combattre l'alcoolisme en diminuant la capacité légale du litre, avec l'espoir de réduire, dans la même proportion, les quantités de liquide absorbé?

Aurait-on l'idée d'abaisser de plusieurs degrés le zéro des thermomètres pour suggérer, en hiver, à ceux qui les consultent, l'impression d'un moindre froid et provoquer ainsi des économies de chauffage?

Pour montrer que, somme toute, la concordance entre l'heure nominale et l'heure vraie importe assez peu dans la pratique, on a prétendu que les habitudes du public sont uniquement réglées par les horloges, abstraction faite de la relation de celles-ci avec le soleil. Si la chose était vraie et si l'on consultait toujours sa montre avant de se mettre à table, comment expliquer que, par exemple, l'heure du déjeuner, à Paris, ait constamment reculé depuis un demi-siècle, en passant de 11^h, en 1860, à 13^h aujourd'hui?

Pour prouver que la brusque avance de l'heure, au printemps, et son recul non moins brusque à l'automne seraient aisément acceptés du public, on invoque la facilité avec laquelle s'opère le saut d'une heure pour les voyageurs qui viennent à changer de fuseau horaire. La comparaison n'est pas probante. Dans ce dernier cas, en effet, l'erreur du midi légal change de sens, mais garde à peu près la même valeur absolue, ce qui seul importe.

En dénaturant, sans raisons graves, l'heure et en lui enlevant sa principale raison d'être, qui est de marquer la position du soleil dans le ciel, la réforme dont il s'agit n'offrirait, semble-t-il, que des avantages illusoires ou minimes, en retour d'inconvénients notables et certains.

La mesure des grandeurs physiques et la recherche des progrès sociaux relèvent de deux domaines, qu'il y a peut-être intérêt à maintenir distincts. En tous cas, à vouloir faire fléchir les principes pour couvrir les défail-

lances de la volonté, il y aurait sans doute plus à perdre qu'à gagner.

Bref, l'opinion à mon avis, devrait se prononcer contre le changement en question, ou tout au moins réclamer, auparavant, une sérieuse enquête près des Administrations et des Corps publics intéressés.

ÉLECTRICITÉ. — *Le problème général de l'Électrodynamique pour un système de corps conducteurs immobiles.* Note de M. **Pierre Duhem.**

1. Dans une Note précédente, nous avons obtenu certains théorèmes généraux sur le mouvement électrique que peut présenter un système exclusivement formé de diélectriques; nous nous proposons d'étendre ces théorèmes au cas où les corps du système sont également doués de conductibilité et sont, en outre, magnétiques; dans ce cas, la résistance spécifique ou *résistivité* sera représentée par ρ.

Nous continuerons à exprimer les trois composantes ξ, η, ζ du champ électrique total par trois équations dont voici la première :

$$\xi = -\frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial y}. \tag{1}$$

Les fonctions Φ, P, Q, R sont soumises à des conditions que nous allons écrire; dans ce but, nous poserons

$$\Psi = \frac{1}{\rho}\Phi + K\frac{\partial \Phi}{\partial t}, \tag{2}$$

$$\mathfrak{P} = \frac{1}{\rho}P + K\frac{\partial P}{\partial t}, \qquad \mathfrak{Q} = \frac{1}{\rho}Q + K\frac{\partial Q}{\partial t}, \qquad \mathfrak{R} = \frac{1}{\rho}R + K\frac{\partial R}{\partial t}. \tag{3}$$

En tout point d'un des corps homogènes qui composent le système, la fonction Φ vérifie l'équation

$$\Delta\frac{\partial \Phi}{\partial t} + 4\pi\varepsilon\,\Delta\Psi - 2\pi a^2 k\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = 0. \tag{4}$$

Les fonctions P, Q, R vérifient la relation

$$\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z} = 0 \tag{5}$$

et trois équations dont la première,

$$\Delta P - 2\pi a^2 \mu\frac{\partial \mathfrak{P}}{\partial t} = 0, \tag{6}$$

peut aussi s'écrire, en vertu de la relation (5),

$$(7)\qquad \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial P}{\partial y}-\frac{\partial Q}{\partial x}\right)-\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial R}{\partial x}-\frac{\partial P}{\partial z}\right)-2\pi a^2\mu\frac{\partial \mathfrak{P}}{\partial t}=0.$$

2. Si l'on désigne par W la fonction potentielle électrostatique, M. Louis Roy a démontré [1] qu'on avait

$$(8)\qquad \frac{\partial^3 W}{\partial t^3}=-4\pi\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2},$$

en sorte que, à la surface de contact de deux corps différents, $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}$ n'éprouve aucune variation brusque.

Soient 1 et 2 deux corps qui se touchent le long de la surface S_{12}; en un point de cette surface, soient n_1, n_2 les deux demi-normales vers l'intérieur des corps 1 et 2; dans le corps 1, la composante suivant n_1 du champ électrique total est $\mathcal{N}_1$; suivant n_2, elle est $\mathcal{N}_2$ dans le corps 2. Grâce à la continuité du champ électrodynamique, on a simplement

$$(9)\qquad \mathcal{N}_1+\mathcal{N}_2+\varepsilon\left(\frac{\partial W}{\partial n_1}+\frac{\partial W}{\partial n_2}\right)=0.$$

En vertu de l'égalité (8), cette égalité donne

$$(10)\qquad \frac{\partial^3 \mathcal{N}_1}{\partial t^3}+\frac{\partial^3 \mathcal{N}_2}{\partial t^3}-4\pi\varepsilon\left(\frac{\partial}{\partial n_1}\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}+\frac{\partial}{\partial n_2}\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}\right)=0.$$

Si nous désignons par L, M, N les trois composantes du champ magnétique, nous avons toujours

$$(11)\qquad \Delta P=-\frac{\mu a}{\varepsilon\sqrt{2}}\frac{\partial L}{\partial t},\qquad \Delta Q=-\frac{\mu a}{\varepsilon\sqrt{2}}\frac{\partial M}{\partial t},\qquad \Delta R=-\frac{\mu a}{\varepsilon\sqrt{2}}\frac{\partial N}{\partial t}.$$

Les égalités (6) nous donnent alors

$$(12)\qquad \frac{\partial L}{\partial t}=-4\pi\varepsilon\frac{a}{\sqrt{2}}\frac{\partial \mathfrak{P}}{\partial t},\qquad \frac{\partial M}{\partial t}=-4\pi\varepsilon\frac{a}{\sqrt{2}}\frac{\partial \mathfrak{Q}}{\partial t},\qquad \frac{\partial N}{\partial t}=-4\pi\varepsilon\frac{a}{\sqrt{2}}\frac{\partial \mathfrak{R}}{\partial t}.$$

3. Multiplions l'égalité (4) par $-\frac{\partial \Psi}{\partial t}d\varpi$, $d\varpi$ étant un élément du volume occupé par un des corps homogènes du système; multiplions par

---

[1] Louis Roy, *Sur l'Électrodynamique des milieux absorbants* (*Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 469).

$\frac{\partial \Psi}{\partial t} d\varpi$ l'identité

$$(13) \quad \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial^2 Q}{\partial z\, \partial t} - \frac{\partial^2 R}{\partial y\, \partial t}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial^2 R}{\partial x\, \partial t} - \frac{\partial^2 P}{\partial z\, \partial t}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial^2 P}{\partial y\, \partial t} - \frac{\partial^2 Q}{\partial x\, \partial t}\right) = 0.$$

Multiplions respectivement par $\frac{\partial \mathfrak{P}}{\partial t} d\varpi$, $\frac{\partial \mathfrak{Q}}{\partial t} d\varpi$, $\frac{\partial \mathfrak{R}}{\partial t} d\varpi$ les trois identités

$$(14) \qquad \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z\, \partial t} - \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y\, \partial t} = 0, \qquad \dots$$

Enfin différentions les équations (7) par rapport à t, puis multiplions respectivement par $-\frac{\partial \mathfrak{P}}{\partial t} d\varpi$, $-\frac{\partial \mathfrak{Q}}{\partial t} d\varpi$, $-\frac{\partial \mathfrak{R}}{\partial t} d\varpi$.

Pour le volume entier du corps homogène considéré, intégrons tous les produits obtenus; transformons chacune des intégrales à l'aide d'une intégration par parties; ajoutons membre à membre tous les résultats. Nous trouvons l'égalité

$$(15) \qquad \int G\, d\varpi + \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \int J\, d\varpi - \int H\, dS = 0,$$

dans laquelle on a posé

$$(16) \qquad G = \frac{1}{\rho}\left[\left(\frac{\partial \xi}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial \zeta}{\partial t}\right)^2\right],$$

$$(17) \quad J = 4\pi\varepsilon\left[\left(\frac{\partial \Psi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \Psi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \Psi}{\partial z}\right)^2\right] + K\left[\left(\frac{\partial \xi}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial \zeta}{\partial t}\right)^2\right]$$
$$+ 2\pi a^2 k \left(\frac{\partial \Psi}{\partial t}\right)^2 + 2\pi a^2 \mu \left[\left(\frac{\partial \mathfrak{P}}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial \mathfrak{Q}}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial \mathfrak{R}}{\partial t}\right)^2\right],$$

$$(18) \quad H = \left(\frac{\partial \mathfrak{N}}{\partial t} - 4\pi\varepsilon \frac{\partial \Psi}{\partial t}\right) \frac{\partial \Psi}{\partial t}$$
$$+ \left(\frac{\partial \eta}{\partial t} c - \frac{\partial \zeta}{\partial t} b\right) \frac{\partial \mathfrak{P}}{\partial t} + \left(\frac{\partial \zeta}{\partial t} a - \frac{\partial \xi}{\partial t} c\right) \frac{\partial \mathfrak{Q}}{\partial t} + \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} b - \frac{\partial \eta}{\partial t} a\right) \frac{\partial \mathfrak{R}}{\partial t}.$$

4. Supposons, d'abord, que le système soit formé d'un seul corps.

Imaginons qu'en tout point de la surface S qui limite ce corps et à tout instant, on connaisse :

Soit les trois composantes ξ, η, ζ du champ électrique total et la composante normale $-\frac{\partial \Phi}{\partial n}$ du champ longitudinal;

Soit les quatre fonctions Φ, P, Q, R ou, simplement, leurs dérivées par rapport à t.

Lorsqu'on y joindra les valeurs prises, à l'instant initial et en tout point

du corps, par les *données initiales*

$$(19)\quad \left\{\begin{array}{c} \Phi,\quad \frac{\partial\Phi}{\partial t},\quad \frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2}, \\ P,\quad \frac{\partial P}{\partial t},\quad Q,\quad \frac{\partial Q}{\partial T},\quad R,\quad \frac{\partial R}{\partial t}, \end{array}\right.$$

le mouvement électrique sera, sur le corps considéré, déterminé sans aucune ambiguïté.

Cette proposition se déduit sans peine, et par des procédés connus, de l'égalité (15).

5. Nous nous proposons maintenant d'étudier un système formé de plusieurs corps homogènes. Dans ce but, nous reprendrons les calculs précédents, mais en remplaçant chaque égalité et chaque multiplicateur par sa dérivée par rapport à t.

Alors, pour chacun des corps homogènes qui constituent le système, nous obtiendrons une égalité telle que

$$(20)\qquad \int g\,d\varpi + \frac{1}{2}\frac{d}{dt}\int j\,d\varpi - \int h\,dS - \int u\,dS = 0,$$

avec

$$(21)\quad g = \frac{1}{\rho}\left[\left(\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2\eta}{\partial t^2}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2\zeta}{\partial t^2}\right)^2\right],$$

$$(22)\quad j = 4\pi\varepsilon\left[\left(\frac{\partial^2\Psi}{\partial x\,\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2\Psi}{\partial y\,\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2\Psi}{\partial z\,\partial t}\right)^2\right] + K\left[\left(\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2\eta}{\partial t^2}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2\zeta}{\partial t^2}\right)^2\right]$$
$$+ 2\pi a^2 k\left(\frac{\partial^2\Psi}{\partial s^2}\right)^2 + 2\pi a^2\mu\left[\left(\frac{\partial^2\mathfrak{P}}{\partial t^2}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2\mathfrak{Q}}{\partial t^2}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2\mathfrak{R}}{\partial t^2}\right)^2\right],$$

$$(23)\quad h = \left(\frac{\partial^2\mathfrak{N}}{\partial t^2} - 4\pi\varepsilon\frac{\partial}{\partial n}\frac{\partial\Psi}{\partial t}\right)\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2},$$

$$(24)\quad u = \mathcal{A}\frac{\partial^2\mathfrak{P}}{\partial t^2} + \mathcal{B}\frac{\partial^2\mathfrak{Q}}{\partial t^2} + \mathcal{C}\frac{\partial^2\mathfrak{R}}{\partial t^2}$$
$$= \alpha\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} + \beta\frac{\partial^2\eta}{\partial t^2} + \gamma\frac{\partial^2\zeta}{\partial t^2}.$$

Dans l'expression de u, on a posé

$$(25)\quad \mathcal{A} = \frac{\partial^2\eta}{\partial t^2}c - \frac{\partial^2\zeta}{\partial t^2}b,\qquad \mathcal{B} = \frac{\partial^2\zeta}{\partial t^2}a - \frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}c,\qquad \mathcal{C} = \frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}b - \frac{\partial^2\eta}{\partial t^2}a,$$

$$(26)\quad \alpha = \frac{\partial^2\mathfrak{R}}{\partial t^2}b - \frac{\partial^2\mathfrak{Q}}{\partial t^2}c,\qquad \beta = \frac{\partial^2\mathfrak{P}}{\partial t^2}c - \frac{\partial^2\mathfrak{R}}{\partial t^2}a,\qquad \gamma = \frac{\partial^2\mathfrak{Q}}{\partial t^2}a - \frac{\partial^2\mathfrak{P}}{\partial t^2}b.$$

Pour chacun des corps du système, écrivons une égalité telle que (20), et ajoutons toutes ces égalités membre à membre.

En vertu des égalités (12), sur le plan tangent à la surface S_{12} qui sépare deux corps distincts 1 et 2, la grandeur $\left(\frac{\partial^2 \mathfrak{P}}{\partial t^2}, \frac{\partial^2 \mathfrak{Q}}{\partial t^2}, \frac{\partial^2 \mathfrak{R}}{\partial t^2}\right)$ a une projection qui varie d'une manière continue lorsqu'on traverse la surface S_{12}; on en conclut sans peine qu'à cette traversée, chacune des quantités α, β, γ change de signe sans changer de valeur absolue.

La projection sur le plan tangent à la surface S_{12} de la grandeur $\left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}, \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2}, \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2}\right)$ varie également d'une manière continue à la traversée de cette surface; on trouve donc sans peine

$$u_1 + u_2 = \left(\frac{\partial^2 \mathfrak{N}_1}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \mathfrak{N}_2}{\partial t^2}\right)(\alpha_1 a_1 + \beta_1 b_1 + \gamma_1 c_1) = 0.$$

Mais, en vertu des égalités (26), la grandeur $(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1)$ est perpendiculaire au plan mené par la grandeur $(\mathfrak{P}_1, \mathfrak{Q}_1, \mathfrak{R}_1)$ et par la normale n_1 à la surface S_{12}; $(\alpha a_1 + \beta b_1 + \gamma c_1)$ est donc nul et l'on a

$$(27) \qquad u_1 + u_2 = 0.$$

En vertu de l'égalité (8), comme l'a remarqué M. Louis Roy, $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}$ n'éprouve aucune discontinuité en traversant la surface S_{12}; enfin, en vertu de l'égalité (10), on a

$$(28) \qquad \frac{\partial^2 \mathfrak{N}_1}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \mathfrak{N}_2}{\partial t^2} - 4\pi\varepsilon\left(\frac{\partial}{\partial n_1}\frac{\partial \Psi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial n_2}\frac{\partial \Psi}{\partial t}\right) = f_{12},$$

f_{12} étant une quantité indépendante de t. On a donc l'égalité suivante :

$$(29) \qquad \begin{aligned} &\int g_1 \, d\varpi_1 + \int g_2 \, d\varpi_2 + \ldots + \frac{1}{2}\frac{d}{dt}\left(\int j_1 \, d\varpi_1 + \int j_2 \, d\varpi_2 + \ldots\right) \\ &\quad = \int f_{12} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} \, dS_{12} + \ldots + \int h \, d\Sigma, \end{aligned}$$

Σ étant la surface qui entoure le système.

Supposons qu'en tout point de la surface Σ qui entoure le système, et à tout instant, on connaisse les valeurs de la fonction potentielle électrostatique W et des trois composantes L, M, N du champ magnétique; en vertu des égalités (8) et (12), ce sera connaître $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}$, $\frac{\partial \mathfrak{P}}{\partial t}$, $\frac{\partial \mathfrak{Q}}{\partial t}$, $\frac{\partial \mathfrak{R}}{\partial t}$. Dès lors, l'équation (29) nous permet de démontrer que, si l'on connaît les données initiales (19), *le mouvement électrique est, sur le système, déterminé sans aucune ambiguïté.*

6. On en peut tirer encore une autre conclusion :

Supposons que la fonction potentielle électrostatique W et les trois composantes L, M, N du champ magnétique soient, en tout point de la surface Σ qui borne le système, maintenues invariables. En vertu des égalités (8) et (12), on aura, en tout point de cette surface et à tout instant,

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = 0, \qquad \frac{\partial \mathfrak{P}}{\partial t} = 0, \qquad \frac{\partial \mathfrak{Q}}{\partial t} = 0, \qquad \frac{\partial \mathfrak{R}}{\partial t} = 0,$$

partant

$$h = 0.$$

L'égalité (29) pourra s'écrire

$$(30) \qquad \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}\int j_1 \, d\varpi_1 + \frac{1}{2}\int j_2 \, d\varpi_2 + \ldots - \int f_{12}\frac{\partial \Psi}{\partial t}\, dS_{12}\right) = -\int g_1 \, d\varpi_1 - \int g_2 \, d\varpi_2 - \ldots.$$

Le système peut-il repasser périodiquement par le même état ? Au bout d'une période, la quantité entre parenthèses, au premier membre de l'égalité (30), reprendrait la même valeur qu'au début de cette période; le second membre ne peut être que négatif ou nul; on voit qu'il lui faudrait être constamment nul. Il faudrait pour cela qu'en tout corps dont la résistance spécifique ρ n'est pas infinie, on eût sans cesse

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = 0, \qquad \frac{\partial \eta}{\partial t} = 0, \qquad \frac{\partial \zeta}{\partial t} = 0.$$

Les seules oscillations périodiques propres que puisse présenter un système contenant des corps conducteurs laissent une grandeur et une direction invariables au champ électrique total en tout point des corps qui ne sont pas de purs diélectriques. Les oscillations électriques proprement dites affectent donc seulement les diélectriques dénués de toute conductibilité.

7. De la proposition démontrée au n° 5, on passe aisément à la suivante :

Si, en tout point de la surface qui borne le système et à tout instant, on connaît la fonction potentielle électrostatique W et les trois fonctions totales de Helmholtz, $\mathfrak{F}$, $\mathfrak{G}$, $\mathfrak{H}$; si, à l'instant initial, on connaît en tout point du système, W, $\frac{\partial W}{\partial t}$, $\frac{\partial^2 W}{\partial t^2}$, $\mathfrak{F}$, $\mathfrak{G}$, $\mathfrak{H}$, $\frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial t}$, $\frac{\partial \mathfrak{G}}{\partial t}$, $\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t}$, les quatre fonctions W, $\mathfrak{F}$, $\mathfrak{G}$, $\mathfrak{H}$ sont, sans ambiguïté, déterminées en tout point et à tout instant.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur les réseaux plans qui sont à la fois projection orthogonale d'un réseau O et projection orthogonale d'un réseau G.* Note de M. C. GUICHARD.

Un réseau O est un réseau formé par les lignes de courbure d'une surface; un réseau G est formé d'une série de géodésiques d'une surface et de leurs trajectoires conjuguées. Soit alors dans un plan, que je suppose horizontal, m un point qui décrit un réseau, tel que sur la verticale de m il y ait un point M qui décrit un réseau O et un point G qui décrit un réseau G. Soient x_1, x_2 les coordonnées de m, y_1 et z_1 les cotes de M et G. La surface G est une surface des centres (je suppose que ce soit la première) d'une surface M_1; soit iz_2 le rayon de courbure correspondant. On aura d'abord

$$(1) \qquad dx_1^2 + dx_2^2 + dy_1^2 = h^2 du^2 + l^2 dv^2;$$

x_1, x_2, y_1 sont solution de l'équation

$$(2) \qquad \frac{\partial^2 \theta}{\partial u \partial v} = \frac{1}{h} \frac{\partial h}{\partial v} \frac{\partial \theta}{\partial u} + \frac{1}{l} \frac{\partial l}{\partial u} \frac{\partial \theta}{\partial v}.$$

D'après les propriétés connues de la surface des centres, x_1, x_2, z_1, z_2 sont solutions d'une même équation de Laplace; cette équation sera l'équation (2) puisqu'elle doit admettre les solutions x_1 et x_2; et l'on aura en outre

$$(3) \qquad dx_1^2 + dx_2^2 + dz_1^2 + dz_2^2 = l^2 V^2 dv^2,$$

V étant une fonction de v seul. Des équations (1) et (3) on déduit

$$(4) \qquad dz_1^2 + dz_2^2 - dy_1^2 = - h^2 du^2 + l^2 (V^2 - 1) dv^2.$$

On voit que le point $n(z_1, z_2)$ décrit un réseau plan qui est la projection orthogonale d'un réseau O décrit par le point $N(z_1, z_2, iy_1)$ et d'un réseau G décrit par le point $H(z_1, z_2, x_1)$, le rayon de courbure correspondant étant ix_2. On voit que chaque solution du problème permet d'en former immédiatement une autre. L'étude des surfaces (M) et (N) permettrait d'arriver à l'équation du problème. Mais il est plus simple d'opérer de la façon suivante : le réseau m est 2O; la première tangente mr de ce réseau est la projection de la normale à la surface M_1; la congruence mr est donc 3I; il en résulte qu'il y a sur mr un point p qui décrit un réseau O; la deuxième tangente de p décrit une congruence harmonique à m, congruence

qui est 2C; d'après la loi d'orthogonalité des éléments, la congruence décrite par la première tangente de p est 4I. Soient alors $\cos\varphi$, $\sin\varphi$ les cosinus directeurs de cette première tangente, $i\beta_1, i\beta_2, i\beta_3$ les coordonnées complémentaires qui rendent cette congruence 4I, on aura

$$\beta_1^2+\beta_2^2+\beta_3^2=\sin^2\varphi+\cos^2\varphi=1;$$

de plus, β_1, β_2, β_3, $\sin\varphi$, $\cos\varphi$ sont les solutions d'une équation de Laplace

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial u\,\partial v}=\frac{1}{H}\frac{\partial H}{\partial v}\frac{\partial\theta}{\partial u}+\frac{1}{L}\frac{\partial L}{\partial u}\frac{\partial\theta}{\partial v}+R\theta. \tag{5}$$

En appliquant le critérium qui exprime que le premier foyer d'une congruence est un réseau O, on trouve que le coefficient de $\frac{\partial\theta}{\partial u}$ doit être nul. L'équation (5) est donc

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial u\,\partial v}=\frac{\dfrac{\partial^2\varphi}{\partial u\,\partial v}}{\dfrac{\partial\varphi}{\partial v}}\frac{\partial\theta}{\partial u}-\frac{\partial\varphi}{\partial u}\frac{\partial\varphi}{\partial v}\theta; \tag{6}$$

β_1, β_2, β_3 seront les cosinus directeurs de la première tangente d'un réseau O. Ce réseau est associé au réseau plan (p), mais nous sommes dans le cas où la fonction U se réduit à une constante [1]. Soit alors

$$\Delta=\begin{vmatrix}\alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3\\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_3\\ \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_3\end{vmatrix}$$

le déterminant orthogonal correspondant à ce réseau O. Nous représenterons les rotations par

$$A=a\omega,\qquad m=-\frac{\omega}{V}\frac{\partial\varphi}{\partial u},$$

$$B=bV,\qquad n=\frac{V}{\omega}\frac{\partial\varphi}{\partial v}.$$

ω étant une constante, V une fonction de v seul. On devra avoir

$$\frac{\partial a}{\partial v}=-b\frac{\partial\varphi}{\partial u},\qquad \frac{\partial b}{\partial u}=a\frac{\partial\varphi}{\partial v}, \tag{7}$$

$$ab+\left(\frac{1}{\omega^2}-\frac{1}{V^2}\right)\frac{\partial^2\varphi}{\partial u\,\partial v}+\frac{V'}{V^3}\frac{\partial\varphi}{\partial u}=0. \tag{8}$$

---

[1] Voir mon Mémoire *Sur les systèmes cycliques et les systèmes orthogonaux* (*Ann. Éc. Norm.*, 1905, p. 250).

Si l'on pose

$$V_1 = \frac{1}{\omega^2} - \frac{1}{V^2},$$

et si l'on multiplie le premier membre de l'équation (8) par $2\frac{\partial\varphi}{\partial u}$, on aura, en tenant compte des équations (7),

$$-2a\frac{\partial a}{\partial v} + 2V_1\frac{\partial^2\varphi}{\partial u\,\partial v}\frac{\partial\varphi}{\partial u} + V_1'\left(\frac{\partial\varphi}{\partial u}\right)^2 = 0$$

ou

$$\frac{\partial}{\partial v}(a^2) = \frac{\partial}{\partial v}\left[V_1\left(\frac{\partial\varphi}{\partial u}\right)^2\right].$$

et, en intégrant,

$$a^2 = V_1\left(\frac{\partial\varphi}{\partial u}\right)^2 + U,$$

U étant une fonction de u; le cas où U est nul ne donne rien d'intéressant pour le problème posé : si U n'est pas nul, on peut le réduire à l'unité par un choix convenable de la variable u. On aura donc

$$a^2 = V_1\left(\frac{\partial\varphi}{\partial u}\right)^2 + 1. \tag{9}$$

En portant cette valeur de a dans la première des équations (7), on aura l'expression de b; en écrivant que la seconde de ces équations est satisfaite on trouve pour φ une équation du troisième ordre; c'est l'équation du problème. Quand on connaît le déterminant Δ on peut facilement former les surfaces (M); voici le résultat auquel on arrive. On forme une combinaison linéaire isotrope de β_1, β_2, β_3; prenons, par exemple, la combinaison

$$\chi = \beta_2 + i\beta_3.$$

La sphère S qui a pour centre le point dont les coordonnées sont

$$\frac{\cos\varphi}{g}, \quad \frac{\sin\varphi}{g}, \quad 0,$$

et pour rayon $\frac{\beta_1}{g}$ enveloppe une surface M (et aussi sa symétrique par rapport au plan horizontal). Toutes les surfaces qui ont même représentation sphérique de leurs lignes de courbure que cette surface possèdent aussi la propriété indiquée. Le problème, on le voit, est assez compliqué, mais on en connaît un très grand nombre de solutions particulières, je vais en indiquer quelques-unes.

1. Si V_1 est une constante le problème se réduit au second ordre; la question revient, en somme, à la recherche des surfaces à courbure totale constante. Dans ce cas il se présente la particularité suivante: la surface (M_1) a deux centres de courbure G et G_1; le *réseau* G_1 *possède la même propriété que le réseau* G, c'est-à-dire que sur la verticale du point G_1 il y a un point qui décrit un réseau O.

2. Soit (M) une surface dont les normales touchent au paraboloïde de révolution dont l'axe est vertical; soient C le premier centre de courbure de la surface, MR la première tangente principale de la surface (M): C décrit un réseau tracé sur le paraboloïde, ce réseau se projette sur le plan horizontal suivant un réseau O; la droite MR qui lui correspond par orthogonalité des éléments découpera sur le plan horizontal un réseau O; la projection de MR sur le plan horizontal, étant une congruence conjuguée à un réseau O, sera une congruence 31; il en résulte que sur la verticale du point M il y a des points qui décrivent des réseaux G.

3. Soit (M) une surface dont les normales touchent une quadrique de révolution à centre dont l'axe est vertical: on vérifie facilement que sur la verticale du point M il existe des points qui décrivent des réseaux G; de plus si C est le centre de courbure situé sur la quadrique, sur la verticale du point C il existe un point qui décrit un réseau O. (Ce réseau O est situé sur une sphère.)

4. Considérons une quadrique générale; on sait qu'il existe six cylindres de révolution circonscrits à la quadrique; je considère l'un d'eux et je suppose l'axe du cylindre vertical; je prends comme origine le centre de la quadrique et comme troisième axe de coordonnées l'axe du cylindre.

L'équation de la quadrique pourra s'écrire

$$x_1^2 + x_2^2 + (\alpha x_1 + \beta x_2 + \gamma x_3)^2 = R^2.$$

A chaque point $M(x_1, x_2, x_3)$ faisons correspondre un point $N(y_1, y_2, y_3)$ tel que

$$y_1 = x_1, \qquad y_2 = x_2, \qquad y_3 = \alpha x_1 + \beta x_2 + \gamma x_3.$$

Les points M et N sont sur une même verticale; le point N appartient à une sphère; si le point M décrit un réseau il en est de même du point N. On voit alors qu'il suffit de prendre sur la quadrique un réseau G pour obtenir une solution particulière du problème posé.

CORRESPONDANCE.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les transformations des équations aux dérivées partielles.* Note de M. Cerf, présentée par M. Émile Picard.

1. Considérons deux équations aux dérivées partielles d'ordres m et M

(e) $$f(x, y, z, \ldots, p_{0m}) = 0;$$
(E) $$F(x, y, z, \ldots, p_{0m}) = 0.$$

Désignons par $[f, F]$ l'expression

$$\sum f_{p_{i,i'}}\left(\frac{d^m F}{dx^i\, dy^{i'}}\right) - \sum F_{p_{j,j'}}\left(\frac{d^M f}{dx^j\, dy^{j'}}\right) \qquad (i+i'=m,\ j+j'=M);$$

par (A) le système formé par les équations (e) et (E) et leurs dérivées par rapport à x et à y jusque, et y compris, celles d'ordre $M+m-1$ en z. Si les deux équations n'ont pas de direction commune de caractéristiques, il est connu que la condition nécessaire et suffisante pour que le système (A) soit complètement intégrable est que $[f, F] = 0$ en soit conséquence « algébrique ».

Lorsque les deux équations ont des directions communes de caractéristiques, on montre qu'en général on peut trouver par différentiations et éliminations un système (α), équivalent à (A), d'ordre plus petit que $M+m-1$, tel que ses équations d'ordre le plus élevé soient indépendantes par rapport aux dérivées de cet ordre et qu'il soit complètement intégrable si $[f, F] = 0$ en est une conséquence « algébrique », cette condition suffisante étant aussi nécessaire.

Si cette condition se trouve réalisée, les deux équations données admettent des solutions communes dépendant en général d'un nombre fini de constantes arbitraires.

On peut donc dire qu'on peut substituer au système des deux équations données un système équivalent (A) ou (α) dont la condition de complète intégrabilité consiste en ce que $[f, F] = 0$ en soit conséquence « algébrique » ; dans tous les cas, nous désignerons ce système par (α).

2. Supposons que l'on se donne quatre relations entre les éléments

d'ordres quelconques de deux espaces (e), (e') :

$$(1) \qquad F_i(x, y, z, \ldots, p_{0,m_i}; x', y', z', \ldots, p'_{0,m'_i}) = 0 \qquad (i = 1, 2, 3, 4).$$

Soit $z' = g'(x', y')$ l'équation d'une surface (s') de (e'); désignons par $\overline{F_i}$ ce que devient F_i quand on y remplace z', p'_{10}, p'_{01}, ... par $g'(x', y')$, $g'_{x'}(x', y')$, $g'_{y'}(x', y')$, ... A la surface (s') ne correspondent des surfaces de (e) que si les deux équations aux dérivées partielles en z obtenues par l'élimination de x', y' entre les quatre relations $(\overline{1})$ admettent des solutions communes; soient

$$(2) \qquad \varphi = 0, \qquad \Phi = 0$$

ces deux équations.

Par différentiations et éliminations, au moyen des relations $(\overline{1})$, on en déduit, en général, d'autres, qui jointes à elles forment un système (S) tel que $(\overline{S})$ soit équivalent au système (α) déduit des équations (2), et une relation $R = 0$ telle que le système formé par $(\overline{S})$ et $\overline{R} = 0$ soit équivalent au système obtenu en adjoignant à (α) : $[\varphi, \Phi] = 0$.

Ceci posé, admettons que des relations (S) et $R = 0$ on puisse éliminer x, y, z et toutes ses dérivées qui y figurent; il vient une relation $U' = 0$ qui constitue une équation aux dérivées partielles en z', d'un certain ordre; à une solution de cette équation correspondent, en général, des surfaces de (e) qui dépendent d'un nombre fini de constantes arbitraires. Supposons que l'on puisse de même déterminer une équation $U = 0$ en z, en permutant le rôle des deux groupes de lettres; une correspondance se trouve établie entre les solutions des deux équations $U = 0$, $U' = 0$ dont nous dirons qu'elles se correspondent dans une transformation (N) définie par les relations (1); les caractéristiques se correspondent sur deux surfaces correspondantes; si les deux équations sont de même ordre, l'une étant intégrable par la méthode de M. Darboux, l'autre l'est également. Les transformations de Bäcklund sont un cas particulier des transformations (N).

3. Parmi les transformations (N) on en distingue une classe particulière qui jouissent de propriétés spéciales : elles sont caractérisées par le fait que trois des relations de définition représentent dans l'un des espaces, nous disons (e'), une multiplicité M_2 d'éléments unis du premier ordre. Soit n l'ordre maximum de ces relations par rapport à z : Bäcklund a montré qu'elles permettent de calculer x', y', z', p', q' en fonction de x, y, z et de

ses dérivées jusqu'à l'ordre $n+1$, comprises; r', s', t' contiennent les dérivées de z jusqu'à l'ordre $n+2$, etc.; à toute surface de (e) on fait correspondre ainsi une surface (ou un nombre fini de surfaces) de (e'). Les expressions x', y', z', p', q' jouissent de propriétés remarquables que nous ne faisons que signaler.

Occupons-nous maintenant de la quatrième relation de définition de la transformation : si elle est de la forme $\psi(x', y', z', p', q') = 0$, la transformation fait correspondre à cette équation du premier ordre une équation d'ordre $n+1$ en z qui admet une intégrale intermédiaire d'ordre n dépendant de deux constantes arbitraires; dans tous les cas elle permet d'obtenir immédiatement l'équation $U = 0$ au moyen des expressions de x', y', z', ... précédemment calculées; son ordre est au moins égal à celui de $U' = 0$.

Les propriétés dont jouissent ces transformations tiennent à ce que, à deux éléments de (e), unis, d'ordre $n+k$, correspondent dans (e') deux éléments unis d'ordre k, ce qui permet de préciser aisément les ordres des caractéristiques et des invariants correspondants.

Les transformations de Bäcklund B_1 et B_2 sont équivalentes à des transformations de cette catégorie dont il existe d'ailleurs beaucoup d'exemples. La considération des groupes continus de transformations de contact, finis ou infinis, en donne d'autres dont quelques-uns ont été signalés par Lie et M. Clairin; le point de vue où nous nous plaçons permet de généraliser facilement, soit pour des équations du deuxième ordre, soit pour des équations d'ordre supérieur, les résultats obtenus par ces deux auteurs.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Sur une modification cristalline du soufre se présentant en sphérolites à enroulement hélicoïdal.* Note de **Paul Gaubert**.

Le soufre cristallisant par solidification d'une masse fondue peut se présenter, suivant la température à laquelle il a été porté, suivant celle où s'effectue la cristallisation et suivant la vitesse de refroidissement, au moins sous quatre états cristallins différents, très faciles à reconnaître, si les observations sont faites sur une lame de verre, recouverte d'un couvre-objet (1). Parmi ces formes, il en est une se produisant lorsque le soufre a été chauffé au-dessus de 120° et refroidi brusquement. Le mieux pour l'obtenir en

(1) R. Brauns, *Neues Jahrb. f. Min. und Geol.* Beil., Band 13, 1899-1900, p. 29. — P. Gaubert, *Sur les états cristallins du soufre* (*Bull. de la Soc. fr. de Min.*, t. 28, 1905, p. 157). — G. Quincke, *Ann. der Phys.*, 4e série, t. 26, 1908, p. 625.

grande quantité est même de porter la température au-dessus de 160°. Cette modification, contrairement à la forme γ, qui se produit en même temps, est très peu biréfringente, elle est bleuâtre par diffusion de la lumière, alors que l'autre est blanc jaunâtre. La couleur bleue, due à la fibrosité des sphérolites, possède des propriétés particulières dont je continue l'étude.

Cette forme de soufre, à cause des aspects variés qu'elle présente, a reçu des noms différents. On observe surtout :

1° Des sphérolites dont les fibres, s'éteignant suivant leur longueur, ont un allongement optique positif. Ils ont été étudiés par R. Brauns et moi-même et considérés comme une modification particulière de soufre (*soufre radié orthorhombique peu biréfringent*).

2° Des sphérolites paraissant parfois un peu plus biréfringents que les précédents et s'éteignant obliquement, de telle sorte que les bras de la croix noire ne coïncident pas avec la section principale des nicols croisés. R. Brauns a admis qu'il s'agissait d'une forme particulière à laquelle il a donné le nom de *soufre radié monoclinique peu biréfringent*.

D'après mes observations, la biréfringence, en apparence plus élevée que celle des sphérolites précédents, et l'extinction oblique des fibres sont dues à l'orientation optique différente de ces dernières. En effet, elles sont souvent allongées suivant n_g et le plan des axes optiques est parallèle à la lame de verre. Les fibres des deux sortes de sphérolites peuvent même exister côte à côte.

3° Des sphérolites qui, au lieu d'être formés de fibres, sont constitués par un très grand nombre de petites plages, sans contour régulier et sans orientation commune, de telle sorte qu'il n'existe pas de croix noire entre les nicols croisés. Les plages formant ces sphérolites sont quelquefois presque toutes perpendiculaires à la bissectrice aiguë négative, et comme l'angle des axes est très petit et la biréfringence faible, elles paraissent être monoréfringentes en lumière parallèle. Cette sorte de sphérolites se produit facilement vers 50°, à la condition que la cristallisation ait déjà commencé à froid.

4° Des sphérolites, dont je viens de constater pour la première fois l'existence, formés par des fibres très fines à enroulement hélicoïdal. Ils sont loin de montrer la régularité de ceux de la malonamide, de la codéine, de la thébaïne, de la cholestérine, etc.; ils offrent de nombreuses variétés de structure, dues à ce qu'ils peuvent être composés non seulement de secteurs, dont les fibres ont un enroulement hélicoïdal différent, mais aussi de fibres enroulées et de fibres simples.

Il est cependant possible d'obtenir des sphérolites parfaits dont les particules cristallines sont enroulées autour de l'indice moyen n_m. En effet, il existe des zones alternativement claires (perpendiculaires à la bissectrice obtuse) et obscures (perpendiculaires à la bissectrice aiguë de l'angle très petit des axes optiques). Les fibres montrent rarement plus de trois pas de l'hélice. La longueur du pas varie d'un sphérolite à l'autre et même dans des fibres voisines et ne dépasse pas habituellement $\frac{1}{5}$ de millimètre. En outre, l'enroulement ne se fait pas toujours autour de l'indice moyen, il est plus ou moins oblique à cette direction.

Ce sont ces faciès et orientations nombreux, présentés par les sphérolites d'une même modification, qui ont conduit R. Brauns et moi-même à admettre plusieurs états cristallins différents. Le soufre trichitique peu biréfringent; décrit comme forme particulière, appartient aussi au soufre à enroulement hélicoïdal.

Étant donné que l'enroulement hélicoïdal des fibres a été presque toujours constaté dans des substances possédant le pouvoir rotatoire ou inactives, mais alors cristallisant avec un corps actif (Fréd. Wallerant), il est permis de supposer que les cristaux de soufre de la modification étudiée ici appartiennent à la classe énantiomorphe des systèmes rhombique ou monoclinique (le système n'a pu encore être déterminé). Cette modification peut posséder le pouvoir rotatoire.

Il est intéressant de constater l'enroulement des fibres dans un corps simple, puisque, parmi les substances minérales, la calcédoine (Michel-Lévy et Munier-Chalmas), la dufrénite et la dahllite (A. Lacroix), ainsi qu'une variété de gédrite (W. Timofejeff), présentent seules des édifices hélicoïdaux.

GÉOLOGIE. — *Sur la géologie du Djebel Outita et des environs de Dar bel Hamri (Maroc occidental)*. Note de M. G. Lecointre [1].

Le Djebel Outita apparaît comme le flanc E d'un anticlinal NS, à noyau jurassique. Sur le flanc N, en contre-bas de la cote 585 et à 450m d'altitude, on trouve des couches marneuses jaunes avec *Trigonia* aff. *Moutierensis* [2]

(1) Exploration scientifique du Maroc, organisée par la Société de Géographie de Paris.

(2) L'étude des Mollusques jurassiques a été faite par M. Cossmann.

Lycett et *Montlivaultia*. Ce même niveau se retrouve plus à l'Est, à l'altitude de 70^m environ, à Bab Tisza ([1]) où j'ai recueilli (*Trigonia* aff. *moutierensis* Lycett); *T.* aff. *lineolata* (ou *costata*); *Cœlopsis* aff. (*affinis* et *lunulata*); *Parallelodon* aff. *Delia* d'Orb.; *Cucullea* sp.; *Tancredia* sp.; *Mytilus* cf. *plicatus* Sow.; *Astarte* cf. *elegans*; *Nerinea* aff. *acron* d'Orb.; *Montlivaultia* en quantités innombrables; *Astrœidés*.

Toutes les espèces citées plus haut, sauf *Nerinea acron* qui est de l'Oxfordien, appartiennent au Bajocien de Normandie et d'Angleterre. Toutefois, il faut attendre la découverte d'Ammonites pour émettre une opinion sur l'âge précis de ces couches. Le flanc W de l'anticlinal est occupé par le Djebel Mouley Yacoub où les couches plongent à environ 50° W. Les gorges de l'oued Hammam présentent des calcaires à Bélemnites et à Brachiopodes, affectés par une faille d'où jaillit la source sulfureuse de Mouley Yacoub. Le Djebel Nouilet est formé de calcaires jurassiques blancs à *Astarte* horizontaux. Au flanc W de cette montagne, des couches jurassiques horizontales à *Perna* sont surmontées par un conglomérat de base miocène vertical, passant rapidement à une mollasse fine à Pectinidés avec *Flabellipecten Ugolinii* Dep. et Roman; *F. Koheni* Fuchs; *Amussium denudatum* Reuss; *Ostrea Cochlear* Poli. C'est donc du Miocène moyen. Puis viennent en concordance des marnes blanches à *Ostrea Cochlear*. Plus à l'Ouest, des marnes bleuâtres extraites d'un puits m'ont fourni : *Flabellipecten fraterculus* Sow., *Cardita intermedia* Brocchi in Brives, Gastropodes nombreux ([2]), Foraminifères. Ces marnes représentent probablement le Miocène supérieur. Elles viennent s'appuyer contre les marnes blanches, mais semblent moins inclinées.

A Dar bel Hamri, la berge de l'oued Beth met à nu une belle coupe du Pliocène ancien; de bas en haut, on trouve :

1° Argiles sableuses bleues avec intercalations de bancs de galets avec Huîtres ([3]) : *Ostrea* (*Crassostrea*) aff. *gingensis* Schloth. in Hœrnes; *O. cucullata* Born.; *Avicula*, *Mytilus*, *Pectunculus cor* Lamk., *Arca mytiloides* Br., *Cardium aculeatum* L.,

---

([1]) Cette localité a été visitée quelque temps avant moi par M. le médecin-major Poirée qui n'a pas encore publié ses résultats.

([2]) L'auteur, à peine de retour, a été interrompu par la mobilisation dans l'étude de ses matériaux. Il s'excuse d'être obligé de présenter des listes de fossiles incomplètes, surtout en ce qui concerne les Gastropodes.

([3]) M. Michel Méert a recueilli de nombreux matériaux qu'il a mis à ma disposition.

C. hians Br., *Venus plicata* Gm., *V. multilamella* Lamk., *Meretrix Brochii* Desh., *M. rudis* Poli, *Timoclea ovata*, Penn., *Tellina distorta* Poli; *T. planata* Linné; *T. elleptica* Br.; *T. compressa* Br.; *T. donacina* L.; *Psammobia Færænsis* Chemn.; *Abra alba* Wood.; *Mactra subtruncata* da Costa; *Solenocurtus candidus* Renieri; *Pharus legumen* L.; *Lutraria lutraria* L.; *Clavagella Brochii* Desh.; *Nassa semistriata* Br. var.; *N. mutabilis* L.; *Murex Polymorphus* Br.; *Vetus*, cf. *gracilis* Broderip.; *Turritella Archimedis* Brongn., *T. terebralis* Lamk., etc.

2° Sables jaunes, parfois gréseux, à *Pecten*, cf. *benedictus* (très jeunes exemplaires roulés), *Ostrea* (*Crassostrea*), cf. *gingensis* Schloth. in Hœrnes, *O. cucullata* Born.

3° Cailloutis formant le plateau de Dar bel Hamri et marquant la fin du cycle de sédimentation pliocène.

Il y a lieu de remarquer dans cette faune, par ailleurs identique à celle des gisements classiques méditerranéens, la présence d'un *Vetus* qui lui donne un cachet atlantique subtropical.

Sur le flanc est de l'Outita on observe (gorges de Bab Tisra) (¹), au-dessous des couches jurassiques à *Montlivaultia* :

1° Deux puissantes barres de calcaire très dur séparées par une forte épaisseur de marnes et inclinées à 20° SE; sur leur prolongement supposé, en contre-bas de la cote 399, j'ai trouvé *Clypeaster* sp.; 2° un banc calcaire transgressif et discordant incliné à environ 10° SE avec *Oxyrhina Desori* Ag., *Flabellipecten incrassatus* Partsch, *Echinolampas doma* Pomel. Cette dernière espèce se présente sous la petite forme la plus répandue dans le Burdigalien de l'Algérie; 3° en concordance apparente : la mollasse helvétienne à *Flabellipecten Ugolinii* et *Amussium denudatum* Reuss identique à celle du Dj. Nouilet; 4° marnes blanches; 5° marnes grises à Foraminifères; 6° argiles bleues à fossiles mal conservés, horizontales; 7° poudingues surmontés par les travertins blancs du plateau de Sidi Ahmed Mserredj. Il s'agit probablement de la partie nord du lac pliocène de Meknès (²).

Au nord du Camp Petitjean, le plateau du Souq est formé de sables jaunes à *Flabellipecten fraterculus* Sow. du Miocène supérieur.

Il semble donc que la transgression miocène dans cette région ait dû se propager de l'Est à l'Ouest, puisque les couches à *Echinolampas doma* manquent au Dj. Nouilet où, comme nous l'avons vu, la mollasse à *Flabellipecten* repose directement sur le Jurassique. La surrection du massif de l'Outita aurait eu lieu vers le Miocène supérieur.

(¹) On remarquera les divergences qui existent entre la coupe de Bab Tisra, telle que je l'ai relevée, avec celle donnée par M. Brives (*Voyage au Maroc*, Alger, Jordan, p. 480, *Pl. I*, *fig.* 9 et carte n° 3). Cet auteur a rapporté à l'Éocène les couches fossilifères que je suis amené à répartir entre le Jurassique et le Miocène.

(²) L. Gentil, *Esquisse hydrologique de la région de Meknès* (*Bull. de la Soc. de Géographie commerciale de Paris*, juin 1914, p. 5).

Sur les flancs nord-ouest du massif on remarque des lambeaux de couches miocènes plongeant fortement vers l'Ouest (de 20° à 90°). Cette disposition paraît en relation avec l'effondrement de la plaine du Sebou et correspondrait à une disposition de faille où la lèvre affaissée, fortement retroussée, aurait laissé des lambeaux le long de la lèvre soulevée.

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. — *Sur l'existence, à Grenoble, d'un verrou glaciaire.* Note de M. **Raoul Blanchard.**

Les verroux, barres rocheuses perpendiculaires aux thalwegs, et façonnées par les glaciers, apparaissent d'ordinaire aux points où la présence de roches dures succédant à des roches tendres rétrécit la vallée et augmente sa pente. On pouvait donc s'attendre à trouver un de ces organismes sur l'emplacement de Grenoble, où le vaste bassin formé par la confluence des vallées longitudinales du Drac et de l'Isère se resserre pour devenir la cluse par laquelle l'Isère traverse les plis des chaînes subalpines. Au contact des roches tendres du Grésivaudan (schistes du Jurassique et du Lias) et des roches dures de la Chartreuse et du Vercors (calcaires jurassiques et crétacés), l'emplacement d'un verrou était tout indiqué. Il semble qu'on puisse en effet en retrouver d'importants débris sur chaque rive.

Sur la rive gauche, le verrou comporte une barre de calcaires sénoniens dépendant d'un synclinal peu accentué (Vouillant) qui fait suite à l'anticlinal de Sassenage, et relevés au-dessus d'une faille qui descend de la montagne des Trois-Pucelles vers la plaine. Les glaciers ont façonné cette barre, dont toutes les parties élevées sont magnifiquement moutonnées, et surtout y ont enfoncé quatre encoches caractéristiques, échelonnées de 655^m à 370^m. Ces encoches sont des auges, souvent profondes, aux parois presque verticales; leur profil en long est celui d'une double pente, l'une vers l'amont, l'autre vers l'aval, ce qui prouve qu'elles ne sont pas des vallées fluviales. En revanche, des marmites de géants de forte dimension et d'une extrême fraîcheur entament le bas des parois, indiquant l'influence considérable que l'eau sous-glaciaire exerce sur le creusement des encoches. Vers l'aval ces entailles débouchent sur de vastes dépressions fermées qui sont des dolines, comme le prouve l'existence, dans l'une de ces cavités, d'une ample grotte, dont les formes attestent l'influence des effondrements souterrains. Le réseau de dolines est étroitement lié à celui des encoches; et comme le plateau calcaire qu'elles trouent est peu étendu

et ne reçoit aucun apport du dehors, on peut tenir pour assuré que ces dolines se sont formées sous l'unique influence des eaux glaciaires, et que l'évolution de ce paysage karstique s'est arrêtée depuis la disparition des glaciers.

Ce verrou de la rive gauche (Pariset) se termine au-dessus de la plaine alluviale par une falaise peu élevée, avivée et rafraîchie par l'érosion latérale du Drac, mais qui peut être le bord occidental d'une encoche dont le flanc oriental, plus bas, serait enseveli sous les alluvions. Rien ne s'oppose donc à ce qu'on puisse croire que le verrou se continuait à travers la plaine alluviale qui l'a recouvert de ses sédiments. Mais, en tout cas, cette barre n'atteignait pas la rive droite, car de ce côté un formidable relèvement de plis a fait disparaître le Sénonien, et les traces de la faille de la rive gauche ne peuvent être qu'à peine soupçonnées dans le reploiement des couches valanginiennes de Clémentière. Cependant, à défaut d'une continuation tectonique, le verrou semble avoir un prolongement morphologique dans la montagne de la Bastille. Entre 200^m et 700^m d'altitude celle-ci présente en effet plusieurs replats, dont l'origine est en partie liée aux dislocations décrites par M. W. Kilian, mais qui ont été façonnés par les glaciers, et dont le plus élevé (630^m) présente des entailles caractéristiques. Sur cette rive comme sur l'autre, c'est vers 700^m que cessent les formes glaciaires restées fraîches.

Ainsi on peut estimer que la montagne de la Bastille représente le complément de l'obstacle que le verrou de Pariset tendait au travers de l'entrée de la cluse. Cet obstacle, que nous pouvons dans son ensemble désigner sous le nom de *verrou de Grenoble*, devait obstruer la vallée à la manière du verrou de Chatillon, à l'extrémité septentrionale du lac du Bourget, et déterminer en amont l'existence d'un ombilic, ce qui explique les énormes épaisseurs d'alluvions rencontrées par les sondages opérés sous Grenoble. Quoique à demi ensevelie sous les alluvions, cette barre n'en a pas moins eu sur les phénomènes biologiques une influence considérable; elle abrite de riches colonies de plantes méditerranéennes, et a offert aux hommes les premiers emplacements (grottes, abris, sites fortifiés) qu'ils aient utilisés dans la région.

BOTANIQUE. — *Action rapide des solutions salines sur les plantes vivantes : déplacement réversible d'une partie des substances basiques contenues dans la plante.* Note de M. **Henri Devaux**, présentée par M. Gaston Bonnier.

En 1901-1903, j'ai reconnu [1] que les parois cellulaires et spécialement la pectose de ces parois sont capables de fixer avec énergie une quantité appréciable de toutes les bases présentées à l'état de sel.

Un long lavage à l'eau distillée n'arrive pas à enlever les métaux ainsi fixés. En revanche un court séjour dans une solution d'un autre métal provoque immédiatement le départ complet du métal que l'eau distillée n'arrivait pas à enlever.

Ces phénomènes de déplacements réciproques peuvent s'intervertir autant de fois qu'on veut. *De même que les métaux alcalins peuvent être déplacés par tous les autres, en particulier par le calcium, celui-ci peut inversement être chassé par les métaux alcalins.*

A la suite de ces recherches une question se posait directement : ces permutations, observées sur les parois cellulaires isolées, se produiraient-elles encore sur les plantes vivantes? C'est à cette question que répondent les recherches suivantes :

1° Un lot de 10^g à 15^g d'une plante aquatique quelconque, *Elodea* par exemple, est placé dans un vase à précipités et soigneusement lavé à l'eau distillée (distillation faite sur verre pour éviter les traces sensibles de cuivre ou de plomb, si fréquentes dans l'eau distillée du commerce); puis il est soumis aux macérations suivantes chacune d'une durée de 30 minutes :

a. Dans 250^{cm^3} d'eau distillée. Après 30 minutes, cette eau décantée ne donne aucun trouble par l'oxalate d'ammoniaque. L'eau distillée n'a donc pas pris de traces sensibles de calcium à la plante.

b. Le lot de plantes est relavé à l'eau distillée et reçoit 250^{cm^3} d'une solution saline quelconque, par exemple KCl ou NH^4Cl à $\frac{1}{1000}$. Après 30 minutes de contact avec les plantes, la solution décantée est essayée à l'oxalate de NH^4; un trouble immédiat se produit, indiquant la présence de calcium en proportion sensible. Ce calcium vient certainement de la plante, car on s'est assuré que la solution saline n'en contenait pas

(1) H. Devaux, *Sur les réactifs colorants des substances pectiques* (*Procès-verbaux de la Société Linnéenne de Bordeaux*, février 1901); *Sur la coloration des composés pectiques* (*Ibid.*, mars 1901); *Généralité de la fixation des métaux par la paroi cellulaire* (*Ibid.*, avril 1901); *Sur la pectose des parois cellulaires et la nature de la lamelle moyenne* (*Ibid.*, mars 1903).

trace auparavant. La dilution de cette solution était du reste trop grande pour qu'il y eût plasmolyse, et les plantes en sortent sans modification sensible.

c. Le lot, relavé soigneusement à l'eau distillée, séjourne de nouveau dans 250^{cm^3} d'eau distillée. Cette eau, essayée à l'oxalate, ne contient pas traces de calcium.

Il résulte de ces trois essais qu'une action décalcifiante très rapide de la plante a été produite par les sels alcalins présents dans les solutions expérimentées.

2° Cette action décalcifiante est accompagnée de la fixation sur la plante d'une portion du métal alcalin. En effet, si par exemple la plante a été traitée par du NH^4Cl, on constate qu'elle contient maintenant NH^4, car l'eau distillée en enlève des traces très faibles révélables au réactif de Nessler. De plus, si on laisse alors la plante dans une solution de $CaCl^2$ à $\frac{1}{1000}$ pendant 30 minutes, on constate que la liqueur se colore bien plus fortement au Nessler.

L'ammonium a donc été fixé dans la plante pendant le séjour dans une solution d'un sel ammoniacal, et il est chassé par un séjour ultérieur dans une solution d'un autre sel, de calcium par exemple.

Le cycle est ainsi fermé, car le calcium avait été chassé au début par NH^4 et maintenant NH^4 est chassé par le calcium.

Généralisation. — A. La décalcification étant le phénomène le plus facile à déceler, je me suis attaché à le reconnaître sur des plantes variées, et par des sels variés.

1° Toutes les plantes vertes étudiées le manifestent : Phanérogames aquatiques (*Elodea*, *Potamogeton*, *Ceratophyllum*, *Lemna*, *Zanichellia*, etc.); Cryptogames (*Sphagnum*, *Chara*, *Cladophora*, *Enteromorpha*, *Spirogyra*).

Racines aquatiques de *Solanum Dulcamara*, d'Avoine, de Saule.

Tiges de plantes terrestres : Chêne, Châtaigner, Noisetier, Fusain, Ormeau, Frêne, Acacia, Pomme de terre, etc.

Dans ce dernier cas, on faisait circuler artificiellement la solution saline dans l'intérieur des vaisseaux.

2° Le sel décalcifiant peut être alcalin, (K, Na, NH^4, Li) ou alcalino-terreux (Mg) et son radical acide peut être également quelconque (Cl, NO^3, SO^4, CO^3, etc.). Un quelconque de ces sels provoque la sortie immédiate d'un peu de calcium; la sortie augmente à mesure que se prolonge l'action. Elle arrive à représenter une portion importante du poids total du calcium de la plante.

B. Ce n'est pas seulement le calcium qui est ainsi chassé des plantes vivantes par tout autre métal présenté à l'état de solution saline.

On peut s'assurer que du potassium est aussi rejeté, quand par exemple on traite la plante par un sel de calcium.

La proportion de potassium rejeté est très petite chez les plantes normales; mais elle devient sensible si la plante a été traitée auparavant par un sel de potassium (pour chasser le calcium). Le potassium avait donc été fixé.

Le cycle est ainsi fermé pour tous les métaux alcalins ou alcalino-terreux. Le calcium des plantes est chassé par les sels d'autres métaux, mais les autres métaux sont chassés par les sels de calcium. C'est un phénomène nettement réversible où l'action prépondérante appartient au sel le plus abondant.

C. Il existe une similitude remarquable entre les propriétés absorbantes du sol à l'égard des solutions salines et celles que présentent aussi les plantes vivantes. Dans les deux cas, la fixation porte essentiellement sur les bases, et ces bases peuvent se chasser les unes les autres avec réversibilité.

C'est la démonstration directe, faite sur le vivant, d'une assertion que nous avions émise en 1904 relativement à la comparaison des pouvoirs absorbants des parois cellulaires et du sol pour les sels dissous [1]. La pectose des parois des poils radicaux, disions-nous, « étant en contact intime avec les particules du sol, l'ensemble, sol et parois, forme un système colloïdal ayant partout les mêmes propriétés absorbantes. Les bases ne sont pas retenues et mises en réserve seulement dans le sol, elles le sont aussi dans l'enveloppe cellulaire, à la portée immédiate du protoplasma ».

Du reste, rien ne dit que le contenu cellulaire lui-même ne participe pas aux échanges, et cette simple hypothèse montre quelle portée peut avoir l'étude de ces échanges par permutations réversibles chez les êtres vivants.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur les relations qui existent entre la présence du magnésium dans les feuilles et la fonction d'assimilation.* Note de M. G. **André**, présentée par M. A. Gautier.

On sait que la chlorophylle brute, extraite des feuilles par l'alcool ou l'essence de pétrole, fournit toujours, quand on la chauffe pour détruire

(1) H. Devaux, *Comparaison des pouvoirs absorbants des parois cellulaires et du sol pour les sels dissous* (*Proc.-Verb. de la Soc. des Sc. physiques et naturelles de Bordeaux*, janvier 1904).

toute matière organique, une certaine quantité de cendres dans la composition desquelles prédomine le phosphate de magnésium. Ce fait a été mis d'abord en évidence par M. A. Gautier (1), puis par Hoppe-Seyler (2). Les travaux plus récents de M. Willstätter et de ses élèves (3) ont montré aussi que le magnésium était le seul élément fixe faisant partie de la molécule de la chlorophylle, et M. Mameli a fait voir enfin, il y a peu de temps (4), que la quantité du pigment qui se forme dans les organes assimilateurs est en rapport avec le poids de magnésium administré à la plante.

I. Si le magnésium joue dans la molécule de la chlorophylle un rôle si particulier, on doit s'attendre à trouver que le poids de cet élément sera d'autant plus élevé que, chez les feuilles d'où on l'aura extrait, le phénomène assimilateur aura acquis sa plus grande intensité. Je prélève donc, à divers moments de la végétation, un certain nombre de feuilles de l'extrémité des branches des essences suivantes : marronnier d'Inde, lilas, châtaignier, que je sèche dans le vide sec. La matière est pulvérisée, puis épuisée à chaud par l'éther d'abord, par l'alcool ensuite. Dans le produit de cet épuisement, je dose le magnésium et le phosphore. Le dosage de ce dernier corps présente un certain intérêt, car si le phosphore n'entre pas dans la constitution de la chlorophylle — bien que l'opinion contraire ait été défendue autrefois par Gautier et Hoppe-Seyler — on le rencontre dans la molécule des lécithines et des nucléines qui forment le substratum incolore sur lequel se fixe le pigment vert et dont le rôle, dans l'assimilation, est probablement capital. Dans le Tableau ci-contre, dont les chiffres se rapportent à 100^g de matière séchée dans le vide, figurent les poids de phosphore (calculé en PO^4H^3) et de magnésium (calculé en MgO) contenus, aux époques indiquées : 1° dans la partie de la substance des feuilles qui s'est dissoute dans l'éther et l'alcool; 2° dans la partie qui ne s'est pas dissoute. A côté de ces chiffres, nous inscrivons les rapports entre le phosphore *organique* et le phosphore *résiduel*, entre le magnésium *organique* et le magnésium *résiduel*. Sous le nom de magnésium *organique*, nous comprendrons celui qu'entraînent l'éther et l'alcool, ainsi qu'il a été dit plus haut, sans prétendre cependant que la totalité de ce magnésium appartienne à la molécule seule de chlorophylle.

---

(1) *Comptes rendus*, t. 89, 1879, p. 861; *Bull. Soc. chim.*, t. 32, 1879, p. 499.

(2) *Zeits. f. physiol. Chem.*, t. 3, 1879, p. 339.

(3) *Untersuchungen über Chlorophyll*. Berlin, 1913.

(4) *Rendiconti Atti della reale Accademia dei Lincei*, 1915.

Dates. 1914.	Dans la partie soluble dans l'éther et l'alcool.		Dans la partie insoluble dans l'éther et l'alcool.		Rapports (pour 100).	
	PO^4H^3.	MgO.	PO^4H^3.	MgO.	$\frac{PO^4H^3 \text{ organique}}{PO^4H^3 \text{ résiduel}}$.	$\frac{MgO \text{ organique}}{MgO \text{ résiduel}}$.
			Marronnier d'Inde.			
9 avril....	0,0783 g	0,0270 g	1,9009 g	0,3275 g	4,1	8,2
21 avril....	0,0800	0,0442	1,6200	0,4266	4,9	10,3
4 mai.....	0,1400	0,0620	1,1360	0,5109	12,3	12,1
26 mai.....	0,1062	0,0560	0,7348	0,4197	14,4	13,3
30 juin....	0,0900	0,0460	0,7162	0,4177	12,5	11,0
28 juillet...	0,0640	0,0480	0,7938	0,4638	8,0	10,3
			Lilas.			
19 avril....	0,0950	0,0307	1,5170	0,2293	6,2	13,3
3 mai.....	0,1050	0,0400	1,0000	0,2290	10,5	17,4
24 mai.....	0,1000	0,0312	0,6927	0,2345	14,4	13,3
5 juillet...	0,0966	0,0329	0,6180	0,2377	15,6	13,8
28 juillet...	0,0642	0,0278	0,6945	0,2415	9,2	11,5
			Châtaignier.			
26 avril....	0,0700	0,0345	0,9800	0,4150	7,1	8,3
10 mai.....	0,0766	0,0320	0,7556	0,3559	10,1	8,9
14 juin...	0,0475	0,0310	0,5125	0,3442	9,2	9,0
28 juillet...	0,0475	0,0237	0,4036	0,3295	11,7	7,2
18 octobre..	0,0312	0,0144	0,5157	0,3695	6,0	3,9

II. Ainsi, le poids absolu du magnésium organique augmente depuis le mois d'avril jusqu'au mois de mai chez les feuilles de marronnier et de lilas. Le maximum est atteint le 4 mai dans le premier cas, le 3 mai dans le second. Au delà de ces dates, ce poids décroît à peu près régulièrement. En ce qui concerne les feuilles de châtaignier, le poids maximum de magnésium se rencontre dès le 26 avril. Si, d'autre part, on prend le rapport entre les poids du magnésium organique et ceux du magnésium résiduel, on trouve que ce rapport atteint son maximum le 26 mai chez les feuilles de marronnier, le 3 mai chez celles du lilas, et seulement le 14 juin chez celles du châtaignier. En supposant qu'à l'époque où ce rapport atteint sa plus grande valeur corresponde, au moins dans l'année considérée ici, l'activité maxima de la fonction d'assimilation, il faut en conclure que cette fonction s'exerce de la façon la plus intense pendant toute la durée du mois de mai

chez le marronnier, au début du mois de mai chez le lilas, et entre la fin de mai et le milieu de juin chez le châtaignier. D'un autre côté, lorsque l'on compare les rapports $\frac{\text{phosphore organique}}{\text{phosphore résiduel}}$ et $\frac{\text{magnésium organique}}{\text{magnésium résiduel}}$, on trouve chez les feuilles de marronnier une concordance satisfaisante entre les maxima de ces deux rapports. Quoique cette concordance soit moins marquée chez les deux autres espèces de feuilles étudiées, il est raisonnable d'admettre que le maximum de l'activité végétale se traduit en même temps par l'élaboration des hydrates de carbone et la production concomitante des composés organo-phosphorés dont l'existence est liée incontestablement à la synthèse chlorophyllienne. Ces expériences méritent d'être reprises ultérieurement sur d'autres espèces végétales.

PSYCHOLOGIE PHYSIOLOGIQUE. — *Variations de la température périphérique du corps pendant les suggestions de chaleur et de froid.* Note [1] de M. **Jules Courtier**, présentée par M. Charles Richet.

J'ai utilisé dans ces expériences le brassard bolométrique de l'énergétomètre de Ch. Henry.

Le brassard employé est constitué d'un tissu élastique sur lequel on a cousu, en spires nombreuses, un fil de ferro-nickel de $0^{mm},2$ de diamètre. Les extrémités du fil étaient reliées, par l'intermédiaire d'une boîte de résistance à pont de Wheatstone, aux bornes d'un galvanomètre de Desprez-d'Arsonval sous une tension de 4 volts.

La valeur de la variation de résistance du bolomètre pour un degré centigrade était de $0^{\omega},224$. On calculait, à chaque application nouvelle de l'appareil sur l'avant-bras du sujet, la valeur du déplacement du spot du galvanomètre pour 1° de température. Le sujet n'était endormi que quand le spot demeurait immobile.

Nous groupons ci-dessous les valeurs numériques, converties en degrés et fractions de degrés centigrades, des déviations du spot constatées pendant des suggestions de chaleur et de froid, au cours de quatre séances d'expérimentation. Dans la notation du temps, les fractions de minute sont exprimées en décimales, et non en secondes.

Effets des suggestions de *chaleur* : — 0°,23 en 2 minutes; — 0°,48 en 2,5 minutes; — 0°,52 en 4 minutes; — 0°,6 en 2.7 minutes; — 0°,6 en 1,5 minute; — 0°,68 en 4,5 minutes; — 0°,8 en 2 minutes; — 1° en 5 minutes.

---

(1) Séance du 3 avril 1916.

Effets des suggestions de *froid :* + 0°,3 en 2,3 minutes; + 0°,46 en 1,8 minute; + 0°,48 en 1,75 minute; + 0°,6 en 2,4 minutes; + 0°,6 en 1,5 minute; + 0°,63 en 1,2 minute; + 0°,8 en 2,7 minutes.

Vitesse moyenne des variations, la minute étant prise pour unité de temps : *chaleur :* — 0°,2; *froid :* + 0°,28.

On est frappé par le sens de ces variations. A l'état normal, chez un individu qui éprouve la *sensation de froid*, le rayonnement calorique diminue sous l'influence d'une vaso-constriction périphérique. Nous voyons, au contraire, pendant les *suggestions de froid*, le bolomètre indiquer une plus forte émission thermique. A l'état normal, pendant la *sensation de chaleur*, le rayonnement calorique augmente sous l'influence d'une vaso-dilatation périphérique. Pendant les *suggestions de chaleur*, nous voyons le bolomètre indiquer une émission thermique moindre.

Ces suggestions ne paraissaient donc pas s'accompagner des réflexes vaso-moteurs de défense de l'organisme. Tout semblait, au premier abord, se passer comme si elles se réalisaient : pour le froid, par une déperdition calorique plus grande; pour la chaleur, par une déperdition plus faible, relevant graduellement la température. Comment expliquer ces phénomènes?

Pour éclairer ces questions, nous avons enregistré la respiration du sujet, et, avec l'appareil pléthysmographique d'Hallion et Comte, le pouls total de sa main droite, le brassard bolométrique demeurant fixé sur son avant-bras droit.

Pendant les suggestions de chaleur, il s'est produit un ralentissement de la respiration. Des inspirations profondes et des pauses expiratoires prolongées ont déterminé des vaso-constrictions. Pendant les suggestions de froid, pas de vaso-constrictions, mais une accélération respiratoire et une augmentation du tonus musculaire manifestée par des tressaillements des doigts.

Nous constations donc que ces *suggestions ne provoquaient pas les réflexes vaso-moteurs de régulation thermique*, mais que leur action était, de par ailleurs, semblable à celle des sensations de même genre.

Les modifications des fonctions respiratoires et musculaires retentissant sur la thermogenèse et sur les conditions locales d'irrigation sanguine, on saisit les causes des phénomènes observés.

Nous ferons remarquer à quel point sont imprévus, d'une part, l'abaissement thermique périphérique pendant la suggestion de chaleur; d'autre part, l'élévation thermique périphérique pendant la suggestion de froid. Cela nous indique nettement que pendant l'impression (réelle ou suggérée)

de froid les combustions augmentent, et qu'elles diminuent pendant l'impression (réelle ou suggérée) de chaleur. En l'absence de réactions vasomotrices de défense, les variations observées de la température périphérique correspondent à des variations de la température centrale.

HISTOLOGIE. — *Relations de la névroglie avec l'appareil vasculaire chez les Invertébrés.* Note [1] de M. J. **Havet**, présentée par M. Henneguy.

Ces relations sont connues chez les Vertébrés. Cajal et Achúcarro les ont démontrées, dans leur ensemble. Elles sont inconnues chez les Invertébrés. Nous les avons établies pour quelques-uns d'entre eux.

Cette Note contient quelques résultats obtenus chez les Vers (*Lumbricus agricola* et chez les Gastéropodes (*Helix hortensis*).

Au préalable, deux questions devaient être éclaircies : celle de l'existence de tissu névroglique véritable, et celle de l'existence de vaisseaux bien constitués au sein du système nerveux central et périphérique de ces animaux. Les auteurs sont en désaccord sur ces points.

I. Existence de cellules névrogliques, en nombre considérable, dans les centres nerveux, dans toutes les parties de la chaîne nerveuse des Vers, dans les ganglions des Gastéropodes. — Chez les Vers on distingue deux sortes de cellules névrogliques :

1° *Des cellules névrogliques protoplasmiques.* — Le chlorure d'or de Cajal les met en évidence. Leur structure est alvéolaire et granuleuse. Les granules sont nombreux, surtout au niveau des prolongements. Ils sont plus clairsemés autour du noyau. Ils ont une coloration bleue, à reflets rougeâtres.

2° *Des cellules névrogliques fibreuses.* — De contours indécis, elles possèdent des granules ressemblant aux mitochondries et des fibrilles semblables à celles des Vertébrés.

Ces cellules apparaissent surtout par la méthode d'Achúcarro.

II. Cellules névrogliques dans les nerfs. — 1° *Cellules névrogliques protoplasmiques.* — Allongées dans le sens de la longueur du nerf; plus ou moins

---

(1) Séance du 3 avril 1916.

ramifiées; présentant la même structure que les cellules névrogliques protoplasmiques des centres.

2° *Cellules névrogliques fibreuses.* — Allongées, à contour peu précis, à protoplasme granuleux, possédant des fibrilles plus ou moins épaisses, un peu sinueuses, disposées en faisceaux.

III. Vaisseaux. — 1° Il existe de très nombreux vaisseaux flexueux, disposés deux à deux, dans toutes les parties de la chaîne nerveuse des Vers, dans la partie périphérique, dans la zone des cellules nerveuses ganglionnaires et dans la substance ponctuée de Leydig.

2° On observe aussi de nombreux vaisseaux dans les nerfs.

Ces vaisseaux apparaissent surtout par l'emploi de la méthode d'Achúcarro. La méthode au chlorure d'or les fait apparaître beaucoup moins bien. La triple coloration (fuchsine, picro-indigo, carmin) les met aussi bien en évidence.

IV. Relations entre les vaisseaux et les cellules névrogliques. — 1° *Dans les centres.* — Les cellules névrogliques protoplasmiques sont en relation intime avec la paroi des vaisseaux. Le corps de ces cellules et quelques-uns de leurs prolongements sont accolés aux vaisseaux; ou bien un prolongement de ces cellules, souvent le plus volumineux, se termine sur la paroi des vaisseaux, de telle manière qu'à proximité du vaisseau le prolongement s'épaissit et s'élargit: ou bien il se divise en deux parties qui suivent la paroi vasculaire. Cela rappelle les pieds vasculaires observés chez les Vertébrés supérieurs.

Les cellules névrogliques fibreuses ont souvent leur corps cellulaire en contact avec la paroi des vaisseaux; leurs fibrilles sont simplement en contact avec elle, et lui forment quelquefois comme une sorte d'enveloppe.

2° *Dans les nerfs.* — Les cellules névrogliques protoplasmiques sont en contact par leurs corps et leurs prolongements avec la paroi des vaisseaux. Nous n'avons pas observé ici de pieds vasculaires. Les cellules névrogliques fibreuses avec leurs fibrilles forment comme une sorte de manchon léger autour des vaisseaux. Le protoplasme de ces cellules est granuleux.

V. Relations entre les cellules névrogliques et les cellules nerveuses. — Les cellules névrogliques protoplasmiques et fibreuses enveloppent pour ainsi dire chaque cellule nerveuse ganglionnaire. Les corps de ces cellules,

leurs prolongements, les fibrilles névrogliques sont comme accolés aux cellules nerveuses.

On peut observer fréquemment des cellules névrogliques en relation, d'un côté, avec les cellules nerveuses, et, de l'autre, avec les vaisseaux situés à proximité.

Cette étude a été faite au moyen de la méthode au chlorure d'or de Cajal, et de celle d'Achúcarro. Nous ne pouvons en donner pour le moment qu'un extrait très sommaire. Nous la publierons, *in extenso*, en des temps meilleurs.

BACTÉRIOLOGIE. — *Contribution à l'étude de l'immunité.* Note (1) de M. F. d'Herelle, présentée par M. Roux.

Le *Bacillus typhi murium* appartient au groupe des paratyphiques, il est naturellement pathogène pour les muridées : la vaccination de la souris blanche, animal particulièrement sensible, contre la maladie causée par ce bacille offre donc au point de vue théorique un réel intérêt. Il serait trop long d'énumérer les divers travaux qui ont été effectués dans cette voie : tous concluent d'ailleurs à l'impossibilité de vacciner la souris contre la maladie contractée à la suite d'un repas infestant, quel que soit le mode de préparation du vaccin.

Dans une première série d'expériences j'ai également, et sans aucun résultat, essayé l'action de vaccins préparés suivant les divers méthodes préconisées jusqu'à ce jour. Je me suis alors demandé si l'inefficacité des corps de microbes, en tant que vaccins, ne résulterait pas de l'action trop brutale des agents chimiques ou physiques mis en œuvre pour les tuer. Le problème étant posé, il s'agissait de trouver des substances ayant à la fois la propriété de tuer les microbes, de ne pas coaguler les matières albuminoïdes et de ne pas inactiver les toxines, permettant ainsi d'obtenir un vaccin constitué par des corps de microbes jouissant de toutes les propriétés des microbes vivants, sauf la vie. Certains alcaloïdes, et surtout les essences, me parurent de nature à résoudre le problème.

Corps de microbes tués par la quinine. — Les bacilles de la maladie des souris sont tués en 48 heures quand on les met en suspension dans une solution de

(1) Séance du 3 avril 1916.

chlorhydrate de quinine à 1 pour 100; ils constituent alors un vaccin réel, mais d'une efficacité relative : la majeure partie des souris ayant reçu trente millions de germes tués en trois injections résistent à une dose sûrement mortelle de culture virulente administrée *per os*; elles succombent toutes après avoir ingéré quatre doses.

Corps microbiens tués par les essences. — En 1891, dans un Mémoire sur l'immunité, le Dr Roux a préconisé l'emploi des essences pour la stérilisation des cultures en milieu liquide de la bactéridie charbonneuse dans le but d'étudier les propriétés vaccinantes des produits solubles sécrétés par ce microbe. Dans ce Mémoire il définit ainsi les propriétés des essences : « Les produits microbiens sont souvent très altérables; si quelques-uns supportent des températures élevées, il en est d'autres qui sont déjà modifiés à 50°, température impuissante à tuer sûrement les microbes.... Les bactériologistes sont souvent embarrassés pour savoir si un liquide contient de ces corps délicats que les manipulations détruisent.... Un procédé qui nous a réussi consiste à tuer les microbes par des essences. Celles-ci n'altèrent point les matières albuminoïdes ni les diastases et elles ont un pouvoir antiseptique énergique. »

On n'a, je crois, jamais essayé le pouvoir vaccinant de corps de microbes tués par les essences. La maladie des souris causée par le *B. typhi murium*, type B de Danysz, était toute indiquée pour former la préface d'une étude de ce genre que je me propose d'étendre à d'autres microbes pathogènes.

Le mode de préparation du vaccin a été le suivant : une culture de 20 heures sur gélose est mise en suspension dans 10^{cm^3} d'eau physiologique saturée d'essence de moutarde; l'émulsion microbienne est ensuite placée en tube scellé : elle est stérile après 3 ou 4 jours. L'émulsion est alors diluée de manière à obtenir le titre désiré.

J'ai vérifié que les essences de canelle de Ceylan et de Chine, d'ail, de thym, d'origan, de girofle, donnaient également des vaccins actifs.

La virulence du *B. typhi murium*, employé tant pour la préparation des vaccins que pour les épreuves d'infestation des souris vaccinées, a toujours été trouvée sensiblement constante au cours des essais : l'ingestion d'une dilution correspondant à $\frac{1}{1000}$ de centimètre cube d'une culture en bouillon de 24 heures a toujours constitué une dose mortelle.

Les nombreuses expériences effectuées me permettent de formuler les conclusions suivantes :

I. Une injection unique de corps de microbes tués par l'essence de moutarde, à la dose de $\frac{1}{2}$ à 10 millions de germes, hypervaccine la souris.

4 souris ayant reçu une injection de 5 millions de corps microbiens résistent à des doses répétées de $\frac{1}{10}$ de centimètre cube de culture en bouillon administrées *per os*, soit plus de cent doses sûrement mortelles, les témoins mourant après l'ingestion de $\frac{1}{4000}$ de centimètre cube.

6 souris ayant reçu une injection vaccinante de 500000 germes résistent à des ingestions répétées de $\frac{1}{10}$ de centimètre cube de culture virulente.

II. L'injection vaccinante doit être, en valeur absolue, plus forte chez la jeune souris que chez l'adulte pour produire une immunité de même ordre.

4 souris âgées de 20 jours ayant reçu une injection vaccinante de 500000 germes résistent toutes à une dose mortelle, 3 résistent à une ingestion de $\frac{1}{100}$ de centimètre cube de culture; deux de ces dernières résistent à une première dose d'épreuve de $\frac{1}{10}$ de centimètre cube, mais meurent après une seconde.

III. Une injection préalable d'une quantité de germes supérieure à 10 millions ne confère pas à la souris une immunité solide : l'immunité semble être alors sensiblement en raison inverse du nombre de germes injectés.

4 souris ayant reçu une injection vaccinante de 15 millions de germes résistent à une épreuve faite avec $\frac{1}{100}$ de centimètre cube de culture, une seule résiste à $\frac{1}{10}$ de centimètre cube.

4 souris ayant reçu une injection vaccinante de 30 millions de germes résistent à l'ingestion de $\frac{1}{1000}$ de centimètre cube; elles ne résistent pas à $\frac{1}{100}$.

IV. Une injection préalable de 150000 germes ne confère aucune immunité.

V. Des injections successives de doses fortes de vaccin ne confèrent aucune immunité.

8 souris ayant reçu à 10 jours d'intervalle trois injections vaccinantes respectivement de $\frac{1}{2}$, 5 et 50 millions de germes meurent toutes après l'ingestion de $\frac{1}{1000}$ de centimètre cube de culture virulente.

4 souris ayant reçu 150000 germes et 15 jours plus tard 30 millions meurent toutes après avoir ingéré $\frac{1}{1000}$ de centimètre cube de culture virulente.

En résumé, les corps de microbes tués par les essences, l'essence de

moutarde en particulier, constituent des vaccins réels capables d'immuniser un animal contre une maladie à laquelle il est naturellement sensible : en l'espèce la souris contre la maladie causée par le *B. typhi murium* type B. Une seule injection vaccinante est suffisante pour conférer une immunité solide permettant à l'animal de résister à l'ingestion de plusieurs centaines de doses mortelles de bacilles virulents. Une injection unique ou des injections répétées d'un nombre de germes tués trop considérable ne confèrent qu'une immunité relative ou ne confèrent même aucune immunité si l'on dépasse une certaine dose.

CHIRURGIE. — *Plaie du cœur par balle de shrapnell. Projectile intra-ventriculaire droit. Cardiotomie et extraction du projectile. Guérison.* Note de M. **Maurice Beaussenat**, présentée par M. Dastre.

Le 4 mai 1915, j'ai présenté à l'Académie de Médecine ([1]) un blessé à qui j'avais extrait, par cardiotomie, un éclat de grenade libre dans le ventricule droit. Ce cas était unique et démontrait, outre la tolérance parfois grande du cœur pour les corps étrangers, que la cardiotomie exploratrice était justifiée dans les corps étrangers intra-cardiaques, qu'on pouvait en espérer le succès, et que la guerre actuelle pouvait offrir l'occasion d'avoir à utiliser cette notion nouvelle.

Cette occasion s'est présentée une deuxième fois pour moi et j'en apporte aujourd'hui un nouveau cas. Il ne semble pas qu'il en ait été publié d'autres jusqu'à ce jour. C'est ce même cas auquel le radiographe Infroit a fait allusion dans sa Communication à l'Académie de Médecine du 14 septembre 1915 (100 localisations de projectile par le compas radiochirurgical), mais en situant à tort le projectile dans l'oreillette droite, alors qu'il était dans le ventricule droit.

Voici cette observation :

Le caporal D..., 31 ans, 351e d'infanterie, blessé le 7 septembre 1914, aux Éparges, au cours d'une charge à la baïonnette, tombe aussitôt et perd connaissance. Revient à lui 24 heures plus tard dans une ambulance où il a été pansé de « plaies de la partie latérale gauche du thorax au niveau de la 7e côte et d'où l'on a extrait un morceau de cuir ». Hospitalisé à Verdun le 9 septembre, il en sort le 21 après un examen radiographique négatif, et avec le diagnostic de « péritonite ». Évacué sur Clermont-Ferrand, il y reste du 23 septembre au 11 janvier, et il en sort avec un congé de convalescence de 3 mois, avec le diagnostic de « péritonite en voie de guérison ».

([1]) *Bulletin de l'Académie de Médecine*, t. 73, p. 554.

Pendant son séjour à Paris, les accidents abdominaux reparaissent et il se présente à la Place qui l'hospitalise à l'hôpital auxiliaire 259. Le diagnostic d'appendicite subaiguë s'impose, et bien que le malade se plaigne « de ne pouvoir faire trois pas sans s'arrêter pour reprendre du vent », on n'attache qu'une importance relative à son oppression, à sa dyspnée d'effort, à sa tachycardie, en raison des accidents péritonéaux relativement sérieux qu'il présente. Ceux-ci s'étant un peu amendés, D... est évacué sur l'hôpital auxiliaire 147, et y est opéré d'appendicite le 18 avril, par le Dr Beaussenat. Le chloroforme a été très mal toléré, il y a eu plusieurs menaces de syncope, dont une particulièrement émouvante, et l'opération a dû être effectuée en grande partie sans anesthésie. Les suites ont été banales, et le douzième jour, le blessé revenait à l'hôpital 259. Là les symptômes ayant complètement disparu, on s'aperçoit que D... accuse et présente toujours des accidents thoraciques inquiétants : dyspnée d'effort, respiration courte, difficulté de la marche, décubitus horizontal presque impossible et donnant lieu à des palpitations. Mais il n'y a pas de signes stéthoscopiques notables. Trois examens radioscopiques, pratiqués par le Val-de-Grâce, concluent à la présence d'une balle de shrapnell, dans la région précordiale, animée de mouvements synchrones aux battements du cœur, et peut-être intra-péricardique.

Après un dernier examen radiographique, et un nouveau repérage par M. Infroit, le malade est évacué le 7 septembre sur l'hôpital 147, pour y être opéré de ce projectile.

L'intervention est pratiquée par le Dr Beaussenat, le 8 septembre. Anesthésie chloroformique par le Dr Borne.

En voici les divers temps opératoires :

1° *Thoracotomie large* par taille d'un volet, à charnière externe et mise à nu du péricarde.

2° *Ouverture verticale et exploration du péricarde.* — Celui-ci contient beaucoup de liquide un peu plus teinté que normalement, mais on n'y note aucune adhérence, et le projectile n'y est pas.

3° *Exploration méthodique du cœur.* — La balle est découverte dans le *ventricule droit*, au voisinage de la pointe. La paroi ventriculaire glisse aisément sur elle.

4° *Cardiotomie et extraction du projectile.* — Le cœur est extériorisé hors du péricarde, et son sommet est solidement saisi et pincé entre l'index et le médius gauche qui refoulent, emprisonnent et immobilisent vers la pointe le projectile. Deux fils de soie sont alors passés en anse, dans l'épaisseur du ventricule droit, dans le sens de son grand axe, parallèlement, et distants l'un de l'autre de 1^{cm} environ. L'anse la plus interne avoisine le sillon interventriculaire. Ces anses me permettent de maintenir la pointe du cœur plus extériorisée et de l'immobiliser un peu mieux. Je commande à mon aide de les écarter l'une de l'autre, et, de ce fait, la paroi ventriculaire se trouve soulevée et tendue. J'incise alors cette paroi au bistouri, prudemment, entre mes deux anses de fil à 1^{cm} à peine du sillon interventriculaire, au niveau même du projectile que je me hâte de saisir et d'extraire. C'est une balle de shrapnell.

L'hémorragie qui se produit alors est formidable. Mais elle est rapidement modérée par mon index et mon médius gauche qui n'ont pas abandonné l'organe et auquel le pouce vient aider en oblitérant l'orifice, cependant que les fils, passés en anse, écartés l'un de l'autre, il n'y a qu'un instant, sont ramenés l'un vers l'autre et entre-croisés.

5° *Suture du ventricule.* — Elle est faite à la soie, à points séparés (5 points) et très facilitée par l'entre-croisement des fils en anse. Ceux-ci sont ensuite liés ensemble et vont la renforcer.

Pendant cette dernière manœuvre, l'opérateur est constamment éclaboussé de sang, non pas tant par celui que le cœur déverse encore et qui est en réalité peu considérable, que par celui déjà épanché dans le péricarde et dans la brèche thoracique et que le cœur chasse au loin à chaque contraction.

6° *Toilette et suture en surjet du péricarde.*

7° *Rabattement et suture du volet thoracique.* — Pas de drainage.

Suites opératoires. — Les suites immédiates ont été très pénibles et très inquiétantes. Pendant les six premiers jours, en effet, l'agitation a été extrême avec délire, angoisse précordiale, pouls très fréquent (120), tantôt petit et inégal, tantôt intermittent. A l'auscultation, il semblait qu'il y avait dissociation dans la contraction des deux ventricules. Un petit hématome de la paroi a donné lieu dès le troisième jour à une douleur précordiale très aiguë, qui a cessé par la désunion de la plaie au niveau d'un fil.

Enfin, il y a eu au moins trois embolies pulmonaires, toutes peu importantes d'ailleurs.

Malgré tous ces incidents, dès le quinzième jour, on pouvait considérer le malade comme hors de danger.

A noter cependant qu'il a fait, au bout d'un mois et demi, un abcès de la région lombaire droite, dont la pathogénie a échappé, et qui peut-être reconnaît aussi pour cause une embolie. Cet abcès a dû être incisé, et la suppuration en a été assez longue.

Actuellement l'état général est parfait et le malade n'accuse qu'une légère dyspnée quand il marche vite. A l'auscultation, le cœur paraît normal.

A 16 heures et demie, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 17 heures et quart.

A. Lx.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans les séances de février 1916.

Notice biographique sur Charles Bouchard (1837-1915), par L. Landouzy. Extrait de la *Revue de Médecine*, 34e année, nos 8-9, p. 553-558. Paris, Alcan, 1916; 1 fasc. in-8°. (Présenté par l'auteur.)

Le Cinquantenaire, à l'Académie de Médecine, de la démonstration expérimentale, par J.-A. Villemin, de la virulence spécifique et contagieuse de la tuberculose, par L. Landouzy. Extrait de *La Presse médicale* (n° 60, du 9 décembre 1915). Paris, Masson et Cie, 1915; 1 fasc. in-8°. (Présenté par l'auteur.)

Résultats des campagnes scientifiques accomplies sur son yacht par Albert Ier, Prince souverain de Monaco, publiées sous sa direction avec le concours de M. Jules Richard. Fascicule XLVII : *Mollusques euptéropodes* (*Ptéropodes Thécosomes*), *provenant des campagnes des yachts* Hirondelle *et* Princesse-Alice (1885-1913), par A. Vayssière. Imprimerie de Monaco, 1915; 1 vol. in-4°. (Présenté par S. A. S. le Prince de Monaco.)

The danish Ingolf-Expedition, Vol. III, Part 4; contents : Carl With, *Copepoda I*. (Published at the cost of the Government by the Direction of the Zoological Museum of the University.) Copenhagen, H. Hagerup, printed by Bianco Luno, 1915; 1 vol. in-4°.

Un projet d'atlas de la France. L'Institut géographique et statistique d'Espagne, par E. Doublet. Extrait de la *Revue philomathique de Bordeaux et du Sud-Ouest*. XVIIIe année, nos 5 et 6, 1915. Bordeaux, Gounouilhou; 1 fasc. in-8°. (Présenté par M. G. Bigourdan.)

Nova Caledonia. Recherches scientifiques en Nouvelle-Calédonie et aux Iles Loyalty, publiées sous la direction de Fritz Sarasin et Jean Roux. A. *Zoologie*, Vol. II, liv. II. Wiesbaden, C. W. Kreidels Verlag, 1915; 1 vol. in-4°. (Présenté par M. Edmond Perrier.)

(*A suivre.*)

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 17 AVRIL 1916.

PRÉSIDENCE DE M. CAMILLE JORDAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie qu'en raison des fêtes de Pâques la prochaine séance hebdomadaire aura lieu le mardi 25 avril au lieu du lundi 24.

M. le **Président** annonce à l'Académie le décès de M. *Jules Gosselet*, Membre non résident.

M. **A. Lacroix** donne lecture d'une *Notice nécrologique* sur M. Jules Gosselet.

Les circonstances tragiques qui ont entouré la mort de M. **Gosselet** augmentent encore, si possible, les regrets que l'Académie éprouve de la perte du vénérable savant qu'elle avait tenu à faire figurer sur sa première liste de Membres non résidents, après l'avoir élu Correspondant dans la Section de Minéralogie en 1885.

Quand les Allemands menacèrent Lille, Gosselet, malgré son grand âge, pensa que son devoir l'attachait à cette Faculté des Sciences qu'il avait illustrée par ses travaux et par l'éclat de son enseignement, qu'il avait habilement administrée pendant plusieurs années. Il ne voulut pas quitter non plus les riches collections géologiques, image fidèle de la constitution du sol du nord de la France, qui ont été réunies et classées par lui et par ses élèves, au premier rang desquels se place notre confrère, M. Ch. Barrois. Non seulement il resta dans Lille occupée, mais chaque jour, il se rendait au travail dans son ancien laboratoire, donnant ainsi à l'en-

nemi le fier exemple d'un savant français, sans peur et sans reproche, continuant son labeur au milieu du danger et des pires calamités, avec un courage stoïque et une invincible confiance dans les destinées de la Patrie meurtrie. C'est à ce poste d'honneur qu'il est tombé. Au mois de janvier l'explosion d'une poudrière ayant atteint le Musée Gosselet, notre confrère s'appliqua à réparer le dommage et, dans ces locaux non chauffés, il contracta la maladie qui l'a emporté (20 mars).

C'est avec une douloureuse émotion que les géologues français voient disparaître leur doyen : ils se plaisaient à posséder au milieu d'eux ce vieillard aux yeux pétillants d'intelligence dont le visage, auréolé de neige, respirait la bienveillance et trahissait la vivacité de l'esprit. Prenant volontiers la parole dans leurs discussions, il leur donnait l'exemple de l'enthousiasme pour tout ce qui touche à la Science et aussi l'exemple de l'endurance sur le terrain. Il était parmi eux le dernier représentant de cette génération qui put encore connaître quelques-uns des plus illustres créateurs de la Géologie française et entendre les derniers échos des luttes si vives qui eurent lieu au sein de notre Académie et de la Société géologique de France pour l'établissement de doctrines fondamentales. Il a d'ailleurs esquissé, d'une plume alerte, cette histoire de la Géologie en France au cours de la première partie du XIXe siècle dans un livre attachant, consacré à son maître, Constant Prevost.

Jules Gosselet est né à Cambrai le 19 avril 1832; il débuta dans l'enseignement à 20 ans comme professeur de Mathématiques au collège du Quesnoy. En 1853, il est préparateur de Géologie à la Sorbonne, où il reste sept ans; il est alors nommé professeur de Physique et de Chimie au lycée de Bordeaux, puis, après un court stage à la Faculté des Sciences de Poitiers, il devient professeur titulaire à la Faculté des Sciences de Lille, le 21 décembre 1864, lors de la création de la chaire de Géologie et de Minéralogie, il l'a quittée seulement en 1902, quand eut sonné l'heure de la retraite qui fut dure au géologue dont la verte vieillesse avait conservé l'activité intellectuelle et physique de ses jeunes années; il était depuis six ans doyen de la Faculté des Sciences.

A son arrivée à Lille, Gosselet n'avait trouvé ni laboratoire, ni collections, ni élèves; tout était à créer et, de ce néant, il a fait surgir le centre géologique le plus fécond de la France provinciale. Les 50 Volumes publiés par la Société géologique du Nord, dont il a été le fondateur, sont entièrement remplis par ses écrits et par ceux de ses élèves dont beaucoup sont devenus à leur tour des maîtres; on y remarque sa constante préoc-

cupation de traiter et de faire traiter avec une égale prédilection les recherches de Géologie pure et celles de Géologie appliquée. Dans la région où s'est déroulée sa longue carrière, il a été un véritable bienfaiteur par la multiplicité des services qu'il a rendus à l'industrie et à l'hygiène publique. La manifestation qui a accompagné, en 1902, la fête de son cinquantenaire scientifique a montré à quel point ses concitoyens avaient la conscience et la reconnaissance des services qu'il leur a rendus.

L'une des caractéristiques de l'œuvre scientifique de Gosselet est qu'elle a été entièrement consacrée à l'étude géologique, considérée sous tous ses aspects, du nord de la France et des contrées avoisinantes. Elle est riche en découvertes intéressant la géologie locale, mais elle comprend aussi beaucoup de résultats d'une grande portée théorique.

Son œuvre capitale est ce livre monumental, *L'Ardenne*, luxueusement édité par le Service de la Carte géologique de France dont il a été l'un des collaborateurs les plus actifs et les plus autorisés et pour lequel il a levé huit feuilles au $\frac{1}{80000}$. Dans cet Ouvrage, il a condensé le résultat d'une longue suite de recherches commencées, dès 1853, par une étude du calcaire d'Etroeungt, dans lequel il montra, contrairement aux idées alors généralement admises, le passage insensible entre les faunes de deux étages, le Dévonien et le Carbonifère. De cette Ardenne franco-belge, dernier témoin d'une chaîne de montagnes en grande partie arasée, se prolongeant par le Boulonnais et le Devonshire sous forme d'îlots entourés par des terrains secondaires et tertiaires (qui, eux aussi, ont été de sa part l'objet de multiples recherches), il a fait une monographie complète, la considérant au point de vue tectonique, stratigraphique, paléontologique. Grâce à lui, elle est devenue terre classique pour la connaissance des formations paléozoïques et pour celle du métamorphisme général, auquel il attribuait une origine mécanique.

Les nombreux problèmes que soulève la recherche de la houille dans le riche bassin du Nord ont préoccupé Gosselet pendant toute sa vie; ils lui ont fourni l'occasion de l'une de ses plus importantes découvertes. Il a pu démontrer l'existence, à travers les restes de la chaîne ancienne ensevelie sous les sédiments plus récents, d'une grande cassure souterraine, orientée de l'Est à l'Ouest, plongeant vers le Sud suivant un plan incliné; il a expliqué comment les couches du bord méridional du bassin houiller, renversées sur celles de la bordure nord, ont été poussées par des forces tangentielles sur ce plan incliné : il regardait le massif ardennais tout entier, comme s'étant déplacé de plusieurs kilomètres pour venir recouvrir une partie du

bassin houiller, dont les limites réelles doivent être recherchées plus au Sud sous les grès rouges; des sondages entrepris par de grandes compagnies sont venus confirmer cette hypothèse et ont amené la création de nouvelles concessions minières au sud du Pas-de-Calais. On sait quelle devait être plus tard la fortune de cette théorie des charriages et il n'est pas hors de propos de rappeler le témoignage éclatant que Marcel Bertrand a rendu au précurseur que fut Gosselet en écrivant dans son Mémoire sur les Alpes de Glaris : « J'ai essayé simplement d'étendre aux Alpes l'explication si simple et si rationnelle que M. Gosselet a donnée pour le Nord. »

La discussion des résultats fournis par les travaux de mines et par les sondages industriels, qui fourmillent dans le nord de la France, ont conduit Gosselet à montrer la nécessité, dans les études géologiques, de représenter par des courbes de niveau, sur des séries de cartes à grande échelle, la topographie des surfaces de séparation des divers étages superposés. Pour cette contrée, il est arrivé à cette conclusion inattendue que ces surfaces de séparation ne correspondent pas à des plans parallèles. Quand par deux fois, à la période crétacée, puis à la période tertiaire, la mer vint recouvrir la surface continentale transformée par érosion en pénéplaine hérissée de collines et creusée de vallées (paléocreux), elle respecta cette orographie primitive et combla toutes les dépressions.

Lorsque l'heure viendra de retracer en détail l'œuvre de Gosselet, il faudra rappeler ses travaux sur les phosphates de la Picardie et de l'Artois, ses études des formations modernes de la Flandre, ses observations paléontologiques, ses recherches d'hydrologie, enfin, qui lui ont permis de doter, grâce à des sondages judicieusement situés, les villes du Nord privées d'eau superficielle, de toute celle qui est indispensable à leur active industrie.

Les honneurs, les témoignages d'estime qui ont été prodigués à notre Confrère, aussi bien à l'Étranger qu'en France, n'ont été que la juste récompense d'une longue et noble vie, tout entière consacrée au service désintéressé de la Science et de la Patrie.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Catalyse de l'eau oxygénée en milieu hétérogène. Première partie : considérations générales; expériences avec le mercure.* Note de M. **Georges Lemoine.**

Comme suite à mes recherches sur la décomposition de l'eau oxygénée en présence de l'eau et sur sa catalyse en milieu homogène par les acides et les alcalis (*Comptes rendus*, t. 155, 1912, p. 9, et t. 161, 1915, p. 47),

j'ai étudié sa catalyse en milieu hétérogène. Mes expériences ont porté sur les métaux, les oxydes, le charbon.

CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES.

Dans les systèmes hétérogènes, la décomposition de l'eau oxygénée ne dépend évidemment que de la *surface du catalyseur* ou du moins d'une couche extrêmement mince.

Je rappelle à ce sujet que j'ai observé un dégagement très rapide d'oxygène avec une couche d'argent ayant *seulement* $0^{mm},0002$ *d'épaisseur* (d'après le poids), déposée sur verre par les procédés ordinaires de l'argenture des miroirs (*Comptes rendus*, t. 155, 1912, p. 15).

D'ailleurs l'activité du catalyseur dépend, non seulement de la *grandeur de sa surface*, mais encore de l'*état* de cette surface. C'est ainsi que, dans les belles expériences de MM. Sabatier et Senderens, l'activité du nickel réduit varie avec la manière dont il a été préparé et conservé.

Pour comparer entre eux les différents catalyseurs il convient de se placer dans des conditions matérielles toutes semblables. La plupart des expériences ont été faites avec des tubes de 14^{mm} de diamètre, maintenus à température constante par un bain d'eau, et contenant un poids bien déterminé de catalyseur en présence d'eau oxygénée assez diluée pour éviter une action brutale. Le gaz était recueilli et mesuré sur de la glycérine. Généralement on prenait 30^{cm^3} à 30^{vol} (0,086 de H^2O^2 réelle) d'eau oxygénée de Merk préalablement purifiée par distillation dans le vide.

Puisqu'il s'agit d'une action de surface, c'est surtout au *volume de gaz* dégagé qu'il faut s'attacher plutôt qu'à la proportion d'eau oxygénée décomposée. En effet cette proportion varie suivant la masse de liquide offert à la décomposition, masse dont une très petite partie seulement subit directement l'influence du catalyseur. La situation est toute différente de celle qui a lieu pour la décomposition de l'eau oxygénée diluée sous l'influence de la chaleur seule, décomposition qui se fait dans toute la masse. Précisons cette différence.

Influence de la hauteur de liquide en présence du catalyseur. — Cette question revient à apprécier l'épaisseur de la couche liquide qui intervient dans la décomposition.

On sait que les actions chimiques ne s'exercent qu'à de très petites distances. On peut donc admettre que, si dans les expériences actuelles, la décomposition semble avoir lieu dans toute la masse, c'est parce que la

couche superficielle de liquide en contact avec le catalyseur est incessamment renouvelée par la diffusion du liquide, et *surtout* par le brassage effectué par le dégagement continuel de l'oxygène : dès que la réaction est un peu vive, ce brassage peut rétablir presque instantanément l'homogénéité en renouvelant la couche active de liquide en contact avec le catalyseur. Cette sorte de *conductivité* va être étudiée expérimentalement (¹).

Considérons des quantités égales de catalyseurs placés dans des tubes identiques, mais surmontés de hauteurs inégales d'eau oxygénée.

Si le brassage effectué par le dégagement de gaz était instantané et complet, les volumes de gaz obtenus dans un temps donné seraient proportionnels à ces quantités d'eau oxygénée.

Si au contraire, il n'y avait d'action absolument qu'au contact et que la couche ne fût que très lentement renouvelée, les volumes de gaz, au bout d'un même temps, seraient égaux. On conçoit du reste que, si l'on avait au-dessus du catalyseur une hauteur indéfinie d'eau oxygénée, il ne pourrait pas y avoir de haut en bas un mouvement de liquide assez rapide pour que les couches du dessus se transportent en bas suffisamment vite.

On verra que l'expérience, pour l'ensemble des catalyseurs étudiés, donne généralement un résultat intermédiaire entre ces deux hypothèses extrêmes.

Il résulte aussi de ces considérations que la relation entre la hauteur vraiment active de liquide et le volume de gaz dégagé doit varier avec la concentration d'eau oxygénée : avec de grandes concentrations, la catalyse est très active et le brassage produit par le gaz est très énergique.

Influence des conditions matérielles des expériences. — Elles doivent intervenir dans la discussion des résultats obtenus.

Ainsi l'échauffement peut souvent accélérer le dégagement de gaz lorsque la réaction est assez active et quoique les tubes soient plongés dans une masse d'eau qui les refroidit.

(¹) Études déjà faites sur ces questions : NOYES et WHITNEY, *Zeitschrift für physikalische Chemie*, t. 23, 1897, p. 689. — NERNST, *Traité de Chimie générale*, traduit par Corvisy (1912), 2ᵉ Partie, p. 161 et suiv. — Surtout : HEYMANN, *Zeitschrift für physikalische Chemie*, t. 81, 1912, p. 204. — HAY SAND, *Proceedings of the Royal Society*, t. 74, 1905, p. 356. — SENTER, *Zeitschrift für physikalische Chemie*, t. 52, 1905, p. 737. — BOSELLI, Thèse de doctorat à Paris, 11 mai 1911, et *Journal de Chimie physique* de M. Guye, t. 8, 1910, p. 285; t. 9, 1911, p. 689; t. 10, 1912, p. 3. — MAC SMITH, *Bulletin de la Société chimique*, 5 août 1914, p. 269.

La disposition en morceaux du catalyseur, s'ils sont serrés les uns contre les autres, comme les tas de pierres des routes, peut gêner la décomposition qu'ils exerceraient sur l'eau oxygénée s'ils étaient isolés. C'est pour cela que la quantité de gaz n'est pas pas proportionnelle à la surface du catalyseur tout en augmentant avec elle.

Cette difficulté dans l'explication théorique des phénomènes ne disparaîtrait qu'avec un métal en particules excessivement petites, comme dans les expériences très développées de M. Bredig sur le platine ou l'or colloïdal obtenu pulvérisé par des décharges électriques [1]. Mais alors on s'éloigne des réalités matérielles des expériences faites avec les catalyseurs habituellement employés. C'est cette adaptation aux conditions pratiques que j'ai eu en vue dans le présent travail.

MERCURE ET EAU OXYGÉNÉE.

L'intérêt de ces expériences vient de ce que la surface du catalyseur est bien définie puisqu'il est liquide. Elles ont été faites vers 17° ou 18° avec du mercure extrêmement pur; à cette température l'eau oxygénée prise seule n'éprouve qu'une décomposition insignifiante.

Décomposition rythmique. — I. L'action du mercure sur l'eau oxygénée a déjà occupé M. Bredig et ses élèves. D'après eux, c'est une *catalyse périodique* [2].

M. Bredig place dans un tube à réactif quelques centimètres cubes de mercure et 10^{cm^3} d'eau oxygénée à 10 ou 11 pour 100 (soit 35^{vol}). A la température ordinaire, le mercure se recouvre bientôt d'une pellicule miroitante, et peu après commence la catalyse avec dégagement d'oxygène. Or ce dégagement est intermittent : il cesse de temps à autre, puis reprend et ainsi de suite, d'une façon rythmique pendant 1 heure environ.

M. Bredig et ses disciples ont déduit de ces observations des conséquences philosophiques très générales et très élevées, qui me semblent vraiment démesurées.

II. J'ai répété ces expériences dans des tubes de 16^{mm} de diamètre avec 6^{cm^3} d'eau oxygénée à 106^{vol} (soit 0,28 de H^2O^2) et 3^{cm^3} de mercure.

---

(1) BREDIG et MÜLLER VON BERNECK, *Zeitschrift für physikalische Chemie*, t. 31, 1899, p. 258.

(2) BREDIG et WEINMAYR, *Zeitschrift für physikalische Chemie*, t. 42, 1903, p. 601. — ANTROPOFF, *Ibid.*, t. 62, 1908, p. 513. — LEBEDEFF, *Bulletin de la Société chimique*, t. 3, 1908, p. 68. — STEPHANE LEDUC, *Théorie physico-chimique de la vie*, 1910.

En laissant le tube à l'air libre vers 15°, le dégagement de gaz, d'abord très faible, s'accélère peu à peu : au bout de 12 minutes, on a 43^{cm^3} de gaz et le *rythme* commence : il y a environ 17 soubresauts de liquide par minute; mais peu à peu il s'échauffe et, au bout de 43 minutes, atteint 53°. Corrélativement, le *rythme* s'accélère ; au bout de 22 minutes, il y a environ 60 soubresauts par minute.

En entourant le tube d'eau froide, on maintient la température vers 15° et la décomposition reste plus régulière : le *rythme* correspond alors à peu près à 13 soubresauts par minute.

Production temporaire d'oxyde de mercure. — Cette *catalyse périodique* se rattache à la production temporaire d'oxyde de mercure qui, formant une couche bien visible, d'abord rouge, puis noirâtre, à la surface du mercure, entrave en partie la réaction : il est lui-même bientôt décomposé et alors la réaction reprend. J'ai observé ce fait avec des eaux oxygénées de diverses teneurs.

Teneur de 319^{vol} (0,710 de H^2O^2) : tube non entouré d'eau; coloration d'abord rouge, puis brune : après 3 minutes, le dégagement de gaz produit une effervescence, puis une projection de liquide. Si le tube est entouré d'eau, réaction un peu plus lente : l'oxyde mercurique rouge se forme en abondance en même temps qu'il se dégage du gaz; au bout de 5 minutes, projection de liquides; le résidu est noirâtre.

Avec des teneurs de 300^{vol}, 200^{vol}, 175^{vol} (0,675, 0,480, 0,430 de H^2O^2), mêmes phénomènes. Avec la teneur de 150^{vol} (0,370 de H^2O^2), le tube étant entouré d'eau, peu ou point de coloration rouge, mais dégagement de gaz abondant; la température s'élève de quelques degrés malgré l'eau ambiante.

La formation d'oxyde jaune n'a pas été observée.

Indépendamment de la *décomposition rythmique* qui exige des teneurs un peu spéciales, ces expériences établissent que, dans l'action du mercure sur l'eau oxygénée, il se forme de l'oxyde de mercure [1] qui lui-même se décompose ensuite. On saisit donc nettement le produit temporaire corrélatif de la catalyse.

Décomposition de l'eau oxygénée par l'oxyde mercurique jaune. — Elle résulte d'expériences directes [2].

Avec de l'eau oxygénée à la teneur de 100^{vol} (0,265 de H^2O^2), réaction très vive : très grand dégagement de chaleur, et projection de

---

(1) Les auteurs allemands cités plus haut semblent admettre l'existence d'un peroxyde très instable.

(2) D'après M. Martinon (*Bulletin de la Société chimique*, t. 43, 1885, p. 358), H^2O^2 ne réduirait HgO qu'*en liqueur alcaline* et il se forme Hg^2O.

liquide. Avec la teneur de $30^{vol},9$ (soit 0,086 de H^2O^2), réaction moins vive, mais échauffement après quelques minutes, et l'oxyde devient noir.

Avec la variété rouge d'oxyde mercurique, rien, même après 2 heures.

On peut admettre que dans cette décomposition deux atomes d'oxygène se soudent en une molécule :

$$HgO + H^2O^2 = Hg + H^2O + O^2.$$

Il semble qu'il y ait production intermédiaire de Hg^2O.

Action du mercure sur différents volumes d'eau oxygénée. — J'ai fait des expériences comparatives sur la quantité de gaz dégagée par une même surface de mercure en variant le volume et par conséquent l'épaisseur d'eau oxygénée placée au-dessus de lui.

La température était de 16° à 18°; la décomposition de l'eau oxygénée prise seule y est insignifiante. La teneur était de 30^{vol} à 37^{vol} (de 0,086 à 0,105 de H^2O^2). Avec des teneurs plus élevées, la réaction est trop vive; avec 15^{vol}, elle est trop lente et pas toujours assez régulière. On employait le plus souvent des fioles ou des flacons de 54^{mm} à 55^{mm} de diamètre intérieur, en les entourant d'eau.

Le but de ces déterminations était de donner une idée de l'épaisseur de la couche liquide qui intervient dans la décomposition, comme il a été indiqué plus haut dans les considérations générales. Mais la réalisation expérimentale rencontre plusieurs difficultés. Dans le cas de petites quantités d'eau oxygénée, il se produit un échauffement notable malgré l'eau entourant les flacons, ce qui tend à augmenter le dégagement de gaz. D'autre part, il se forme de petites couches d'oxyde de mercure, ainsi qu'on l'a vu à propos de la *décomposition rythmique*, et elles ne se détruisent pas immédiatement, empêchant souvent un dégagement de gaz bien régulier et continu.

Les circonstances ne m'ont pas permis de développer et de préciser davantage ces expériences, mais les résultats numériques insérés ci-après suffisent pour montrer qu'ils sont intermédiaires entre les deux hypothèses d'une action purement locale sur la surface du catalyseur, ou d'une action s'étendant à toute la masse liquide, par suite du brassage du gaz. En effet, le gaz dégagé par centimètre carré, au bout d'un temps donné, n'augmente pas notablement lorsque l'épaisseur d'eau oxygénée qui surmonte le mercure devient de plus en plus grande.

Gaz (à 15° et 760^{mm}) dégagé au bout d'un même temps en le ramenant à 1$^{cm^2}$ de surface de mercure :

Si V est le volume d'eau oxygénée pour la surface S, l'épaisseur du liquide $\varepsilon = \frac{V}{S}$.

I. *Fioles de* 5^{cm},5 *de diamètre, soit* S = 23$^{cm^2}$,75 *avec* 23$^{cm^3}$ *de mercure à* 16°.

Eau oxygénée à 37^{vol},2 (0,105 de H^2O^2).	V = 12$^{cm^3}$	V = 25$^{cm^3}$	V = 75$^{cm^3}$
Épaisseurs de liquide................	ε = 0^{cm},50	ε = 1^{cm},05	ε = 3^{cm},16
Volume de gaz total possible.........	18$^{cm^3}$,8	39$^{cm^3}$,2	117$^{cm^3}$,4
Volume de gaz après 30 minutes......	**8$^{cm^3}$,3?**	**7$^{cm^3}$,5**	**7$^{cm^3}$,4**
Fraction d'eau oxygénée décomposée..	0,44	0,19	0,06

II. *Flacons de* 5^{cm},36 *de diamètre, soit* S = 22$^{cm^2}$,5 *avec* 23$^{cm^3}$ *de mercure à* 18°.

Eau oxygénée à 30^{vol},9 (0,090 de H^2O^2).	V = 12$^{cm^3}$	V = 25$^{cm^3}$	V = 50$^{cm^3}$
Épaisseurs de liquide................	ε = 0^{cm},53	ε = 1^{cm},10	ε = 2^{cm},20
Volume de gaz total possible..........	16$^{cm^3}$,4	34$^{cm^3}$,2	68$^{cm^3}$,4
Volume de gaz après 30 minutes.......	**6$^{cm^3}$,1**	**6$^{cm^3}$,4?**	**7$^{cm^3}$,7**
Fraction d'eau oxygénée décomposée...	0,37	0,19	0,11

Les volumes de gaz obtenus après 30 minutes (par interpolation entre des nombres très voisins) auraient besoin d'une correction due à l'affaiblissement progressif de la teneur de l'eau oxygénée : on a préféré donner les résultats immédiats de l'expérience.

Vitesse de la réaction. — Sa détermination précise est difficile à cause des discontinuités allant souvent jusqu'à une décomposition rythmique. Cependant, dans quelques expériences avec de l'eau oxygénée à environ 30^{vol} (0,085 de H^2O^2), le dégagement de gaz s'étant effectué sans discontinuités trop notables, la vitesse de la réaction a été voisine de celle qui correspond à la formule monomoléculaire, la même que pour l'eau oxygénée suffisamment diluée :

$$d\frac{y}{p} = k\left(1 - \frac{y}{p}\right)dt,$$

où p est le poids d'eau oxygénée réelle pour 1^g à l'origine et y le poids au temps t.

En résumé, ces expériences montrent la formation d'oxyde de mercure comme produit temporaire corrélatif de la catalyse : on a déjà très souvent admis pour d'autres actions catalytiques l'existence d'un intermédiaire semblable; on le saisit très nettement ici.

Ces expériences montrent aussi que la quantité de gaz dégagé au bout d'un temps donné n'augmente pas indéfiniment avec l'épaisseur de l'eau

oxygénée placée sur le mercure, d'où il résulte que le brassage produit par le dégagement de gaz n'assure pas complètement le renouvellement de la couche liquide active en contact avec le mercure. On retrouvera des faits semblables pour les catalyseurs solides qu'il reste à étudier.

OPTIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur la perception limite des signaux lumineux, produits par des faisceaux tournants de faible divergence, et sur un appareil permettant de comparer des éclats de lumière brefs donnant même quantité d'éclairement en des temps différents.* Note (¹) de M. **André Blondel.**

I. On sait que la sensation limite qui détermine la portée de perception d'une lumière brève dépend à la fois de l'éclairement reçu sur l'œil (éclairement que nous supposerons constant pendant l'impression, pour simplifier) et de la durée t de l'impression (²).

M. Charpentier (³) a constaté, dans certaines circonstances, que la sensation va en augmentant jusqu'à une durée limite d'addition t_l variant de $\frac{1}{8}$ à $\frac{1}{10}$ de seconde; M. Mac Dougall (⁴) a trouvé $t_l = 0,20$ de seconde, et M. Ribière (⁵) a fait voir que, pour les lumières faibles, la sensation continue même à augmenter pendant 1,78 seconde sans atteindre celle du même feu vu à l'état permanent.

Le principe de l'addition de la sensation lumineuse brève et l'existence d'une certaine durée limite étant établis, j'ai montré (⁶) qu'on ne peut rien en conclure d'absolu contre l'emploi des sources de faible diamètre, même en admettant la loi de sensation de Bloch, qui est la moins favorable.

Cependant, par l'effet du phénomène psychologique dit *association d'idées*, la plupart des spécialistes étrangers estiment inutilisable toute source de lumière, dont la divergence naturelle n'est pas suffisante pour donner dans un appareil optique tournant un éclat d'au moins 0,2 à 0,3 seconde.

(¹) Séance du 10 avril 1916.

(²) Pour l'historique, cf. A. Blondel et J. Rey, *Sur la perception des lumières brèves à la limite de leur portée* (*Comptes rendus*, t. 153, 3 juillet 1911, p. 54) et un Mémoire plus détaillé, *Journal de Physique*, juillet-août 1911.

(³) *Comptes rendus de la Société de Biologie*, t. 2, 1887, p. 5.

(⁴) *Journal of Psychology*, vol. I, part 2, 2 june 1904.

(⁵) Ribière, *Phares et signaux maritimes*, p. 15.

(⁶) A. Blondel, *Sur les signaux-éclairs et la perception physiologique des éclats instantanés* (*Proc. of International Maritime Congress*, Londres, 1893, p. 39).

Ils créent ainsi une confusion entre deux problèmes différents : celui des éclats produits par occultation périodique d'une source de lumière brûlant constamment, et celui des éclats produits par rotation d'un appareil lenticulaire de Fresnel. Or dans le premier cas il y a perte de lumière pendant les éclipses, tandis que, dans le second cas, l'appareil joue durant les éclipses le rôle d'un accumulateur de lumière par rapport à l'observateur (1). Ils négligent aussi le fait que si deux sources de lumière produisant le même flux lumineux donnent des divergences différentes, celle qui aura le plus faible diamètre aura forcément une brillance (intensité surfacique) plus grande, capable de compenser, et au delà, la réduction de la durée de son action sur l'œil. Ce fait exige une analyse approfondie.

D'une façon plus générale, supposons qu'on ait affaire non seulement à des sources d'intensité et de brillance différentes, mais encore à des appareils optiques différents, recueillant toute la lumière de la source et lui donnant même concentration dans le sens vertical, mais donnant des faisceaux différents en nombre ou en divergence horizontale. Nous ramènerons la comparaison à la discussion d'une fonction algébrique.

Soient s la sensation lumineuse, I l'intensité lumineuse produite à grande distance dans le plan horizontal par l'appareil optique contenant la source

---

(1) L'association d'idées que font ces ingénieurs se ramène, quand on l'explicite, aux deux phrases suivantes :

« 1° Tout faisceau lumineux produit par un appareil optique tournant, ayant une intensité lumineuse donnée, mais dont la durée de passage devant l'œil peut varier, est perçu avec une intensité d'autant plus grande que la durée d'impression se rapproche davantage de la durée limite d'addition des impressions; 2° donc toute source de lumière qui, placée dans l'appareil optique, ne donne à la durée de perception du faisceau qu'une durée inférieure à la durée limite, doit être rejetée comme mauvaise. »

Ce n'est pas là un raisonnement rentrant dans une des catégories valables en Logique, établies par Aristote et les Scolastiques et résumées sous forme géométrique par les schémas célèbres d'Euler. Pour qu'il y eût syllogisme, il faudrait établir, entre la proposition majeure et la conclusion, la proposition mineure suivante :

« Or toute source de lumière dont le diamètre est trop faible pour donner au faisceau la largeur suffisante à réaliser la durée limite peut être remplacée par une source de même intensité lumineuse surfacique présentant un plus grand volume sans augmentation de dépense d'énergie, ni d'argent. »

L'expérience démontre, au contraire, qu'on ne peut remplacer une source de lumière par une source de volume plus grand, sans être obligé ou de réduire l'intensité surfacique et, par suite, l'intensité lumineuse du faisceau qui lui est proportionnelle, ou d'augmenter la dépense par rapport à celle de la source considérée.

de lumière en l'absence de la concentration horizontale, n le nombre d'éclats par seconde produits par la concentration horizontale en faisceaux séparés par des éclipses, t la durée de chaque éclat en secondes, d'après la divergence horizontale, r la distance de l'observateur, E l'éclairement qu'il reçoit par l'effet de l'intensité I.

La sensation est une fonction de ces différentes variables, $s = F(I, t, n, r)$; si l'on se place à une distance fixe, $r =$ const., on peut écrire

$$s = F(I, t, n) = f(E, t, n) \tag{1}$$

et considérer s comme une fonction de trois variables. Celles-ci ne sont pas indépendantes, si l'on compare entre elles des sources de lumière donnant même flux lumineux total; car cette condition équivaut à une relation supplémentaire :

$$I t n = \text{const.} \tag{2}$$

Pour déterminer la durée t qui rend la sensation maxima $\left(\text{par suite } \frac{ds}{dt} = 0\right)$, toutes choses égales d'ailleurs, on doit étudier la variation de la fonction f en fonction de t, tout en ajoutant une hypothèse pour établir une deuxième relation entre les variables.

Première hypothèse : I = const. — Alors, d'après (2), $nt =$ const., c'est-à-dire que le nombre des éclats variera en raison inverse de la durée admise pour ceux-ci ; on ne pourra donc augmenter la durée d'impression qu'en augmentant la durée des éclipses.

Mais l'expérience a démontré qu'on est très limité dans cette voie; car il faut, ou bien admettre des éclats assez longs pour relever la direction du poste de signalisation pendant la durée d'un seul éclat, ou bien, si les éclats sont instantanés, comme nous le supposons, les espacer assez peu pour que l'œil et l'instrument puissent conserver la direction pendant les intervalles; une durée d'éclipse de 5 secondes est déjà presque excessive, et il est désirable d'imposer un maximum de 3 secondes, et mieux encore 2. Par le fait même le nombre d'éclats n devient une donnée constante du problème, et, comme I est donné, t n'est plus une variable. Cela démontre qu'on ne peut pas augmenter en pratique la durée d'impression des éclats d'un appareil de signalisation à éclats brefs, sans augmenter en même temps l'intensité de la source de lumière, et, par suite (si la nature de la source reste la même), la consommation d'énergie et la dépense d'entretien.

Le problème est alors non plus un problème de Physique, mais un problème financier.

Si l'on n'est pas limité dans la dépense et qu'on puisse accroître le diamètre de la source, sans changer sa brillance, jusqu'à réaliser la durée-limite, il en résultera un certain accroissement de portée. Mais on doit se demander si l'on ne peut pas obtenir ensuite une portée encore plus grande en réduisant la divergence par l'un des trois moyens suivants :

1° Augmentation des dimensions et de la longueur focale de l'appareil optique lenticulaire (en doublant par exemple la longueur focale, on réduit de moitié la durée de l'éclat sans modifier le flux de lumière qu'il contient).

2° Réduction du nombre de panneaux lenticulaires et augmentation corrélative de la vitesse de rotation de l'appareil optique permettant d'obtenir un même nombre d'éclats, mais plus concentrés. (On peut, par exemple, remplacer 6 panneaux sous-tendant chacun un angle horizontal de 60° et tournant à une vitesse de 1 tour en 18 secondes par 3 panneaux embrassant chacun un angle horizontal de 120° et tournant à la vitesse de 1 tour en 9 secondes.)

3° Remplacement de la source de lumière ayant un diamètre correspondant à la durée-limite par une autre source plus concentrée et plus brillante, donnant le même flux lumineux total.

D'où la nécessité d'envisager le problème au point de vue de l'utilisation maxima, non pas de l'intensité lumineuse de la source de lumière, mais du flux lumineux total qu'elle produit; c'est l'objet de l'hypothèse suivante.

Deuxième hypothèse : $It = \text{const.}$; $n = \text{const.}$ — A une distance constante, l'œil recevra une quantité d'éclairement $Et = \text{const.}$ L'effet comparatif des différentes sources de lumière et des appareils optiques dépendra donc de la loi suivant laquelle varie la sensation lumineuse en fonction de t quand Et est constant. Cette loi peut être déduite indirectement de la loi, du *seuil* de la sensation des lumières brèves.

En 1893 (¹), admettant la loi de Bloch d'après laquelle, pour obtenir le *seuil* de la sensation instantanée, il faut un minimum constant du produit Et, j'avais démontré que la portée devait être la même, quelle que fût la divergence. En 1911, la loi de Bloch ayant été remplacée par la loi nouvelle de Blondel et Rey (²), le calcul montrait que la portée doit croître quand la

(¹) A. Blondel, *loc. cit.*

(²) A. Blondel et J. Rey, *Sur la perception des lumières brèves à la limite de leur portée* et *Journal de Physique*, juillet 1911.

divergence diminue et si Et = const. ([1]). Ces raisonnements n'ayant pas prévalu contre le préjugé en cours, il devenait intéressant de réaliser une comparaison expérimentale *directe* entre plusieurs éclats instantanés de durée différente, mais donnant tous sur l'œil la même quantité d'éclairement.

II. Dans ce but, j'ai fait construire au printemps de 1914 un appareil de laboratoire approprié, comprenant trois parties : un producteur d'éclats, un photomètre et un œilleton d'observation :

Le producteur d'éclats est constitué par un filament vertical incandescent autour duquel tourne un tambour cylindrique opaque entraîné à des vitesses réglables par un moteur électrique. Le cylindre est percé d'un nombre convenable de fenêtres, uniformément réparties, qui peuvent être à volonté obturées ou munies de diaphragmes ou de lentilles. Les faisceaux lumineux qui passent par ces fenêtres, éclairent successivement pendant la rotation un verre opalin placé devant un panneau opaque percé d'un trou de $\frac{3}{10}$ à 1^{mm} de diamètre, qui joue le rôle de signal lumineux intermittent.

Le faisceau diffusé par le trou vers l'observateur traverse un photomètre absorbant, à coins en verre fumé de Schott, qui permet de faire varier dans de grandes proportions l'intensité lumineuse apparente du trou. L'œilleton d'observation est placé sur un support fixé à l'extrémité du banc photométrique, sur l'horizontale passant par le trou et par le filament; il est muni de diaphragmes variables (1^{mm} à 4^{mm}) constituant une pupille artificielle.

La source de lumière est masquée de façon à ne laisser régner dans le laboratoire qu'un très faible éclairage diffus permettant à l'observateur d'adapter son œil à une sensibilité constante jusqu'au moment où il l'applique à l'œilleton.

On peut régler à volonté la vitesse de rotation, l'écart angulaire entre les fenêtres, la disposition de celles-ci; l'intensité lumineuse est réglable et mesurable par le photomètre en fonction de celle qui donne le seuil de la vision permanente; l'observateur manœuvre à distance par une tringle la tige du photomètre, qui est munie d'un dispositif enregistreur permettant de ne faire les lectures qu'après la terminaison des expériences.

Le moyen le plus convaincant pour réaliser une série d'éclats contenant tous une même quantité d'éclairement Et consiste à garnir les fenêtres rectangulaires toutes semblables du cylindre, de lentilles cylindriques, à génératrices parallèles au filament lumineux, dont les courbures sont différentes

---

([1]) A. Blondel et Rey, *Journal de Physique*, août 1911.

et choisies de manière à produire l'épanouissement ou la concentration des faisceaux qui les traversent.

Grâce à la forme du filament, la répartition de chaque flux est à peu près homogène sur toute la largeur de la tache lumineuse produite sur le verre opalin. En mesurant cette largeur et la vitesse de rotation, on connaît la durée de chaque éclat.

L'appareil permet d'observer, en laboratoire, des séries d'éclats qui se succèdent à intervalles réguliers assez rapprochés pour permettre de les comparer entre eux; on les ramène au seuil de la perception en les affaiblissant à l'aide du photomètre, ou par interposition de verres fumés supplémentaires, ou par réduction de la pupille artificielle.

L'exposé des résultats obtenus par cet appareil et par une autre méthode due à M. Jean Rey fera l'objet d'une prochaine Note.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Correspondant pour la Section de Médecine et Chirurgie en remplacement de M. *Ernst von Leydn*, décédé.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 45 :

M. Yersin obtient.	34 suffrages
M. Grasset	8 »
M. Bergonié	2 »
M. Morat.	1 suffrage

M. Yersin, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est élu Correspondant de l'Académie.

PLIS CACHETÉS.

M. Georges Nègre demande l'annulation de deux plis cachetés reçus dans les séances des 2 juillet 1906 et 5 février 1912 et inscrits sous les n°s 7118 et 7862.

Ces plis sont déchirés par M. le Président.

M. Georges Nègre demande également l'ouverture d'un pli cacheté reçu dans la séance du 11 avril 1910 et inscrit sous le n° 5798.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Président, contient une Note intitulée : *Utilisation des alcaloïdes à l'état naissant pour l'extraction de la cellulose des plantes de la famille des Malvacées, Papilionacées*, etc.

CORRESPONDANCE.

M. le Secrétaire perpétuel signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Jöns Jacob Berzelius e la sua opera scientifica*, par le Dr Icilio Guareschi. (Présenté par M. A. Haller.)

2° *La tuberculose pleuro-pulmonaire. Cent sept planches autochromes*, par Maurice Letulle. (Présenté par M. Landouzy.)

3° *Étude des plissements et des zones d'écrasement de la moyenne et basse Rivière Noire*, et *Les Fusulinidés des calcaires carbonifères et permiens du Tonkin, du Laos et du Nord-Annam*, par J. Deprat. (Présenté par M. Termier.)

ASTRONOMIE. — *De l'influence de la Terre sur la fréquence et la latitude héliographique moyenne des taches solaires.* Note de M. **Henryk Arctowski.**

Le problème de l'influence des planètes sur les taches solaires a fait l'objet de nombreuses recherches. Qu'il me suffise de citer les travaux de Warren De-la-Rue, Balfour Stewart et Benjamin Loewy (1), ainsi que ceux de Kr. Birkeland (2) et de Arthur Schuster (3). En ce qui concerne la Terre, en particulier, la probabilité de l'existence d'une variation annuelle de la latitude héliographique des taches solaires a été constatée par Carl Braun (4), et l'existence de la variation annuelle de la fréquence des taches

(1) *Proc. Roy. Soc.*, t. 20, 1872, p. 210.

(2) *Vidensk. Skrifter. Math.-Nat. Kl.*, 1899.

(3) *Proc. Roy. Soc.*, A., 1911, p. 309.

(4) *Berichte v. d. E. H. Observat. zu Kolacsa*, 1886.

solaires a été établie par A.-S.-D. Maunder ([1]). Mme Maunder admet un maximum de fréquence à l'apogée.

Il m'a paru intéressant d'examiner le problème à nouveau.

Les *nombres relatifs* de A. Wolfer ([2]), pour les années 1852 à 1913, fournissent les moyennes mensuelles suivantes (de janvier à décembre) :

37,68	42,27	41,98	40,90	40,67	40,66
41,85	41,58	40,51	40,63	39,24	37,54

D'autre part, les résultats des observations de Greenwich renseignent les moyennes des aires d'ombres, exprimées en millionièmes de la surface visible du Soleil. Ces chiffres sont donnés par rotations solaires, et, à moins de refaire les calculs en partant des observations journalières, ils ne permettent d'obtenir des moyennes mensuelles, et par suite la variation annuelle, que d'une façon approchée. J'ai formé des moyennes approximatives d'après les observations de 1875 à 1913 et les chiffres sont (de janvier à décembre) :

501.	535,	484,	451,	452,	504,
526.	495,	553.	519,	481,	497.

En traçant les diagrammes il est visible que dans le cas des observations de Greenwich, de même que dans le cas de celles de Zurich, la variation annuelle est très accentuée et qu'elle est caractérisée par deux maxima et deux minima.

Pour expliquer ce fait, et supposant que la variation est due à l'action de la Terre, il faut admettre que c'est l'inclinaison de l'écliptique sur l'axe de rotation du Soleil qui est le vrai facteur. Et, s'il en est bien ainsi, il faut que, dans l'hémisphère boréal du Soleil, la marche annuelle de la fréquence ou de l'étendue des taches soit l'inverse de celle de l'hémisphère austral et que, de plus, les deux variations ne se compensent pas exactement.

Les chiffres de Greenwich ci-dessus sont les moyennes des sommes de aires de taches observées au nord et au sud de l'équateur, et ci-après je donne les moyennes correspondantes pour chaque hémisphère considéré séparément :

Hémisphère Nord (janvier à décembre) :

221.	184.	223.	184,	181,	208,
258.	282.	255.	243,	262.	240.

([1]) *M. N. Roy. Astron. Soc.*, t. 67, 1907, p. 474.

([2]) *Month. Weath. Rev.*, t. 30, 1902, p. 173, et *Astron. Mitteilungen*.

Hémisphère Sud (janvier à décembre) :

280,	351,	260,	267,	270,	295,
268,	213,	298,	276,	219,	257.

En traçant les diagrammes, il devient évident que le maximum de février, de la courbe de l'ensemble des taches des deux hémisphères, est dû aux taches de l'hémisphère Sud et que le maximum de septembre devrait s'observer en août, au moment du maximum de développement de taches dans l'hémisphère Nord; et, s'il n'en est pas ainsi, cela est uniquement dû à la prédominance du minimum correspondant de l'hémisphère Sud. Les chiffres ne permettent pourtant pas d'affirmer avec certitude que la variation annuelle des taches d'un hémisphère est l'inverse de celle des taches de l'autre hémisphère. Les chiffres pour l'hémisphère austral présentent, en effet, de fortes irrégularités.

Il m'a donc paru nécessaire de vérifier l'existence de l'influence terrestre en prenant en considération les latitudes moyennes des taches, également contenues dans les résultats des observations de Greenwich.

J'ai pris les rotations solaires dont la date du commencement ne différait pas plus de 10 jours, en plus ou en moins, du 6 décembre.

Les moyennes des latitudes moyennes des taches des 23 rotations solaires ainsi définies utilisables, et les chiffres correspondants des douze rotations suivantes sont :

$+0°,4$, $-0°,4$, $-0°,4$, $+0°,1$, $3°,2$, $-2°,4$,
$-3°,8$, $-2°,6$, $-0°,9$, $-0°,2$, $-1°,2$, $-3°,3$, $-0°,5$.

Le diagramme de ces moyennes prouve, d'une façon indiscutable je pense, qu'une variation annuelle de la latitude moyenne des taches existe et que l'amplitude de cette variation est de 4° au moins.

De plus, il semble que l'on est justifié d'admettre un retard de l'action terrestre, car le maximum et le minimum de la courbe s'observent quand la Terre se trouve dans le plan de l'équateur solaire; la moyenne la plus boréale est donc trois rotations en retard sur la position la plus boréale de la Terre et, de même, la moyenne la plus australe survient trois rotations après que la Terre a exercé son effort maximum sur l'hémisphère solaire austral.

OPTIQUE ÉLECTROMAGNÉTIQUE. — *Sur des radiations extrêmement pénétrantes appartenant à la série* K *du tungstène et sur les spectres de rayons* X *des métaux lourds.* Note de M. DE BROGLIE, présentée par M. E. Bouty.

1° L'emploi croissant des ampoules Coolidge m'engage à publier quelques résultats que les circonstances actuelles ne m'ont pas permis de compléter, mais qui peuvent être intéressants pour l'usage de ce tube.

Le spectre des anticathodes de tungstène fournit, par la méthode du cristal tournant, de nombreuses raies dont j'ai signalé les principales il y a deux ans ([1]). Dans le tube de Coolidge, ces radiations sont présentes avec intensité, ainsi que plusieurs autres nouvelles raies.

De plus on peut mettre en évidence un groupe de fréquence extrêmement élevée qui correspond à la radiation K *du tungstène, encore inconnue.*

Ce groupe comprend :

Raies.	Angle sélectif sur NaCl.	Longueur d'onde.
α_K	$2°04'$	$2,032.10^{-9}$ cm
β_K	$1°48'$	$1,768.10^{-9}$ cm

La raie α est un doublet dont les composantes, à peu près égales, sont écartées d'environ $2'$.

Ces raies caractéristiques sont les plus pénétrantes qui aient été jusqu'ici signalées, comme émises par les ampoules à rayons X; elles se placent dans la même région spectrale que les rayons γ pénétrants du radium B.

Elles apparaissent nettement quand le tube est excité par un transformateur à contact tournant, dans lequel la tension, calculée par le rapport de transformation, atteint 75000 volts; elles sont précédées d'un spectre continu s'étendant du côté des courtes longueurs d'onde vers $1,2.10^{-9}$ quand la tension s'élève à 90000 volts.

On remarque également, dans le spectre émis par l'anticathode incandescente d'un tube Coolidge, un doublet, réfléchi à $10°49'$-$10°52'$ sur le sel gemme, qui pourrait appartenir à la radiation L d'un élément dont le

(1) *Journal de Physique*, février 1914.

nombre atomique serait environ 86 et qui se placerait à la suite de l'émanation du radium.

2° J'ai donné antérieurement ([1]) des mesures relatives aux spectres des éléments lourds (à partir du mercure) obtenus par l'analyse spectrale des rayons X secondaires. Ces indications, obtenues avec des fentes larges et pour la première fois, se trouvaient, au moment de l'ouverture des hostilités, reprises avec une précision plus grande sans changer les conclusions que j'avais indiquées pour le nombre atomique des éléments mercure, thallium, plomb et bismuth.

Pour le thorium et l'uranium, dont je n'avais pas indiqué le nombre atomique, j'ai trouvé comme raies :

Thorium (oxyde)......	7°47′ (forte)	8°03′	9°44′ (double)
Uranium (oxyde)......	7°22′	7°43′	9°18′

ce qui donne ([2]), par la loi de Moseley, les nombres atomiques 90 et 92.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Sur la formation d'un réseau cellulaire pendant la cristallisation.* Note de M. C. **Dauzère**, présentée par M. E. Bouty.

En soumettant à l'examen métallographique les surfaces de certains métaux solidifiés rapidement, Cartaud ([3]) découvrit en 1901 un réseau cellulaire microscopique dont il attribua la formation à des mouvements tourbillonnaires du liquide. F. Robin ([4]), en 1913, étudia la formation de ce réseau et conclut de ses expériences qu'il était produit par le retrait qui suit immédiatement la fin de la solidification.

J'ai retrouvé un réseau cellulaire paraissant identique à celui de Cartaud dans un certain nombre de substances transparentes cristallisées (matières salines et organiques) dans lesquelles son observation est plus facile que dans les métaux. Des résultats particulièrement nets ont été obtenus avec les nitrates alcalins cristallisés par fusion et examinés au microscope à un faible grossissement (50 à 60 diamètres).

([1]) *Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 1493 et 1785.

([2]) M. Siegbahn a récemment publié, dans le *Philosophical Magazine*, des mesures, prises en rayons directs, qui sont assez voisines de ces chiffres.

([3]) *Comptes rendus*, t. 132, 1901, p. 1327; *Revue de Métallurgie*, septembre 1907.

([4]) *Journal de Physique*, 5e série, t. 4, 1914, p. 37.

J'ai pu établir un lien entre ces phénomènes et ceux qui ont fait l'objet d'une Note récente [1]. Dans cette Note j'ai décrit les ondes de cristallisation de l'oxyde de phényle et montré comment le travail de ces ondes aboutit parfois à la formation, sur une face plane un peu étendue du cristal primitif, d'une série de petits cristaux dont les arêtes et les axes cristallographiques sont parallèles. Ces cristaux paraissent logés tous de la même manière à l'intérieur de cellules contiguës. La structure cellulaire ainsi créée sur la face primitive continue parfois à se développer jusqu'à la fin de la cristallisation ; le plus souvent les cristaux voisins se soudent entre eux et la face est nivelée par les ondes de cristallisation, mais au-dessous de la couche unie et compacte ainsi obtenue subsiste la couche cellulaire formée intérieurement.

On peut obtenir une formation cellulaire dépourvue d'apparence cristalline en arrêtant la solidification avant l'achèvement de la rectification des faces et des arêtes : il suffit pour cela de séparer le cristal du liquide qui le baigne; la surface de contact garde l'aspect qu'elle avait au moment de la séparation et peut être étudiée à loisir après refroidissement. Cette opération, combinée avec l'observation directe, m'a permis de photographier les ondes de cristallisation, de suivre leurs mouvements et leurs transformations.

C'est toujours par un arrêt du mouvement ondulatoire que se produisent les arêtes des cristaux et les contours des cellules. Ainsi il arrive souvent que les ondes éprouvent une série d'arrêts périodiques le long de certaines lignes qui ne tardent pas à se festonner d'une manière plus ou moins régulière. Chaque dent du feston, d'abord nettement curviligne, peut suivre dans son évolution ultérieure deux voies différentes :

Ou bien elle se comporte comme l'un des axes transversaux par lesquels débute la formation d'une arête cristalline décrite dans la Note précédente; elle aboutit alors, comme on l'a vu, à un petit cristal à arêtes rectilignes et à faces planes.

Ou bien elle garde constamment des contours curvilignes; mais, sous la poussée des ondes, la courbure augmente et la base du feston s'étrangle, puis les deux bords se rejoignent. Une cellule ronde est alors constituée, dans laquelle les ondes de cristallisation vont du centre à la circonférence. Les cellules ainsi construites, à partir d'un même cristal primitif, peuvent

---

[1] *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 385.

se grouper de diverses manières, selon la symétrie du cristal et les conditions de la cristallisation. En particulier, plusieurs cellules rondes juxtaposées s'appliquant les unes contre les autres, sous la poussée des ondes, finissent par donner un réseau hexagonal (nitrate de soude) dont la régularité peut être plus ou moins parfaite.

Quel que soit le mode de groupement réalisé, chaque cellule se comporte comme si son évolution s'était faite suivant la première voie; elle n'est autre chose qu'un cristal dépourvu souvent d'arêtes rectilignes et de faces planes, mais possédant la même symétrie physique (comme le montre l'examen en lumière polarisée) que les cristaux ordinaires de la substance. Les cellules formées à partir du même cristal primitif ont, en général, des axes cristallographiques parallèles; ce n'est que dans un petit nombre d'entre elles, disséminées au milieu des autres, qu'on trouve accidentellement des directions d'axes différentes, ce qui suffit pour montrer l'indépendance relative des diverses cellules.

Les phénomènes que nous venons de décrire ont été observés avec l'oxyde de phényle et le nitrate de soude. L'analogie très grande que présente le réseau cellulaire de Cartaud avec celui du nitrate de soude permet de penser que sa formation s'est faite de la même manière. Dans les deux cas, les cellules sont les logements de petits cristaux, indépendants les uns des autres, mais ayant en général des axes cristallographiques parallèles. Ces cellules ont été formées au moment du changement d'état par le travail des ondes de cristallisation, c'est-à-dire, en définitive, par un mouvement du liquide au contact du cristal, comme le croyait Cartaud.

GÉOLOGIE. — *Sur les anciennes glaciations de la Serra da Estrella (Portugal).* Note de M. **Ernest Fleury**, présentée par M. De Launay.

Les formations glaciaires de la Serra da Estrella ne sont connues que par une notice de F.-A. Vasconcellos Pereira Cabral [1].

Ce sont pourtant, de toutes celles qui ont été signalées en Portugal par C. Ribeiro, Nery Delgado, P. Choffat e A. Nobre, ou que j'ai pu observer

(1) Voir *Comunicações dos trabalhos geologicos*, t. I, fasc. 2, 1887, p. 187, et *Revista das Obras Publicas e Minas*, 1884, pour le texte primitif.

sur le versant méridional du Gerez et dans le nord de la province de Traz-os-Montes, les plus caractérisées et les mieux conservées.

La partie centrale de la Serra est une masse de granite grossier injectée par des granites à éléments fins et coupée par des filons de quartz blanc ou rose, avec ou sans tourmaline, et par des bandes schisteuses reliées aux formations précambriennes de sa bordure.

Le sommet, point culminant dn relief portugais (1991^{m}), est absolument plat, mais peu étendu. C'est un véritable plateau suspendu gazonné, sans dépôt de transport, presque toujours très brusquement découpé.

Il est entouré d'une première auréole allongée du Nord-Est au Sud-Ouest, dont l'altitude ne s'abaisse au-dessous de 1500^{m} que dans les vallées anciennes ou actuelles et qui est caractérisée par un modelé glaciaire typique avec vallées suspendues, cirques, surfaces rocheuses polies on moutonnées, rarement striées, lacs et quelques moraines. *C'est la zone des lacs.*

Une seconde auréole, moins élevée, moins régulière aussi, entoure la première et fait la transition avec la plaine. Le modelé glaciaire disparaît rapidement sous les dépôts morainiques, fluvio-glaciaires, torrentiels ou sous les éboulis. *C'est la zone d'accumulation* par opposition à la précédente, qui est *une zone d'ablation.*

Les surfaces polies sont très fréquentes et souvent d'une grande fraîcheur. Le poli des granites fins est régulier, très rarement strié; celui des granites grossiers n'apparaît que sur les faces d'usure des cristaux de feldspath qui sont en relief sur la roche altérée, comme s'ils avaient été « rabotés ». Les stries n'y sont pas rares, mais toujours peu apparentes.

Les dépôts morainiques, till, argile à blocaux, gros blocs, diversement mélangés, existent déjà à une assez grande altitude. Assez rares dans la zone d'ablation (vallée supérieure du Zezere, pied des Cantaros, Poios Brancos, région de Lagoa Comprida, Canariz, Covão do Alva, etc.), ils sont beaucoup plus abondants dans la zone d'accumulation. Nery Delgado [1] les a décrits dans la région de Goes (vallée de Mondego). Les blocs erratiques sont en général difficiles à distinguer de ceux qui résultent de l'altération superficielle sphéroïdale ou diaclasique.

Tous les lacs importants de la Serra ont une origine glaciaire : ils occupent soit des cirques, soit des vallées barrées par un verrou. Le creusement d'un chenal d'écoulement, à travers les verrous, par les eaux tor-

---

[1] *Loc. cit.*, t. 3, 1895, p. 56.

rentielles ou même déjà peut-être par les eaux sous-glaciaires, explique leur faible profondeur et la disparition de plusieurs dont on reconnaît facilement l'emplacement. Le profil de pente des vallées présente presque toujours des gradins et les verrous font bien ressortir l'influence du surcreusement. Les cirques sont également étagés : certains sont d'anciennes têtes de vallées ou d'anciens coudes de capture.

Les vallées glaciaires anciennes sont tronçonnées et suspendues. J'ai pu cependant reconstituer les grandes lignes de deux grands réseaux glaciaires indépendants, de directions et d'altitudes distinctes. Dans une même région, près du sommet, le premier réseau a des tronçons suspendus vers la cote 1600^m, tandis que le second est à 250^m ou 300^m plus bas, mais encore suspendu à plus de 100^m au-dessus du réseau torrentiel actuel.

Ces faits sont particulièrement nets dans la région de Cantaros et ils se reproduisent avec des différences d'altitude, bien entendu, dans les vallées de Loriga, de Sabugueiro, etc. Parfois, pourtant, ils sont compliqués par des phénomènes de capture, ou bien il n'est pas facile de distinguer les épaulements et les terrasses rocheuses.

Le réseau hydrographique actuel a été orienté par l'érosion glaciaire, mais il est cependant presque toujours nettement individualisé et facilement discernable.

Ces premières observations doivent être complétées par l'étude des dépôts morainiques de la zone d'accumulation. Il est impossible d'en tirer immédiatement des conclusions. Toutefois, il n'est pas sans intérêt de remarquer, dès maintenant, qu'elles permettent, bien que basées sur la morphologie seule, de reconnaître, pour le Portugal, *au moins deux grandes glaciations séparées par une période interglaciaire* qui précédèrent l'établissement du réseau hydrographique actuel de la Serra. Les conclusions de Nery Delgado, qui n'étudia que les moraines de Goes, se trouvent ainsi précisées, en principe tout au moins.

BOTANIQUE. — *Sur les gamétophytes de deux Laminaires* (L. flexicaulis *et* L. saccharina). Note de M. C. SAUVAGEAU, présentée par M. Guignard.

J'ai fait connaître chez le *Saccorhiza* [1] une alternance des générations sexuée et asexuée qui rappelle, dans ses grandes lignes, celle de l'*Equi-*

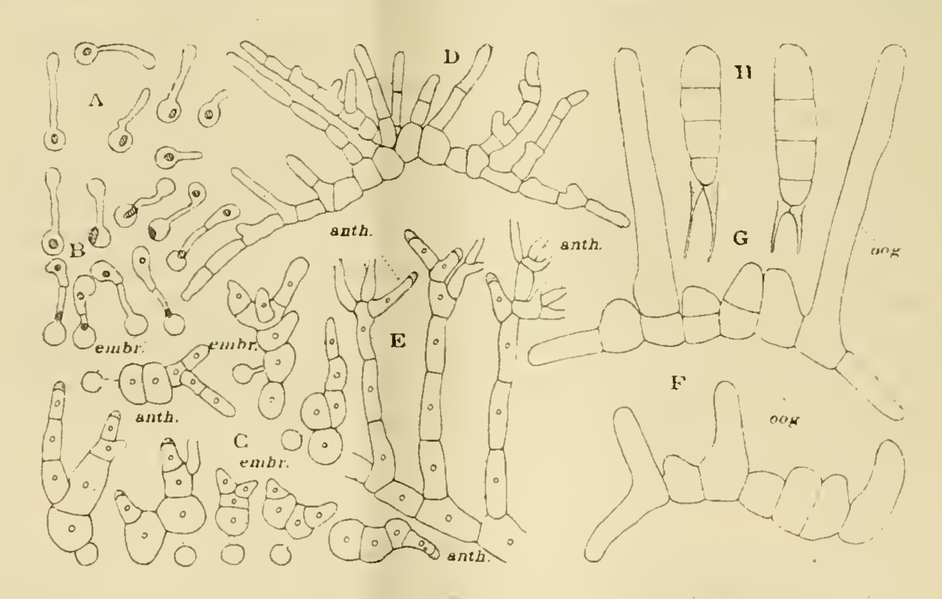
[1] *Comptes rendus*, t. 161, 1915, p. 796.

setum. L'étude du même phénomène sur deux autres Laminaires de nos côtes, récoltées au Laboratoire de Roscoff, est l'objet de la présente Note.

Le sexe des prothalles du *Sacchoriza* paraît déterminé dès le sporange. L'embryospore qui fournira un prothalle femelle grossit notablement, puis s'allonge; si elle devient directement l'oogone, le noyau de l'oosphère est le noyau de la zoospore; si elle s'allonge en gamétophyte paucicellulaire, la cellule terminale joue le rôle d'oogone; enfin, si le gamétophyte est un filament ramifié, diverses branches transforment leur cellule terminale en oogone. L'embryospore qui fournira la prothalle mâle augmente peu ou point de diamètre avant de s'allonger.

Williams, qui a observé la germination des zoospores, et qui a obtenu des plantules des *L. flexicaulis* (*L. digitata*) et *L. saccharina*, ayant méconnu le prothalle mâle, appelle le prothalle femelle un *protonéma*; Kilian fait de même; on connaît l'interprétation erronée de Drew. Les deux sortes de gamétophytes existent cependant, en nombre approximativement égal, dans les cultures.

Quel que soit le sexe du futur prothalle, l'embryospore des *L. flexicaulis* et *L. saccharina* conserve son diamètre de 5µ environ; dès le lendemain ou le surlendemain de la déhiscence, après dédoublement du chromatophore, elle émet un tube très étroit (moins de 2µ), régulier ou variqueux (*fig.* A), dont l'extrémité se renfle



Laminaria flexicaulis : A, B, C, E, gross. 600; D, F, G, H, gross. 400.

et reçoit la majeure partie du contenu; l'ensemble rappelle un haltère (*fig.* B). L'orientation de ce tube de germination, indépendante de la direction de la lumière, semble déterminée par la place que le protoplasme du bec de la zoospore occupe dans l'embryospore. Le noyau reste en arrière, dans le tube, ou plus souvent dans l'embryospore, s'y divise; l'un des noyaux fils passe dans le renflement, qui se

limite par une cloison (*fig.* B) et sera l'origine du prothalle, tandis que l'autre se désorganise. On dirait que le noyau de la zoospore doit subir une division pour acquérir le caractère sexuel. L'embryospore vidée se détachera tardivement du prothalle par destruction du tube. Cependant, la migration est parfois incomplète, le noyau postérieur ne meurt pas et l'embryospore s'ajoute au gamétophyte.

L'extrémité renflée continue à grandir, multiplie ses chromatophores. Certains prothalles mâles à fructification précoce sont minuscules, comme ceux que représente la figure C, et peu à peu se couvriront d'anthéridies. D'autres buissonnent (avec tous les intermédiaires), se composent de filaments rampants producteurs d'anthéridies sessiles ou dont la plupart des cellules émettent une ou deux branches dressées fertiles (*fig.* E); certains comprennent une cinquantaine de branches et la figure D représente un de ces individus à l'état jeune. Les différents cas se rencontrent dans une même culture. Les anthéridies sont latérales et plus ou moins tubuleuses, ou intercalaires; uninucléées et presque incolores, elles renferment néanmoins un ou deux chromatophores très réduits et très pâles; au moment de la maturité, leur membrane se gonfle à la face interne du bec et comprime le contenu, puis cette sorte de bouchon se dissout pour la déhiscence. Dans une culture, des anthérozoïdes sont toujours libérés avant qu'aucun prothalle femelle laisse même présumer les premiers oogones: ils sont donc inutilisés, mais, dans la nature, cette protandrie doit favoriser la fécondation; d'ailleurs, les prothalles mâles restent longtemps fertiles et, les zoospores étant émises en nombre prodigieux, les prothalles sont contigus ou emmêlés.

L'extrémité renflée qui devient un prothalle femelle grossit plus longtemps. Parfois, elle se transforme en oogone sans se cloisonner, et le noyau de l'oosphère est alors un demi-noyau de la zoospore. D'autres fois, elle s'allonge en filament généralement court dont les cellules croissent ensuite irrégulièrement, restent simples ou prennent une cloison transversale ou longitudinale. Toutes les cellules du prothalle femelle ont la même valeur et chacune peut se transformer en oogone, l'ordre de transformation étant indépendant de l'âge respectif; elle produit alors une protubérance dressée (*fig.* F), sinon deux, parfois très longue (*fig.* G) et, dans ce dernier cas, prend souvent une cloison transversale tardive. La protubérance sera le col de l'oogone, large d'environ 9^{μ}. Lorsqu'un oogone approche de la maturité, les chromatophores se multiplient à l'extrémité distale qui en est comme bourrée; ensuite, la paroi augmente d'importance par gonflement de toute sa face interne et particulièrement à l'extrémité distale; enfin, le contenu comprimé s'échappe et reste au-dessus de l'oogone où il prend une forme ovale longue. L'inconstance des dimensions de l'oogone entraîne une variation de volume de l'oosphère, néanmoins toujours très grosse par rapport aux anthérozoïdes. La déhiscence s'effectue par rupture médiane de l'extrémité gonflée, dont les bords se rejoignent aussitôt, se ressoudent, constituent une sorte de plancher épais sur lequel reposera la plantule (*fig.* H); si la base de l'oosphère est atténuée et n'arrive pas jusqu'au dehors, les bords gonflés, empêchés de se rejoindre, la soutiennent sur le goulot, comme chez le *Sacchoriza;* dans le premier cas, le premier rhizoïde sera extérieur à l'oogone; dans le second cas, il descendra dans sa cavité. J'ai compté 19 plantules sur un prothalle de *L. flexicaulis* et au moins autant de cellules n'étaient pas encore transformées en oogone. Un oogone qui a émis deux protubérances ne

déhisce que par l'une d'elles, l'autre est un cul-de-sac. Une cellule sous-jacente à un oogone vidé s'allonge parfois dans la cavité de celui-ci et déhisce en repoussant la première plantule sur le côté. Comme chez le *Saccorhiza*, l'œuf germe sans subir de période de repos.

La démonstration d'une sexualité hétérogamique avec alternance des générations, chez ces deux espèces, confirme ce que je disais dans ma précédente Note à propos du *Saccorhiza* : « l'homogénéité du groupe laisse prévoir que les autres Laminaires se comportent de façon sinon identique, tout au moins comparable ».

ZOOLOGIE. — *Sur un cerveau de fœtus de Chimpanzé.* Note de M. R. ANTHONY, présentée par M. Ed. Perrier.

Le fœtus de Chimpanzé dont il m'a été possible de faire, au laboratoire d'Anatomie comparée du Museum d'Histoire naturelle, l'étude détaillée du cerveau, provient d'une femelle de l'espèce *Anthropopithecus tschego* Duv. (*calvus* Du Chaillu) ayant vécu au Jardin zoologique d'Acclimatation.

Ce fœtus, de sexe mâle, correspond sensiblement par tous ses caractères, ceux de son cerveau notamment, à un fœtus humain de 7 à 8 mois.

Le cerveau de forme subsphérique a un volume de 84^{cm^3} environ.

Les plissements qu'on remarque à sa surface sont les suivants :

RHINALE POSTÉRIEURE (*r. p.*) : Nettement marquée des deux côtés sur la face interne.

COMPLEXE SYLVIN (*c. s.*) : Il est bifurqué à gauche et trifurqué à droite. La *fosse sylvienne* est presque complètement fermée : outre l'*insula antérieure de Marchand* (*M.*) qui, comme l'on sait, reste exposée chez l'adulte, on voit encore à découvert une petite portion de l'*insula moyenne de Holl* (*H.*). A l'intérieur du complexe sylvien on constate la présence : à la surface de l'insula, du *brevis anterior*, du *central* qui se présente sous l'aspect d'une dépression large et triangulaire, du *longitudinal;* à la surface supérieure du lobe temporal, du *sillon temporo-pariétal I* (*suprasylvia, portion postérieure réfléchie*) du *sillon temporo-pariétal II:* à l'extrémité postérieure du complexe enfin, du *transversus gyri suprasylviani*. L'*opercule fronto-pariétal* limité en avant par une *incisura opercularis* (*i. o.*) bien accusée présente une petite incisure (α) située au même niveau que le *brevis anterior*. La partie de l'opercule comprise entre cette incisure et l'*incisura opercularis* a l'aspect d'un *cap de Broca* sans en avoir la signification morphologique: la place d'un vrai cap de Broca (*opercule frontal*) serait en effet entre l'*incisura opercularis* et le *fronto-orbitaire*. Chez l'adulte l'incisure α est absente ou se trouve recouverte par l'opercule temporal.

FRONTO-ORBITAIRE (*f. o.*) : Bifurqué à droite.

PARALLÈLE (*p.*).

Frontal inférieur (*f. i.*) : En dépit de la détérioration de la région frontale, on constate à gauche la communication de ce sillon avec l'*arcuatus* et des deux côtés la présence d'une branche de bifurcation inférieure.

Intrapariétal et post-central inférieur (*i.*) : L'intrapariétal disparaît à gauche sous l'*opercule occipital* se rencontrant dans la profondeur avec le *lunatus* (L.). A droite

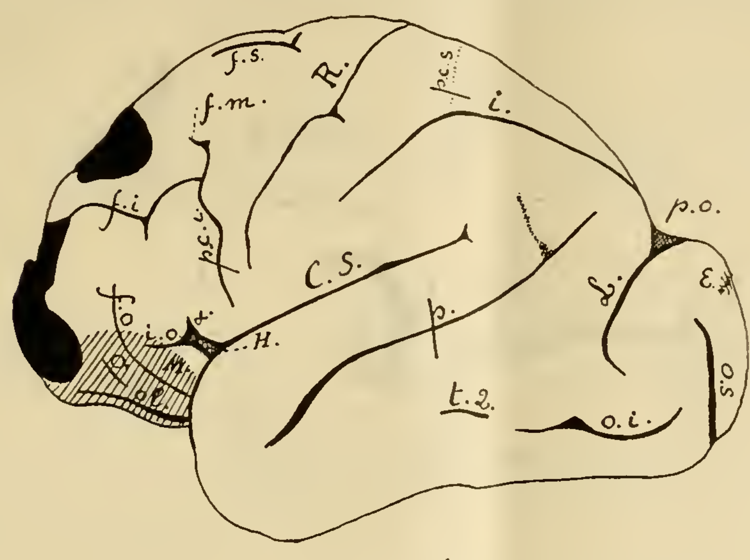


Fig. 1. — × 1 $\frac{1}{2}$.

il atteint seulement le bord antérieur de l'opercule. Il est muni de ce même côté d'une branche de bifurcation supérieure ζ qui limite en arrière l'*arcus parieto-occipitalis.*

Calloso-marginal (*c. m.*) : Déjà compliqué; il rejoint à droite le *limitans precunei* (*L. p.*) par l'intermédiaire d'un *subparietalis* encore peu accusé.

Complexe calcarin : La *rétrocalcarine* (*r. c.*) est dans un état qui indique une fermeture encore incomplète de la *fosse striée* en arrière. En avant, le *gyrus fornicatus* (*g. f.*) n'étant point encore complètement invaginé, il existe une courte *calcarine véritable* (*c.*) qui diminuera d'importance au cours du passage à l'âge adulte. Le *limitans inferior areæ striatæ* n'existe point encore.

Olfactif (*ol.*).

Central (*R.*) : Le sillon de Rolando présente ses courbures habituelles. A l'origine de sa courbure inférieure à gauche, on remarque une courte branche de bifurcation.

Lunatus (*L.*) : Il est très marqué et sa lèvre postérieure est déjà légèrement operculisante.

Complexe pariéto-occipital : L'*incisure pariéto-occipitale* (*p. o.*) est bien marquée des deux côtés, mais beaucoup plus longue à droite qu'à gauche. A droite également, elle présente à travers l'*arcus intercuneatus* une petite branche de confluence avec le *limitans precunei*.

Ce dernier sillon (*L. p.*) est très marqué, et le *gyrus cunei* (*g. c.*) qui le sépare de la rétrocalcarine est superficiel.

Il n'existe point d'indication de *paracalcarine*.

Arcuatus (*p. c. i.* et *f. m.*) : Visible à gauche seulement; sa branche horizontale (*frontal moyen*) est particulièrement courte.

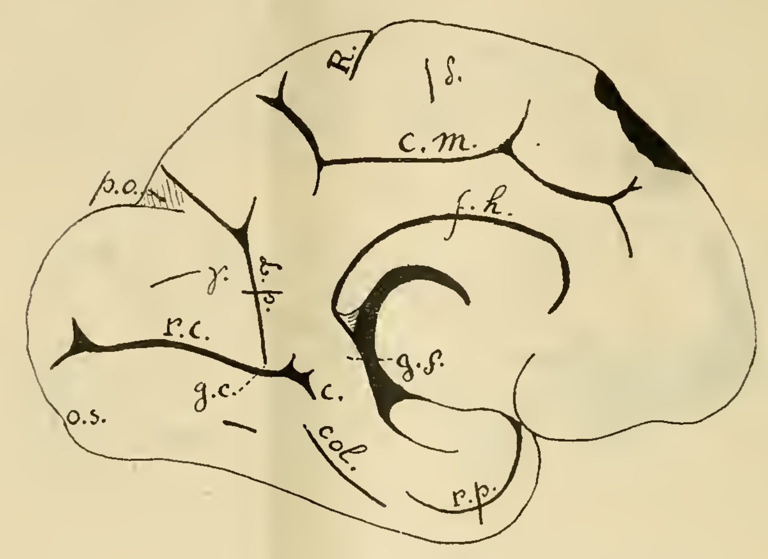


Fig. 2. — × 1 ½.

Frontal supérieur (*f. s.*).

Post central supérieur (*p. c. s.*) : Ébauche légère, à gauche seulement.

Deuxième temporal (*t. 2*) : Ébauche postérieure à gauche.

Occipital supérieur (*Calcarinus externus*) (*o. s.*) : Ce sillon n'est point bifurqué comme il l'est normalement chez l'adulte.

Occipital inférieur (*o. i.*).

Orbitaire (*o.*) : Très simple encore.

Collatéral (*col.*) : Ce sillon est représenté des deux côtés par une ébauche moyenne et une ébauche postérieure.

Rostral : Ce sillon est indiqué surtout à droite.

Pariétal supérieur : Nettement visible à droite.

Il résulte de la comparaison de ce cerveau avec un cerveau de *Tschego* adulte (et nous avons pu établir cette comparaison avec le cerveau de la mère elle-même) :

1° Que la forme subsphérique qui le caractérise disparaît au cours du passage à l'état adulte; le cerveau de la mère est d'une forme beaucoup plus allongée et beaucoup plus surbaissée que celui du fœtus;

2° Que les plissements fondamentaux du neopallium existent à peu près tous à ce stade de développement à l'état d'ébauches plus ou moins avancées. On ne peut guère citer parmi les sillons à apparaître encore que le *subcentralis anterior*, le *subcentralis posterior*, le *limitans inferior areæ striatæ*, les *plissements de complication intérieurs de la fosse occipitale*, la *paracalcarine*.

Comparé à un cerveau de fœtus humain de 7 à 8 mois, ce cerveau de fœtus de Chimpanzé s'en distingue surtout par l'aspect de sa région occipitale, par la forme de son complexe sylvien, peut-être enfin par une moindre complication du lobe frontal.

BIOLOGIE GÉNÉRALE. — *Le rôle des sels de sodium et de potassium dans la polyspermie chez les Batraciens*. Note (¹) de M. E. BATAILLON, présentée par M. Yves Delage.

Comme tous les sels de sodium et de potassium qui provoquent la polyspermie chez les Batraciens, NaCl exerce une triple action :

1° Action sur la gangue;
2° Action sur l'œuf;
3° Action sur la membrane dont la consolidation est inhibée.

A. *Action sur la gangue.* — A partir d'une certaine concentration qui, pour NaCl, débute suivant les pontes entre 0,35 et 0,4 pour 100, la gangue au contact du sperme salé reste plus ou moins opaque, insuffisamment gonflée. De ce chef, le cheminement des spermatozoïdes est entravé. La fécondation inhibée peut reprendre au retour de l'eau, après 3 heures, 6 heures et même pour quelques œufs après 18 heures.

Cette inhibition se manifeste à une concentration supérieure à celle qui intéressera la membrane et l'œuf en voie de fécondation.

Les sucres se comportent autrement. Ils gonflent la gangue et permettent encore quelques fécondations aux doses isotoniques à 0,7 pour 100 de NaCl (le double de la concentration qui suspend couramment l'imprégnation dans ce chlorure).

Les sels sembleraient bien agir par leur pression osmotique quand les solutions de NaCl, KCl, $CaCl^2$ isotoniques à 0,2 pour 100 de NaCl four-

(¹) Séance du 27 mars 1916.

nissent la segmentation *régulière*; quand à 0,4 pour 100 *toute fécondation disparaît*. Mais les limites de fécondabilité sont beaucoup plus précises avec NaCl qu'avec les deux autres chlorures.

B. *Inhibition de la membrane*. — Ici, ce qui se passe chez les œufs à gangue peut être contrôlé sur les œufs nus. La consolidation sur les œufs activés se fait dans les sucres comme dans l'eau; elle ne se fait pas dans nos divers sels, même aux concentrations voisines de 0,1 pour 100 de NaCl. J'ai montré qu'on ne saurait mettre en cause la pression osmotique. *Mais il était assez logique de voir dans cette inhibition une condition possible de polyspermie. L'expérience montre que cette condition ne suffit pas*. Nous en avions déjà une *preuve indirecte* dans la chute brusque des polyspermies au-dessous de 0,2 pour 100 de NaCl, à des doses qui inhibent encore la consolidation. Voici la *preuve directe*.

Des œufs activés électriquement sont immergés aussitôt après dans le sperme salé à 0,25 pour 100. *Ils sont infécondables comme dans l'eau. Et pourtant leur membrane n'est pas consolidée :* ces œufs mis à nu dans le cyanure salé (0,25 pour 100) sont détruits par l'hépato-pancréas. On conçoit que la polyspermie soit *nécessairement* antérieure à la consolidation. Il faut aller plus loin et dire que *sa condition intervient avant la réaction*. Il faut envisager une action du milieu anormal sur l'œuf.

C. *Action spéciale sur l'œuf*. — La part de la pression osmotique dans l'action sur la gangue était déjà restreinte par l'exception des solutions sucrées. Elle se limite davantage encore quand nous considérons la réaction éliminatrice. La réaction *peut* aboutir à la *consolidation de la membrane*. Mais celle-ci est *accessoire;* même quand elle est inhibée par les sels alcalino-terreux le développement se poursuit. L'essentiel, c'est la réaction qui ferme la porte aux spermatozoïdes (*Comptes rendus*, 7 juin 1909).

Que l'œuf ne réponde pas instantanément au contact de l'élément mâle, et la polyfécondation devient possible si la polyspermie provoquée par les solutions salines ne relève pas de l'état de la membrane (autant que ses propriétés peuvent être contrôlées par la cytolyse hépato-pancréatique), nous retombons sur une *inertie de l'œuf*, comparable à celle que j'enregistrais en 1912 (*Ann. Sc. nat.*, 9ᵉ série, t. 16, p. 260) sur les œufs atteints par le sperme dans la courte période d'inhibition qui suit l'application des chocs induits; comparable à celle que je provoquais dès 1909 par la chaleur. Qu'il s'agisse de *rigidité thermique*, de *rigidité électrique* ou de

rigidité physico-chimique, les résultats sont comparables et la polyspermie marque le *temps perdu* de la réaction.

Quand je fais intervenir les sels, *un certain rôle de la concentration ne saurait être exclu*. Les tentatives faites avec les sucres restant vaines, les solutions de NaI, NaBr, AzO^3Na, isotoniques à 0,25 pour 100 de NaCl donnent un rendement polyspermique merveilleux. L'iodure et le bromure, dans plusieurs opérations, ont produit *exclusivement* des segmentations baroques d'une richesse inouïe. Mais, si nous enregistrons une *supériorité de ces solutions*, nous devrons noter au contraire une infériorité des sels correspondants de potassium. Ici, les polyspermies sont beaucoup moins riches : l'*iodure* seul en fournit un nombre appréciable ; l'*azotate* en donne peu, et le *chlorure* presque pas.

Les essais comparatifs doivent toujours être faits avec les œufs de la même femelle, car il y a des variantes individuelles. Dans un essai avec NaBr, j'ai noté $\frac{1}{3}$ de polyspermies à 0,23 pour 100, $\frac{2}{3}$ à 0,33 pour 100, $\frac{9}{10}$ à 0,375 pour 100.

En tout cas, ces résultats suggèrent une action spécifique des ions et en particulier de tel ou tel cation. Le cation Na est plus actif que le cation K. Quant aux anions, ils se disposeraient, pour la même série de sels, dans l'ordre suivant d'efficacité : iodure, bromure, azotate, chlorure. C'est une échelle qui rappelle singulièrement celle dressée par Lillie recherchant l'action toxique ou activante des mêmes sels sur l'œuf d'oursin. L'azotate seul se trouve déplacé et reporté plus bas, entre le bromure et le chlorure.

Ainsi nos conclusions relatives à la polyspermie par les sels se précisent.

La non-consolidation de la membrane n'est pas la raison de la polyspermie, comme on eût pu le croire. La réponse de l'œuf aux activants (même quand la transformation de la membrane est inhibée) suffit à exclure les spermatozoïdes. C'est sur cette réaction que les facteurs polyspermiques provoquent un retard.

Malgré les variantes qu'on relève suivant les stocks utérins, la concentration a un rôle incontestable et l'optimum paraît en général voisin de 0,25 pour 100 (NaCl).

Les sels de sodium donnent des résultats meilleurs que les sels de potassium. L'ordre d'activité décroissante dans chaque série paraît être le même dans mes essais : iodure, bromure, azotate, chlorure.

Une certaine teneur en spermatozoïdes est évidemment nécessaire à la poly-

fécondation. Mais cette teneur est réalisée dans la plupart des fécondations artificielles; et pourtant la polyspermie physiologique (dans l'eau) est exceptionnelle. Lorsqu'elle devient prépondérante ou même uniforme sous l'influence d'un sel, elle résulte d'une rigidité expérimentale, d'un temps perdu de la réaction; elle est comparable à celle que j'ai obtenue par la chaleur et les chocs induits.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Synthèse biochimique d'un galactoside de la saligénine, le salicylgalactoside* β. Note [1] de MM. **Em. Bourquelot** et **A. Aubry**, présentée par M. Moureu.

La saligénine ou alcool orthoxybenzylique possède une fonction phénol et une fonction alcool. Sa formule est

$$C^6H^4\begin{cases}OH_1 \text{ (phénol)},\\ CH^2.OH_2 \text{ (alcool)}.\end{cases}$$

Dans la salicine, qui est un monoglucoside naturel de la saligénine, le glucose est substitué dans l'oxhydrile phénolique, de sorte que la formule de ce glucoside doit s'écrire

$$C^6H^4\begin{cases}O.C^6H^{11}O^5_1,\\ CH^2.OH_2.\end{cases}$$

En traitant la saligénine et le glucose en solution dans de l'acétone par de l'émulsine, MM. Bourquelot et Hérissey ont obtenu un isomère de cette salicine, isomère dans lequel le glucose est substitué dans l'oxhydrile alcoolique [2]; c'est le salicylglucoside β dont la formule est, par conséquent,

$$C^6H^4\begin{cases}OH_1,\\ CH^2.O.C^6H^{11}O^5_2.\end{cases}$$

L'agent de cette synthèse est la *glucosidase* β, ferment de l'émulsine qui intervient dans la synthèse biochimique des alcoolglucosides β. Mais, à côté de ce ferment, le produit des amandes contient une *galactosidase* β, à laquelle il faut rapporter la synthèse des alcoolgalactosides β que MM. Bourquelot, Hérissey et Bridel ont pu réaliser avec l'émulsine [3]. On devait donc penser qu'en remplaçant, dans l'expérience de synthèse qui

---

(1) Séance du 10 avril 1916.

(2) *Comptes rendus*, t. 156, 1913, p. 1790.

(3) *Comptes rendus*, t. 155, 1912, p. 731, 1552; t. 156 1913, p. 330, 1104, etc.

vient d'être rappelée, le glucose par du galactose, on obtiendrait un salicylgalactoside β. C'est, en effet, ce qui a été obtenu.

Après quelques essais préliminaires, on a mis en expérience le mélange suivant :

Galactose séché à l'air	9^g
Eau distillée	90
Saligénine	180
Acétone de bisulfite, q. s. p	450^{cm^3}

La rotation de ce mélange était de $+2^\circ48'$ pour $l=2$. La proportion exacte de galactose déterminée par réduction était de $1^g,950$ pour 100^{cm^3}.

On a ajouté 5^g d'émulsine et abandonné le tout à la température du laboratoire (16° à 20°). L'expérience, commencée le 2 décembre 1915, a été close le 2 mars 1916. L'examen du mélange a été fait deux fois seulement : le 5 février et le 2 mars. En voici les résultats :

Durée de l'expérience.	Rotation ($l=2$).	Sucre réducteur pour 100^{cm^3} (exprimé en galactose).
0 jour	$+2^\circ.48'$	$1^g,950$
65 jours	$+2.\ 8$	1,650
91 jours	$+2.\ 8$	1,690

On a filtré, puis distillé au bain-marie pour retirer l'acétone. Après refroidissement, on a amorcé avec une trace de saligénine, ce qui a provoqué la cristallisation rapide de la plus grande partie de celle-ci.

On a essoré et séparé ainsi une petite quantité de liquide aqueux. On a dissous les cristaux dans l'éther et agité la solution éthérée à trois reprises avec de l'eau. Les liquides aqueux étant réunis, on les a épuisés à trois reprises avec de l'éther pour enlever la saligénine.

On a distillé à sec, sous pression réduite, la solution aqueuse, et obtenu ainsi une masse cristalline qui a été traitée par 50^{cm^3} d'éther dans le but d'enlever ce qui restait de saligénine.

Le résidu qui devait renfermer le galactoside ainsi que le galactose en excès, a été traité à l'ébullition, à trois reprises, par de l'éther acétique anhydre, en employant chaque fois 100^{cm^3} de ce dissolvant. Le liquide de la première reprise accusait au tube de 2^{dm} : une rotation de $-18'$; celui de la deuxième : une rotation de $-8'$, tandis que celui de la troisième était sensiblement inactif. On avait donc enlevé par les deux premières reprises la totalité du galactoside formé.

Mais les solutions éthéro-acétiques renfermant encore un peu de saligénine, on les a évaporées à sec et l'on a dissous le résidu dans l'eau distillée; puis on a agité la solution aqueuse avec de l'éther tant que quelques gouttes du liquide éthéré, évaporées sur un verre de montre, ont donné avec Fe^2Cl^6 la coloration bleu violacé caractéristique de la saligénine.

Après avoir essayé sans succès de faire cristalliser le salicylgalactoside

que nous supposions exister dans le liquide aqueux, nous nous sommes décidés à étudier le produit amorphe obtenu par évaporation de ce liquide.

On a redissous ce produit dans une quantité suffisante d'eau distillée pour faire 25^{cm^3} et, avec la solution qui accusait, pour $l = 2$, une rotation de $-0°,833$, on a fait les expériences suivantes :

1° *Pouvoir rotatoire.* — On a prélevé 5^{cm^3} de la solution qu'on a versés dans un petit cristallisoir taré. Après évaporation dans le vide sulfurique, puis dessiccation à 100°, le résidu pesait $0^g,184$; d'où $[\alpha]_D = -11°,3$.

2° *Autres propriétés.* — *a.* La solution aqueuse donne avec l'acide sulfurique concentré la même coloration rouge que la salicine, le salicylglucoside et la saligénine.

b. La solution donne avec Fe^2Cl^6 une belle coloration violette que ne donne pas la salicine, mais que donne le salicylglucoside β.

c. Si, à la solution aqueuse, on ajoute quelques gouttes de macéré de *Russala delica* dans la glycérine (oxydase), on voit le liquide devenir peu à peu jaune, puis brun rouge.

Ces deux dernières réactions (*b* et *c*) sont caractéristiques des phénols et montrent que la fonction phénolique de la saligénine est restée libre.

3° *Hydrolyse par l'acide sulfurique.* — A 5^{cm^3} de la solution, on a ajouté 5^{cm^3} d'acide sulfurique à 6 pour 100; on a chauffé le mélange en tube scellé, pendant 2 heures, à 105°-107°. Il s'est formé un précipité résineux, adhérant aux parois (salirétine), le liquide étant resté incolore. Ce liquide accusait au tube de 2^{dm} une rotation de $+1°44'$ et renfermait $1^g,114$ de sucre réducteur exprimé en galactose pour 100^{cm^3}, ce qui correspond à $0^g,177$ de salicylgalactoside pour 5^{cm^3} du liquide primitif.

4° *Hydrolyse par l'émulsine.* — A 5^{cm^3} de la solution, on a ajouté 5^{cm^3} d'une solution d'émulsine à $0^g,5$ pour 100^{cm^3}. L'hydrolyse s'est faite lentement en donnant du galactose et de la saligénine.

En résumé, ces expériences établissent que le produit obtenu est bien un monogalactoside β de la saligénine. Remarquons que ni ce galactoside, ni le salicylglucoside β n'ont été préparés par voie chimique.

ÉLECTRICITÉ MÉDICALE. — *Protection illusoire contre les rayons X chez les médecins déjà frappés. — Anaphylaxie physique ou indirecte.* Note [1] de M. J. Bergonié, présentée par M. Charles Richet.

Dans un exposé de l'action pathogène des agents physiques (*Nouveau Traité de Pathologie générale* de Bouchard et Roger, t. 1, 1892, p. 850), à la suite de la constatation du fait qu'un tissu lésé une première fois par des rayons X reste longtemps, sinon toujours, plus ou moins sensibilisé à l'égard de ces rayons, j'écrivis les mots *anaphylaxie physique*, en les faisant suivre d'un (?). J'ai eu récemment l'occasion d'observer des faits qui confirment ces vues d'il y a 5 ans et enlèvent tous les doutes.

Un médecin qui, à la suite d'accidents graves de radiodermite, avait dû cesser toute recherche et tout contact avec les rayons X, s'y est de nouveau exposé par le fait des circonstances actuelles, et voici ce qui a été observé.

Tandis que, sur une peau normale, la dose nécessaire de rayons X, pour provoquer une réaction sensible, correspond à peu près à une irradiation de 15 minutes de durée à 20^{cm} de distance de l'anticathode d'un tube Chabaud-Villard, émettant des rayons nº 6 Benoît et alimenté par une intensité de courant de 0,5 milliampère, la dose nécessaire à provoquer une réaction sensible analogue sur la peau des mains de ce sujet sensibilisé par les graves atteintes antérieures est beaucoup plus petite. Au lieu d'une durée d'exposition mesurée en minutes, c'est une durée mesurée en secondes qui suffit; au lieu de compter la distance en centimètres, c'est en mètres qu'il faut la compter, minimum 4^{m}, sans oublier la loi du carré. Il est vrai que les intensités de courant ont été jusqu'à 10 milliampères, ce qui n'empêche que, si l'on fait le calcul [2], la dose ayant provoqué la réaction chez ce sujet hypersensible est, à la dose normale, évaluée plus haut, comme 1 est à 1600 environ.

La réaction qui suit l'application de cette dose infime ne peut être attribuée à la suggestion, car ce sont les accidents très objectifs habituels que l'on observe : les tissus sont tuméfiés; les doigts prennent une apparence boudinée; les plis de la peau sont moins nombreux et plus profonds ; les petites tumeurs épithéliales, qui parsèment les mains, éprouvent une poussée,

---

[1] Séance du 10 avril 1916.

[2] D'après la formule $Q = \frac{It}{d^2}$, dans laquelle Q représente la somme des rayons reçus par l'unité de surface, I l'intensité du courant qui alimente le tube sous un même voltage, t la durée de l'irradiation et d la distance de l'anticathode à la surface irradiée.

gonflent et prolifèrent; une sensation très pénible de chaleur à la peau persiste; les trajets nerveux sont douloureux; la maladresse des mains s'accentue, rendant l'écriture correcte impossible; puis tout disparaît au bout de quelques jours, s'il n'y a pas de nouvelle exposition.

On peut également observer l'existence d'une sensibilité spéciale aux rayons X, qui les fait percevoir au moment même où ils frappent certaines parties de la peau ayant déjà été atteintes de radiodermite, ce qui n'existe pas normalement.

On peut donc conclure à l'existence d'une sensibilisation dermique par une atteinte antérieure, ce qui n'est pas autre chose que le phénomène de l'anaphylaxie de M. Ch. Richet, étendu à l'action pathogène des rayons X et probablement, par extension, de tous les agents physiques.

Remarques de M. Charles Richet *sur l'anaphylaxie indirecte, à propos de la Communication de M. Bergonié* (¹).

Les faits importants que M. Bergonié mentionne établissent avec une netteté indiscutable un fait d'anaphylaxie *indirecte*.

Quoique l'anaphylaxie ait été, dans l'observation qu'il rapporte, la conséquence d'une action physique, c'est cependant une anaphylaxie qui est chimique quant à sa cause.

Les rayons X ont déterminé dans les tissus une altération qui s'est traduite par une modification chimique des tissus et des humeurs. Il s'est donc produit des substances chimiques particulières, qui, quoiqu'en faible dose, ont exercé une action à la fois générale et locale (phénomène dit d'Arthus). Les régions envahies par l'altération trophique sont imprégnées d'un poison anaphylactogène, et alors elles sont devenues tellement sensibles qu'une minime force radiante (dans le rapport de 1 à 1600) est rendue efficace.

Supposons, pour bien faire comprendre cette anaphylaxie indirecte, que, par une première application de rayons X, une substance A anaphylactisante ait pris naissance par action chimique des rayons X et qu'elle infiltre les tissus exposés. Après un certain temps d'incubation, cette substance anaphylactisante aura disparu et sera remplacée par une substance B, définitive, qui ne disparaît plus ni du sang, ni des tissus. Et alors, chaque

(¹) Séance du 10 avril 1916.

fois que la substance A apparaîtra de nouveau, comme dans le cas d'une nouvelle application de rayons X, elle formera avec la substance B une troisième substance C qui est extrêmement toxique. La substance B est la *toxogénine* qui, par union avec la substance A, fournit la toxine C.

La seule différence essentielle entre l'anaphylaxie directe, si souvent observée et maintenant classique, et l'anaphylaxie indirecte, très obscure encore, c'est que, dans le cas d'anaphylaxie directe, la substance préparante A est directement injectée dans le sang, tandis que, dans l'anaphylaxie indirecte, la substance préparante A résulte de l'action chimique que les rayons X exercent sur les tissus de l'organisme. La modalité est différente; mais au fond le phénomène est le même. Une substance préparante (A) qui se change en une toxogénine (B) (au bout d'une dizaine de jours), toxogénine qui, par sa réaction avec la substance préparante de nouveau injectée, se transforme en une toxine C qui produit immédiatement des désordres graves.

La précise observation de M. Bergonié prouve donc la réalité de cette anaphylaxie indirecte. On a d'autant plus le droit d'admettre cette interprétation que l'hypersensibilité anaphylactique se manifeste à peine si le médecin continue chaque jour à s'exposer au contact des rayons X, tandis que les phénomènes prennent une grande acuité s'il est resté deux ou trois semaines, ou deux ou trois mois, sans s'y exposer. C'est la période d'incubation, qui est nécessaire, aussi bien dans l'anaphylaxie indirecte que dans l'anaphylaxie directe.

A 16 heures et quart, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 17 heures trois quarts.

G. D.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans les séances de février 1916 (*suite*).

Biographie de M. le docteur Dionis des Carrières, par M. Georges Lemoine, Membre de l'Institut. Extrait du *Bulletin des Sciences historiques et naturelles de l'Yonne*, 1er semestre 1915. Auxerre, Albert Gallot, 1916; 1 fasc. in-8°. (Présenté par l'auteur.)

La genèse et l'évolution des atomes et des mondes par l'attraction universelle, par M. P. Millon. Extrait des *Comptes rendus de l'Association française pour l'Avancement des Sciences*, Congrès du Havre, 1914. Paris, Hôtel des Sociétés savantes; 1 fasc. in-8°. (Présenté par M. G. Lemoine.)

Bulletin de la Société de Pathologie exotique, t. VIII, 1915. Paris, Masson; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. Laveran.)

Progrès futurs, par P. Gerber. Lausanne, Ruedi, 1916; 1 fasc. in-8°.

Carte structurale des environs de Castellane (*Basses-Alpes*), par le Dr Adrien Guébhard. Extrait du *Bulletin de la Société géologique de France*, t. XIV (1914). Paris, 1915; 1 fasc. in-8°.

Sur une petite mais importante amélioration à apporter aux signes de la « Légende paléoethnologique internationale », par le Dr Adrien Guébhard. Extrait du *Compte rendu de la XIVe session du Congrès international d'Anthropologie et d'Archéologie préhistoriques*. Genève, 1912; 1 fasc. in-8°.

(*A suivre.*)

ERRATA.

(Séance du 20 mars 1916.)

Note de M. *Henri Fouque*, Les ferments du vin d'ananas.

Page 633, première ligne du titre, *au lieu de* Fouqué, *lire* Fouque.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU MARDI 25 AVRIL 1916.

PRÉSIDENCE DE M. CAMILLE JORDAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

Après le dépouillement de la correspondance, M. le **Président** s'exprime en ces termes :

Notre confrère M. **Émile Jungfleisch** vient de s'éteindre après une longue maladie, qui depuis de nombreux mois le retenait loin de nous.

D'origine alsacienne, né à Paris le 21 décembre 1839, agrégé à l'École de Pharmacie en 1869, il succéda en 1877, dans la Chaire de Chimie organique de cette école, à Berthelot, dont il fut l'élève et le collaborateur le plus dévoué.

En 1890 il fut nommé professeur de Chimie générale dans ses rapports avec l'Industrie au Conservatoire des Arts et Métiers. En 1908, il recueillit la succession de Berthelot au Collège de France. L'année suivante il entra à l'Académie des Sciences, Section de Chimie, en remplacement de M. Ditte.

Il était déjà depuis longtemps Membre de l'Académie de Médecine et avait présidé la Société chimique et la Société de Pharmacie.

On saluait en lui l'un des maîtres de la Chimie organique.

Son premier travail dans cette voie fut une étude approfondie des dérivés chlorés et nitrés de la benzine et de l'aniline. Il y fit connaître une quarantaine de corps nouveaux. Mais ses visées étaient plus hautes. Il se proposait d'étudier sur cet exemple les relations qui peuvent exister entre les propriétés physiques des corps et leur composition. Il arriva à cet égard à des résultats aussi remarquables qu'inattendus.

Les températures de fusion de ces composés varient en progression arithmétique lorsqu'on substitue successivement des atomes de chlore en

nombre pair à autant d'atomes d'hydrogène. Si le nombre des atomes substitués est impair, on a une progression analogue, mais de raison différente.

Contrairement à l'opinion précédemment admise, la substitution d'un élément à l'hydrogène modifie les points d'ébullition d'une manière différente suivant qu'elle porte sur le premier et le dernier atome d'hydrogène ou sur un des atomes intermédiaires.

Il existe des relations semblables en ce qui concerne les variations de la densité et du poids atomique.

Ces travaux devinrent immédiatement classiques et ont servi de point d'appui à la théorie de Kékulé.

Une autre série de Mémoires encore plus importante a pour objet l'étude des corps affectés de dissymétrie moléculaire.

Pasteur avait établi dans un travail célèbre l'existence de quatre acides tartriques. L'un d'eux dévie à droite le plan de polarisation; le second le dévie à gauche. Le troisième (acide racémique) est inactif, mais peut se dédoubler en acides droit et gauche. Le dernier, également inactif, n'est pas dédoublable.

M. Jungfleisch a montré que ces diverses variétés, chauffées en présence de l'eau, se transforment les unes dans les autres, donnant lieu à des équilibres constants pour des conditions données, mais variables avec ces conditions. Il a ainsi trouvé des méthodes permettant d'obtenir en abondance ces diverses variétés aux dépens de l'une d'elles.

Ici se présentait une question capitale au point de vue de la philosophie des sciences. Sous l'impulsion puissante de Berthelot, on avait déjà réussi à opérer la synthèse d'une foule de composés organiques; mais aucun d'entre eux ne possédait la dissymétrie moléculaire et l'on pouvait se demander, avec Pasteur lui-même, si l'intervention de la force vitale n'était pas nécessaire pour produire cette dissymétrie.

MM. Perkin et Duppa avaient bien réussi à produire l'acide racémique dédoublable en partant de l'acide succinique d'origine végétale. D'autre part, M. Maxwell Simpson avait obtenu un acide succinique en partant du cyanure d'éthylène. La synthèse de l'acide tartrique aurait ainsi été opérée si l'identité des deux acides succiniques était établie. Mais un doute pouvait subsister à cet égard. M. Jungfleisch l'a dissipé.

Partant de l'éthylène, obtenu par l'union directe d'éléments minéraux, il a reproduit un acide succinique qui, par le procédé de MM. Perkin et Duppa, lui a fourni l'acide racémique. La borne qu'on aurait songé à

imposer à la puissance de la synthèse était donc définitivement franchie.

M. Jungfleisch a étendu à bien d'autres corps les méthodes qui lui avaient si bien réussi pour l'acide tartrique. Commençant par l'acide camphorique, il a établi l'existence de deux acides droits et de deux acides gauches, donnant lieu par leur combinaison à quatre acides inactifs.

De l'acide malique actif, d'origine naturelle, il a déduit un acide inactif dédoublable.

On admettait généralement que les diverses variétés optiques d'un même corps ne différaient que par l'hémiédrie et le pouvoir rotatoire, leurs autres propriétés étant identiques. M. Jungfleisch a montré que c'était une erreur. L'exemple le plus frappant qu'il ait donné d'une différence est celui de l'acide lactique dont il a obtenu le dédoublement en utilisant la grande différence de solubilité des sels de quinine formés par ses composants droit et gauche. Ces études sur l'acide lactique sont d'un grand intérêt pour la physiologie.

A ce même ordre d'idées se rattache encore un travail important entrepris en collaboration de M. Léger sur la cinchonine et ses nombreux isomères.

D'autres Mémoires de M. Jungfleisch traitent de sujets variés. Citons entre autres des recherches importantes sur les chlorures d'acétylène; la construction d'un appareil très pratique permettant d'utiliser la combustion incomplète du gaz d'éclairage pour la production de l'acétylure de cuivre; une méthode nouvelle de réduction des composés organiques par les sels d'étain, méthode qui a trouvé dans les laboratoires de nombreuses applications; un travail sur les dérivés alcooliques du thymol; un autre sur la constitution des émétiques; des études sur la lévulose, qu'il a obtenue cristallisée; sur les procédés d'analyse et d'essai du sulfate de quinine; des recherches sur le rôle joué par certains oxydes dans la préparation de l'oxygène par le chlorate de potasse; sur l'inuline, sur l'hydrate de chloral, sur l'éther phénylphosphorique, etc.

En collaboration avec M. Berthelot, il a étudié les lois de la répartition d'un corps soluble en présence de plusieurs dissolvants.

C'est aussi grâce à sa collaboration que M. Lecoq de Boisbaudran a pu obtenir le gallium, qu'il venait de découvrir, en quantité assez notable pour permettre l'étude complète de ses propriétés. M. Jungfleisch a employé des méthodes d'extraction analogues pour l'indium.

L'un de ses derniers travaux est relatif à la gutta-percha. Ce précieux produit, qu'on obtenait de l'écorce d'arbres abattus, menaçait de s'épuiser.

M. Jungfleisch a montré qu'il existe dans les feuilles en proportion assez notable pour permettre une exploitation moins ruineuse, respectant la vie de l'arbre.

Ces travaux personnels, si nombreux et si importants, ne sont pas le seul service que notre regretté confrère ait rendu à la Science. Pendant 22 ans il a rédigé pour le *Journal de Pharmacie et de Chimie* une revue des travaux publiés à l'étranger. Dans cette revue, il s'efforçait moins de rendre compte des publications dès leur apparition que de grouper les recherches relatives à un même sujet, de signaler les opinions souvent contradictoires émises à leur endroit, de les discuter et de conclure.

Il a continué ce travail par les éditions successives du *Traité de Chimie organique*, si hautement apprécié, qu'il a publié d'abord en collaboration avec Berthelot et qu'il n'a cessé depuis de mettre au courant.

A l'École de Pharmacie, puis au Collège de France, il a su former de nombreux élèves, qu'intéressait son enseignement élégant et d'une parfaite lucidité.

Je lève la séance en signe de deuil.

MÉTÉOROLOGIE. — *Distribution mensuelle de la nébulosité moyenne en France.* Note de M. G. Bigourdan.

Pour une région quelconque, la durée d'insolation est un des éléments principaux de son climat. Mais les stations où cette durée a été déterminée sont généralement peu nombreuses, et en outre les séries d'observations sont courtes. Il n'en est pas de même pour la *nébulosité*, dont les observations sont plus nombreuses, remontent plus loin, et qui présente d'ailleurs une relation assez directe avec la durée d'insolation [1]; en outre sa connaissance

---

[1] Soit f la *fraction d'insolation*, c'est-à-dire le quotient obtenu en divisant le temps pendant lequel le Soleil a brillé réellement par celui où il aurait brillé s'il n'y avait eu aucun nuage dans le mois. En appelant n la nébulosité, exprimée comme à l'ordinaire de 0 à 10, on admet qu'on a la relation empirique

$$10(1-f)=n.$$

Pour diverses raisons cette formule peut être considérée comme suspecte. En effet, tandis que n est relatif au ciel entier, f se rapporte à un parallèle céleste, d'ailleurs variable d'un jour à l'autre et nécessairement confiné entre les tropiques.

Remarquons aussi que, pour des raisons de perspective, la nébulosité estimée n'a

présente de l'intérêt au point de vue des observations astronomiques. Pour ces raisons, il a paru utile de tracer, pour la France, les courbes mensuelles moyennes dites *isonèphes*, dont chacune réunit des points d'égale nébulosité.

L. Teisserenc de Bort a tracé de telles courbes pour la surface entière de la Terre (¹); mais ses cartes sont à une échelle si réduite, que la nébulosité relative des diverses parties de la France s'y trouve tout à fait masquée. Aussi j'ai tracé à nouveau ces courbes, mais à une échelle plus grande, en utilisant les mêmes observations, savoir : celles de 35 stations françaises et celles des stations étrangères voisines de nos frontières.

La nébulosité est appréciée à l'estime et notée de 0 à 10, le chiffre 0 indiquant un ciel sans nuage et 10 un ciel complètement couvert. On ne tient pas compte de l'espèce des nuages.

Logiquement, pour déduire la nébulosité mensuelle moyenne, il faudrait d'abord réduire les observations à la moyenne vraie, puis les corriger de la variation diurne, de l'influence de l'altitude qui varie considérablement avec les saisons, des conditions topographiques et enfin opérer la réduction à la même période. Malheureusement diverses de ces corrections sont impossibles; même, pour la plupart des stations, nous manquons de données pour faire la réduction à la moyenne vraie.

Sur les 35 stations françaises utilisées, Teisserenc de Bort distingue des stations dites *principales* au nombre de 3 et qui lui ont servi à réduire les autres à un système homogène. Ces trois stations sont le Parc Saint-Maur, Saint-Martin-de-Hinx et Perpignan; voici les stations que chacune d'elles a servi à réduire :

Parc Saint-Maur. — Stations du Nord, de l'Est, de l'Ouest et du Centre.

---

pas le même sens vers le zénith et au voisinage de l'horizon. Il serait donc utile de l'estimer séparément au moins pour les parties hautes du ciel et pour celles qui sont voisines de l'horizon. C'est ce qu'on pourrait faire, jusque dans les stations les plus modestes, au moyen d'un cercle de fil de fer installé horizontalement; l'œil se placerait sur la partie inférieure de la verticale du centre. Il resterait à convenir des distances de l'œil à ce centre, c'est-à-dire des limites des zones choisies pour lesquelles on estimerait n séparément.

Dans les temps de brume, qui parfois rendent difficile l'estimation de la nébulosité, cette manière de procéder aurait l'avantage de diminuer la difficulté, du moins pour la calotte zénithale.

(¹) *Étude sur la distribution moyenne de la nébulosité à la surface du globe* [*Annales du Bureau central météorologique*, 1884, t. 4 (*Météorologie générale*) p. 27-66].

Distribution mensuelle de la nébulosité moyenne en France. — *Cartes isonèphes mensuelles.*

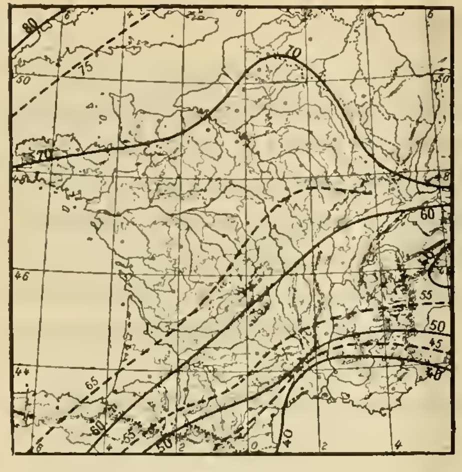


Fig. 1. — Janvier.

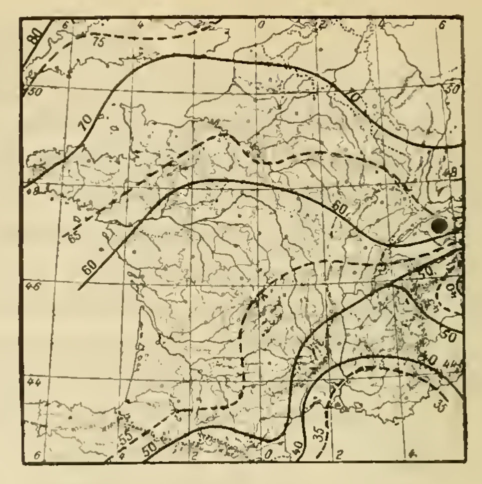


Fig. 2. — Février.

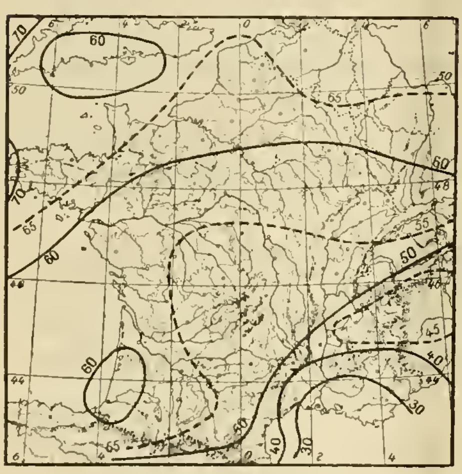


Fig. 3. — Mars.

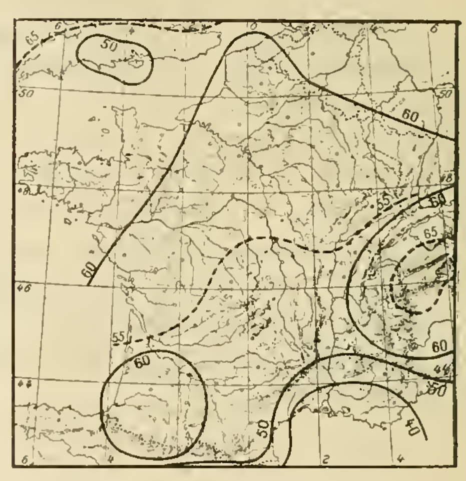


Fig. 4. — Avril.

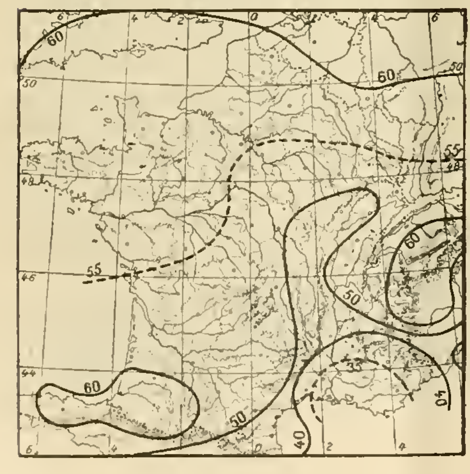


Fig. 5. — Mai.

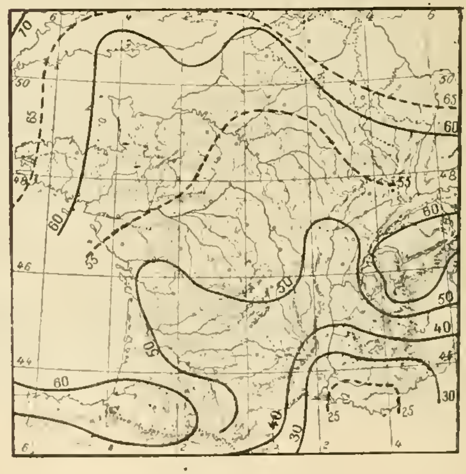


Fig. 6. — Juin.

(La nébulosité est exprimée en centièmes. Les courbes sont tracées de 5 en 5 centièmes.)

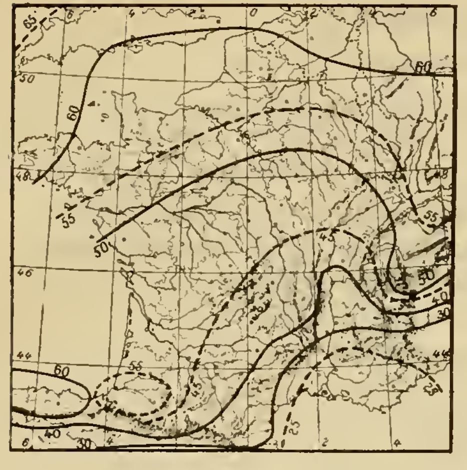


Fig. 7. — Juillet.

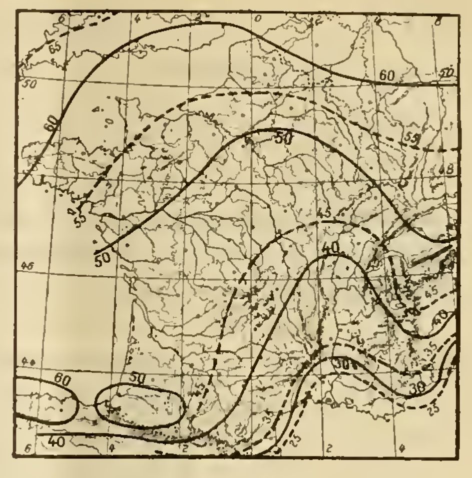


Fig. 8. — Août.

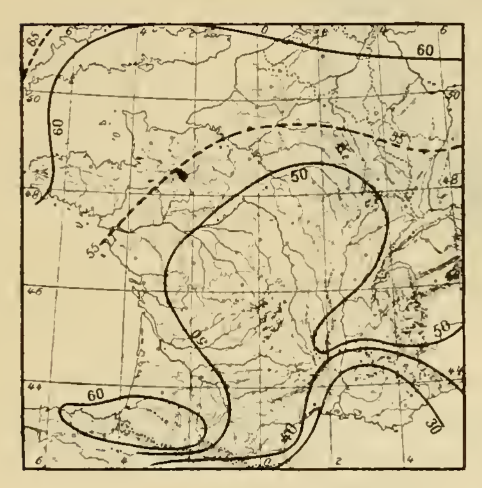


Fig. 9. — Septembre.



Fig. 10. — O



Fig. 11. — Novembre.

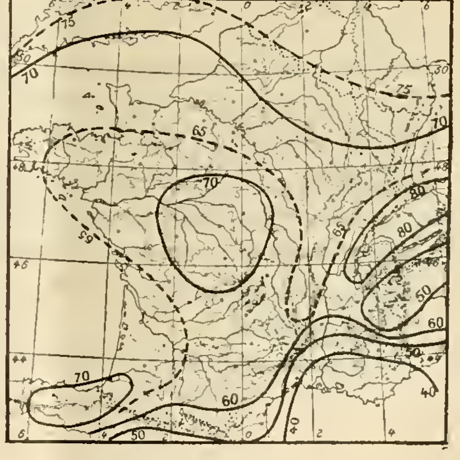


Fig. 12. — D

Saint-Martin-de-Hinx. — Stations du Sud-Ouest.

Perpignan. — Stations du versant méditerranéen (région de l'olivier).

C'est ainsi que l'on a obtenu les *valeurs réduites* ramenées à la période 1868-1885, valeurs qui ont été employées pour tracer les courbes isonèphes des 13 cartes ci-jointes : les douze premières sont relatives à chacun des mois successifs à partir de janvier, et la treizième à l'année entière.

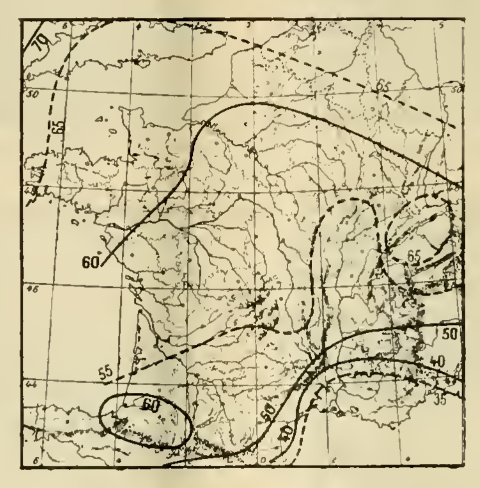


Fig. 13. — Année.

Ces cartes ne peuvent être considérées que comme une première approximation; cependant elles permettent de faire quelques remarques dont certaines seront peut-être utiles à ceux qui, employant des séries plus longues, chercheront à faire un travail plus complet :

1° Certaines stations voisines les unes des autres présentent des différences systématiques peu explicables par les influences locales; ainsi Vendôme a toujours une nébulosité moindre que celle d'Alençon. Cela pourrait tenir à la manière même dont les observations ont été faites.

2° D'autres fois le voisinage de la mer donne l'explication de ces différences; tel est le cas pour Avignon et Marseille; dans cette dernière station, la nébulosité est toujours plus forte et, pour tenir compte de cette circonstance, dans les cartes il aurait fallu toujours entourer Marseille d'une courbe isonèphe spéciale, indiquant une nébulosité plus forte que celle des régions voisines.

3° L'influence topographique est extrêmement nette entre Clermont

et le Puy de Dôme; ici l'on peut admettre que les observations sont faites exactement de la même manière.

4° La forme assez tourmentée des courbes montre que le nombre des stations est insuffisant.

5° Les stations *principales* sont, semble-t-il, trop peu nombreuses. En outre, leur choix laisse à désirer, car Saint-Martin-de-Hinx se trouve dans une région assez exceptionnelle; en outre, Perpignan paraît insuffisant pour réduire les observations faites entre Marseille et Nice.

6° Certaines influences bien connues se manifestent sur les cartes, par exemple la clarté du ciel en hiver dans certaines régions élevées de la Suisse, explicable par le fait que dans cette saison les nuages sont plus bas qu'en été. L'influence des Pyrénées, qui arrêtent les vents de Nord-Ouest chargés d'humidité, produit des condensations accusées par un maximum relatif de nébulosité dans l'extrême sud-ouest de la France et sur le littoral nord de l'Espagne.

7° Dans la région provençale, la différence de nébulosité entre l'été et l'hiver est peu prononcée; elle y est d'ailleurs toujours notablement plus faible que dans les autres régions de la France.

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Sur la régularisation du problème des trois corps.* Note de M. T. Levi-Civita.

Les équations différentielles du problème des trois corps, dans une quelconque de leurs formes classiques, présentent des singularités au voisinage d'un choc. J'ai montré, il y a déjà quelques années ([1]), que, dans le cas particulier du problème restreint, on peut faire disparaître toute singularité par un changement tout à fait élémentaire de paramètres, et cela sans altérer la forme canonique des équations.

M. Sundman a découvert ensuite ([2]) une régularisation du problème général, d'où la conclusion, mémorable au point de vue de l'analyse, que toute solution (quelles que soient les données initiales) peut être représentée par des développements en série toujours convergents. Cependant le but a pu être atteint seulement d'une manière indirecte, par l'introduction d'un nombre assez grand d'auxiliaires et en sortant du cadre des équations de la Dynamique : circonstance assez gênante, puisqu'il n'est plus permis (du moins sans discussions préalables) d'appliquer au système

([1]) *Acta mathematica*, t. 30, 1906, p. 306-327.

([2]) *Ibid.*, t. 36, 1912, p. 105-179.

régularisé ni les résultats théoriques, ni les méthodes de calcul de la Mécanique analytique.

Pour le problème plan je suis parvenu tout récemment [1] à une véritable régularisation dynamique, en généralisant (avec traitement symétrique des trois corps) la transformation employée pour le problème restreint.

Le problème dans l'espace a longtemps résisté à mes efforts, tant que j'essayais de l'aborder par de semblables changements de coordonnées. Les transformations canoniques usuelles, se rattachant au mouvement elliptique, ne régularisent pas non plus. Mais on peut en trouver d'analogues : une notamment bien simple, suggérée par le mouvement parabolique, rendant tout holomorphe au voisinage d'un choc binaire. C'est ce que je vais exposer ici, si l'Académie veut bien le permettre.

1. Soient O, P, P' les trois corps; m_0, m, m' leurs masses; x_i, x'_i ($i=1, 2, 3$) les coordonnées de P et de P' par rapport à O (c'est-à-dire par rapport à trois axes rectangulaires d'orientation fixe ayant l'origine en O); p_i, p'_i les composantes de la quantité de mouvement *absolue* de P et de P' respectivement; r, r', Δ les trois distances $\overline{OP}$, $\overline{OP'}$, $\overline{PP'}$; f la constante de l'attraction; $\mathfrak{V}$ la fonction des forces; $\mathfrak{C}$ l'énergie cinétique du système. On a

$$(1)\quad \begin{cases} \mathfrak{V} = f\left(\dfrac{m_0 m}{r} + \dfrac{m_0 m'}{r'} + \dfrac{m m'}{\Delta}\right), \\ \mathfrak{C} = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{m} + \dfrac{1}{m_0}\right)(p_1^2 + p_2^2 + p_3^2) \\ \qquad + \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{m'} + \dfrac{1}{m_0}\right)(p_1'^2 + p_2'^2 + p_3'^2) + \dfrac{1}{m_0}(p_1 p'_1 + p_2 p'_2 + p_3 p'_3). \end{cases}$$

Les équations du mouvement relatif sous la forme canonique de Poincaré dérivent de la fonction caractéristique

$$(2)\qquad H = \mathfrak{C} - \mathfrak{V}.$$

Elles s'écrivent par conséquent

$$(3)\quad \frac{dp_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x_i}, \quad \frac{dx_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_i}; \quad \frac{dp'_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x'_i}, \quad \frac{dx'_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p'_i} \qquad (i=1, 2, 3)$$

et donnent lieu à l'intégrale (des forces vives)

$$(4)\qquad H = \mathcal{E} \qquad (\mathcal{E} = \text{const.}).$$

---

[1] *Rendiconti dei Lincei*, t. 24 (2e semestre 1915), p. 61-75, 235-248, 421-433, 485-501, 553-569.

2. Envisageons les mouvements pour lesquels la constante $\mathcal{E}$ a une valeur fixée d'avance, et posons avec M. Sundman

$$dt = r\,du. \tag{5}$$

Les ∞^{11} solutions du système (3) satisfaisant à la condition $H = \mathcal{E}$ vérifient également le système

$$\frac{dp_i}{du} = -\frac{\partial H^*}{\partial x_i}, \quad \frac{dx_i}{du} = \frac{\partial H^*}{\partial p_i}; \quad \frac{dp'_i}{du} = -\frac{\partial H^*}{\partial x'_i}, \quad \frac{dx'_i}{du} = \frac{\partial H^*}{\partial p'_i} \qquad (i = 1, 2, 3), \tag{6}$$

où

$$H^* = r(H - \mathcal{E}). \tag{7}$$

Elles correspondent à la valeur zéro de H^*.

3. Le dernier pas en vue de la régularisation consiste à remplacer les x_i, p_i par six combinaisons canoniques ξ_i, ϖ_i moyennant la transformation suivante [1] :

$$x_i = \varpi^2 \xi_i - 2U\varpi_i, \qquad p_i = \frac{\varpi_i}{\varpi^2} \qquad (i = 1, 2, 3), \tag{8}$$

où

$$\varpi^2 = \varpi_1^2 + \varpi_2^2 + \varpi_3^2, \qquad U = \varpi_1\xi_1 + \varpi_2\xi_2 + \varpi_3\xi_3.$$

C'est une transformation canonique, puisqu'elle entraîne

$$\sum_1^3 {}_i\, p_i\, dx_i - \sum_1^3 {}_i\, \varpi_i\, d\xi_i = -2\,dU.$$

Elle entraîne aussi

$$\left\{\begin{aligned} &r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} = \xi\varpi^2 && \left(\xi = \sqrt{\xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2}\right), \\ &rp_i = \xi\varpi_i && (i = 1, 2, 3), \\ &r(p_1^2 + p_2^2 + p_3^2) = \xi. \end{aligned}\right. \tag{9}$$

4. Ceci posé, plaçons-nous au voisinage d'un choc entre P et O, dans l'hypothèse où le moment résultant des quantités de mouvement du système ne s'annule pas. On est assuré, d'après M. Sundman, que P' reste à une distance finie soit de O que de P, la vitesse de P' restant finie. La vitesse de P croît au contraire indéfiniment, lorsqu'on s'approche d'un choc, de façon toutefois que le produit $r(p_1^2 + p_2^2 + p_3^2)$ tende vers une limite positive (dépendant exclusivement des masses).

---

[1] On y est conduit tout naturellement en intégrant par la méthode de Jacobi les équations du mouvement parabolique (d'un point soumis à l'attraction newtonienne d'un centre fixe, dans le cas particulier où s'annule la constante des forces vives). Voir, pour cette déduction et pour les propriétés géométriques de ladite transformation, une Note actuellement sous presse aux *Rendiconti dei Lincei*.

Pour notre but suffit d'ailleurs la remarque, découlant immédiatement des formules (8) et (9), que, par rapport aux nouvelles variables ξ_i, ϖ_i, *un choc est caractérisé par des valeurs nulles des* ϖ_i, *non toutes nulles à la fois des* ξ_i : bien entendu, on doit y associer des valeurs finies quelconques des x'_i, p'_i soumises à la seule restriction $r' > 0$ (ce qui implique, à cause de $r = 0$, $\Delta = r' > 0$). *Les formules* (8) *et* (9) *montrent au surplus que, dans le domaine d'un tel système de valeurs, les anciennes coordonnées* x_i, *ainsi que* r, rp_i, $r(p_1^2 + p_2^2 + p_3^2)$ *sont des fonctions holomorphes des arguments* ξ_i, ϖ_i. *On en déduit immédiatement, ayant égard à* (1), (2) *et* (7), *qu'il en est de même pour la fonction caractéristique* H^*. C. Q. F. D.

5. Considérons en particulier (parmi les termes qui figurent dans H^*) le produit

$$r\mathfrak{V} = f\left(m_0 m + m_0 m' \frac{r}{r'} + mm' \frac{r}{\Delta}\right).$$

Par rapport aux nouvelles variables, c'est évidemment une fonction holomorphe au voisinage d'un choc P, O, qui ne s'annule pas pour $r = 0$.

Il s'ensuit que le paramètre τ, défini par la relation différentielle

$$d\tau = \mathfrak{V}\,dt = r\mathfrak{V}\,du, \tag{10}$$

peut rendre les mêmes services que u, dans le domaine susdit, avec l'avantage, évident à cause de sa structure symétrique, de s'appliquer également aux autres chocs éventuels : partout ailleurs, cela va sans dire, la substitution de τ à t comme variable indépendante est parfaitement légitime, puisque $\mathfrak{V}$ demeure fini et > 0.

Par une telle substitution, la fonction caractéristique H^* du système différentiel (6) devient

$$F = \frac{1}{r\mathfrak{V}} H^* = \frac{1}{\mathfrak{V}}(H - \mathcal{E}). \tag{11}$$

C'est une fonction régulière des variables primitives x_i, p_i, x'_i, p'_i, tant que les positions des trois corps sont distinctes; au voisinage d'un choc binaire, des transformations canoniques analogues à (8) suffisent à rétablir la régularité.

On peut évidemment (d'une infinité de manières) choisir 12 paramètres canoniques

$$y_h, q_h \qquad (h = 1, 2, \ldots, 6)$$

définissant l'état de mouvement des trois corps, doués de la propriété que $F(y_h, q_h)$ se comporte régulièrement *toujours* (chocs éventuels compris), c'est-à-dire quelles que soient les valeurs de ces paramètres qu'on peut effectivement atteindre pendant le cours du mouvement (à partir d'un état initial quelconque).

Il resterait à indiquer un choix approprié de tels paramètres. Je me borne à signaler la question. Pour le problème plan, la question analogue a été traitée avec tous les développements qu'elle comporte dans les Notes citées au début.

CORRESPONDANCE.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une courbe cantorienne qui contient une image biunivoque et continue de toute courbe donnée.* Note [1] de M. **W. Sierpinski**, présentée par M. Émile Picard.

Le but de cette Note est de construire *une courbe cantorienne* (*plane*) C_0 *telle que*, C *étant une courbe cantorienne* (*plane*) *donnée arbitrairement* a priori, *il existe toujours une image biunivoque et continue* C′ *de la courbe* C *dont tous les points sont points de la courbe* C_0.

La courbe C_0 sera définie comme suit. Soit Q un carré donné, par exemple le carré dont les sommets sont les points (0,0), (0,1), (1,0) et (1,1). Divisons le carré Q en neuf carrés plus petits et excluons l'intérieur de celui qui contient le centre du carré Q. Sur chacun des huit carrés qui resteront opérons de même et ainsi de suite *in infinitum*. L'ensemble de tous les points du carré Q qui ne seront pas exclus constitue évidemment une ligne cantorienne : c'est la courbe C_0.

Soit maintenant C une courbe cantorienne donnée quelconque : je dis qu'il existe une courbe C′, sous-ensemble de C_0, qui est une image biunivoque et continue de la courbe C. Pour le démontrer il suffit évidemment de démontrer qu'il existe une courbe K qui est une image biunivoque et continue de la courbe C_0 et qui contient tous les points de la courbe C.

Pour définir la courbe K construisons préalablement un carré U tel que la courbe C soit située à l'intérieur de U. Comme axes des coordonnées, prenons les côtés du carré U. Divisons le carré U en neuf nouveaux carrés : soit V celui d'entre eux qui contient le centre du carré U.

Nous dirons, pour abréger, qu'*un rectangle* R *jouit de la propriété* P, si ses côtés sont parallèles aux axes des coordonnées et s'il ne contient à son intérieur aucun point de la courbe C.

Soit R un rectangle jouissant de la propriété P qui est intérieur au carré V (un tel rectangle existe évidemment, la courbe C étant un ensemble non dense dans le plan). Désignons par x_1 l'abscisse (commune) des sommets gauches du rectangle R; par x_2 celle de ses sommets droits; par y_1

[1] Séance du 10 janvier 1916.

l'ordonnée de ses sommets inférieurs, et par y_2 celle de ses sommets supérieurs. Posons encore $x_0 = 0$, $y_0 = 0$. Les quatre droites

$$x = x_1, \qquad x = x_2, \qquad y = y_1, \qquad y = y_2$$

divisent le carré U en neuf rectangles ayant comme sommets gauches inférieurs respectivement les points (x_α, y_β) $(\alpha = 0, 1, 2; \beta = 0, 1, 2)$; désignons par $U_{\alpha,\beta}$ celui de ces rectangles qui a le point (x_α, y_β) comme sommet gauche inférieur (nous aurons donc évidemment $U_{1,1} = R$). Divisons chacun des neuf rectangles $U_{\alpha,\beta}$ en neuf rectangles égaux : soit toujours $V_{\alpha,\beta}$ celui d'entre eux qui contient le milieu du rectangle $U_{\alpha,\beta}$.

Nous allons maintenant construire neuf rectangles $S_{\alpha,\beta}$ jouissant de la propriété P. Généralement, σ désignant un symbole définissant un rectangle S_σ dont les côtés sont parallèles aux axes des coordonnées, nous désignerons toujours par x'_σ l'abscisse des sommets gauches du rectangle S_σ, par x''_σ l'abscisse de ses sommets droits, par y'_σ l'ordonnée de ses sommets inférieurs et par y''_σ celle de ses sommets supérieurs.

Les neuf rectangles $S_{\alpha,\beta}$ seront maintenant définis par récurrence comme suit. A l'intérieur du rectangle $V_{\alpha,\beta}$, choisissons un rectangle $S_{\alpha,\beta}$ jouissant de la propriété P et contenu d'une part entre les parallèles $y = y'_{\alpha-1,\beta}$, $y = y''_{\alpha-1,\beta}$ et d'autre part entre les parallèles $x = x'_{\alpha,\beta-1}$, $x = x''_{\alpha,\beta-1}$ (si $\alpha = 0$ ou $\beta = 0$, on doit omettre l'une ou l'autre de ces conditions). Posons

$$x_{\alpha 1} = x'_{\alpha,2}, \qquad x_{\alpha 2} = x''_{\alpha,2}, \qquad y_{\beta 1} = y'_{2,\beta}, \qquad y_{\beta 2} = y''_{2,\beta} \qquad (\alpha = 0, 1, 2; \beta = 0, 1, 2)$$

et désignons par $R_{\alpha,\beta}$ le rectangle formé par les droites

$$x = x_{\alpha 1}, \qquad x = x_{\alpha 2}, \qquad y = y_{\beta 1}, \qquad y = y_{\beta 2}.$$

On voit aisément que le rectangle $R_{\alpha,\beta}$ sera contenu dans $S_{\alpha,\beta}$: donc il ne contiendra à son intérieur aucun point de la courbe C. Posons encore

$$x_{\alpha 0} = x_\alpha, \qquad y_{\beta 0} = y_\beta \qquad (\alpha, \beta = 0, 1, 2).$$

Les droites

$$x = x_{\alpha_1 \alpha_2}, \qquad y = y_{\beta_1 \beta_2} \qquad (\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2 = 0, 1, 2)$$

divisent le carré U en 81 rectangles dont les sommets gauches inférieurs sont respectivement les points $(x_{\alpha_1 \alpha_2}, y_{\beta_1 \beta_2})$: désignons par $U_{\alpha_1 \alpha_2, \beta_1 \beta_2}$ celui de ces rectangles dont le sommet gauche inférieur est le point $(x_{\alpha_1 \alpha_2}, y_{\beta_1 \beta_2})$.

Supposons maintenant que nous avons déjà défini les rectangles

$$S_{\alpha_1 \alpha_2 \ldots \alpha_{n-1}, \beta_1 \beta_2 \ldots \beta_{n-1}} \quad \text{et} \quad U_{\alpha_1 \alpha_2 \ldots \alpha_n, \beta_1 \beta_2 \ldots \beta_n} \quad (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n, \beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_n = 0, 1, 2).$$

Divisons chacun des rectangles $\mathrm{U}_{\alpha_1\alpha_2\ldots\alpha_n,\beta_1\beta_2\ldots\beta_n}$ en neuf rectangles égaux et soit $\mathrm{V}_{\alpha_1\ldots\alpha_n,\beta_1\ldots\beta_n}$ toujours celui d'entre eux qui est au milieu.

Les indices $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n, \beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_n$ étant donnés, désignons par $\mathrm{U}_{\gamma_1\ldots\gamma_n,\beta_1\ldots\beta_n}$ celui des rectangles $\mathrm{U}_{\xi_1\ldots\xi_n,\eta_1\ldots\eta_n}$ dont le côté droit coïncide avec le côté gauche du rectangle $\mathrm{U}_{\alpha_1\ldots\alpha_n,\beta_1\ldots\beta_n}$ et par $\mathrm{U}_{\alpha_1\ldots\alpha_n,\delta_1\ldots\delta_n}$ celui dont le côté supérieur coïncide avec le côté inférieur du rectangle $\mathrm{U}_{\alpha_1\ldots\alpha_n,\beta_1\ldots\beta_n}$.

A l'intérieur du rectangle $\mathrm{V}_{\alpha_1\ldots\alpha_n,\beta_1\ldots\beta_n}$ déterminons un rectangle $\mathrm{S}_{\alpha_1\ldots\alpha_n,\beta_1\ldots\beta_n}$ jouissant de la propriété P et contenu d'une part entre les parallèles $y = y'_{\gamma_1\ldots\gamma_n,\beta_1\ldots\beta_n}$ et $y = y''_{\gamma_1\ldots\gamma_n,\beta_1\ldots\beta_n}$ et d'autre part entre les parallèles $x = x'_{\alpha_1\ldots\alpha_n,\delta_1\ldots\delta_n}$ et $x = x''_{\alpha_1\ldots\alpha_n,\delta_1\ldots\delta_n}$. (Dans le cas $\alpha_1 = \ldots = \alpha_n = 0$ on doit omettre l'une de ces conditions et dans le cas $\beta_1 = \ldots = \beta_n = 0$, l'autre.) Les rectangles $\mathrm{S}_{\alpha_1\ldots\alpha_n,\beta_1\ldots\beta_n}$ seront ainsi déterminés par récurrence. Posons

$$x_{\alpha_1\ldots\alpha_n 1} = x'_{\alpha_1\ldots\alpha_n,2\ldots2}, \qquad x_{\alpha_1\ldots\alpha_n 2} = x''_{\alpha_1\ldots\alpha_n,2\ldots2},$$
$$y_{\beta_1\ldots\beta_n 1} = y'_{2\ldots2,\beta_1\ldots\beta_n}, \qquad y_{\beta_1\ldots\beta_n 2} = y''_{2\ldots2,\beta_1\ldots\beta_n}$$

et désignons par $\mathrm{R}_{\alpha_1\ldots\alpha_n,\beta_1\ldots\beta_n}$ un rectangle formé par les droites

$$x = x_{\alpha_1\ldots\alpha_n 1}, \qquad x = x_{\alpha_1\ldots\alpha_n 2}, \qquad y = y_{\beta_1\ldots\beta_n 1}, \qquad y = y_{\beta_1\ldots\beta_n 2}.$$

Les droites

$$x = x_{\alpha_1\ldots\alpha_n\alpha_{n+1}}, \qquad y = y_{\beta_1\ldots\beta_n\beta_{n+1}} \qquad (\alpha_1, \ldots, \alpha_{n+1}, \beta_1, \ldots, \beta_{n+1} = 0, 1, 2)$$

divisent le carré U en 3^{2n+2} rectangles dont les côtés gauches inférieurs sont respectivement les points $(x_{\alpha_1\ldots\alpha_{n+1}}, y_{\beta_1\ldots\beta_{n+1}})$: désignons-les respectivement par $\mathrm{U}_{\alpha_1\ldots\alpha_{n+1},\beta_1\ldots\beta_{n+1}}$.

Ainsi, ayant déjà défini (pour une valeur donnée de n) les rectangles $\mathrm{U}_{\alpha_1\ldots\alpha_n,\beta_1\ldots\beta_n}$, nous pourrons toujours définir les rectangles $\mathrm{U}_{\alpha_1\ldots\alpha_{n+1},\beta_1\ldots\beta_{n+1}}$.

Excluons maintenant du carré U l'intérieur du rectangle R et de tous les rectangles $\mathrm{R}_{\alpha_1\ldots\alpha_n,\beta_1\ldots\beta_n}$ $(\alpha_1, \ldots, \alpha_n, \beta_1, \ldots, \beta_n = 0, 1, 2;\ n = 1, 2, 3, \ldots)$. Désignons par K l'ensemble de tous les points du carré U qui resteront : ce sera évidemment une courbe cantorienne et tout point de la courbe C sera un point de la courbe K.

Soit maintenant t un nombre de l'intervalle $(0, 1)$ et

$$t = (0, c_1 c_2 c_3 \ldots)_3$$

son développement en fraction infinie à base 3. Posons

$$\varphi(t) = \lim_{n=\infty} x_{c_1 c_2 \ldots c_n}, \qquad \psi(t) = \lim_{n=\infty} y_{c_1 c_2 \ldots c_n}.$$

On voit sans peine que les fonctions $\varphi(t)$ et $\psi(t)$ seront bien définies dans l'intervalle (0, 1) et qu'elles seront dans cet intervalle des fonctions continues et croissantes de la variable t.

En faisant correspondre à tout point (x, y) de la courbe C_0 le point $[\varphi(x), \psi(y)]$ de la courbe K, nous aurons, comme on voit sans peine, une application biunivoque et continue de la courbe C_0 sur la courbe K. La propriété de la courbe C_0 est donc démontrée.

Remarquons qu'on pourrait démontrer, comme l'a observé M. E. Mazurkiewicz, que tout point de C_0 est un point de ramification d'ordre infini.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Calcul de la poussée exercée sur un mur de soutènement à parement intérieur plan par un massif pulvérulent à surface libre plane.* Note de M. E. **Baticle**, présentée par M. Jordan.

En un point m du massif, l'ellipse directrice des actions moléculaires, transportée parallèlement à elle-même à l'origine des coordonnées (que nous supposons à l'intersection des deux surfaces limitant le massif) et rapportée à ses axes de symétrie, a pour équation $\alpha x^2 + \beta y^2 = 1$, α, β étant des constantes telles que $\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} = \operatorname{tang}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$, où φ est l'angle de frottement intérieur du massif (condition d'*équilibre-limite*, d'après Rankine). En un point infiniment voisin l'ellipse directrice, également transportée et rapportée aux mêmes axes, a pour équation, ε étant l'angle dont elle a tourné : $\alpha(x + \varepsilon y)^2 + (-\varepsilon x + y)^2 = 1$. Si nous cherchons la condition pour que la direction $mm'(dx, dy)$ soit conjuguée de Om dans (1) et de Om' dans (2) nous obtiendrons la relation

$$\frac{\alpha\beta}{\alpha - \beta}(x\,dy - y\,dx) = -\varepsilon(\alpha x^2 - \beta y^2)$$

ou, en appelant ψ l'angle du grand axe de l'ellipse avec OX, horizontale menée de O vers l'intérieur du massif, et θ l'angle de Om avec ladite direction OX :

$$-d\psi[\alpha \cos^2(\theta - \psi) - \beta \sin^2(\theta - \psi)] = \frac{\alpha\beta}{\alpha - \beta}(d\theta - d\psi).$$

Cette équation peut s'intégrer; il suffit de poser $\theta - \psi = \chi$ et $\operatorname{tang}\chi = u$ pour être ramené à l'intégrale d'une fraction rationnelle. On trouve,

en revenant aux variables primitives et en tenant compte de ce que $\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} = \text{tang}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$,

$$(1) \qquad \frac{\text{tang}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) + \text{tang}(\theta - \psi)}{\text{tang}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) - \text{tang}(\theta - \psi)} = k e^{\psi \, \text{tang}\, \varphi} \qquad (k \text{ étant une constante}).$$

Cette relation définit *l'orientation* ψ *de l'ellipse directrice des actions moléculaires le long de la courbe, lieu de* m, *telle qu'en chacun de ses points les poussées élémentaires qu'elle subit convergent vers* O. En lui adjoignant la relation

$$(2) \qquad \text{tang}(\theta - \psi)\,\text{tang}(\theta' - \psi) + \text{tang}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) = 0,$$

qui exprime que θ', direction de la tangente à la courbe ainsi définie, est conjuguée de θ, on obtiendra facilement l'équation différentielle de cette courbe. On aurait d'ailleurs une autre famille de courbes répondant à la même définition en combinant (2) avec la relation

$$(1') \qquad \psi = k' \qquad (k' \text{ étant une nouvelle constante}),$$

qui donne des ellipses de centre O et de rapport d'axes $\text{tang}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$.

Les constantes k et k' se déterminent aisément : l'angle de frottement φ_1 des terres sur le mur donne la conjuguée du parement; d'où ψ au voisinage du parement, d'où k. De même, la verticale et la surface libre étant conjuguées, on a ψ au voisinage de la surface libre, d'où k'. La valeur de θ qui, portée dans (1), donne $\psi = k'$ détermine le rayon sur lequel les deux familles de courbes se raccordent : elle délimite la région du massif où s'étend la perturbation amenée dans son équilibre par la présence du mur, l'équation $\psi = k'$ étant celle qui s'appliquerait seule si le mur n'existait pas.

L'orientation de l'ellipse directrice ne dépendant que de θ, il y a, pour les efforts intérieurs, homothétie par rapport au point O.

Cela posé, si l'on considère le prisme délimité par la courbe dont les éléments subissent des actions convergentes en O, tracée en partant du pied du mur, on voit que le moment par rapport à O des poussées s'exerçant sur le mur est égal au moment du poids du prisme : comme toutes les poussées élémentaires sont homothétiques, leur résultante est ainsi complètement déterminée.

Pratiquement la détermination de la courbe dont les éléments subissent

des poussées convergentes est très simple, si l'on admet que $\varphi_1 = \varphi$, ce qui est rationnel, car le mur retient toujours dans ses aspérités une certaine quantité de terre. Dans ce cas, on a, comme il est facile de le voir, $k = \infty$; d'où, quel que soit θ : $\theta - \psi = \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$; $\theta' - \psi = -\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$; $\theta' - \theta = -\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)$. La courbe correspondante est la spirale logarithmique dont la tangente fait avec le rayon vecteur l'angle $-\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)$; elle se raccorde avec l'ellipse relative à la surface libre sur la diagonale des axes de cette ellipse. Si le parement se trouvait entre cette diagonale et la surface libre, on ne pourrait construire la spirale logarithmique : cela voudrait dire que le glissement par rapport à la surface du mur est impossible, ou, du moins, incompatible avec l'hypothèse de l'équilibre limite.

ACOUSTIQUE. — *Propriétés de la loi de résonance des corps sonores* (¹). Note (²) de M. **Gabriel Sizes**, transmise par M. Camille Saint-Saëns.

La *loi de résonance* contient en soi tous les éléments qui font l'objet de l'acoustique musicale. Cette Note a pour but de les résumer.

A. Le *son musical*, ou son complexe, est le *son moyen* produit par l'ensemble des vibrations d'un corps sonore ; il est une *conséquence* et non la *cause génératrice* de la manifestation harmonique qui en découle. Il prend le nom de *son prédominant*.

B. *Intensité d'un son.* — La coexistence d'un plus ou moins grand nombre d'*harmoniques inférieurs* dans la constitution d'un son est la cause principale de son intensité. Ces harmoniques inférieurs sont produits par les différentes phases des grandes amplitudes des vibrations qui occasionnent le son musical.

C. La manifestation des *sons résultants* est due à la coïncidence d'*harmoniques inférieurs communs* à l'association harmonique des divers sons musicaux qui les produisent (³).

(¹) *Comptes rendus*, t. 161, 1915, p. 634 et 781.

(²) Séance du 17 avril 1916.

(³) C'est la confirmation de la thèse soutenue par Romieu dans son Mémoire : *Nouvelle découverte des sons harmoniques graves*, lu dans l'assemblée publique de la *Société royale des Sciences de Montpellier*, le 16 décembre 1751. Ainsi que celle de Tartini dans son Ouvrage : *Dei principj dell'armonia musicale*, 1767.

D. *Sons générateurs de la gamme musicale.* — La constitution de la gamme majeure musicale trouve son origine théorique dans l'association des trois premiers harmoniques impairs des trois sons appelés *générateurs ;* ils correspondent à la quinte grave et à la quinte aiguë de celui qu'on veut considérer comme *tonique*; par exemple : ut_3, fa_2 (quinte grave), sol_3 (quinte aiguë). La critique de ce principe était facile : on peut expliquer sol_3 par la résonance de quinte aiguë d'ut_3, mais rien ne permet d'expliquer fa_2 au moyen des deux autres sons.

La loi de résonance nous montre *ut*, *son prédominant*, de provenance harmonique de sa quinte inférieure *fa*, véritable fondamentale non perceptible de l'échelle générale d'*ut*.

E. *Rapports harmoniques des sons musicaux.* — La caractéristique musicale de l'échelle harmonique d'un son complexe réside particulièrement et d'une manière constante dans l'association des harmoniques primaires de premier et de second ordres, représentés par les nombres premiers 1, 3, 5, 7, 9, 21, 27, ou leurs octaves (¹). Cette série de sons constitue la plus puissante agrégation harmonique que la nature fait vibrer pour imposer la tonalité. Considérant les sons dans l'ordre donné par l'échelle ut_0, $fa_{-7} = 1$, on a

fa,	*ut*,	*la*,	$\underline{mi}^{\flat}$,	*sol*,	$\underline{si}^{\flat}$,	*ré*.
1	3	5	7	9	21	27

Musicalement, les trois derniers termes sont soumis respectivement à un mouvement partiel convergent sur les sons la_{10}, la_{20} et ut_{24}, multiples des termes 5 et 3; ils viennent renforcer l'accord formé par les sons 1, 3, 5, 7, lequel provoque la tonalité de *si*♭ majeur dont fa_1 n'est que la *dominante* (²). Ce phénomène harmonique d'une *fondamentale-dominante* et celui des *notes résolutives* représentées ici par $\underline{mi}^{\flat}_{7}$ et $\underline{si}^{\flat}_{21}$, constituent le fait capital de la révolution musicale qui s'opéra au début du XVIIᵉ siècle et dont Monteverde fut le principal initiateur.

Ce fait démontre à lui seul que les cinq premiers termes de la série naturelle sont insuffisants pour représenter *toutes les manifestations harmoniques* de la musique. Il n'est pas conforme à la nature de prétendre consi-

(¹) Voir la Note précédente et le Tableau qui la termine (*Comptes rendus*, t. 161, 1915, p. 781).

(²) La méconnaissance de la valeur harmonique du son 7 a fait considérer jusqu'ici le son 1 comme *tonique*, tandis qu'il est la cause déterminante des rapports harmoniques de l'échelle qui donnent au son 1 la fonction de *dominante* (voir la deuxième Note, *Comptes rendus*, t. 146, 1908, p. 25).

dérer comme *inharmoniques* les rapports formés de nombres plus grands que 1, 2, 3, 4, 5, et qui entrent dans la composition d'un certain nombre d'accords qui caractérisent la musique moderne depuis trois siècles. MM. Mercadier et Cornu furent amenés à cette même conclusion à la suite d'expériences d'un autre ordre faites en 1869 (¹). Ce fut aussi la thèse soutenue par Descartes (²), par Leibniz (³) et beaucoup d'autres auteurs en dehors des musiciens.

F. *Rapports tempérés.* — La hauteur qu'occupe le son prédominant dans l'*échelle générale* par rapport au son fondamental ou son 1, explique pourquoi l'oreille tolère le tempérament des rapports des sons de la gamme nécessaire à la pratique musicale. Dans l'échelle du diapason ut_0, ce son qui est le prédominant est le 96e harmonique; *six octaves et une quinte au-dessus du fondamental.* Le la_3, qui est celui du *diapason*, en est le 1280e; son octave au la_4 *se subdivise en* 1280 *termes harmoniques différents,* tandis que l'octave chromatique musicale ne compte que douze degrés; soit 106,6 *fractions harmoniques* pour *un demi-ton*, ou presque exactement *trois termes par vibration* (⁴).

Partant de cette base : la_3 = harm. 1280 = 428 v-d. $\times 3 : 2$ (rapport de quinte juste) = harm. 1920 = mi_4 de 642 v-d. D'autre part : $la_3 = 1280 \times \sqrt[12]{2^7}$ (rapport de quinte tempérée) = harm. 1918 = mi_4 de 641,3 v-d., soit une différence de 0,7 v-d., *par seconde*, soit *un douzième de comma* pythagoricien. Cette simple modification corrige la divergence qui existe entre les deux progressions *arithmétique* et *géométrique* qui régissent l'ordre des sons naturels et ramène tous les intervalles musicaux *en fonction de l'octave*, seul intervalle inaltérable; tandis qu'*aucun rapport-intervalle pris dans la série des nombres entiers n'est un sous-multiple exact de l'octave*, ce qui les rend impropres à la *pratique musicale* (⁵).

(¹) *Comptes rendus*, t. 68, 1869, p. 301 et 424.

(²) Descartes, *Tract. de homine*, p. 3, § 36.

(³) Leibniz, *Epist. ad diversos*, t. 1, p. 154; et *Lettre à Goldbuch*, 1732.

(⁴) Au moyen de l'*orgue d'expériences* Cavaillé-Coll, dont M. Mutin est l'auteur et qui fait vibrer les 32 premiers harmoniques d'ut_1, en associant les cinq derniers tuyaux aigus, dont l'effet entre eux est très discordant, on provoque la résonance du *son résultant commun* ut_1, accompagné du 7e harmonique $si\flat_3$. On obtient le même effet avec toute la série naturelle.

(⁵) La gamme qu'on oppose à celle des musiciens *exige la négligence d'un comma entier* 81 : 80 sur les trois degrés dénommés *notes modales;* son 6e degré (*la*) n'est pas en rapport de *quinte juste* avec le 2e (*ré*). Pour justifier cette tolérance paradoxale, les préconisateurs de cette gamme déclarent *le comma inappréciable*, tandis qu'ils accusent le tempérament de la quinte d'être intolérable.

Par ce qui précède, il y a lieu de considérer : que la manifestation des sons musicaux est telle, qu'ils ont la propriété d'une *élasticité harmonique* indispensable à leurs diverses associations musicales que ne peuvent avoir entre eux les sons primaires. Il s'ensuit que la *quinte tempérée* doit être considérée comme étant une *variété* (une *nuance*) de quinte parmi les nombreuses espèces que contient la série naturelle et quasi indéfinie de sons qu'on nomme *échelle harmonique;* et non pas essentiellement une *quinte fausse* (¹). D'autre part, que le *tempérament de la quinte* est une condition *sine qua non* de la gamme musicale moderne (²).

La *neutralité harmonique* des rapports des sons de cette gamme implique l'usage *de leur transformation résolutive.* Ces *deux états* des sons musicaux sont déjà contenus dans la doctrine des anciens Grecs depuis Aristoxène; leur emploi est implicitement réglementé dans les *Traités d'harmonie;* mais ils sont complètement confondus dans les *Théories musicales.* Je poursuis l'étude de cette question.

GÉOLOGIE. — *Sur la structure de la zone interne des nappes préyunnanaises et sur l'existence de charriages antéouraliens dans le nord du Tonkin.* Note (³) de M. J. DEPRAT, présentée par M. Pierre Termier.

J'ai montré dans une Note antérieure (⁴) que la région cristallophyllienne et granitique du Tonkin central est entourée d'une vaste zone courbe de nappes dans la région du Song-Chay supérieur et du Nan-Ti. J'appellerai désormais cette zone, *zone ou arc des nappes préyunnanaises*, parce que les

(¹) L'observation que j'ai l'honneur de présenter corrobore l'expérience faite par M. Gustave Lyon, au moyen d'une série de diapasons accordés dans des rapports de quinte différant entre eux d'une vibration. Ils furent soumis à des personnalités musicales dont la valeur auditive ne peut être mise en doute; l'expérience eut pour résultat de provoquer un choix très varié de quintes, donnant à chaque expérimentateur l'impression d'une *quinte juste*, cependant qu'elles avaient une ou plusieurs vibrations de différence.

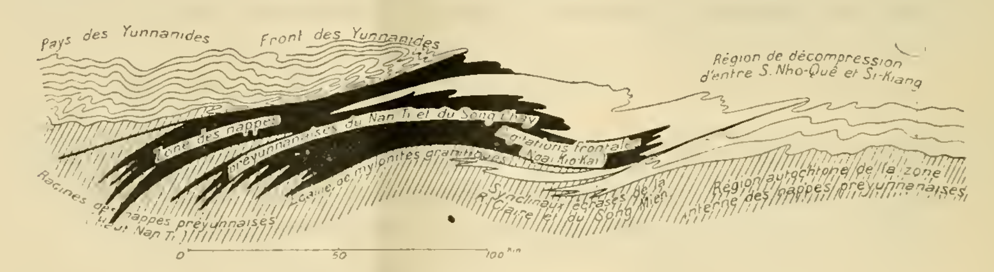
(²) Cette conclusion, qui est justifiée par *trois siècles de musique*, a été soutenue par un grand nombre de physiciens-acousticiens, par les auteurs précités, et par Chladni dans son *Traité d'acoustique* napoléonien (Paris, 1909), particulièrement pages 10 et suivantes.

(³) Séance du 17 avril 1916.

(⁴) *Les zones plissées intermédiaires entre le Yunnan et le Haut-Tonkin* (*Comptes rendus*, t. 160, 1915, p. 640).

nappes en question s'enracinent au Nord-Ouest sous le pays du Yunnan charrié sur elles. Dans une campagne d'exploration effectuée pendant l'été 1915, j'ai étudié la région *interne* enveloppée par cette zone de charriages, c'est-à-dire le pays compris entre la rivière Claire et la frontière de Chine. Mes recherches me conduisent à reconnaître que les chaînes situées à l'Est du massif granitique et gneissique du Tsi-con-ling, à l'intérieur de ce grand arc des nappes préyunnanaises, offrent une structure très complexe.

Le substratum autochtone est formé par une zone synclinale composée de terrains paléozoïques allant du Cambrien au Silurien supérieur inclus, épaisse normalement de 6000^{m} à 7000^{m}; cette zone synclinale est complètement rabattue sur elle-même et reployée avec accompagnement de laminages et productions de brèches tectoniques d'une puissance incroyable;



elle forme ainsi, à l'Est de Ha-giang et de la région dont Quan-Ba est le centre, deux synclinaux superposés, écrasés, formant nappes. Sur cet ensemble flotte une large écaille de mylonites granitiques, de gneiss, lame d'arrachement entraînée du massif de Tsi-con-ling et recouverte elle-même par un ensemble d'écailles empilées de Cambrien, Ordovicien et Gothlandien complètement laminés et écrasés. Cet ensemble d'écailles représente un lambeau des nappes préyunnanaises du Song-Chay et du Nan-Ti, séparé du pays de racines par l'érosion qui a mis à découvert les granites écrasés du Tsi-con-ling; il appartient à un groupe de digitations frontales qui forme la terminaison vers l'Est des nappes préyunnanaises. J'ai cherché, dans la figure schématique ci-dessus qui est une coupe dirigée du Nord-Ouest (à gauche) au Sud-Est (à droite) à montrer comment j'interprète la structure générale de la région, en attendant la publication de mes observations détaillées.

En progressant vers l'Est, on voit les terrains des zones synclinales autochtones, écrasées sous la zone frontale des nappes préyunnanaises, se décomprimer peu à peu, et, dans la région de Dong-Van, la série des

terrains qui s'échelonne du Cambrien à l'Ouralien offrir des plis à grande courbure, rarement très disloqués. Ainsi la zone interne autochtone des nappes préyunnanaises offre, vers l'Ouest, une région écrasée sous la partie frontale de celles-ci, formant des nappes, mais non exotiques, tandis que la partie des nappes préyunnanaises qui la surmonte, mérite, elle, le nom d'*exotique*; au contraire, vers l'Est, à mesure que l'on se dirige vers le bassin du Si-Kiang, la structure devient celle d'une région normalement plissée.

Ceci offre l'intérêt suivant : en rejoignant par la pensée nos charriages de la basse Rivière Noire et ceux de la région de Quan-Ba et Yèn-Minh, nous voyons que, par le pays compris dans les feuilles de Bao-Lac et de Thât-Khé, une continuité doit exister entre ces charriages, tout autour de la bordure orientale du massif cristallophyllien central du Tonkin. Les renseignements que nous possédons déjà sur cette région nous autorisent en effet à croire que ceci n'est pas une hypothèse.

Autre constatation importante : j'ai acquis, au cours de mes dernières recherches, *la preuve absolue de charriages antéouraliens*. Sur la feuille de Yèn-Minh, dans l'extrême nord tonkinois, en haut de la montée de Ma-pi-leun, les calcaires gothlandiens de la série de Ma-pi-leun sont mis en contact direct [1] avec les calcaires rubanés du Cambrien moyen, les uns et les autres étant très tourmentés, laminés et brisés; et, *sur l'ensemble de ces terrains*, s'étend l'Ouralien riche en fossiles, montrant nettement sa transgression superposée au phénomène tectonique.

GÉOPHYSIQUE. — *Contribution à l'étude des causes du volcanisme.* Note de M. **Émile Belot**, présentée par M. J. Violle.

Il est généralement admis que le volcanisme est un phénomène subordonné aux fractures souvent localisées le long des rivages, et dont la théorie orogénique exposée dans ma Note insérée aux *Comptes rendus*, t. 160, p. 139, rend assez bien compte.

D'autre part, M. Armand Gautier a montré qu'un effondrement de roches granitiques dans le magma intérieur fondu donnerait, au rouge, tous les produits gazeux du volcanisme. Mais pourquoi les fractures et effondrements à l'intérieur des continents ne produisent-ils aucun volca-

---

(1) Il y a suppression du Cambrien supérieur, et de tout l'Ordovicien puissant au minimum de 1300m dans la région.

nisme ? En fait, d'après Fuchs, sur 139 éruptions constatées depuis 1750, 98 l'ont été dans des îles et 41 sur des volcans presque tous rapprochés de la mer; depuis trois siècles cinq éruptions seulement se sont produites loin de la mer dans l'Asie centrale. Il paraît donc logique d'attribuer à l'eau de mer un rôle important dans le volcanisme.

Une première objection à ce rôle est tirée du fait que nombre de volcans d'Amérique sont à des distances de la mer variant de 100^{km} à 200^{km}; mais on sait que les puits artésiens de la région parisienne sont alimentés par l'eau s'infiltrant dans les sables verts de l'Aptien et dont le parcours souterrain depuis la haute vallée de l'Aisne est de 200^{km}. Une autre objection vise la pression énorme de la vapeur d'eau en profondeur, qui serait capable d'expulser tout liquide des fractures. La Physique contredit cette assertion : jamais le chemin suivi par l'eau pour arriver près d'un foyer de chaleur n'est celui que prend la vapeur pour s'en éloigner, parce que *l'eau suit la verticale et la vapeur les surfaces isothermes*.

J'ai institué l'expérience suivante, reproduisant en petit le volcanisme, et qui ne laisse aucun doute à cet égard :

Dans un bassin métallique BCD (*fig.* 1), versons du sable jusqu'en A, de l'eau jusqu'en B. Du côté D, élevons un monticule de sable retenu par le tasseau E

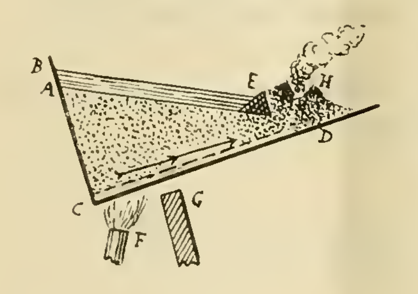


Fig. 1.

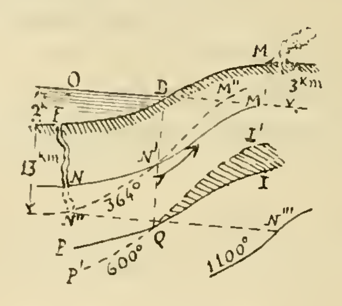


Fig. 2.

n'allant pas jusqu'au fond CD. Chauffons par un bec F dont la flamme par un écran G ne peut atteindre la région D du bassin. A travers le sable se dégageront en H des fumerolles, se transformant vite en un volcan de boue avec un véritable cratère. Activons la flamme après avoir bouché ce cratère : la masse H se soulèvera pour retomber et produire un raz de marée minuscule en BE. Ainsi la vapeur suit la paroi à peu près isotherme CD pour se dégager loin du point où elle se produit.

La réalité reproduit toutes les circonstances de cette expérience : soit une mer O profonde de 2^{km} dont le fond F se prolonge par une côte M (*fig.* 2). Les isogéothermes sont parallèles à FM. En raison de la pression, l'eau pénétrant par une fracture N ne pourra se vaporiser que sur l'isotherme

de 364 degrés centésimaux (température critique de l'eau). Mais l'eau à zéro, en descendant, refroidit les couches FN. L'isotherme de 364° descendra donc de NN' en N''N'. La différence de pression poussant la vapeur de N'' vers N' vers le continent est supérieure à 200^{atm} puisque ON — BN' = 2^{km} d'eau.

Sous le continent, les couches bien loin d'être refroidies sont réchauffées par la vapeur qui monte la pente de l'isotherme N''N'M''. Ainsi toutes les isothermes sont abaissées sous la mer et relevées sous le continent. L'isotherme de 600° passera donc de PQI à P'QI', englobant une masse de roches dont la section est hachurée sur la figure. Les roches ainsi chauffées dégageront des gaz et vapeurs selon le processus découvert par M. A. Gautier. Les isothermes de 700° à 800° en remontant sous le continent feront dégager en vapeurs les sels alcalino-chlorurés qui se joindront à ceux provenant de la mer.

Enfin l'isotherme de 1100° (limitant la région de fusion des laves), qui à l'origine pouvait être à 30^{km} au-dessous de N'', remontera sous le continent en N''' vers 15^{km} de profondeur. Ainsi c'est le *transport convectif* de chaleur effectué par la vapeur vers le sous-sol continental qui déclanche tous ces phénomènes préparant le volcanisme par une accumulation de gaz et vapeurs salines qui peuvent s'échapper au dehors avec ou sans explosion.

Mais comment se produit l'ascension des laves jusqu'en M? Par un phénomène identique à celui qui est utilisé dans l'industrie pour remonter de 10^{m} les eaux de purge d'un réservoir ne recevant qu'une pression de vapeur de 0^{atm},1 ou 1^{m} d'eau : on émulsionne l'eau par la vapeur dans un même tuyau de sortie. Dans la figure 2, si en N'' existe la pression d'une colonne d'eau de 15^{km}, et qu'au même niveau existe en N''' un magma fondu, les vapeurs ascendantes tendent à l'entraîner et à s'émulsionner avec lui pour sortir en M avec les gaz et vapeurs. Supposons que M soit à 3^{km} au-dessus de la mer et que la vapeur sous pression dans la colonne montante N'''M ait une densité moyenne de 0,33 (densité critique de l'eau); on trouve que, pour remonter jusqu'en M une lave ayant après expulsion de ses gaz et vapeurs une densité 2,7, il faut que la colonne montante contienne 15 de vapeur et 3 de lave émulsionnées ensemble, ce qui est très admissible quand on connaît la viscosité des laves et la masse des vapeurs qu'elles rejettent et qui les pulvérisent en cendres pendant les éruptions.

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur trois observations d'éclairs en boule faites au sommet du Puy de Dôme.* Note de M. E. **Mathias**, présentée par M. E. Bouty.

Le 15 avril dernier, vers $18^h 20^m$, au moment où l'observateur bénévole du sommet transmettait télégraphiquement à la station de la Plaine l'observation de 18^h, un coup de foudre a brûlé les sonneries et le galvanomètre du télégraphe en faisant éprouver à l'observateur une forte commotion. Le garçon du sommet, Antoine Heynard, qui à ce moment avait le regard tourné vers la fenêtre, c'est-à-dire vers le Sud, vit un éclair qui se présenta sous la forme d'une boule de feu d'un contour un peu flou, puis s'ovalisa dans le sens horizontal et éclata en lançant des « langues de feu » dans toutes les directions.

Vers $18^h 30^m$ et $18^h 50^m$, deux autres éclairs se produisirent; ils avaient la forme du premier, prirent également la forme ovale en s'allongeant dans le sens horizontal, puis éclatèrent. Aucun autre éclair n'a été observé de toute la journée.

Les boules de feu apparaissaient brusquement dans le brouillard, en l'air au même point, et donnaient la sensation d'être très près (vers les ruines du temple de Mercure, à la hauteur du premier étage de la maison d'habitation). Elle paraissaient sensiblement stationnaires et duraient 2 ou 3 secondes avant d'éclater. Les éclairs en boule étaient d'un blanc légèrement mauve; ils éclataient avec le bruit d'un fort coup de fouet en projetant dans toutes les directions une lueur qui éclairait les appartements; le diamètre apparent des éclairs était un peu inférieur à celui de la lune.

Les éclairs en boule qui se sont succédés de $18^h 20^m$ à $18^h 50^m$ ont présenté tous les trois les mêmes particularités.

Le premier a été vu par Antoine Heynard seul. Les deux autres ont été vus par lui, sa femme et son fils aîné, Francisque Heynard, l'observateur bénévole du sommet; ils étaient alors dans leur cuisine, regardant par la fenêtre qui fait face au Sud.

La bonne foi des témoins peut être considérée comme absolue; leur ignorance de l'existence des éclairs en boule est d'ailleurs la preuve de leur sincérité.

C'est la première fois que des observations nettes d'éclairs en boule sont faites à l'Observatoire du sommet du Puy de Dôme.

HYDROLOGIE. — *Le manganèse dans quelques sources rattachées au massif central et dans quelques stations de la plaine du Languedoc.* Note de MM. **F. Jadin** et **A. Astruc**, présentée par M. L. Guignard.

Dans une série de Notes nous avons donné un aperçu de la teneur en manganèse des eaux appartenant aux divers massifs hydrologiques français.

Parmi ces massifs, le Plateau Central est, sans contredit, le plus important; nous avons vu que les eaux de cette région sont, dans l'ensemble, les plus riches en manganèse; sauf de rares exceptions, le chiffre représentant le dosage de cet élément est supérieur, et de beaucoup, au dixième de milligramme par litre.

L'analyse que nous venons de faire de la station bicarbonatée calcique de Condillac vient encore d'ajouter un nouveau résultat à ceux déjà publiés :

			mg
Condillac,	source Lise		0,090
»	»	Anastasie	0,140
»	puits non exploité		0,140
»	source Thomas		0,200

On sait que Condillac, bien que située sur la rive gauche du Rhône, s'écarte, par sa minéralisation, des eaux bicarbonatées alpines d'Évian, par exemple : elle appartient plutôt au massif central; sa richesse en manganèse, quoique un peu plus faible, la rapproche aussi nettement des eaux de ce groupe, parmi lesquelles on a donc raison de la ranger.

Nous avons voulu compléter notre longue étude hydrologique par l'examen de quelques eaux de la Montagne Noire, îlot montagneux qui termine le Plateau Central au Sud-Ouest, et enfin par celui de quelques sources de la plaine du Languedoc.

Nos essais ont porté sur 10 stations avec 19 sources (5 dans la Montagne Noire avec 9 sources, 5 dans le Languedoc avec 10 sources); voici, comme d'habitude, la teneur en manganèse par litre d'eau, exprimée en milligrammes :

Montagne Noire.		*Languedoc.*	
Avène	0,001	Foncaude	0,001
Lacaune, source Bel Air	0,005	Montpeyroux, source Vitale	0,001
Sylvanès, source de la Poste	0,040	Les Fumades, source Zoé	0,001
» » des Moines	0,060	» » Romaine	0,010
» » des Colonnes	0,130	» » Thérèse	0,010
Andabre, source Buvette	0,180	» » Etienne	0,080
Lamalou, source Usclade	0,180	Euzet, source Lavalette	0,006
» » Bourges	0,200	» » Béchamp	0,400
» » Capus	0,400	Balaruc, source Romaine	0,100
		» » Bidon	0,120

Les chiffres du Tableau confirment nettement quelques-unes des conclusions déjà signalées au sujet de la teneur en manganèse des eaux minérales françaises et sur lesquelles nous ne reviendrons pas; ils permettent, en outre, de faire quelques rapprochements. Nous y voyons, en effet, que :

Les eaux bicarbonatées mixtes de Sylvanès, d'Andabre, de Lamalou, dont la minéralisation totale est assez comparable à celle de Condillac, renferment aussi des doses de manganèse voisines; ces stations se rattachent donc au massif central, non seulement par les affinités géologiques du sol, mais encore, sans aucun doute, par la comparaison des éléments chimiques des eaux et leur teneur en manganèse, en particulier. Ici encore, les eaux bicarbonatées ferrugineuses sont plus chargées que leurs voisines.

Quant aux eaux bicarbonatées à bases plutôt terreuses, mais peu minéralisées, comme Avène et Lacaune, elles ne contiennent que fort peu de manganèse (elles sont à rapprocher d'Evian dans les Alpes, d'Alet dans les Pyrénées). Nous en dirons autant des eaux de Foncaude et de Montpeyroux situées dans la plaine du Languedoc.

Les stations sulfurées des Fumades et d'Euzet sont intéressantes à examiner. Certaines sources (Zoé, Lavalette) ont une teneur en manganèse qui rappelle celle des eaux sulfurées alpines (Aix, Challes), des eaux pyrénéennes sulfurées et chlorosulfurées sodiques (La Preste, Barèges, Eaux-Bonnes, etc.), ou sulfurées calciques peu minéralisées (Barbotan, etc.). Les autres sources sulfurées accidentelles des Fumades et d'Euzet, généralement plus chargées en sels, sont aussi, comme Saint-Boès dans les Pyrénées, par exemple, plus riches en manganèse.

Enfin, Balaruc possède des eaux chlorurées sodiques de même nature que celles de Salins-le-Moutiers, mais moins minéralisées; le dosage du manganèse indique aussi une quantité moindre de cet élément.

On voit donc que les eaux de la Montagne Noire sont bien à leur place

dans le groupe des sources minérales du massif central; il en est de même de la station de Condillac, quoiqu'elle soit séparée géographiquement des montagnes du Centre par un grand fleuve.

En ce qui concerne les eaux de la plaine du Languedoc, elles n'ont pas, dans l'ensemble, une homogénéité suffisante pour permettre d'en faire un groupe nettement différencié; certaines sont à rapprocher de quelques sources de la Montagne Noire; les autres, suivant les cas, doivent être comparées soit au massif pyrénéen, soit au massif alpin.

Rappelons en terminant que toutes nos recherches ont été effectuées par dosage colorimétrique du manganèse sur le résidu d'un ou plusieurs litres d'eau que l'on oxyde, en prenant toutes les précautions nécessaires, au moyen du nitrate d'argent et du persulfate de potassium.

Nous avons pu ainsi nous convaincre que le manganèse est un élément si répandu dans la nature que son dosage doit dorénavant figurer dans toutes les analyses d'eaux minérales. Et cette conclusion générale de nos recherches, spécialement chimiques, laisse encore ouverte la voie aux considérations d'ordre physiologique, que les thérapeutes pourront émettre à son sujet et que nous avons simplement effleurées jusqu'à présent dans nos publications.

ZOOLOGIE. — *Un processus évolutif des Myriapodes Diplopodes.* Note [1] de M. **Henry W. Brölemann**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

L'étude des matériaux recueillis en Afrique orientale par MM. Alluaud et Jeannel a permis de redresser une erreur [2] qui avait cours jusqu'ici touchant les organes copulateurs, ou gonopodes, des Myriapodes Diplopodes du sous-ordre des Spirostreptoïdes [3]. On considérait ces organes comme le résultat de la transformation des deux paires de membres du septième segment, c'est-à-dire de la huitième et de la neuvième paires. Nous avons pu suivre le développement postembryonnaire d'un Odontopyge pendant les huit stades finaux et nous avons constaté que c'est la paire antérieure seule, la huitième, qui, de l'état de bourgeons, passe par croissance progressive à l'état de gonopodes. La paire postérieure, la neuvième paire, après avoir eu une structure et une fonction de patte ambulatoire

(1) Séance du 17 avril 1916.

(2) Voir Brölemann, *Bull. Soc. entom. de France*, n° 1, 1916, p. 51.

(3) Le sous-ordre des Spirostreptoïdes est divisé en deux grands groupes, les Spirostreptides et les Odontopygides.

pendant les premiers âges larvaires, s'atrophie graduellement au point d'être réduite, chez l'adulte, à la pièce de forme subrectangulaire connue jusqu'ici comme « sternite des gonopodes postérieurs ».

Si l'on compare ce développement à celui d'un représentant de l'autre groupe, celui des Spirostreptides, on observe que, au dernier stade post-embryonnaire, les gonopodes d'Odontopyge ne correspondent, au point de vue de la différenciation des parties, qu'à l'antépénultième stade du développement des Spirostreptides.

On remarque d'autre part que, chez ces derniers, le processus de résorption de la neuvième paire de membres est complètement terminé et que même le « sternite », qui persistait chez l'Odontopyge, a disparu.

Enfin des deux formes comparées, l'Odontopyge adulte compte 51 segments en moyenne, alors que le Spirostrepte en compte 69; cette réduction segmentaire indique que le premier est plus évolué que le second.

La croissance d'Odontopyge témoigne donc d'une condensation qui a éliminé au moins les deux derniers stades de son développement postembryonnaire.

Ce processus est d'ordre néoténique. La néoténie, en fixant une forme avant qu'elle n'ait parcouru le cycle entier de son développement, a pour effet de conserver à certains organes la structure larvaire qu'ils avaient au moment où le phénomène est intervenu. C'est ainsi que la régression des membres de la neuvième paire, complète chez le Spirostreptide, est interrompue avant son parachèvement chez l'Odontopyge. C'est pour la même raison qu'on observe encore, dans les gonopodes des Odontopygides en général, des traces très nettes de segmentation, qui ont disparu chez les Spirostreptides. Ces traces de segmentation constituent un caractère larvaire, ou archaïque, puisque le gonopode qui les présente se rapproche par cela même de la structure des pattes ambulatoires dont il dérive.

Les phénomènes néoténiques sont d'ailleurs d'observation fréquente dans l'étude des Diplopodes. On connaît notamment, parmi les Polydesmoïdes, deux séries phylétiques de formes à 20 segments; ces séries se complètent chacune d'une espèce à 19 segments (plus évoluée par conséquent) qui réédite une structure archaïque des formes inférieures de la série correspondante [1].

Et ce n'est pas seulement dans des groupes restreints que se manifestent

---

[1] Brölemann, *Bull. Soc. Hist. nat. Afrique du Nord*, t. 7, n° 6, juin 1915, et *Ann. Soc. entom. France*, t. 84, 4e trimestre 1915.

ces phénomènes. C'est certainement à eux qu'est due la formation de grands groupes, tels que le sous-ordre des Polydesmoïdes, l'ordre des Oniscomorphes et probablement la sous-classe des Pselaphognathes.

C'est par des évolutions néoténiques successives qu'on peut s'expliquer que les Polydesmoïdes à 20 segments sont dérivés de formes à segments nombreux, tels que les Spirostreptoïdes, tout en rééditant des structures archaïques. L'absence d'atrophie de la neuvième paire de membres qui est ambulatoire, l'absence d'invagination de la membrane intersegmentaire abritant les gonopodes dans un sac gonopodial, l'existence du crochet coxal des gonopodes, organe resté à l'état rudimentaire, etc., sont autant de structures larvaires fixées par la néoténie.

De même s'explique la faible segmentation du gnathochilarium et la conservation à l'état fonctionnel des trachées des segments antérieurs des Oniscomorphes, Diplopodes dont le corps ne compte que 12 ou 13 segments. L'existence de trachées fonctionnelles aux premiers segments ne se rencontre que chez les plus primitifs des Diplopodes, les Colobognathes.

Enfin les trichomes bien connus et si curieux des Pselaphognathes, les plus réduits de tous les Diplopodes (11 segments), présentent avec les poils des larves de Polydesmiens une ressemblance très suggestive.

En résumé la néoténie apparaît comme le plus important des processus ayant présidé à l'évolution des Diplopodes, puisque c'est à elle qu'on doit attribuer l'apparition des plus grands groupes. Ce rôle prépondérant n'a encore été signalé dans aucune classe, bien que le phénomène paraisse fréquent chez les Batraciens (1).

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Contribution à l'étude des ferments du rhum.* Note (2) de M. E. Kayser, présentée par M. L. Maquenne.

Nous avons montré (3) que la fermentation de la mélasse de cannes a lieu sous l'influence de ferments alcooliques se différenciant par leurs caractères morphologiques et leurs propriétés physiologiques.

Nous avons constaté que, dans les mêmes conditions, les levures du type I donnent beaucoup plus d'alcools supérieurs que celles du type II; il pouvait être intéressant de voir si ces différences se manifestent dans d'autres milieux.

(1) Boulenger, *Les Batraciens*, Paris, 1910.

(2) Séance du 17 avril 1916.

(3) *Comptes rendus*, t. 160, 1915, p. 408, et t. 161, 1915, p. 181.

Dans ce but nous avons comparé la levure II basse et la levure IV (*Schizosacch.*) dans deux moûts de mélasses de betteraves et dans un moût de mélasses de cannes de la Guadeloupe, amenés à avoir à peu près la même richesse saccharine.

On sait, en effet, que les mélasses de cannes et de betteraves se différencient nettement, non seulement par leur teneur en sucres, mais encore par la nature des sucres composants.

La mélasse de betteraves contient, de plus, beaucoup de sels, d'acides volatils, de nitrites, composés plutôt nuisibles aux ferments alcooliques; aussi la fermentation était-elle alors très difficile.

Il a fallu entraîner les levures progressivement dans des moûts constitués à l'origine par $\frac{19}{20}$ de mélasse de cannes contre $\frac{1}{20}$ de mélasse de betteraves pour les faire fermenter dans le moût de mélasse de betteraves pure; la levure I s'accoutumait beaucoup plus rapidement, la levure IV était très rebelle et malgré cet entraînement ne partait qu'au bout de 8 jours.

Le moût de mélasse de betteraves, additionné d'acide sulfurique, avait une acidité de 0,8 par litre; sa fermentation donnait lieu à une écume très forte avec beaucoup de grosses bulles à la surface, tandis que la fermentation du moût de mélasse de cannes s'opère sans dégagement gazeux apparent; ajoutons que la mélasse de betteraves de la campagne 1914-1915, où la betterave avait souffert, était beaucoup plus difficilement fermentescible que celle de la campagne 1915-1916.

Voici les résultats obtenus :

Mélasse de betteraves.

Pour 100 d'alcool à 100°.	Campagne 1914-1915.		Campagne 1915-1916.	
	Levure II.	Levure IV.	Levure II.	Levure IV.
	mg	mg	mg	mg
Acides volatils.......	55,3	71,7	62,9	99,7
Aldéhydes...........	24,2	11,1	7,6	7,1
Éthers..............	51,3	67,1	41,6	47,9
Alcools supérieurs...	200,0	22,0	140,0	21,4
Coefficient non alcool.	330,8	171,9	252,1	176,1

Mélasse de cannes.

Pour 100 d'alcool à 100°.	Levure II.	Levure IV.	Levures II + IV.
	mg	mg	mg
Acides volatils..................	30,0	20,0	25,0
Aldéhydes........................	68,5	56,0	90,0
Ethers...........................	55,0	56,0	95,0
Alcools supérieurs...............	275,0	36,0	82,0
Coefficient non alcool...........	428,5	168,0	292,0

Nous constatons que chacune des deux levures se comporte sensiblement de la même façon dans les trois milieux; la levure IV donne toujours une notable proportion d'alcools supérieurs en moins; c'est un caractère constant, et son emploi peut occasionner une réelle diminution du coefficient non alcool. La forte teneur en acides volatils s'explique par la richesse des mélasses de betteraves en acides du même genre.

Lorsqu'on emploie les deux levures en combinaison on peut obtenir, selon l'aération, la température ou le mode opératoire, des variations très élevées du coefficient non alcool, une gamme passant de 30^{mg} à 300^{mg}.

Pour faire dominer la levure IV, il suffit de l'ensemencer 24 à 30 heures avant la levure II, car sa multiplication est plus lente; on peut aussi l'ensemencer en plus forte proportion ou diminuer la proportion de levure basse, ou enfin retarder davantage son ensemencement.

Il ressort de là que le fabricant de rhum, soit qu'il opère dans des conditions de propreté très grande, soit qu'il stérilise les moûts, est maître, par l'emploi judicieux de levures sélectionnées, de changer le taux des alcools supérieurs, ainsi que des éthers, et d'obtenir des produits à *coefficient non alcool* sensiblement constant.

HYGIÈNE. — *Traitement hygiénique, rationnel et économique des déchets et résidus humains.* Note (¹) de M. F. Garrigou, présentée par M. Armand Gautier.

Au moment où l'on va s'occuper de la reconstitution des localités dévastées par la guerre, il n'est pas inopportun, faisant intervenir toutes les sciences dans cette question, de répondre aux vœux de la Société d'hygiène de France, si bien indiqués dans sa Revue.

C'est dans ce but d'hygiène publique que je rédige cette Note. On a proposé jusqu'à ce jour divers procédés de traitement des vidanges, basés sur la distillation des matières en présence de chaux, pour en dégager l'ammoniaque qu'on transforme ensuite en sulfate.

La présente Note fait connaître un procédé de traitement des vidanges, dans lequel on supprime la distillation et presque tous les appareils compliqués qu'elle exige.

En voici la description :

(¹) Séance du 17 avril 1916.

Les matières liquides, et les matières solides, sont traitées séparément.

Les opérations sur les matières liquides sont basées sur la double décomposition du sulfate de chaux en présence du carbonate d'ammoniaque, qui donne du carbonate de chaux et du sulfate d'ammoniaque.

Les urines suffisamment fermentées, pour que l'urée et les purines soient transformées en carbonate d'ammonium, sont déversées dans un bac à large fermeture hydraulique. On leur ajoute du sulfate de chaux en poudre fine (gypse) cru ou déshydraté, et l'on brasse fréquemment le mélange. La chaux se précipite sous forme de carbonate de chaux insoluble, tandis que l'ammoniaque passe à l'état de sulfate d'ammoniaque soluble. On laisse déposer. Le carbonate de chaux formé se rassemble au fond du bac, tandis que le sulfate d'ammoniaque reste dans le liquide qu'on peut décanter.

Ce liquide peut être concentré dans des bassines en tôle, jusqu'à cristallisation du sulfate. On peut aussi le faire absorber par de la sciure de bois ou du plâtre déshydraté au maximum, et le conserver dans cet état jusqu'au moment de l'utilisation. Il n'émet aucune odeur désagréable.

Le sulfate d'ammoniaque ainsi produit est d'un prix de revient très faible, puisqu'il est obtenu au moyen d'un carbonate d'ammoniaque originaire de l'urée de l'urine et du sulfate de chaux en gypse dont le prix est minime.

En outre, le carbonate de chaux précipité, qui a entraîné mécaniquement des quantités importantes de matières organiques empruntées au liquide traité, constitue un engrais d'une valeur marchande élevée, en raison de sa teneur en azote organique et autres substances fertilisantes.

Au cas où le carbonate d'ammoniaque des urines n'aurait pas été complètement transformé en sulfate d'ammoniaque par le sulfate de chaux, on peut, par addition d'acides, transformer le carbonate d'ammoniaque restant, en nitrates ou autres sels ammoniacaux inodores, qui ajoutent encore à la valeur du liquide contenant le sulfate d'ammoniaque.

Ce mode de traitement des matières liquides peut, en raison de sa simplicité d'application, être employé non seulement dans les grandes villes, mais encore dans les agglomérations peu importantes, et dans les simples fermes.

Quant aux matières solides, elles ont été séparées des matières liquides par décantation. Arrivées à l'usine, les vidanges sont déversées dans des bassins de décantation couverts et clos, où on les laisse déposer. Les liquides surnageants sont envoyés, après leur clarification, aux bassins de fermentation, où ils subissent les opérations décrites précédemment.

Les matières solides déposées au fond des bassins de décantation sous forme de boues épaisses, et s'il le faut, après être passées au filtre-presse, sont chargées dans des autoclaves où on les chauffe à une température de 140° à 150°. Cette température est maintenue pendant 15 minutes, on ouvre alors l'échappement de vapeur de l'auto-

clave; la vapeur s'échappe entraînant avec elle les sels ammoniacaux. Elle traverse des serpentins de condensation refroidis et est reçue dans des bacs à acide sulfurique ou nitrique pour produire du sulfate d'ammoniaque ou du nitrate inodores.

Il reste dans l'autoclave une poudrette sèche prête à être ensachée, très riche en matières fertilisantes, et complètement stérilisée. Les serpentins de condensation peuvent être au besoin disposés au fond des bassins de décantation, de façon à récupérer la chaleur et l'utiliser pour augmenter la fermentation des boues et la production d'un maximum de carbonate d'ammoniaque.

Toutes les opérations dont il est question dans cette Note ont été pratiquées dans mon laboratoire en employant d'abord des appareils en verre, d'une contenance de 1 litre, afin de suivré convenablement les réactions produites. Je les ai ensuite recommencées dans des appareils pouvant recevoir 20^l de matières premières. Enfin, pour me rendre compte de la valeur industrielle des procédés, j'ai repris mes essais dans une usine, au moyen d'appareils d'une contenance de 1^{m^3}, en tôle résistante.

Les divers résultats des petites opérations du laboratoire, et celles de la grande opération de l'usine, ont très suffisamment concordé pour me permettre d'affirmer que le procédé opératoire est pratique et hygiénique.

Il procure le maximun de rendement, et fait disparaître tous les inconvénients des procédés ordinaires du traitement des vidanges :

Plus d'immenses appareils de distillation; plus d'odeurs malsaines et rebutantes; plus de mélanges stérilisateurs à ajouter aux matières premières, les altérant et en élevant le prix; économie de fournitures de toutes sortes, de main-d'œuvre, de matériel et de combustible; augmentation de la valeur agronomique des engrais produits.

MÉDECINE. — *Les surdi-mutités vraies et simulées consécutives à des blessures de guerre.* Note de M. **Marage**, présentée par M. Delage.

Dans une Note du 15 novembre 1915 [1], j'ai étudié le traitement de la surdi-mutité consécutive aux commotions cérébrales produites par des éclatements d'obus de gros calibre.

J'ajoutais que ce traitement très simple m'avait donné pour la mutité cinq succès sur six cas traités et qu'il pouvait être employé facilement dans les hôpitaux militaires.

Après avoir examiné ce qu'il fallait faire, j'avais négligé d'indiquer ce qu'il ne fallait pas faire.

---

[1] *Comptes rendus*, t. 161, 1915, p. 600.

Je vais aujourd'hui réparer cette omission en étudiant les méthodes de diagnostic et de traitement qui doivent être rejetées.

1° *Comment on ne doit pas faire le diagnostic.* — La surdi-mutité dont nous nous occupons est absolue et sans lésions apparentes; elle est tellement complète que, à l'inverse de ce qui se présente chez les sourds-muets de naissance, les blessés ne peuvent pas même pousser un cri; c'est pourquoi il peut arriver que certains médecins s'imaginent se trouver en présence de simulateurs, et croient de leur devoir de tout faire pour dévoiler la supercherie *présumée*, aussi bien pour l'audition que pour la phonation.

De ce que les épreuves voltaïques [1] (nystagmus provoqué, vertige voltaïque) indiquent des labyrinthes normalement excitables, on ne peut rien conclure, car la lésion peut être dans le cerveau et non dans l'oreille interne.

Je ferai ensuite remarquer qu'on a besoin de savoir simplement si un soldat doit être versé dans le service armé, dans l'auxiliaire ou être réformé; que, par conséquent, il suffit de mesurer son acuité auditive et que, s'il est complètement sourd, peu importe qu'il parle ou non, puisqu'il ne peut plus rester dans l'armée; la question mutité n'a donc d'importance qu'au moment où l'on doit liquider sa pension, la surdi-mutité donnant droit, je le pense du moins, à une pension plus forte que la surdité seule.

Mais je suppose cependant qu'un médecin désire s'assurer que le malade est réellement muet; il y a un procédé qu'on ne doit jamais employer : c'est celui qui consiste à soumettre le sujet à des expériences douloureuses, électriques ou autres, qui le forceraient à crier, car, de deux choses l'une : ou c'est un simulateur sourd-muet et alors c'est un homme d'une volonté telle que, quoi qu'on fasse, il ne criera pas; ou, au contraire, c'est un muet véritable et alors il serait vraiment cruel de maltraiter cet homme qui s'est battu, puisque c'est un blessé et même un grand blessé, et de lui faire supporter des épreuves contre lesquelles il ne peut pas protester, puisqu'il ne peut même pas crier. D'ailleurs, en supposant même que cette expérience réussisse, cela ne prouverait rien; car de ce qu'un malade puisse crier, il ne s'ensuit pas qu'il puisse parler.

Mais cette expérience aurait un autre inconvénient, c'est le suivant : les

---

(1) On fait passer un courant continu (1 à 7 milliampères) d'une tempe à l'autre : à l'état normal, la tête s'incline du côté du pôle positif.

autres soldats sourds-muets ayant eu connaissance des souffrances supportées par leurs camarades refuseraient de se soumettre aux mêmes épreuves ; et alors on aurait ce spectacle d'un soldat sourd-muet renvoyé à son dépôt dans le service armé, comme ayant refusé de suivre un *traitement ?* faradique.

Si, par hasard, ce cas se présentait, cela prouverait simplement que le médecin n'a pas su conquérir la confiance de ses malades.

J'ajoute, comme me le disait le Dr Doizy, député, président de la Commission d'hygiène, qu'un soldat a toujours le droit de refuser un traitement ou une opération et qu'il est excessivement rare de voir un blessé user de ce droit.

2° *Comment on ne doit pas faire le traitement.* — En présence d'un soldat qui ne parle pas on pourrait croire à une paralysie des muscles extrinsèques et intrinsèques du larynx et être tenté d'électriser ces muscles au moyen de courants induits; mais examinons, dans ce cas, quelle serait la technique à employer.

Il faudrait :

1° Faire tenir le malade par quatre aides au moins; un pour chaque membre.

2° Tirer fortement la langue en dehors avec une pince, de manière à faire remonter le larynx, afin de rendre les muscles intralaryngiens accessibles aux électrodes.

3° Électriser également les muscles cervicaux extralaryngiens.

4° Pour parler ou pour crier il faut expirer fortement; donc il faudrait électriser les muscles expirateurs, puis les muscles inspirateurs. Si cela ne suffisait pas, on devrait comprimer la cage thoracique pour forcer l'air à sortir des poumons; c'est-à-dire qu'en plus des quatre aides il faudrait un médecin pour tenir la langue, un autre pour électriser le larynx, un autre pour le thorax, un dernier pour le cou, en tout quatre médecins.

Enfin, ces expériences seraient difficiles, on ne les réussit pas la première fois, une heure et demie au moins serait nécessaire.

Et, après tout ce temps, on n'aurait obtenu aucun résultat, car si j'ai fait hurler des larynx de chiens pendant deux ou trois minutes après les avoir enlevés à l'animal endormi, c'est grâce aux conditions exceptionnelles que j'avais trouvées réunies au Laboratoire de Physiologie de la Sorbonne (1);

(1) *Comptes rendus*, t. 149, 1909, p. 936.

dans un hôpital temporaire militaire, des médecins spécialistes seraient incapables de réussir des expériences semblables qui sont encore plus difficiles chez l'homme que chez l'animal.

Enfin, on imagine l'état dans lequel le blessé serait ramené au milieu de ses camarades et l'impression regrettable qui en résulterait.

J'ajoute que le courant faradique est absolument contre-indiqué, car on se trouve en présence d'un spasme des muscles respirateurs et laryngiens; suivant une expression plus exacte, les sourds-muets de la guerre écrivent qu'ils ont la gorge serrée, et un massage mécanique très doux est seul capable de les guérir.

Conclusions. — 1° On ne doit jamais, pour dépister la simulation problématique de la surdi-mutité, soumettre le blessé à des expériences douloureuses, surtout lorsqu'on a d'autres procédés à sa disposition.

2° On ne doit jamais soumettre des blessés à des traitements très pénibles qui peuvent ne donner aucun résultat, sans les avoir avertis d'avance de l'échec possible et avoir obtenu leur consentement.

THÉRAPEUTIQUE EXPÉRIMENTALE. — *Immunisation rapide par de petites doses de nucléinate de soude ou d'huile de chaulmoogra contre l'action hypotensive des doses fortes de ces substances.* Note [1] de M. **H. Busquet**, présentée par M. Charles Richet.

Schmidt-Mulheim [2], confirmé par G. Fano [3], a constaté qu'une première injection de peptone provoquant l'incoagulabilité du sang immunise contre les injections subséquentes pratiquées lorsque la coagulabilité a reparu. Gley et Le Bas [4] ont montré qu'une dose de propeptone, insuffisante pour rendre le sang incoagulable, préserve contre l'action d'une dose habituellement efficace et que cette protection se réalise *très rapidement* après la première injection; ce dernier fait constitue assurément le premier cas bien observé d'immunisation rapide ou, suivant l'expression

(1) Séance du 17 avril 1916.

(2) A. Schmidt-Mulheim, *Beiträge zur Kenntniss des Peptons und seiner physiologischen Bedeutung* (*Arch. f. Physiol.*, 1880, p. 23-56).

(3) G. Fano, *De la substance qui empêche la coagulation du sang et de la lymphe lorsqu'ils contiennent de la peptone* (*Arch. ital. de Biol.*, t. 2, 1882, p. 146).

(4) E. Gley et Le Bas, *De l'immunité contre l'action anticoagulante des injections intra-veineuses de peptone* (*Arch. de Physiol. norm. et path.*, 1897, p. 848-863).

de Ch. Champy et E. Gley ([1]), de *tachyphylaxie*. Plus récemment, ce même phénomène a été retrouvé avec les extraits organiques. Roger et Josué ([2]) ont observé que l'action hypotensive passagère provoquée par une première injection d'extrait d'intestin ne se produit plus à la seconde injection. Schenk ([3]) et surtout Lambert, Ancel et Bouin ([4]), H. Roger ([5]), Cesa Bianchi ([6]), Champy et Gley ([7]) ont montré que les extraits de divers organes ne tuent pas le lapin si une première dose faible de ces préparations a été injectée quelques minutes avant la dose habituellement mortelle.

Cet historique montre que, jusqu'à l'heure actuelle, la tachyphylaxie n'a été signalée que pour des substances complexes et mal définies. Des expériences personnelles m'ont permis de retrouver ce phénomène avec deux corps beaucoup plus simples que les préparations précédentes, le *nucléinate de soude* et l'*huile de chaulmoogra* ([8]).

I. Chez le chien, une première injection intra-veineuse de nucléinate de soude, à la dose de $0^g,002$ par kilogramme d'animal, produit une chute considérable et prolongée de la pression artérielle. Une seconde injection de la même dose et même d'une dose cinq fois plus forte, pratiquée dès que l'effet hypotenseur de la première injection a cessé, ne produit pas de modification du tracé manométrique ou ne produit qu'un très léger effet dépresseur qui n'est nullement comparable au premier.

([1]) Ch. Champy et E. Gley, *Sur la toxicité des extraits de corps jaune. Immunisation rapide consécutive à l'injection de petites doses de ces extraits* (*tachyphylaxie*) (*C. R. Soc. Biol.*, t. 71, 1911, p. 159).

([2]) H. Roger et O. Josué, *Action de l'extrait d'intestin sur la pression artérielle* (*C. R. Soc. Biol.*, t. 58, 1906, p. 371).

([3]) F. Schenk, *Ueber Besonderheiten der Giftwirkung des menschlichen Placentasaftes beim Kaninchen* (*Zentrabl. für Gynäkologie*, 23 octobre 1909).

([4]) Lambert, Ancel et Bouin, *Pli cacheté* déposé à l'Académie des Sciences, le 27 décembre 1910. — *Sur un nouveau moyen de défense de l'organisme, la skeptophylaxie* (*Comptes rendus*, t. 154, 1912, p. 21).

([5]) H. Roger, *L'accoutumance rapide de l'économie à l'action de quelques poisons et notamment à l'action toxique des extraits organiques* (*Presse médicale*, 1911, p. 713).

([6]) Cesa Bianchi, *Ricerche sull'azione tossica di alcuni organi* (*Patologica*, t. 3, 1911, p. 176).

([7]) Ch. Champy et E. Gley, *loc. cit.*

([8]) Ces deux substances sont parfois administrées à l'homme par voie intra-veineuse (Cf. I. N. Buiä, *C. R. Soc. Biol.*, t. 76, 1914, et Vahram, *Progrès médical*, 1916, p. 19) et développent très vraisemblablement les phénomènes décrits dans cette Note.

La protection contre l'action hypotensive s'observe non seulement après une première dose suffisante à produire l'hypotension, mais aussi après une dose faible *inefficace*. Par exemple, l'injection première de $0^g,0001$ de nucléinate par kilogramme d'animal, qui ne modifie pas la pression, préserve contre les doses ultérieures beaucoup plus fortes ($0^g,005$ à $0^g,01$).

II. Les expériences relatives à l'huile de chaulmoogra [1] ont été faites avec une très fine émulsion de cette substance dans une solution de gomme, la préparation contenant $0^g,0001$ d'huile par centimètre cube.

Chez le chien, une première injection intra-veineuse d'un centimètre cube par kilogramme produit une chute nette de la pression artérielle. Une seconde injection de la même dose, et même d'une dose cinq fois plus forte, pratiquée à des moments variés après le retour de la pression à la normale, demeure sans effet.

Comme pour le nucléinate, la protection contre l'action hypotensive des doses efficaces s'obtient par l'injection première de doses dépourvues de tout effet sur la pression. Par exemple, l'administration préalable de $\frac{1}{100}$ de milligramme d'huile par kilogramme d'animal ne modifie pas le tracé manométrique, mais préserve contre une dose habituellement hypotensive ($\frac{1}{10}$ de milligramme par kilogramme).

Résumé. — Chez le chien, une première injection intra-veineuse, efficace ou non efficace, de nucléinate de soude ou d'huile de chaulmoogra développe une immunisation rapide contre l'action hypotensive de doses plus fortes de ces substances. Le nucléinate de soude et les éthers de la glycérine constituant l'huile de chaulmoogra sont les corps les moins complexes et les mieux définis chimiquement qui aient été signalés jusqu'à présent comme produisant des effets de tachyphylaxie.

La séance est levée à 15 heures et demie.

A. Lx.

---

(1) Cette huile, retirée des graines (vendues sous le nom de *chaulmoogra*) du *Taraktogenos Kurzii*, King, est une combinaison de la glycérine avec l'acide palmitique et quelques autres acides gras de formule $C^nH^{2n-4}O^2$.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 1er MAI 1916.

PRÉSIDENCE DE M. CAMILLE JORDAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Catalyse de l'eau oxygénée en milieu hétérogène. Deuxième Partie : Expériences avec le platine.* Note de M. GEORGES LEMOINE.

J'ai borné mes expériences au noir de platine et à la mousse de platine, qui sont les deux variétés ordinairement employées en pratique [1].

L'eau oxygénée de Merk, distillée dans le vide, était le plus souvent prise à 30^{vol} (0,086 de H^2O^2) et mise dans des tubes de 16^{mm} environ de diamètre, maintenus à température constante par un bain d'eau. On mesurait le gaz dégagé. Ces comparaisons portaient surtout sur la durée τ de la demi-décomposition, donnée immédiate de l'expérience. Avec le noir de platine, à la température ordinaire, il faut compter par secondes; avec la mousse de platine, par heures; sans catalyseur, ce serait par jours.

On peut également ainsi déterminer expérimentalement la vitesse de la réaction et la comparer avec la formule générale suivante (ou avec l'intégrale qui s'en déduit) en appelant p le poids d'eau oxygénée réelle (suffisamment diluée) pour 1^g de liquide à l'origine du temps, y le poids décomposé au temps t, n et k des constantes :

$$d\frac{y}{p} = k\left(1 - \frac{y}{p}\right)^n dt. \qquad (1)$$

---

(1) Recherches déjà faites sur les questions semblables. Pour le platine colloïdal, obtenu avec l'arc électrique : BREDIG et MÜLLER, *Zeitschrift für physikalische Chemie*, t. 31, 1899; Mac INNES, *Bulletin de la Société chimique*, t. 15, 1914, p. 875. Pour le platine compact, TÉLÉTOFF, *Bulletin de la Société chimique*, t. 6, 1909, p. 753, et *Journal de la Société physico-chimique russe*, t. 39, 1907, p. 1358.

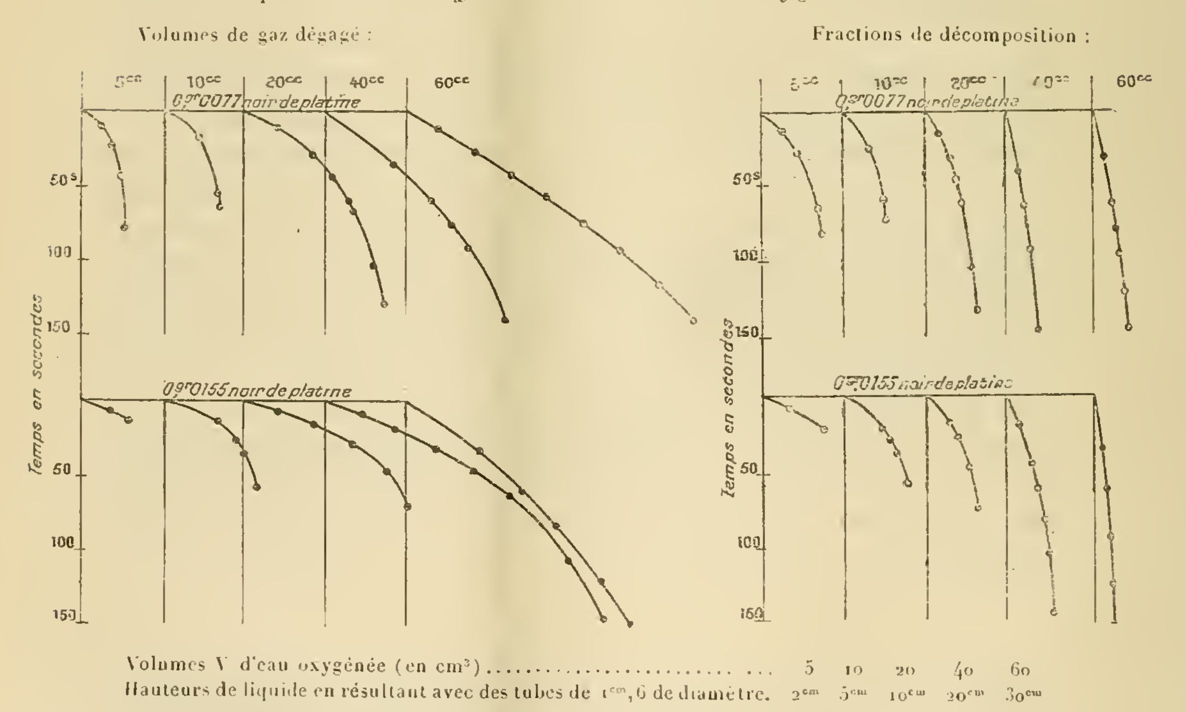
NOIR DE PLATINE ET EAU OXYGÉNÉE.

Mode d'expérience. — Le noir de platine préparé par l'aldéhyde formique (procédé de Loew), était parfaitement lavé, puis séché très longtemps dans le vide (sur P^2O^5 jusqu'à 40 jours). On le pesait dans de petites ampoules qu'on fermait à la lampe. On les mettait dans les tubes contenant l'eau oxygénée, puis on les cassait avec une baguette de verre introduite à l'avance.

Au microscope on reconnaît que le noir de platine a en moyenne environ un dixième de millimètre.

Allure générale de la décomposition. — Elle est sans soubresauts, très régulière, mais extraordinairement rapide : pour 20^{cm^3} d'eau oxygénée de Merk

Expériences avec différents volumes V d'eau oxygénée à 30^{vol}.



Volumes V d'eau oxygénée (en cm^3)	5	10	20	40	60
Hauteurs de liquide en résultant avec des tubes de $1^{cm},6$ de diamètre.	2^{cm}	5^{cm}	10^{cm}	20^{cm}	30^{cm}

Fig. 1.

à 30^{vol} (0,086 de H^2O^2) à 14°, avec $0^g,062$ de catalyseur, la durée τ de la demi-décomposition a été de 8 secondes. Voici (*fig.* 1), sous forme gra-

phique, des spécimens d'expériences soit pour le volume de gaz dégagé, soit pour la fraction de décomposition.

Influence du poids de catalyseur (ce qui, avec un même état de division, équivaut à sa surface). — Pour une même teneur et un même volume d'eau oxygénée, la vitesse de la réaction augmente très rapidement avec ce poids π et par conséquent la durée τ de la demi-décomposition diminue.

Pour 20^{cm^3} d'eau oxygénée de Merk à 30^{vol} (0,086 de H^2O^2) vers 15° :

π (en grammes).........	0,0077	0,0155.	0,062.	1,00.
τ (en secondes)......	80	29	8	0,5 (extrapolation)

Influence du volume d'eau oxygénée. — Elle dépend, comme pour le mercure, de la couche de liquide réellement active. La décomposition est-elle toute locale à la surface du catalyseur, auquel cas la quantité de gaz dégagé serait la même quelle que soit la hauteur d'eau oxygénée ? ou bien s'étend-elle à toute la masse, grâce au brassage effectué par le gaz?

C'est à une conclusion intermédiaire entre ces deux hypothèses que semblent conduire les expériences de la figure 1 (notamment pour $0^g,0155$). En effet on y voit, pour un temps donné, la quantité de gaz dégagé augmenter avec la hauteur d'eau oxygénée, mais pas indéfiniment.

Influence de la dilution de l'eau oxygénée. — Elle ralentit la décomposition en présence du noir de platine, aussi bien qu'en son absence, comme l'indiquent les expériences résumées dans le graphique ci-dessous :

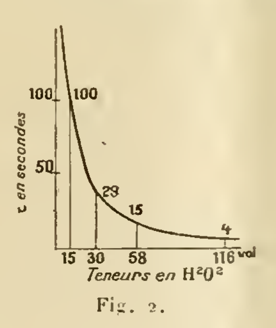


Fig. 2.

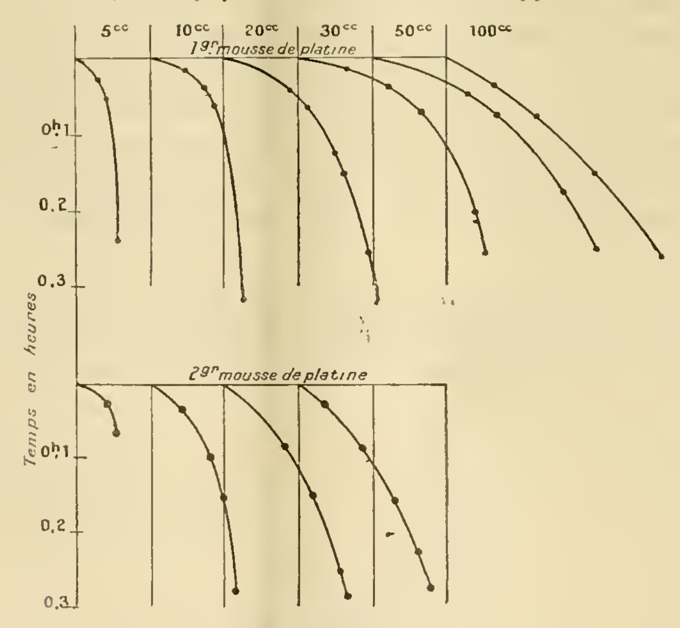
Vitesse de la réaction. — L'examen détaillé des expériences semble montrer que, dans la plupart des cas, c'est l'exposant $n = 2$ qui convient le mieux pour la formule générale (1), mais en raison de la grande rapidité de la réaction, la concordance n'est pas absolument certaine.

MOUSSE DE PLATINE ET EAU OXYGÉNÉE.

Mode d'expérience. — Il était le même que pour le noir de platine. Pour avoir de la mousse de platine toujours à peu près dans le même état de division, on la concassait et on la tamisait : on la prenait en général de 1^{mm} à 2^{mm} d'épaisseur. On la chauffait au rouge sombre et on la laissait refroidir dans un exsiccateur (sur P^2O^5). On en faisait agir de 1^g à 3^g dans des tubes : quelques milligrammes seraient insuffisants pour avoir un effet marqué.

Allure générale de la décomposition. — De même que pour le noir de platine, elle est très régulière. Voici des spécimens sous forme graphique :


Volumes de gaz dégagé par différents volumes d'eau oxygénée à 30^{vol} :



Volumes V d'eau oxygénée (en cm^3)..	5	10	20	30	50	100
Hauteurs de liquide en résultant avec des tubes de $1^{cm},6$ de diamètre.....	2^{cm}	5^{cm}	10^{cm}	15^{cm}	25^{cm}	50^{cm}

Fig. 3.

Influence du poids de catalyseur. — La vitesse de décomposition augmente avec ce poids : en d'autres termes, la durée τ de la demi-décomposition diminue.

Avec 20^{cm^3} d'eau oxygénée à 30^{vol} (0,086 de H^2O^2) vers 17°, la mousse de platine ayant de 1^{mm} à 2^{mm}, on a eu pour valeurs de τ :

H^2O^2 seul.	1^g platine.	2^g platine.
10 jours	$0^h,65$	$0^h,28$

Influence de l'état de division du catalyseur. — Cette division, modifiant la surface active pour un même poids, rend la décomposition plus rapide :

	Un seul morceau.	Platine de 1^{mm} à 2^{mm}.	Platine $< 1^{mm}$.
τ avec un gramme...	$0^h,87$	$0^h,65$	$0^h,49$

Comparaison de la mousse et du noir de platine. — On peut, d'après ces valeurs de τ, chercher par une extrapolation, si grossière qu'elle soit, ce que deviendrait τ pour des grains de mousse de platine ayant seulement $0^{mm},1$ comme ceux du noir de platine : pour cela, on peut admettre que, dans les expériences précédentes, les grains soient des sphères ayant pour diamètres $4^{mm},5$ (sphère pesant 1^g), $1^{mm},5$ et $0^{mm},5$. Or, la valeur de τ ainsi obtenue par extrapolation est environ $0^h,2$. Elle est ainsi très supérieure à la valeur déduite pour le noir de platine des expériences rapportées plus haut, $0^{sec},5$ ou $0^h,00013$ environ.

Cette différence est d'accord avec l'opinion d'après laquelle le noir de platine doit son activité spéciale surtout à la présence de composés particuliers, tels qu'un hydrure de platine. Cette activité spéciale est d'ailleurs démontrée par le fait qu'elle disparaît vers 400° ou 500°, température à laquelle on admet que le noir se change en mousse de platine.

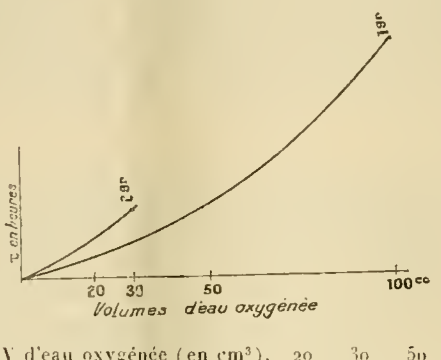
Elle est corrélative de la différence de pouvoir absorbant pour les gaz. J'ai trouvé par des expériences directes que, avec l'azote sec à la température de 8°, le volume de gaz absorbé par un gramme est de $5^{cm^3},4$ (à 0° et 760^{mm}) pour le noir et seulement de $2^{cm^3},1$ pour la mousse de platine [1].

Influence du volume d'eau oxygénée. — Les graphiques ci-après résument pour la durée τ de la demi-décomposition les expériences faites à ce point de vue vers 17° avec 1^g et avec 2^g de mousse de platine en présence

---

[1] Publications diverses sur ces questions : BERTHELOT, *Comptes rendus*, t. 94, 1882, p. 1372, et *Ann. de Chimie et de Physique*, t. 30, 1883, p. 519. — MOND, W. RAMSAY et SHIELDS, *Philosophical Transactions*, t. 186, 1895. — VAVON (pour la catalyse de différents corps organiques), *Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 409, et *Ann. de Chimie*, février 1914. — Le nombre $5^{cm^3},4$ trouvé dans mes expériences doit être trop faible.

d'eau oxygénée à 30^{vol} (0,086 de H^2O^2) dans des tubes de $1^{cm},6$ de diamètre. On voit que τ augmente avec le volume et par conséquent avec la hauteur d'eau oxygénée, d'abord presque proportionnellement, puis plus rapidement de sorte qu'avec une grande hauteur il n'y aurait plus qu'une faible *proportion* de la masse décomposée dans un temps donné.



Volume V d'eau oxygénée (en cm^3).	20	30	50	100
Hauteurs de liquide en résultant avec des tubes de $1^{cm},6$ de diamètre.....	10^{cm}	15^{cm}	25^{cm}	50^{cm}

Fig. 4.

Vitesse de la réaction. — En prenant la formule générale (1) admise pour la vitesse de la réaction, on trouve que la valeur $n = 2$ concorde avec un assez grand nombre d'expériences, de même que pour le noir de platine.

Expériences comparatives avec la mousse de platine chargée de différents gaz à des températures différentes. — On la chauffait au rouge et on la mettait, encore tiède, en rapport avec une pompe à mercure : on faisait le vide deux ou trois fois en laissant rentrer le gaz pur et sec, soit vers 8°, soit vers — 75° (neige carbonique et acétone). On prenait 1^g pour 20^{cm^3} d'eau oxygénée à 28^{vol} (0,082 de H^2O^2). Voici les durées τ observées :

		H^2.	CO^2.	O^2.	N^2.	Sans platine.
		h	h	h	h	
A 15°	Chargement à + 8°............	»	19	»	44	6500 heures
	Chargement à — 75°...........	»	51	126	»	(environ)
A 33°	Chargement à + 8°............	88	9	»	14	1200 heures
	Chargement à — 75°...........	16	33	43	»	(environ)

On employait ici une eau oxygénée commerciale dite « pure », mais en réalité acidulée par HCl et en conséquence d'une décomposition beaucoup plus lente que celle de Merk employée dans les expériences précédentes.

Sans déduire de conclusions formelles de ces expériences, on remarquera seulement que la comparaison des valeurs de τ avec et sans catalyseur montre que l'influence catalytique est beaucoup plus accentuée à froid, à 15°, qu'à chaud à 33°; ainsi, avec l'azote à 15°, on a (6500 : 44) = 148, tandis qu'à 33° on a (1200 : 14) = 86. On trouvera pour le charbon de bois un résultat semblable.

En résumé, ces deux groupes d'expériences montrent qu'en présence du platine la décomposition de l'eau oxygénée est régulière : sa vitesse augmente avec le poids de catalyseur ; elle augmente avec l'état de division de la mousse de platine.

Quand on augmente le volume d'eau oxygénée mis en présence du catalyseur, toutes choses égales d'ailleurs, il y a augmentation du volume de gaz dégagé, mais pas indéfiniment, ce qui prouve que la catalyse ne se fait pas sentir à une hauteur indéfinie au-dessus de la surface du métal.

La comparaison du noir de platine et de la mousse de platine, supposés à un même état de division, montre que le noir de platine a une action catalytique spéciale, beaucoup plus énergique, due à une cause distincte.

ENSEIGNEMENT. — *La Science dans ses rapports avec le développement économique du pays*. Note de M. **Henry Le Chatelier**.

L'opinion publique se préoccupe de plus en plus du rôle éventuel de la Science dans la réparation des ruines accumulées par la guerre. En se désintéressant de cet espoir légitime, l'Académie des Sciences ne manquerait-elle pas à l'un de ses devoirs les plus impérieux ? Sans prétendre entrer dans des détails d'application, étrangers à sa compétence, ne pourrait-elle donner utilement des indications sur les méthodes de travail les mieux appropriées au relèvement économique de la France ? La méthode scientifique a fait depuis longtemps ses preuves pour le développement de nos connaissances théoriques; elle doit convenir également au développement des connaissances pratiques indispensables à l'accroissement de la richesse publique.

La méthode scientifique consiste essentiellement à réunir des faits rigoureusement observés et ensuite à démêler leurs relations nécessaires.

Signalons d'abord quelques faits. Si le grand public, c'est-à-dire le

public incompétent, croit à la Science, il n'en est malheureusement pas de même des pouvoirs publics, ni des chefs d'industrie. Jamais nous ne sommes consultés sur les mesures d'intérêt public, même les plus directement liées à la Science, par exemple sur les questions d'organisation de l'enseignement.

Chez nous, la Science et les savants ne sont pas appréciés, comme ils le sont à l'étranger. Tout grand industriel allemand est fier d'invoquer le titre de docteur ès sciences; on se rendrait ridicule en France à vouloir imiter cette coutume. En Angleterre, les grands industriels sont très flattés de venir présider les réunions des sociétés savantes. A l'heure actuelle, plusieurs des sociétés de Londres sont ainsi présidées par l'un des premiers métallurgistes de Sheffield; récemment la Société d'Astronomie l'était par un riche brasseur. Aux États-Unis, les industriels manifestent leur foi dans la Science par des dons se chiffrant déjà par centaines de millions.

Second fait, conséquence du précédent : tous les pays civilisés étrangers entretiennent à grands frais des laboratoires de recherches scientifiques. On connaît l'œuvre du Physikalisch-Technische Reichsanstalt, en Allemagne; du National Physical Laboratory, en Angleterre ; du Bureau of Standards aux États-Unis. Rien de pareil en France.

L'initiative privée a créé de son côté des laboratoires semblables. Est-il nécessaire de rappeler l'Institution Carnegie, dotée par son fondateur d'un capital de 100 millions de francs; les organismes plus modestes, mais encore importants, de Solvay, en Belgique ; enfin l'œuvre considérable de la Société des ingénieurs allemands et celle plus récente de la Wilhelm Gesellschaft. En France, nous pouvons, il est vrai, nous enorgueillir d'une fondation magnifique : l'Institut Pasteur, mais elle reste isolée.

En dehors de ces établissements de haute culture scientifique, créés dans un but d'intérêt général, c'est-à-dire en dehors de toute préoccupation d'intérêts particuliers, il existe des laboratoires créés au contraire dans des buts intéressés, très utiles aussi à la prospérité de la communauté. Ici encore, nous sommes en retard. Comme laboratoire soutenu par des groupements industriels, nous pouvons revendiquer seulement la très belle station expérimentale du Comité des Houillères, à Liévin. C'est peu de chose en regard des nombreux laboratoires allemands, des syndicats de la métallurgie, des mines, de la verrerie, de la céramique, des ciments, etc. A Londres la Société of Chemical Industry fait en ce moment un effort énergique pour la création d'un laboratoire de recherches, destiné à contribuer aux progrès de la grande industrie chimique.

Il y a plus à faire encore chez nous pour le développement des laboratoires particuliers d'usines. Leur absence trop fréquente a été, dans bien des cas, la cause de l'envahissement de notre marché par des produits de qualité supérieure venant de l'étranger. Un trop grand nombre de nos industries ignorent complètement l'usage du laboratoire; aucune ne sait en tirer tout le parti possible.

Pouvons-nous essayer utilement de remédier à cette situation? La Société royale de Londres vient de se décider à intervenir activement pour développer l'emploi des méthodes scientifiques de travail dans les usines anglaises. Elle a pris l'initiative d'une réunion des bureaux de toutes les Sociétés savantes de Londres. Leur première délibération remonte au 22 mars dernier. Nos possibilités d'action sont certainement les mêmes.

La difficulté principale à vaincre est le scepticisme des classes éclairées de la Société française à l'égard de la réalité et de la bienfaisance de la science. Il est de bon ton de plaisanter aimablement les prétentions des savants, de critiquer l'improductivité de leurs laboratoires, de nier l'existence de lois naturelles inéluctables, surtout dans les domaines économiques. On entend souvent des ingénieurs, arrivés aux plus hautes situations industrielles, déclarer: « Nos études scientifiques ne nous ont jamais servi à rien. Elles constituent seulement une bonne gymnastique intellectuelle, comme l'escrime, même en l'absence de toute préoccupation belliqueuse, est une bonne gymnastique corporelle. Peut-être cependant l'étude du chinois serait-elle aussi profitable que celle des mathématiques. »

De semblables affirmations sont la preuve manifeste d'une formation scientifique incomplète; elles entraînent la condamnation formelle de nos méthodes d'éducation. On a trop pratiqué, dans l'organisation de notre enseignement, le culte de l'incompétence. Des hommes, certainement bien intentionnés, mais également étrangers à la science et à l'industrie, ont posé *a priori* un certain nombre de principes, par exemple la nécessité de donner un caractère pratique à l'enseignement ou bien celle de commencer de très bonne heure l'enseignement des sciences, sans se préoccuper de l'aptitude des enfants à les comprendre, etc. Les résultats obtenus ne peuvent surprendre. Mais la guerre aura ouvert les yeux à bien des Français: nous pouvons en profiter pour donner un peu tardivement notre avis.

L'erreur capitale a été de réduire la Science à des collections de faits, de lois, c'est-à-dire aux résultats de la Science. Or, en présence du nombre immense des problèmes posés dans l'industrie, bien peu de ces résultats péniblement appris pourront être utilisés au cours d'une carrière d'ingé-

nieur. Cela explique l'affirmation de l'inutilité des études scientifiques. Mais à côté des résultats, il y a la méthode scientifique, génératrice de ces résultats; elle, au contraire, peut être d'un usage journalier. Son apprentissage devrait être le but exclusif de l'enseignement ou plus exactement de l'éducation scientifique. Il ne suffit pas de meubler l'esprit de connaissances variées, il faut avant tout lui donner une certaine formation.

Ce point de vue admis, certaines conséquences en découlent immédiatement. La méthode essentielle des sciences physiques est la méthode expérimentale. On l'acquiert au laboratoire et non pas devant le tableau noir. Le développement des laboratoires, ou plutôt leur meilleure utilisation, car il y en a déjà beaucoup dans les établissements d'enseignement, particulièrement dans les Universités, devra, semble-t-il, être la préoccupation dominante dans toute réforme de notre enseignement.

C'est là un côté de la question, mais il y en a d'autres. On s'intéresse vivement en ce moment à deux projets soumis aux Chambres : l'un de M. le sénateur Astier sur l'enseignement professionnel et l'autre de M. le sénateur Goy sur les Facultés techniques. L'enseignement post-primaire et l'enseignement supérieur sont ainsi mis en présence et même en opposition. La formation des sous-officiers ou celle des généraux d'industrie doit-elle plus spécialement retenir notre attention?

Ne serait-ce pas le moment de se demander si notre enseignement supérieur répond bien aux nécessités actuelles. La création des Instituts techniques dans les Facultés des Sciences n'a-t-elle pas abaissé le niveau de leur enseignement? La multiplication exagérée des Universités n'a-t-elle pas été pour elles une cause de faiblesse.

Tous ces problèmes méritent un examen sérieux. L'Académie des Sciences, désireuse de contribuer au relèvement du pays après la guerre, ne pourrait-elle pas décider de mettre dès à présent à l'étude la réforme de notre enseignement scientifique, et plus généralement l'étude de toutes les mesures tendant à accroître la participation de la Science à notre développement économique.

M. P. **Duhem** adresse la lettre suivante :

Nous avons l'honneur d'offrir à l'Académie des Sciences le quatrième volume de notre Ouvrage intitulé : *Le Système du Monde; histoire des doctrines cosmologiques de Platon à Copernic.*

Les trois premiers Chapitres terminent la seconde Partie, qui a pour objet *l'Astronomie latine au Moyen Age*.

De ces Chapitres, les deux premiers sont consacrés à *l'École astronomique de Paris au* XIV[e] *siècle;* il y a lieu, en effet, de distinguer l'œuvre des *astronomes* de profession des discussions, développées par les *physiciens*, au sujet des hypothèses de l'Astronomie.

Parmi les astronomes de profession, le premier qui mérite de retenir l'attention est Guillaume de Saint-Cloud qui, en 1290, détermine, fort exactement semble-t-il, l'obliquité de l'écliptique et l'époque du passage du Soleil au point équinoxial de printemps; pour valeur de l'inclinaison de l'écliptique sur l'équateur, il trouve 23°34'.

Guillaume de Saint-Cloud est, peut-être, le premier savant parisien qui ait connu les *Tables d'Alphonse X*. En tous cas, à partir de l'an 1300 et jusqu'au milieu du XIV[e] siècle, ces *Tables* sont, à Paris, l'un des principaux objets de l'attention des astronomes.

Ces *Tables* admettaient, au sujet du déplacement des points équinoxiaux, un système nouveau; mais ce système, elles ne l'exposaient pas; il le fallait deviner sous les nombres qu'elles donnaient. Elles n'étaient pas précédées de *Canons* indiquant de quelle façon on en devait user; ces *Canons*, il les fallait établir. Enfin, il en fallait comparer les indications soit à l'observation, soit aux *Tables de Tolède*, pour reconnaître si, avec celle-là, elles s'accordaient mieux que celles-ci. Toutes ces besognes furent menées fort activement par divers astronomes parisiens, au nombre desquels il convient de citer particulièrement Jean des Linières ou de Lignières; sur cet auteur, M. G. Bigourdan a, récemment, rappelé l'attention des historiens de la Science.

Cet examen des *Tables Alphonsines* conduisit la plupart des astronomes parisiens à reconnaître que ces Tables n'étaient point du tout irréprochables; on les tint, cependant, pour plus exactes que les *Tables de Tolède*.

Aussitôt qu'on les eût admises, on songea à s'en servir pour accomplir une œuvre qui, depuis trois quarts de siècle, était réclamée par les savants; nous voulons parler de la réforme du calendrier.

En 1345, appelés en Avignon, par le pape Clément VI, dans le seul but de corriger les règles du comput ecclésiastique, deux astronomes parisiens, Jean de Murs et Firmin de Belleval, osent proposer au pape une réforme complète du calendrier solaire; pour base de cette réforme, ils prennent l'évaluation, donnée par les *Tables Alphonsines*, de la durée de l'année tropique; cette évaluation est également celle qu'en 1582 la Commission

romaine prit pour fondement de son travail; entre la réforme que Jean de Murs et Firmin de Belleval proposaient d'accomplir à partir de l'année 1349 et la réforme décrétée par Grégoire XIII, l'écart eût été rigoureusement nul. La « réparation » du calendrier eût donc pu être édictée par le pape deux siècles et demi avant le temps où elle le fut; à ce moment, l'unité religieuse de l'Europe occidentale n'avait pas encore été détruite par la Réforme; le nouveau calendrier, imposé par le pontife romain, eût été adopté par toutes les nations de la Chrétienté latine, sans rencontrer les longues résistances qu'il eut, plus tard, à surmonter.

Si la réforme du calendrier ne fut pas accomplie plus tôt, la faute, du moins, n'en est pas aux maîtres de Paris; l'un des plus illustres d'entre eux, Pierre d'Ailly, écrivait encore en 1411 un opuscule destiné à recommander vivement cette œuvre au futur concile de Constance.

Pendant que les astronomes de Paris se consacraient aux divers travaux dont nous venons de dire quelques mots, les maîtres ès arts et les docteurs en Théologie, dans les enseignements qu'ils donnaient à l'Université, discutaient volontiers sur la valeur des hypothèses astronomiques. Les divers systèmes de sphères homocentriques proposés par Eudoxe, par Aristote, par Alpétragius ne trouvent plus, parmi eux, le moindre défenseur; unanimement, on les tient pour condamnés par l'observation et l'on est rallié au système de Ptolémée. La discussion porte donc uniquement sur la créance qu'il convient d'accorder aux mécanismes, aux agencements d'orbes solides à l'aide desquels on peut réaliser les mouvements conçus par l'*Almageste*. Tout le monde, instruit par la lecture de Simplicius, tient ces mécanismes pour simples hypothèses propres à sauver les phénomènes; ils n'ont nul besoin d'être réalisés dans la nature. Cette opinion est, en particulier, énoncée avec beaucoup de force et de clarté par Jean de Jandun. Ces artifices sont soumis à ces deux seules conditions de sauver les phénomènes aussi exactement que possible et de les sauver le plus simplement qu'il se peut faire; aussi divers auteurs, tels Gilles de Rome et Jean Buridan, s'ingénient-ils à y introduire diverses simplifications.

L'*Astronomie italienne au Moyen Age* ne nous offre aucunement le spectacle d'une activité scientifique comparable à celle que Paris nous a fait admirer. Dans la péninsule, la Science paraît singulièrement en retard sur celle de notre pays. Un seul auteur semble au courant des théories astronomiques; il est vrai qu'il avait longuement séjourné à Paris: nous voulons parler du célèbre médecin Pierre d'Abano ou de Padoue (vers 1250-1316).

Pierre d'Abano est bien connu par le grand Ouvrage qu'il a intitulé :

Conciliator differentiarum philosophorum et præcipue medicorum. Il avait composé ou, tout au moins, commencé un Ouvrage analogue dont l'objet était d'élucider les difficultés nombreuses que présente la Science astronomique; il semble qu'il lui avait donné pour titre : *Lucidator difficultatum et discoliarum astrologicæ considerationis.* Fort connu au XVe siècle, cité par Savonarole et par Pic de la Mirandole, le *Lucidator* avait été si complètement oublié que l'un des plus récents biographes de Pierre d'Abano, M. Ronzoni, n'en parle pas; M. Sante Ferrari, à qui l'on doit un si important Ouvrage sur le médecin padouan, ne connaît du *Lucidator* que ce qu'en dit Pierre d'Abano dans ses autres écrits. De ce Traité perdu, nous avons eu la bonne fortune de retrouver une copie, malheureusement fort mauvaise, dans un manuscrit de la Bibliothèque Nationale (1). Pierre d'Abano paraît, en outre, y avoir inséré une réédition d'un autre écrit, cité par lui-même et par ses successeurs, mais qui était également perdu, le *Tractatus de motu octavæ sphæræ.* De ces deux Ouvrages, nous avons pris soin de donner une analyse détaillée.

Les trois derniers Chapitres du Volume que nous avons l'honneur de présenter à l'Académie commencent la troisième Partie de l'Ouvrage; cette Partie est intitulée : *La crue de l'Aristotélisme.*

La seconde Partie nous a retracé la lutte entre l'Astronomie péripatéticienne et la Science d'observation; forte du témoignage des sens, celle-ci a fini par l'emporter sur les principes du Stagirite; à la fin du XIIIe siècle, tous les maîtres de la Scolastique étaient ralliés à la seule théorie qui sût « sauver les phénomènes », à la doctrine de l'*Almageste.*

Le progrès de la Science exigeait que les principes du Péripatétisme fussent également bannis du domaine de la Physique; mais, dans ce domaine, l'expérience n'était encore ni assez sûre, ni assez détaillée, pour secouer, à elle seule, le joug du Philosophe. Dans l'accomplissement de cette tâche, l'expérience fut secondée et même devancée par l'Église catholique. En 1277, Étienne Tempier, évêque de Paris, et les maîtres en Théologie qui formaient son conseil, condamnèrent près de 300 propositions péripatéticiennes ou néo-platoniciennes; or, parmi ces propositions, condamnées comme contraires à l'orthodoxie, se trouvaient les clés de voûte de quelques-unes des doctrines essentielles de la Physique d'Aristote. C'est en invoquant sans cesse l'anathème porté contre les *articles de Paris* que l'École parisienne, au XIVe siècle, a bouleversé de fond en comble les théories de l'infini, du lieu, du vide, du mouvement dans le vide, du mou-

(1) Bibliothèque Nationale, fonds latin, ms. n° 2598, fol. 99, r°, à fol. 15, v°.

vement du ciel et de la terre, de la pluralité des mondes, substituant aux principes du Stagirite les principes que devait développer la science moderne. *Les condamnations théologiques formulées à Paris en 1277 ont ouvert, dans le rempart péripatéticien, la brèche par laquelle notre Mécanique et notre Physique ont passé.*

On voit aisément, d'ailleurs, que l'établissement de la Science moderne supposait une révolution théologique. La Science que nous professons est née, peut-on dire, au XIVe siècle, le jour où Jean Buridan a osé déclarer qu'une même Dynamique régissait le mouvement des projectiles, la chute des graves et le cours des astres; où il a formulé la loi de l'inertie et affirmé que cette loi suffisait à expliquer la perpétuité des circulations sidérales. Jusqu'à lui, toutes les Cosmologies, qu'elles fussent platoniciennes, péripatéticiennes ou néo-platoniciennes, mettaient ces mouvements célestes perpétuels au compte d'Intelligences divines; sans rien changer à la définition des Intelligences motrices des cieux, les philosophes musulmans, juifs ou chrétiens s'étaient contentés de leur retirer leur qualité divine en leur donnant le nom d'*anges*. Jusqu'alors, on pouvait parler d'une Mécanique des êtres sublunaires, mais point d'une Mécanique céleste.

L'histoire de la naissance de la Science moderne requiert donc que nous exposions la révolution théologique qui l'a seule rendue possible; et le récit même de cette révolution suppose l'étude des divers systèmes, issus du Péripatétisme et du Néo-platonisme qui, chez les Musulmans d'abord, puis chez les Juifs, enfin chez les Chrétiens, se sont développés jusqu'à la fin du XIIIe siècle.

Les doctrines philosophiques de l'Islam sont seules retracées au présent Volume. Après avoir examiné les *sources helléniques du Néo-platonisme arabe*, nous exposons le *Néo-platonisme musulman* d'Al Fàrâbi, d'Avicenne et d'Al Gazâli, puis la réaction menée contre ce Néo-platonisme par le Péripatétisme intransigeant d'Averroès.

PHYSIQUE. — *Expériences relatives à l'influence du champ magnétique sur la charge d'un conducteur dans l'air raréfié.* Note (1) de M. **A. Righi**.

Les expériences que je vais décrire montrent sous une forme nouvelle quelques résultats, déjà acquis au cours de recherches antérieures (2), et

(1) Séance du 25 avril 1916.

(2) *Le Radium*, octobre 1910, mars 1911.

qui rendent nécessaire, à mon avis, l'hypothèse de la *magnéto-ionisation* (¹).

Un tube contenant de l'air à $\frac{1}{10}$ de millimètre de pression contient deux électrodes cylindriques et coaxiales A, B de 5cm de longueur, l'une A ayant

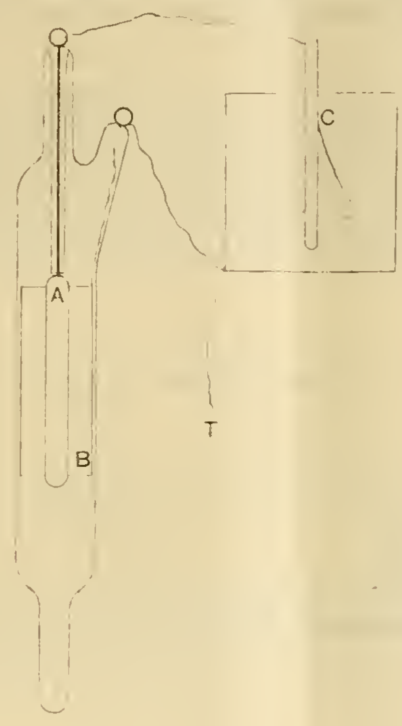


Fig. 1.

5mm et l'autre B 20mm de diamètre. A communique avec un électroscope à feuille d'or C, pendant que B est à terre.

Ces dimensions n'ont rien d'absolu, pas plus que le degré de raréfaction ou la forme des conducteurs, car les phénomènes se produisent d'une manière plus ou moins accentuée dans des conditions très variées.

a. Avec une bonne pile sèche de Zamboni, ou de toute autre manière, on charge positivement le conducteur A à un potentiel un peu plus petit que le potentiel de décharge. La feuille d'or peut rester longtemps déviée; mais elle tombe aussitôt si l'on approche au tube le pôle d'un petit électro-aimant. La décharge est partielle, mais souvent la feuille arrive presque à la direction verticale.

b. Laissant en place l'électro-aimant (qui pour cette deuxième expérience doit

(¹) *Comptes rendus*, t. 152, 1911, p. 250.

donner un champ plus intense), on donne à A une charge négative. On pourrait la donner positive, mais alors une trop grande intensité de champ serait nécessaire.

On reconnaît d'abord qu'on peut arriver à un potentiel notablement plus grand que le potentiel de décharge, sans que la feuille d'or tombe. Si alors on vient à interrompre le courant magnétisant, ou à éloigner la bobine, la décharge partielle a lieu, et la feuille d'or tombe.

Voici comment j'ai pu prévoir ces deux expériences. Par mes recherches sur le potentiel de décharge en champ magnétique j'ai pu établir dans des cas nombreux la forme de la courbe « caractéristique », qui a pour abscisses les valeurs de l'intensité du champ, et pour ordonnées les valeurs du potentiel de décharge. Cette courbe a en général la forme ABCD, la

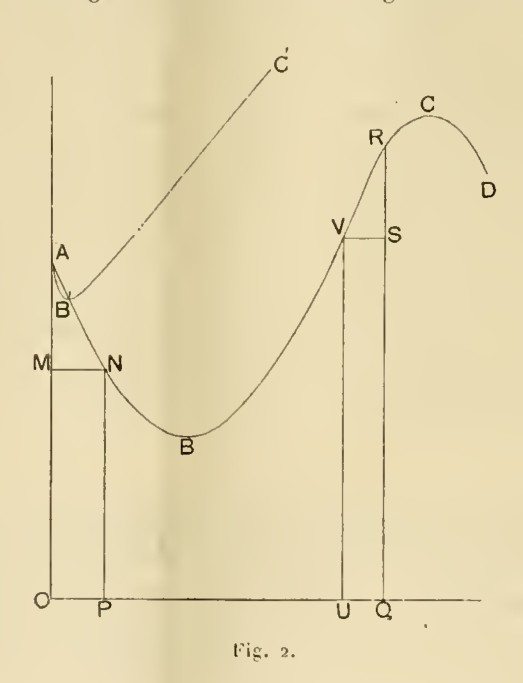


Fig. 2.

dépression ABC étant due surtout à la magnéto-ionisation, c'est-à-dire à l'action du champ magnétique favorisant l'ionisation par choc.

Dans le cas de l'expérience *a*, on a affaire avec la partie descendante AB. Soit OM le potentiel appliqué, étant OM $<$ OA. Si l'on crée le champ et si l'on augmente son intensité, dès qu'on arrive à la valeur OP, la décharge a lieu, car alors le potentiel existant OM est égal au potentiel de décharge ON correspondant à l'intensité OP du champ. La décharge se prolonge comme d'ordinaire jusqu'à ce que le potentiel soit devenu beaucoup plus

petit qu'au commencement; mais la descente s'arrête avant que la différence de potentiel entre A et B soit réduite à zéro.

Dans le cas de l'expérience *b*, on doit considérer dans la courbe la partie qui monte BC. Tout d'abord on a un champ OQ, auquel correspond un potentiel de décharge QR. On applique un potentiel QS < QR, et naturellement on n'a pas de décharge. Mais si l'on annule le champ, ou si l'on diminue simplement son intensité jusqu'à la valeur OU (à laquelle correspond un potentiel de décharge UV = QS), la feuille d'or tombe aussitôt.

Pour l'expérience *b*, il est préférable de donner à A une charge négative, parce qu'alors la courbe est très rapprochée de l'axe des potentiels (comme AB'C'), et l'on n'a pas besoin d'employer des champs trop intenses.

CORRESPONDANCE.

M. le SECRÉTAIRE PERPÉTUEL signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Observation des orages de 1915 *dans les départements de la Gironde et partie de la Dordogne. Expériences des paragrêles électriques :* Rapport de M. F. COURTY. (Présenté par M. J. Violle.)

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les séries de Sturm-Liouville simplement sommables* (¹). Note de M. **ERWAND KOGBETLIANTZ**, présentée par M. Appell.

Les théorèmes de Cantor et de Du Bois-Reymond sur les séries trigonométriques, généralisés par A. Haar (²) pour les séries de Sturm-Liouville convergentes, permettent une extension au cas où ces séries divergent, mais sont simplement sommables par la méthode de la moyenne arithmétique, due à Cesàro. Cette extension généralise les résultats de Riesz (³).

(¹) Voir *Société mathématique de Karkow*, 2e série, t. 14, 1915, p. 1-20.
(²) *Zur Theorie der orthogonalen ...*, II (*Mathem. Annalen*, B. 71).
(³) *Ueber summierbare trigonometrische Reihen* (*Mathem. Annalen*, B. 71).

On sait que le système orthogonal de Sturm-Liouville

$$(\mathrm{I}) \qquad u_1(x),\quad u_2(x),\quad \ldots,\quad u_n(x),\quad \ldots,$$

provenant de l'équation différentielle

$$(\mathrm{II}) \qquad \frac{d}{dx}\left[p(x)\frac{du}{dx}\right] + [q(x)+\lambda]\,u = 0,$$

$$(\mathrm{III}) \qquad \frac{du}{dx} - h'u = 0 \quad \text{pour} \quad x = \alpha \quad \text{et} \quad \frac{du}{dx} + \mathrm{H}'u = 0 \quad \text{pour} \quad x =$$

se ramène par une substitution connue au système

$$(\mathrm{I}') \qquad v_1(z),\quad v_2(z),\quad \ldots,\quad v_n(z),\quad \ldots,$$

$$(\mathrm{II}') \qquad \frac{d^2v}{dz^2} + [\mathrm{Q}(z)+\lambda]\,v = 0,$$

$$(\mathrm{III}') \qquad \frac{dv}{dz} - hv = 0 \quad \text{pour} \quad z = 0 \quad \text{et} \quad \frac{dv}{dz} + \mathrm{H}v = 0 \quad \text{pour} \quad z = \pi,$$

où nous avons posé $\displaystyle\int_\alpha^\beta \frac{dx}{\sqrt{p(x)}} = \pi$.

Il suffit évidemment de raisonner sur le système (I'). Soit la série

$$(1) \qquad a_1v_1(z) + a_2v_2(z) + \ldots + a_nv_n(z) + \ldots$$

et λ_n la valeur caractéristique du paramètre λ pour la fonction $v_n(z)$. On établit le lemme suivant à l'aide des formules asymptotiques [1]

$$(2) \qquad \begin{cases} v_n(z) = \cos nz\left(1 + \dfrac{\alpha_n(z)}{n^2}\right)\sqrt{\dfrac{2}{\pi}} + \sin nz\left(\dfrac{\beta(z)}{n} + \dfrac{\gamma_n(z)}{n^2}\right), \\ \lambda_n = \left(n + \dfrac{\delta}{n} + \dfrac{\delta'_n}{n^2}\right)^2. \end{cases}$$

Si la série (1) *est sommable partout dans l'intervalle* (a, b) *avec la somme* $f(z)$, *on a, dans cet intervalle*,

$$\lim_{\delta=0} \frac{\Delta_\delta^4 \Phi(z)}{\delta^4} = f(z) - [\mathrm{Q}''(z) - \mathrm{Q}^2(z)]\,\Phi(z) - 2\,\mathrm{Q}'(z)\,\Phi'(z) - 2\,\mathrm{Q}(z)\,\mathrm{F}(z).$$

où

$$(3) \qquad \Phi(z) = \frac{a_1v_1(z)}{\lambda_1^2} + \frac{a_2v_2(z)}{\lambda_2^2} + \ldots + \frac{a_nv_n(z)}{\lambda_n^2} + \ldots,$$

$$(4) \qquad \mathrm{F}(z) = -\frac{a_1v_1(z)}{\lambda_1} - \frac{a_2v_2(z)}{\lambda_2} - \ldots - \frac{a_nv_n(z)}{\lambda_n} - \ldots.$$

---

[1] Hobson, *Proceedings of the London mathem. Society*, 2e série, vol. 6, p. 378.

La démonstration est fondée sur un lemme de Fejer [1]. En supposant, en outre, $f(z)$ bornée et la série (4) uniformément convergente, nous appliquons à $\Phi(z)$ le théorème de M. Riesz [2], d'où

$$(5) \qquad F(z)=\int_0^z\int_0^{\vartheta}[f(t)-Q(t)F(t)]\,dt\,d\vartheta+Az+B,$$

puisqu'on a alors

$$\Phi''(z)=F(z)-Q(z)\Phi(z);$$

A et B sont des constantes dans l'intervalle (a, b). En outre, *si l'on a* $\lim_{n=\infty} a_n=0$, *la série* (4) *converge uniformément et*

$$\lim_{\delta=0}\frac{\Delta_\delta^2 F(z)}{\delta}=\lim_{\delta=0}\frac{F(z+\delta)-2F(z)+F(z-\delta)}{\delta}=0.$$

Théorème I. — *Si la série* (1) *sommable partout dans l'intervalle* $(0, \pi)$ *a pour somme zéro et si la série* (4) *converge uniformément, on a*

$$a_n=0 \qquad (n=1, 2, 3, \ldots, \infty).$$

La relation $-\dfrac{a_n}{\lambda_n}=\displaystyle\int_0^\pi F(z)v_n(z)\,dz$ se transforme à l'aide de (II'), (III') et (5), où $f(z)\equiv 0$, en $a_n=Cv_n(0)+Dv_n(\pi)$ avec C et D constantes; donc

$$\sum_1^\infty a_n v_n(0)=\frac{2}{\pi}\sum_1^\infty[C+(-1)^n D]+\sum_1^\infty\frac{\varepsilon_n}{n^2}.$$

La sommabilité supposée du premier membre entraîne la sommabilité de $\sum_1^\infty[C+(-1)^n D]$, ce qui nécessite $C=0$; de même $D=0$ et $a_n=0$.

Admettons maintenant qu'aux points d'un ensemble E la série (1) n'est pas simplement sommable ou sa somme n'égale pas zéro. Le théorème I reste encore exact lorsque E est réductible et, de plus, $\lim_{n=\infty}a_n=0$; alors $F(z)$ est continue et $\lim_{\delta=0}\dfrac{\Delta_\delta^2 F(z)}{\delta}=0$, ce qui prouve que A et B dans (5) restent invariables dans tout l'intervalle $(0, \pi)$, malgré la présence des points

---

(1) L. Fejér, *Untersuchungen* ... (*Mathem. Ann.*, t. 58, § 2, p. 62).

(2) M. Riesz, *loc. cit.*, p. 67.

exceptionnels. On a donc

$$\lim_{n=\infty} a_n = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \lim_{n=\infty} [C + (-1)^n D] = 0, \quad \text{c'est-à-dire} \quad C = D = 0. \quad \text{C. Q. F. D.}$$

Théorème II. — *Si la série* (1) *est sommable partout dans l'intervalle* $(0, \pi)$ *avec la somme* $f(z)$ *et si la série* (4) *converge uniformément, la série* (1) *est la série de Fourier de* $f(z)$, *pourvu que* $f(z)$ *soit bornée.*

A l'aide de (5), $-\frac{a_n}{\lambda_n} = \int_0^\pi F(z) v_n(z)\,dz$ se transforme en

$$a_n = \int_0^\pi f(z) v_n(z)\,dz + C v_n(0) + D v_n(\pi). \tag{6}$$

La sommabilité des termes $a_n v_n(0)$ entraîne la sommabilité de

$$\sum_1^\infty \left[\sqrt{\frac{\pi}{2}} \int_0^\pi f(z) v_n(z)\,dz + C + (-1)^n D\right],$$

ce qui nécessite $C = 0$; de même il est nécessaire que $D = 0$.

Le théorème II reste encore exact lorsqu'on introduit l'ensemble des points exceptionnels où la série (1) n'est pas sommable ou sa somme n'égale pas $f(z)$, pourvu que cet ensemble soit réductible et que, de plus, $\lim a_n = 0$.

On voit sans peine que si la série (1) est sommable partout dans l'intervalle $(0, \pi)$ par la méthode des moyennes arithmétiques d'ordre $k < 1$ et a pour somme la fonction bornée $f(z)$, elle est la série de Fourier de $f(z)$ et, en particulier, ses coefficients s'annulent si $f(z) \equiv 0$.

ASTRONOMIE. — *L'*Harmonicon cœleste *de François Viète.* Note de M. **G. Vacca**, présentée par M. Bigourdan.

Dans les *Comptes rendus* du 14 février 1916 (p. 237-240), M. Bigourdan a donné une analyse du manuscrit latin n° 7274, de la Bibliothèque nationale de Paris, qui contient une partie de l'*Harmonicon cœleste* de François Viète. M. Bigourdan rappelle que d'après Delambre cette œuvre de Viète serait perdue.

Mais déjà Targioni [1] avait cité un manuscrit autographe de Viète qui se trouvait à Florence, qui a été vu par Libri, et qui existe toujours.

---

(1) Targioni Tozzetti, *Notizie sugli aggrandimenti delle scienze fisiche in Toscana*, Firenze, 1778, t. I, p. 500.

Libri (¹) donne aussi une courte notice sur le manuscrit de Paris.

Il ajoute que le manuscrit de la *Biblioteca Magliabechiana* « était accompagné d'une copie qui semble avoir été égarée récemment ». Le fait est que cette copie existe également toujours à sa place, depuis longtemps, à Florence.

En effet, dans le catalogue des manuscrits de la *Biblioteca Nazionale* de Florence, on lit :

Mss. della Biblioteca Magliabechiana, Classe XI, cod. XXXVI : Francisci Vietæ, *Harmonicon cœleste*, Adversaria autographa. — Cod. chart. f° ser. saec. XVII.

Cod. XXXVII : Eiusdem operis exemplum a Gallo quodam expressum, saec. XVII. Cod. chart.

Les deux manuscrits ont été reconnus à leur place dans des révisions des manuscrits faites l'une en 1883, l'autre le 28 septembre 1905.

Le premier de ces manuscrits est évidemment un autographe de Viète. On s'en aperçoit tout de suite en jetant un coup d'œil sur les figures, tracées rapidement par un mathématicien qui connaissait bien les ellipses et les paraboles.

Les divisions des chapitres, la division en V livres même a été souvent l'objet de corrections et de ratures. Le manuscrit est entremêlé de calculs, de notes sur les coniques, etc.

Le volume est relié en peau souple, et renferme 174 feuillets non numérotés; il en contenait peut être davantage, soit une trentaine en plus.

La mutilation, déjà mentionnée par Libri, est très probablement ancienne.

C'est ce qui apparaît de la copie (Cod. XXXVII), d'une calligraphie très claire, avec des figures tracées avec soin, quoique moins satisfaisantes que celles de l'original de Viète, car on voit que le dessinateur ne connaissait pas les ellipses.

Le copiste anonyme, peut-être un Français du XVIIe siècle, a ordonné avec beaucoup de patience, et copié tout ce qui lui a semblé susceptible d'être imprimé. A une première lecture il m'a semblé qu'il n'y a dans la copie rien qui ne soit dans l'original de Viète. C'est ce qui rend vraisemblable que la mutilation est ancienne, et relative peut-être à quelque autre manuscrit de Viète.

Ces manuscrits ont été vus et étudiés déjà, très probablement peu après leur acquisition par G. Alfonso Borelli.

(¹) G. Libri, *Histoire des Sciences mathématiques en Italie*, t. 4, p. 22-23, 297-302.

Les manuscrits et la bibliothèque du grand géomètre napolitain faisaient partie de la Bibliothèque de San Pantaleo à Rome, et ont ensuite passé à la *Biblioteca Nazionale Vittorio Emmanuele* à Rome.

Dans le catalogue des manuscrits de cette bibliothèque on trouve en effet la description suivante :

San Pantaleo, 129.36.

Vieta Franciscus, *Ad Harmonicon cœleste libri quinque priores* (liber primum tantum hic habetur). — Codex chart. saec. xvii exeuntis in fol.

[Hoc opus nunquam editum fuit. Integrum opus autographum una cum veteri apographo in Bibliotheca Nationali Florentina (Maliabechiana) asservatur. Alius (codex incompletus tamen) signatus 7274 inter codices latinos Bibliothecæ nationalis Parisiensis reperitur. Vide :

Fabroni. *Lettere inedite di uomini illustri*, t. 1, p. 205, 319.

Voss, *De universæ matheseos natura et constitutione*, p. 196.

Delambre, *Histoire de l'Astronomie moderne*, t. 2, p. 148.

Libri, *Histoire des Sciences mathématiques*, t. 4, p. 22-23.]

Le manuscrit de Rome semble être une copie faite par Borelli ([1]), qui se proposait peut-être de l'étudier dans la copie française de Florence. C'est un manuscrit très clair et bien conservé, de 99 feuillets.

J'ajouterai que dans ces deux copies de Florence et de Rome on semble avoir seulement le premier livre de l'Ouvrage de Viète. Mais la division en livres du manuscrit original est très imparfaite, et même elle semble effacée, peut-être par l'auteur même.

Par exemple l'indication « Liber IIII » effacée, précède l'énoncé suivant :

« *Hypothesis Lunæ secundum firmamenta veterum abs motu in alieno centro*, caput XIX. »

Il est donc possible que rien n'ait été perdu de ce que Viète nous a laissé sur le grand Ouvrage projeté par lui, et il faut reconnaître injuste le soupçon élevé par Fr. Ritter ([2]) que la disparition prétendue du manuscrit de Florence fût due à Libri. C'est peut-être Libri lui-même qui a donné naissance à cette légende, en parlant de la disparition de la copie, qui aussi bien que l'original existe à sa place.

Le manuscrit de l'*Harmonicon cœleste* est très suggestif. A-t-il été connu, du moins indirectement, par Képler ? Est-ce par hasard que Képler a appelé *Harmonices mundi* son œuvre immortelle ?

([1]) Il porte l'indication : Ex libris *Jo : Alphonsi Borelli*.

([2]) Frédéric Ritter, *François Viète, inventeur de l'Algèbre moderne*, Notice sur sa vie et son œuvre (Paris, Extrait de *Revue occidentale*, 1895, p. 32-33).

Est-ce que lorsqu'il a essayé de voir comment une ellipse pourrait représenter l'orbite d'une planète autour du Soleil, il avait quelque vague ou indirecte notion de l'affirmation de Viète : « *Describat Planeta Ellipsim ad motum anomaliæ ad Terram*, etc. » (fol. 60_2 du manuscrit de Florence)?

Ce n'est pas qu'on doive soupçonner aucunement la foi candide, le caractère ouvert et sincère de Kepler. Mais seulement j'ai cru intéressant de donner une indication sur une source possible de la suite des idées qui l'ont conduit à ses grandes découvertes.

Remarques de M. G. Bigourdan *au sujet de la Note de* M. Vacca.

La très intéressante Communication de M. Vacca nous met sans doute en possession de la seconde copie de l'*Harmonicon cœleste* signalée par la Correspondance de Peiresc [1], et par suite nous devons avoir à peu près au complet l'expression de la pensée de Viète, telle du moins qu'il l'avait écrite. On voit combien cette œuvre posthume intéresse l'Histoire des Sciences, puisque Viète, 6 ans au moins avant Képler, avait considéré le mouvement des planètes dans des ellipses, car il mourut en 1603, et Képler n'a fait connaître ses deux premières lois que dans l'immortel *De stella Martis* publié en 1609. Quant à ses *Harmonices mundi*... où il énonce sa troisième loi, ils sont de 1619. La publication de l'Ouvrage de Viète s'impose donc, et j'espère pouvoir la mener à bonne fin.

Viète était magistrat de profession. Après avoir terminé son droit, il suivit quelque temps la carrière du barreau dans sa ville natale (Fontenai-le-Comte en Poitou), jusqu'en 1567. Dans la suite il fut conseiller au Parlement de Bretagne, puis, à partir de 1580, maître des requêtes de l'Hôtel et enfin Conseiller du Roi. Il suivit à Tours le Parlement de Paris, qui y avait été transféré par l'édit du 24 mars 1589.

La liste suivante de ses Ouvrages, rangés dans l'ordre chronologique, pourra aider à suivre l'évolution de sa pensée, au milieu des péripéties de sa carrière :

1579. Canon *mathematicus, seu, ad triangula, cum appendicibus*. Paris, grand in-f°. L'impression de cet Ouvrage fut commencée en 1571 : elle traîna donc pendant 8 ans.

---

[1] Voir page 238 de ce Volume.

1590. Deschiffrement *d'une lettre escrite par le commandeur Moreo au Roy d'Espaigne son maître, du 28 octobre* 1589.... Tours.

1591. In artem *analyticem Isagoge*..., Tours, in-f°. — Traduit en français par Vaulezard, Paris, 1629, in-8° (*Introduction en l'art analytique*); — par Vasset, Paris, 1630, in-4° (*L'Algèbre nouvelle de Viète*), — et par Duret, Paris, 1644, in-16 (*L'Algèbre, effections géométriques*...).

1593. Zeteticorum *lib. IV. Effectionum geometricarum cononica recensio. Supplementum geometriæ*. Tours, in-f°. — Traduit par Vaulezard, Paris, 1630, in-8°, avec additions (*Zététiques de F. Viette*...).

1593. Variorum *de rebus mathematicis responsorum, de duplicatione cubi et quadratione circuli*. Tours, in-f°.

1594. Munymen *adversus nova cyclometria*. Paris, in-4°.

1595. Ad problema *quod omnibus mathematicis totius orbis construendum proposit Adrianus Romanus, F. Vietœ responsum*. Paris.

1600. De numerosa *potestatum ad exegesim resolutione*.... Paris, in-f°.

1600. Relatione *calendarii vere Gregoriani ad ecclesiasticos doctores exhibita pontifici Clemente* VIII. S. l., in-4°.

1600. Apollonius *Gallus..... ad Adr. Ramanum Belgam*. Paris, in-4°.

1602. Adversus *Christophorum Clavium expostulatio*. Paris, in-4°.

1615 (Posthume). De œquationum *recognitione et emendatione*.... Paris, in-4°.

La plupart de ces travaux se trouvent réunis dans ses *Opera mathematica in unum volumen congesta ac recognita* publiées en 1646, in-f°, par Fr. de Schooten; toutefois on n'y trouve pas le *Canon mathematicus*.

Voici l'indication de diverses sources relatives à la vie et aux travaux de Viète, outre l'article très documenté de Fr. Ritter cité par M. Vacca :

Chasles, *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en Géométrie*.

Chasles, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. 12, 1841, p. 741, 756, et t. 13, 1841, p. 497, 560, 601, 627.

Filleau, *Dictionnaire historique de l'ancien Poitou*.

Fourrier, dans *Galerie française*.

Haag frères, *La France protestante*.

Montucla, *Histoire des Mathématiques*.

Tallemant des Réaux, *Historiettes*.

De Thou, *Histoire universelle... traduite...* Chap. CXXIX, t. XIV, p. 162-166.

Vossius, *De scientiis mathem.*

Le travail le plus étendu est celui de Fr. Ritter, Ingénieur en chef des Ponts et Chaussées, mort en 1893. Ses manuscrits sur Viète ont été donnés par sa famille à l'Académie des Sciences. Ils forment neuf volumes in-f° dont cinq renferment la traduction en français des Œuvres de Viète et dont les quatre autres sont consacrés à l'histoire de la vie, des œuvres et du temps du grand géomètre. (Voir *Comptes rendus*, t. 134, 1902, p. 218.)

MÉCANIQUE ANALYTIQUE. — *Sur les trajectoires d'un système non holonome.* Note de M. **A. Bilimovitch**, présentée par M. Appell.

1. Nous allons déterminer la position d'un système matériel par les $n+k$ coordonnées : q_i, $q_{n+\nu}$ ($i=1, 2, \ldots, n$; $\nu=1, 2, \ldots, k$). Supposons que le mouvement du système soit assujetti aux liaisons différentielles non intégrables

$$(1) \qquad q'_{n+\nu} = \sum_{i=1}^{n} a_{\nu i} q'_i + a_\nu \qquad (\nu = 1, 2, \ldots, k),$$

où $a_{\nu i}$, a_ν sont les fonctions des coordonnées q_i, $q_{n+\nu}$ et du temps t. Désignons par T la force vive du système et par Q_i, $Q_{n+\nu}$ les forces. On peut écrire les équations du mouvement d'un tel système (*Comptes rendus*, t. 156, 1913, p. 381) sous la forme suivante :

$$(2) \qquad \frac{d}{dt}\frac{\partial \Theta}{\partial q'_i} - \frac{\partial \Theta}{\partial q_i} + \sum_{\nu=1}^{k} \frac{\partial \Theta}{\partial q_{n+\nu}} a_{\nu i}$$
$$= Q_i + \sum_{\nu=1}^{k} Q_{n+\nu} a_{\nu i} + \sum_{\mu=1}^{k} \theta_\mu \left(\frac{da_{\mu i}}{dt} - \frac{\partial q'_{n+\mu}}{\partial q_i} - \sum_{\nu=1}^{k} \frac{\partial q'_{n+\mu}}{\partial q_{n+\nu}} a_{\nu i} \right) \qquad (i = 1, 2, \ldots, n),$$

ici Θ et θ_μ sont les résultats d'élimination des vitesses dépendantes $q'_{n+\nu}$ de T et $\frac{\partial T}{\partial q'_{n+\mu}}$ à l'aide de (1). Il faut prendre les dérivées des $q'_{n+\mu}$ en les remplaçant par les parties droites des égalités (1).

2. Si les équations (1) et (2) ne dépendent pas du temps, le temps peut être éliminé et dans la forme différentielle et nous aurons les équations de la

courbe de la trajectoire. Dans le cas général, le système de ces équations se présentera sous la forme de $n-2$ équations du second ordre, d'une équation du troisième ordre et de k équations du premier ordre avec des inconnues $q_2, q_3, \ldots, q_{n+k}$ et une variable indépendante q_1 :

$$P_e^{(2)} \ddot{q}_e^2 + P_e^{(1)} \ddot{q}_e + P_e^{(0)} = 0 \qquad (e = 3, 4, \ldots, n),$$
$$P_2^{(2)} \dddot{q}_2^2 + P_2^{(1)} \dddot{q}_2 + P_2^{(0)} = 0,$$
$$P_1^{(2)} L_1^2 + P_1^{(1)} L_1 + P_1^{(0)} = 0,$$
$$L_1 : a_1 = L_2 : a_2 = \ldots = L_k : a_k ;$$

ici nous avons désigné par des points les dérivées par rapport à q_1, par L_ν la fonction

$$L_\nu = \dot{q}_{n+\nu} - a_{\nu 1} - \sum_{j=2}^{n} a_{\nu j} \dot{q}_j$$

et par les autres lettres les fonctions, généralement parlant, des arguments

$$\ddot{q}_2, \quad \dot{q}_2, \quad \dot{q}_3, \quad \ldots, \quad \dot{q}_n; \qquad q_1, \quad q_2, \quad \ldots, \quad q_{n+k}.$$

Dans le cas $a_\nu = 0$ ($\nu = 1, 2, \ldots, k$) on peut écrire les équations (2) sous la forme suivante, résolue par rapport à q_i'',

$$q_i'' = K_i^{(2)} + K_i^{(0)} \qquad (i = 1, 2, \ldots, n).$$

où $K_i^{(2)}$ est une forme quadratique des vitesses $q_1', q_2', \ldots, q_n'$ et $K_i^{(0)}$ ne dépend pas des vitesses. En ce cas les équations de la courbe de la trajectoire auront la forme suivante :

$$\frac{\ddot{q}_2 + \dot{q}_2 K_1^{*(2)} - K_2^{*(2)}}{K_2^{(0)} - \dot{q}_2 K_1^{(0)}} = \frac{\ddot{q}_3 + \dot{q}_3 K_1^{*(2)} - K_3^{*(2)}}{K_3^{(0)} - \dot{q}_3 K_1^{(0)}} = \ldots = \frac{\ddot{q}_n + \dot{q}_n K_1^{*(2)} - K_n^{*(2)}}{K_n^{(0)} - \dot{q}_n K_1^{(0)}},$$

$$(\dot{q}_2 K_1^{(0)} - K_2^{(0)}) \frac{d}{dq_1} (\ddot{q}_2 + \dot{q}_2 K_1^{*(2)} - K_2^{*(2)})$$
$$= (\ddot{q}_2 + \dot{q}_2 K_1^{*(2)} - K_2^{*(2)})$$
$$\times \left[\frac{d}{dq_1} (\dot{q}_2 K_1^{(0)} - K_2^{(0)}) + 2 K_1^{(0)} (\ddot{q}_2 + \dot{q}_2 K_1^{*(2)} - K_2^{*(2)}) - 2 K_1^{*(2)} (\dot{q}_2 K_1^{(0)} - K_2^{(0)}) \right],$$

$$\dot{q}_{n+\nu} = a_{\nu 1} + \sum_{j=2}^{n} a_{\nu j} \dot{q}_j \qquad (\nu = 1, 2, \ldots, k);$$

ici nous avons posé

$$K_i^{(2)} = K_i^{*(2)} q_1'^2.$$

alors $K_i^{*(2)}$ sont des fonctions de $\dot{q}_2, \dot{q}_3, \ldots, \dot{q}_n$ et des coordonnées.

3. La trajectoire satisfaisant en même temps aux équations

$$\ddot{q}_j + \dot{q}_j K_1^{*(2)} - K_j^{*(2)} = 0 \qquad (j = 2, 3, \ldots, n).$$
$$dq_1 : K_1^{(1)} = dq_2 : K_2^{(1)} = \ldots = dq_n : K_n^{(1)},$$
$$\dot{q}_{n+\nu} = a_{\nu 1} + \sum_{j=2}^{n} a_{\nu j} \dot{q}_j \qquad (\nu = 1, 2, \ldots, k)$$

sera appelée *remarquable*, par analogie avec le système holonome (P. Painlevé). La forme de ces trajectoires ne dépend pas de la grandeur d'énergie initiale du système.

4. Dans le problème du roulement d'un corps solide limité par la surface S sur la surface S_1, on peut indiquer la trajectoire remarquable dans le cas particulier suivant :

1° Sur la surface S existe une ligne plane de courbure; nous désignons par P le plan de cette ligne.

2° Le plan tangent à la surface S le long de la ligne de courbure est perpendiculaire au plan P.

3° Le plan P est l'un des plans principaux de l'ellipsoïde central d'inertie.

4° Sur la surface S_1 se trouve une ligne plane de courbure. Nous désignons son plan par P_1.

5° Le long de cette ligne le plan tangent est perpendiculaire au plan P_1.

6° Si le plan P coïncide avec le plan P_1, le moment résultant des forces autour du point de contact des surfaces est perpendiculaire à ces plans. Dans le cas d'un corps pesant le plan P doit être vertical.

7° Au moment initial les plans P et P_1 doivent coïncider.

8° La vitesse initiale angulaire doit être perpendiculaire aux plans coïncidents.

Si les forces admettent une fonction des forces la résolution du problème se ramène à deux quadratures.

PHYSIQUE. — *Détermination de la loi de rayonnement intégral d'un solide d'après le rendement lumineux.* Note [1] de M. **Thadée Peczalski**, présentée par M. E. Bouty.

I. Dans une Note précédente [2] j'ai établi des expressions du rapport $\frac{A_1}{A_2}$ des pouvoirs absorbants moyens du métal (A_1 est le pouvoir absorbant moyen entre les longueurs d'onde o et λ_1 et A_2 entre $\lambda = \lambda_1$ et $\lambda = \infty$)

$$\frac{A_1}{A_2} = -\frac{T\int_{\lambda_1}^{\infty}\frac{\partial\varepsilon}{\partial T}d\lambda - n\int_{\lambda_1}^{\infty}\varepsilon\, d\lambda}{T\int_0^{\lambda_1}\frac{\partial\varepsilon}{\partial T}d\lambda - n\int_0^{\lambda_1}\varepsilon\, d\lambda} = \frac{R_1}{1-R_1}\,\frac{\int_{\lambda_1}^{\infty}\varepsilon\, d\lambda}{\int_0^{\lambda_1}\varepsilon\, d\lambda} \tag{1}$$

où ε est le pouvoir émissif du corps noir, R_1 le rendement lumineux du métal à la température T et n l'exposant de la loi de rayonnement intégral du métal

$$E = \sigma T^n. \tag{2}$$

En posant

$$m = T\int_0^{\lambda_1}\frac{\partial\varepsilon}{\partial T}d\lambda : \int_0^{\lambda_1}\varepsilon\, d\lambda \tag{3}$$

et considérant le rendement lumineux R du corps noir à la température T (pour ce corps $A_1 = A_2 = 1$ et $n = 4$) nous tirons de (1), tous calculs faits,

$$n - 4 = (m - 4)\frac{R_1 - R}{1 - R}. \tag{4}$$

La signification de m se déduit de la formule (1) où l'on voit que la valeur m de n rend $\frac{A_1}{A_2} = \infty$, c'est-à-dire $A_2 = 0$. m est par conséquent la valeur de l'exposant n de la loi de rayonnement d'un corps qui émet des radiations de longueurs d'onde comprises entre o et λ_1 seulement. L'énergie intégrale rayonnée par ce corps est représentée par

$$E_1 = \varpi T^m = \int_0^{\lambda_1}\varepsilon\, d\lambda. \tag{5}$$

m doit être indépendant de la température. Le calcul montre qu'en effet il

(1) Séance du 25 avril 1916.

(2) *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 294.

en est ainsi dans les limites de quelques centaines de degrés. Cela est suffisant pour les applications auxquelles nous nous bornons.

Par la différentiation de l'équation (5), nous trouvons le pouvoir émissif du corps noir en fonction de la température

$$(6)\qquad \varepsilon(\lambda) = \mathrm{T}^m\left(\frac{d\varpi}{d\lambda} + \varpi\frac{dm}{d\lambda}\log\mathrm{T}\right).$$

La formule (6) pour la valeur de 1^μ de λ représente très bien le phénomène dans les limites de température de 2000° à 3000°. Pour des valeurs plus petites de λ, la concordance entre la loi de Wien et (6) est moins bonne. Entre ces limites de température nous trouvons les valeurs de $\frac{1}{\varpi}\frac{d\varpi}{dm}$ presque indépendantes de λ (voir le Tableau ci-après). On peut donc considérer $\frac{1}{\varpi}\frac{d\varpi}{dm} = k = -8,30$.

Intégrant cette équation, nous trouvons

$$(7)\qquad \log\frac{\varpi}{\sigma} = k(m-4),$$

en remarquant que, pour $\lambda = \infty$, $m = 4$ et $\varpi = \sigma$ (σ constante de Stefan), l'équation (7) est approximativement vérifiée par le calcul. Nous trouvons :

λ en μ............	0,65	0,76	1	1,265
m................	11,38	9,98	8,04	6,8
$\frac{1}{\varpi}\frac{d\varpi}{dm}$.............	$-8,29$	$-8,30$	$-8,31$	»
$\varpi:\sigma$ (exacte).....	$2,4.10^{-27}$	$3,1.10^{-22}$	$3,6.10^{-15}$	$11,1.10^{-9}$
$\varpi:\sigma$ [d'après (7)].	$2,5.10^{-27}$	$2,8.10^{-28}$	$2,7.10^{-15}$	$8,1.10^{-9}$

II. Les liquides employés comme écrans lumineux absorbent complètement les radiations à partir d'une certaine longueur d'onde λ' et en partie des radiations de longueurs d'onde plus petites que λ'. Le procédé dont la description suit permet d'employer ces liquides en qualité d'écrans lumineux parfaits, écrans qui, par définition, sont complètement absorbants pour tous les rayons des longueurs d'onde comprises entre λ_1 et ∞, et totalement transparents pour les radiations des λ comprises entre 0 et λ_1.

Soit un corps noir qui, à la température donnée, rayonne l'énergie $\mathrm{E} = \int_0^\infty \varepsilon\, d\lambda$. Faisons passer ces radiations à travers le liquide considéré; l'énergie des rayons transmis est E'. Ensuite, connaissant la température

du corps, calculons $E_1 = \int_0^{\lambda_1} \varepsilon\, d\lambda$ en donnant à λ_1 une valeur telle que E_1 soit égal à E', ou bien, ce qui revient au même, que $R = E_1 : E$ soit égal à $R_1 = E' : E$. On reconnaît ainsi que le liquide considéré absorbe les radiations de la même manière qu'un filtre lumineux parfait, absorbant pour les rayons de longueurs d'onde supérieures ou égales à λ_1. J'appelle λ_1 *limite apparente de transparence* du liquide considéré.

A la place du corps noir on peut se servir du graphite qui possède le même rendement lumineux qu'un corps noir, comme je l'ai montré antérieurement (¹).

Je détermine la limite apparente de transparence du pétrole. Pour cela je mesure le rendement R_1 de la lampe à charbon à travers ce filtre lumineux à la température $T = 1850°$ C. du filament, par la méthode précédemment décrite (²). Je trouve $R_1 = 0,223$ et le calcul donne pour le corps noir, à la même température, $R = \int_0^{1,265} \varepsilon\, d\lambda : \int_0^{\infty} \varepsilon\, d\lambda = 0,226$. $R_1 = R$ aux erreurs de l'expérience près; d'où il résulte que λ_1 du pétrole est $\lambda_1 = 1^{\mu},265$.

Pour déterminer la loi de rayonnement intégral du tantale, je mesure à travers le même filtre lumineux le rendement R_1 de la lampe de ce métal. Nous trouvons à la température $T = 1900°$ C. (³) de son filament $R_1 = 0,293$ ($\lambda_1 = 1^{\mu},265$) et nous calculons pour ces valeurs de T et de λ_1 : $m = 6,8$ et $R = 0,242$ et avec ces données d'après (4) $n = 4,19$. Nous retrouvons donc, aux erreurs des expériences près, la valeur de n antérieurement déterminée (4,17) avec $\lambda_1 = 0,65$ comme limite de transparence (⁴). Cette concordance est un argument en faveur de l'exactitude de nos raisonnements.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la densité absolue du gaz acide bromhydrique.* Note de M. **E. Moles**, présentée par M. G. Lemoine.

Les propriétés physico-chimiques de l'acide bromhydrique gazeux et liquéfié ont été le sujet de nombreuses recherches. Cependant il n'existe

(¹) *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 294.

(²) *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 168.

(³) Les températures des filaments des lampes à incandescence se déduisent de leur rendement économique (nombre de watts par bougie) d'après les expériences de Pirani et Meyer (*Ber. d. ph. Ges.*, t. 14, p. 681).

(⁴) *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 294.

pas de données sur la densité exacte du gaz; les anciennes, attribuées à Lœwig et à Strecker (¹) ne sont que trop incertaines; plus récemment MM. G. Baume et F.-L. Perrot (²) ont indiqué seulement à titre *provisoire* la valeur 3,630.

Nous avons entrepris la détermination de la densité absolue du gaz acide bromhydrique préparé par des méthodes différentes. Les mesures ont été effectuées selon les méthodes en usage au Laboratoire de Chimie physique de l'Université de Genève où la revision du poids atomique du brome est en cours d'exécution; quelques variantes seront décrites dans un Mémoire détaillé.

Préparation et purification du gaz. — L'acide bromhydrique a été obtenu en grandes quantités :

1° Par la réaction bien connue $Br^3P + 3H^2O = PO^3H^3 + 3BrH$. Le gaz dégagé a été débarrassé du brome en excès, ainsi que des traces de Br^3P, Br^5P et Br^7P, par passages successifs à travers un long réfrigérant à eau, deux réfrigérants refroidis avec le mélange (CO^2 + éther), enfin un laveur contenant une solution de BrH avec du phosphore rouge en suspension. Le dégagement de gaz n'étant pas très régulier on a préparé d'abord une solution de BrH saturée dans l'eau; en laissant ensuite tomber cette solution sur un excès de P^2O^5 on obtient un courant régulier de gaz BrH.

2° Par la réaction $Br^2 + SH^2 = S + 2BrH$. Le brome en excès qui accompagne le gaz a été retenu dans deux condensateurs refroidis au moyen du mélange carbonique et dans un laveur contenant de la paraffine chauffée à 170°-180°.

Après séchage sur P^2O^5 ou Br^2Ca fondu, le gaz BrH a été condensé au moyen de l'air liquide ou du mélange carbonique, puis purifié par barbotage à travers BrH liquéfié et plusieurs distillations fractionnées successives. Le gaz pur sert à remplir simultanément trois ballons de capacités différentes ($0^l,35206$; $0^l,60260$ et $0^l,60309$) à la température de la glace fondante et à une pression très voisine de 760^{mm} indiquée par un manomètre-baromètre en relation avec les ballons. La pureté et l'identité des échantillons de gaz préparés par les deux méthodes ont été constatées par les valeurs concordantes de leur densité à l'état gazeux. On a déterminé en outre le poids du litre sous les pressions de $506^{mm},7$ et $253^{mm},3$ et avec les

(¹) Voir MOISSAN, *Traité de Chimie*, t. I, p. 145.

(²) *Archives des Sciences physiques et naturelles*, 4e série, t. 26, octobre 1908.

valeurs ramenées à 760mm on a déduit le coefficient moyen de compressibilité.

Résultats obtenus (toutes corrections faites). — Les séries I à VI concernent le gaz préparé par la première méthode; les séries VII et VIII par la seconde.

Séries.	Pression (corr.).	Poids du litre normal. Ballon I.	Ballon II.	Ballon III.	Moyennes.
I	758,3	3,6450	3,6453	3,6453	3,6452
II	752,3	3,6436	3,6430	3,6461	3,6442
III	759,7	3,6437	3,6453	3,6440	3,6443
IV	760,8	3,6457	3,6437	3,6444	3,6446
V	758,4	3,6449	3,6447	3,6442	3,6446
VI	762,7	3,6460	3,6444	3,6436	3,6447
VII	760,5	3,6440	3,6435	3,6448	3,6441
VIII	764,1	3,6440	3,6441	3,6437	3,6439
Moyennes		3,6446	3,6442	3,6445	**3,6444**

L'écart maximum est de $\frac{4,2}{10000}$ pour les mesures isolées et de $\frac{2}{10000}$ pour les moyennes des séries. Les trois moyennes par ballon concordent à moins de $\frac{1}{10000}$.

On peut donc adopter comme poids du litre normal de BrH la valeur **3g,6444**.

Ces expériences ont présenté plusieurs difficultés spéciales résultant d'abord de l'action du BrH, même parfaitement sec, sur le mercure des appareils de mesure, ce qui nécessite des artifices spéciaux; puis d'une réaction constatée entre le BrH et le P^2O^5 à la température ordinaire, sous l'action de la lumière, réaction qui se produit surtout dans les tampons de laine de verre des tubes de séchage; ceux-ci se recouvrent au bout de quelque temps d'une couche orangée de Br^3P et le BrH liquéfié abandonne par évaporation des traces de P^2O^3.

On a essayé aussi la préparation du gaz BrH par la réaction du brome sur la naphtaline. Quoique la méthode soit très simple et que le dégagement de gaz se fasse très aisément, les mesures de la densité du gaz de cette provenance, purifié par les méthodes usuelles, démontrent que celui-ci est accompagné d'un autre corps gazeux plus léger, très soluble dans l'acide bromhydrique liquéfié et dont le point d'ébullition doit être assez rapproché, quoique plus bas, de celui du gaz BrH. Un échantillon fractionné cinq fois a donné comme poids du litre normal 3g,5981; un second échantillon fractionné sept fois a donné à la huitième fraction 3g,6012, à la neuvième 3g,6101 et à la dixième 3g,6224.

ARCHÉOLOGIE. — *Analyses de deux masses résineuses ayant servi aux Incas de l'Amérique du Sud à embaumer leurs morts.* Note de M. L. **Reutter**.

Aucune analyse chimique n'ayant été entreprise jusqu'ici sur les masses ayant servi aux Incas à embaumer leurs morts, et les ethnographes prétendant que le sol et l'air parvenaient seuls à conserver les dépouilles mortelles des anciens habitants de l'Amérique; il m'a paru intéressant de les étudier chimiquement.

1. *Analyse de la masse résineuse* n° 1. — Cette masse, qui me fut remise par M. le Dr Schumacher de Lucerne (Suisse), se présentait sous la forme d'une poudre jaune brunâtre, entourant de nombreux fragments ligneux, appartenant, comme je suis parvenu à le démontrer microscopiquement, à la grande famille des Légumineuses, et des tissus de fibres végétales. Elle est peu soluble dans l'eau, l'éther de pétrole, le sulfure de carbone, mais très soluble dans l'éther, le chloroforme, l'alcool, l'acétone. Chauffée dans un verre à réactif, elle dégage des vapeurs blanches, puis jaunâtres, se déposant sur les parois froides du verre sous la forme de petits cristaux aiguillés, solubles dans l'eau, et sous celle de gouttelettes huileuses insolubles dans ce dissolvant. Elle se dissout avec une coloration rouge lilas dans l'acide sulfurique, rouge brunâtre dans la potasse caustique, jaune rougeâtre dans l'acide nitrique, et rouge dans l'acide chlorhydrique.

Elle est formée par un mélange :

a. D'*essence* rappelant quant à l'odeur celle de la canelle, de la menthe et de la coumarine. On l'obtient en soumettant cette masse résineuse à la distillation aux vapeurs d'eau, et l'on constate qu'elle dépose de petits cristaux qui, purifiés, fondent à 42° (menthol).

Une seule Laurinée américaine donne une essence rappelant, quant à l'odeur, celle de la canelle : c'est la plante *Dicypellium caryophyllatum*.

b. De *baume de Tolu* déterminé non seulement par ses réactions spécifiques, mais par la présence :

1° De son acide cinnamique, de sa vanilline et de son acide benzoïque, obtenus en agitant une solution éthérée de cette masse, successivement avec des solutions aqueuses de carbonate ammonique, de bisulfite de soude et de carbonate de soude.

2° De son tolurésinotannol, obtenu en soumettant successivement cette masse à l'extraction à l'aide d'éther de pétrole, d'éther et d'alcool; cette dernière solution, filtrée, puis versée dans de l'eau additionnée d'acide chlorhydrique, se précipite en

un dépôt blanc jaunâtre qui, purifié par reprécipitations fractionnées, possède, soumis à l'analyse élémentaire, la formule $C^{17}H^{18}O^5$.

3° Des éthers benzyliques des acides benzoïque et cinnamique, qu'on obtient en évaporant la solution éthérée précédemment agitée avec des solutions aqueuses de carbonate ammonique, de bisulfite de soude et de carbonate de soude. Son résidu, dissous dans de l'alcool, donne une solution qui, versée dans de l'eau additionnée d'acide chlorhydrique, se précipite en un dépôt qui, desséché, est soumis à la distillation sèche. On obtient ainsi un distillatum passant entre 260° et 270°, renfermant de l'alcool benzylique et de l'acide benzoïque, et entre 280° et 290° un distillatum renfermant de l'alcool benzylique et de l'acide cinnamique, car ces deux distillata, saponifiés en présence d'éther par de la potasse caustique, lui abandonnent un composé chimique qui, oxydé, donne de l'acide benzoïque, donc alcool benzylique, tandis que les deux solutions alcalines décantées, puis versées dans de l'eau additionnée d'acide chlorhydrique, précipitent de l'acide cinnamique et de l'acide benzoïque.

c. Des matières résineuses non définissables.

d. Du mucilage des saponines, des alcaloïdes, non déterminés et du sel de cuisine.

2. *Analyse de la masse résineuse* n° 2. — Se présentant sous la forme d'un corps résineux visqueux, cette masse me fut remise par le sous-directeur de l'École d'Anthropologie de Paris, M. le Dr Weissgerber. Renfermant de nombreux débris de tissus et quelques parties ligneuses, elle est peu soluble dans l'eau, l'éther de pétrole, le sulfure de carbone, mais très soluble dans l'éther, l'alcool, le chloroforme. Chauffée avec de l'eau, elle tombe au fond de ce liquide, à l'encontre de la précédente qui surnage sur ce dissolvant; mais elle lui abandonne elle aussi des traces d'acide cinnamique. Chauffée dans un verre à réactif, elle dégage des vapeurs blanches, donnant par refroidissement des cristaux aiguillés, solubles dans l'eau, et des vapeurs jaunâtres se déposant sur les parties froides du verre sous la forme de gouttelettes oléagineuses. Elles se dissout en partie avec une coloration jaune brunâtre dans l'acide sulfurique, jaunâtre dans la potasse caustique, jaune pâle dans l'acide nitrique, rouge dans l'acide chlorhydrique; mais chauffée avec de l'acide sulfurique, elle dégage des vapeurs d'anhydride sulfureux. Elle est formée par un mélange :

1° D'*essence* renfermant des traces de menthol.

2° De *baume du Pérou* dont la présence a été déterminée :

a. Par sa cinnaméine obtenue en soumettant cette masse résineuse à l'extraction par de l'éther de pétrole, qui, distillé, abandonne un résidu cristallin fusible à 294°. Celui-ci, saponifié, se décompose en acide cinnamique et en alcool benzylique qui, oxydé, donne de l'acide benzoïque.

b. Par ses réactions spécifiques:

c. Par son acide cinnamique, sa vanilline, son acide benzoïque, qu'on obtient en traitant la solution éthérée de cette masse par des solutions aqueuses de carbonate ammonique, de bisulfite de soude et de carbonate de soude.

d. Par son pérourésinotannol $C^{18}H^{20}O^5$, qu'on obtient en traitant cette masse, extraite précédemment par de l'éther de pétrole, de l'éther, à l'aide d'alcool; cette solution, versée dans de l'eau additionnée d'acide chlorhydrique, se précipite en un dépôt blanc jaunâtre qu'on purifie.

3° Par des résines non déterminables, des saponines et du tannin, outre des chlorures, des sulfates, des bromures de sodium, de calcium, de magnésium et de potassium.

Conclusions. — Il est curieux de constater que les Égyptiens embaumaient leurs morts avec du bitume de Judée, du styrax, des résines de térébenthine et du natrone; que les Carthaginois utilisaient à cet effet du bitume de Judée, du storax ou styrax, des résines de térébenthine, et des parties végétales riches en essence, particulièrement en menthol et en thymol; tandis que les Incas employaient les baumes de Tolu ou du Pérou, du sel et des parties végétales riches elles aussi en essence, outre des matières à tannin. Ainsi donc, ces divers baumes, le styrax, le storax, dénommés *drogues parallèles*, possèdent de par leur teneur en acide cinnamique des vertus antiseptiques et antiputrides; les essences et les oléorésines servent à éloigner les insectes et à les empêcher de déposer sur les cadavres, devant être embaumés, leurs larves; le sel ou le natrone agissent comme déshydratant, ainsi que le tannin, qui possède en outre, comme le bitume de Judée, la propriété de tanner la peau, d'en boucher les pores et d'empêcher la pénétration de l'air.

En se basant sur ces analyses chimiques, m'ayant coûté plus de dix années de patientes recherches, il est aussi curieux de constater que l'instinct de conservation a permis à des peuples tout à fait différents d'avoir recours, dans l'embaumement de leurs morts, à des drogues possédant les mêmes propriétés physiologiques, et de préparer des masses que nous pourrions dénommer : *masses résineuses parallèles ayant servi à embaumer les Anciens*. Qu'en est-il des résines utilisées par les Chinois, les Indous? Nul ne le sait, mais il serait très intéressant d'en entreprendre aussi l'analyse.

MINÉRALOGIE. — *Contribution à l'étude pétrographique du sud-ouest d'Angola.* Note (¹) de M. **Pereira de Sousa.**

J'ai l'honneur de présenter à l'Académie les conclusions de l'examen des roches recueillies par plusieurs explorateurs portugais dans une région de l'Angola qui n'a pas encore été étudiée à ce point de vue.

Le sud-ouest de la colonie est riche en roches éruptives et en roches métamorphiques.

A Mossamedes, il existe une bande de Tertiaire marin, qui s'étend le long de la côte; près de la ville, elle a une largeur, en direction EO, d'à peu près 15^{km}. Cette bande, qui se rétrécit vers le Nord et vers le Sud, se termine au Sud, avant d'arriver à la baie des Tigres. On rencontre ensuite plus au Sud la plate-forme granito-gneissique couverte de dunes, qui constitue aussi la région littorale du nord du Bothaland.

Au nord de Mossamedes, depuis l'embouchure du Giraul jusqu'à la Serra de Chella, le long du chemin de la Pedra Major, Pedra Grande, Providencia, se rencontre le Tertiaire marin, puis, dans les mines du Giraul, des affleurements d'une andésite quartzifère et ensuite, jusqu'à l'est de la Pedra Grande, un granite à biotite renfermant parfois de beaux cristaux de sphène.

A partir de ce point, se développe une formation métamorphique, surtout constituée par des micaschistes, des quartzites noirs, jusqu'à la Serra de Iumba, où de nouveau apparaît le granite à microcline, biotite, hornblende et épidote. Cet affleurement, qui environne du côté sud la Serra de Chella, est traversé par des filons de diorite, de diorite quartzifère et de kersantite; il est accompagné de lambeaux de micaschistes.

En montant la Serra de Chella par Chivinguiro, au delà des granites et des micaschistes, on observe des couches plissées de schistes, grès et calcaires dolomitiques, sans fossiles, formation que je désigne sous le nom de *couches du Chivinguiro* (²). Elle ressemble à celle qui se rencontre dans le Bothaland, en Otawi, et fait peut-être partie du Silurien ou du Dévonien (³).

Sur cette formation reposent horizontalement les couches de Huilal,

(¹) Séance du 25 avril 1916.

(²) *Alguns trechos do relatorio do engenheiro Rego Lima*, 1898.

(³) C. Krause, *Ueber die Geologie des Kaokofeldes in Deutsch-Südwestafrika* (*Zeitschrift für praktische Geologie*, 1913).

surtout constituées par des schistes rouges, parfois noduleux, accompagnés de grès blancs, siliceux, appartenant peut-être au Karoo.

A Chibia (sud-est de la Serra de Chella), on retrouve le granite de la Serra de Iumba; il se prolonge vers l'Est jusqu'aux environs de la *mulola* (ligne d'eau) Nionga. C'est un granite calco-alcalin, parfois à deux micas, ou amphibolique.

A partir de la Nionga jusqu'au Tchitunguira se développe des gabbros, traversés par des filons de granulite et d'aplite à quartz vermiculé. Au contact avec le granite, affleure une norite quartzifère, puis des anorthosites, un gabbro-norite et dans l'Amuti une norite quartzifère. Le granite se prolonge jusqu'à 12km à peu près à l'est du fort du Quipongo, mais il renferme encore des affleurements de troctolite et de diabase à hypersthène. Ensuite, dans la direction E jusqu'au Cunene, se rencontrent des roches plus ou moins basiques : diabase, diabase à olivine, diabase quartzifère, labradorite augitique, associées à des types acides : rhyolites, roches de quartz, épidote et prehnite, etc.

En allant de la Chibia vers le Gambos, c'est-à-dire dans la direction S-SE, après le granite et à 5km avant Serradores, se trouve un grand affleurement de gabbros [gabbro à olivine et biotite (troctolite) et anorthosite]. Le labrador de ces roches est, en général, saussuritisé et calcifié; le calcite d'altération des gabbros se concentre localement pour former le *calcaire des mulolas*, exploité pour la fabrication de la chaux. Ces gabbros sont traversés par des filons de granulite et de pegmatite, et avant les Gambos, entre Cachanga et Cantiates, par une *syénite alcaline*, à orthose albitisée (nicroperthite), zircon et amphibole, voisine de la hastingsite; une amphibole analogue, associée de l'augite ægyrinique, existe dans la syénite néphélinique que j'ai signalée au nord de l'Angola, entre Senza de Itombe et Bango [1]. La même syénite se rencontre encore plus à l'ouest, près de Pocola.

Le gabbro continue vers le Sud jusqu'à Chabiqua (au nord et près du Cunene). Il est associé, entre Iucundja et Otchinjau, à un *granite alcalin* à orthose faculée d'albite (microperthite), riebeckite et ilménite. Près de son affleurement a été recueilli un granite calco-alcalin à myrmékite.

A l'extrémité sud-sud-ouest de l'Angola, entre la baie des Tigres et l'embouchure du Cunene, près de la côte, se trouvent au milieu du granite des

---

(1) *Contribution à l'étude pétrographique du nord d'Angola* (*Comptes rendus*, t. 157, 1913, p. 1450).

gisements de dunite et de *serpentine*, ainsi que des filons de *limburgite*, à olivine et biotite, de *monchiquite*.

Il est intéressant de remarquer dans cette région l'intime association de roches nettement alcalines et d'autres non moins nettement calco-alcalines.

En ce qui concerne les dunites et les serpentines qui en dérivent, il faut noter qu'au Sud, dans le Bothaland, près de la côte, on a trouvé des diamants et il est possible qu'ils soient en relation avec ces roches magnésiennes et proviennent par suite d'un gisement comparable à ceux de l'Afrique australe.

MÉDECINE. — *Étiologie, prophylaxie et thérapeutique de l'affection dite* gelure des pieds. Note de MM. **Victor Raymond** et **Jacques Parisot**, présentée par M. A. Laveran.

A côté des gelures vraies des extrémités qui ont été rares pendant cette guerre, on a observé, très communément, une maladie d'allure particulière que les auteurs ont appelée : *macération des pieds*, *gelure des pieds*, *maladie des tranchées*, et qui a fait l'objet de très nombreuses publications.

Dès le début de l'hiver 1914-1915, bien que placés dans des secteurs différents, nous avons été frappés, tous deux, par les particularités cliniques de cette affection. Nous en avons tracé, dans des Mémoires précédents [1], un tableau symptomatique, nous avons précisé son évolution et insisté sur l'importance de la névrite périphérique dans sa pathogénie.

L'*étiologie* en restait toujours assez obscure. Nous avons discuté et éliminé tour à tour les facteurs envisagés par les différents auteurs : froid, stase, compression, constriction, pour ne retenir que l'humidité froide. Nous demandant par quel mécanisme ce facteur pouvait opérer, nous avons été amenés à penser qu'il devait s'agir d'une infection favorisée par l'humidité.

Nous avons, dès l'abord, été frappés par le nombre considérable d'onychomycomes que présentent non seulement ces malades, mais beaucoup également des hommes ayant séjourné un certain temps dans les tranchées. Ces onychomycomes siègent surtout à l'ongle du gros orteil; or c'est ce

---

[1] J. Parisot et Simonin, *Étude sur les gelures consécutives au séjour prolongé dans les tranchées* (*Bull. Acad. Méd.*, 9 mars 1915, p. 322). — Victor Raymond, *Étude sur la maladie des tranchées* (*Archives de Méd. mil.*, nov. 1915).

doigt qui, habituellement, présente les lésions les plus précoces ou les plus intenses de la maladie des tranchées. Aussi, avons-nous porté nos investigations sur les lésions locales.

Recherches expérimentales; cultures. — Nos recherches dont nous ne pouvons donner ici que le résultat succinct, d'abord purement bactériologiques, ont été ensuite orientées vers l'hypothèse d'une étiologie mycosique de l'affection.

Les cultures sur milieux appropriés (gélose de Sabouraud, carotte, etc.) nous ont fourni une flore assez riche. En procédant par isolements successifs, nous avons trouvé, à côté de germes banaux, tels que le *Penicillium glaucum*, un champignon de couleur gris brunâtre, que nous avons obtenu en culture pure et qui a été identifié par M. le professeur Vuillemin comme *Scopulariopsis Koningii* Oudemans.

Ce champignon, déjà trouvé en 1912 par Jannin dans une lésion gommeuse du poignet, paraît provenir de la litière, du fumier, de la paille (Prof. Vuillemin). Nous l'avons isolé d'un très grand nombre de cas; il se trouve dans la couche putrilagineuse des phlyctènes et dans les eschares.

Le liquide d'œdème et le liquide de phlyctène semblent des produits de réaction peu ou pas fertiles.

L'inoculation de cultures de *Scopulariopsis Koningii* nous a donné, dans tous les cas, un gros placard œdémateux sur lequel apparaissent des phlyctènes ou des taches violacées qui se transforment en eschares couleur bois d'ébène. Quand ces eschares se détachent, elles laissent un ulcère à fond putrilagineux, à bords décollés, qui peut guérir, mais qui parfois entraîne la mort de l'animal par cachexie et généralisation. A l'autopsie des animaux, dans nombre de cas, nous avons trouvé des altérations viscérales.

Cette moisissure est donc nettement pathogène pour l'animal; elle reproduit chez lui l'œdème, les phlyctènes, les eschares, lésions en tout comparables à celles observées chez l'homme.

Les cultures provenant de ces lésions redonnent le germe inoculé, à l'état de pureté.

Dans quelques cas, seul ou associé au *Scopulariopsis*, nous avons décelé un *Sterigmatocystis* (dont le professeur Vuillemin complète la détermination), pathogène pour l'animal. C'est là un fait qui ne surprend pas, étant donné la fréquence des associations dans les mycétomes.

Nous sommes donc en droit de conclure que l'affection dite *gelure des pieds* n'est autre qu'un *mycétome du pied*: par analogie avec le *Pied de Madura*, nous proposons de la dénommer : *Pied de tranchée*.

Le germe infectant fait partie de la flore tellurique. Amené par la boue au contact du pied, il pénètre au niveau des excoriations ou de la matrice des ongles.

Il prolifère par suite du léger abaissement de température locale provenant de la stagnation dans l'eau; sa température optimum de développement est en effet de 25° à 30°.

Thérapeutique. — Elle consiste dans le nettoyage minutieux du pied et dans l'emploi de substances antimycosiques. Celles qui nous ont donné les meilleurs résultats jusqu'ici sont les savons et les solutions boratées camphrées. Les œdèmes disparaissent en 3 ou 4 jours, les douleurs névritiques en 15 ou 20 jours. Les eschares se limitent et s'éliminent après un temps plus ou moins long. Chez aucun de nos malades, nous n'avons dû recourir à l'amputation du pied. Tout s'est borné, chez les plus atteints, à la chute de quelques orteils. Tous ont gardé leur semelle plantaire.

Prophylaxie. — Elle se résume dans la protection contre la boue par l'assèchement des tranchées, le port de bas ou de chaussures imperméables et surtout la désinfection du pied à l'aide de savonnages boratés camphrés.

M. R. Blanchard adresse une Note intitulée : *Éclairs en boule et tremblement de terre.*

La séance est levée à 16 heures et quart.

G. D.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 8 MAI 1916.

PRÉSIDENCE DE M. CAMILLE JORDAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur certains groupes à cercle principal liés aux formes quadratiques d'Hermite.* Note de M. G. **Humbert**.

1. Dans un Mémoire ingénieux et profond [1], M. Picard a révélé le premier l'existence et les propriétés principales du groupe automorphe, G, qui correspond aux transformations en elle-même d'une forme quadratique indéfinie d'Hermite à coefficients entiers; il a donné une méthode pour former le domaine fondamental d'un tel groupe et l'a appliquée à la forme $xx_0 - 2yy_0$. En 1890 (*Math. Ann.*), M. Bianchi a indiqué une interprétation géométrique de la réduction des formes d'Hermite, étendant ainsi à l'espace, avec une très grande élégance, les résultats de Stephen Smith relatifs aux formes binaires, et donnant, pour le domaine fondamental du groupe G, une image géométrique extrêmement remarquable. Le traité des *Fonctions automorphes*, de MM. Fricke et Klein, ajoute à cette théorie d'intéressants développements et des exemples étudiés jusqu'au bout.

Il semble cependant que les méthodes précédentes, auxquelles on peut joindre celle des symétries, ne fournissent le domaine fondamental qu'au prix d'assez longs calculs; les considérations qui suivent, susceptibles d'extension dans bien des sens, conduisent à un procédé beaucoup plus rapide : elles se rattachent à celles que j'ai exposées [2] en vue de la réduction des formes indéfinies d'Hermite dans un corps quadratique imaginaire.

---

[1] *Annales de l'École Normale*, 1884.

[2] *Comptes rendus*, t. 161, 1915, p. 189 et 227.

Pour simplifier l'exposé, nous nous bornerons au cas de la forme quadratique $xx_0 - Dyy_0$, où D est un entier réel positif; le groupe G est alors celui des substitutions

$$z' = \frac{\lambda z + D\nu_0}{\nu z + \lambda_0}, \tag{1}$$

λ et ν désignant des entiers complexes, qui ont pour conjugués λ_0 et ν_0, et qui satisfont uniquement à la condition

$$\lambda\lambda_0 - D\nu\nu_0 = 1. \tag{2}$$

2. *Réduction relative de certaines formes positives.* — La sphère Σ, représentative de la forme $xx_0 - Dyy_0$, a pour équation

$$X^2 + Y^2 + Z^2 - D = 0; \tag{3}$$

tout point de Σ est l'image d'une forme positive d'Hermite, $\varphi(x, y)$. L'expression générale de ces formes φ est la suivante :

$$\varphi(x, y) = (\zeta\zeta_0 + D)xx_0 - 2D\zeta yx_0 - 2D\zeta_0 xy_0 + D(\zeta\zeta_0 + D)yy_0, \tag{4}$$

expression dans laquelle ζ est un paramètre imaginaire et ζ_0 son conjugué; on peut supposer, de plus, que le point analytique ζ est à l'intérieur ou sur le contour du cercle $X^2 + Y^2 = D$; $Z = 0$, équateur de la sphère Σ. Enfin ce point est la projection stéréographique, sur le plan $Z = 0$, à partir du pôle sud de Σ, du point représentatif de la forme φ.

Cela posé, considérons une forme φ et appliquons-lui les substitutions binaires ([1]) qui répondent aux substitutions (1), à savoir

$$\begin{cases} x = \lambda x_1 + D\nu_0 y_1, \\ y = \nu x_1 + \lambda_0 y_1, \end{cases} \tag{5}$$

x_0 et y_0 subissant la substitution imaginaire conjuguée : φ deviendra une forme du même type, soit φ_1, dont le premier coefficient sera $\varphi(\lambda, \nu)$. Choisissons λ, ν, parmi les systèmes d'entiers liés par (2), de manière que $\varphi(\lambda, \nu)$ soit le plus petit possible : nous dirons que φ_1 est une *réduite relative* et que son premier coefficient est son *minimum relatif*.

Nous appellerons *domaine de réduction*, et nous désignerons par $\mathfrak{D}_0$, la région du plan $Z = 0$ où se trouvent les points ζ qui répondent aux réduites

([1]) Ces substitutions sont celles de déterminant $+1$, qui n'altèrent pas la forme

$$xx_0 \quad Dyy_0.$$

relatives; la projection de $\mathfrak{D}_0$ sur la sphère Σ, à partir du pôle sud, est la région où se trouvent les points représentatifs des formes φ qui sont des réduites relatives.

Il est clair que deux formes φ, équivalentes par une substitution du type (5), donnent naissance aux mêmes réduites relatives et ont même minimum relatif, c'est-à-dire même minimum pour des systèmes $x = \lambda$, $y = \nu$, vérifiant (2).

3. *Recherche du domaine de réduction.* — On trouvera $\mathfrak{D}_0$ en écrivant que la forme (4) est réduite relative; c'est-à-dire que, si l'on y remplace x, y, x_0, y_0 par λ, ν, λ_0, ν_0, elle prend une valeur supérieure ou égale à son premier coefficient. On arrive ainsi, en tenant compte de (2), à l'inégalité

$$(6) \qquad \left(\zeta - \frac{\lambda}{\nu}\right)\left(\zeta_0 - \frac{\lambda_0}{\nu_0}\right) \geqq \frac{1}{\nu\nu_0}.$$

Elle exprime que le point ζ est extérieur à un *cercle, que nous appellerons cercle* (λ, ν), dont le centre est le point analytique $\lambda : \nu$ et dont le rayon est l'inverse de modν : le domaine $\mathfrak{D}_0$ est donc la région *intérieure à l'équateur* Σ, et *extérieure à tous les cercles* (λ, ν); rappelons que λ et ν sont deux entiers complexes *assujettis seulement à vérifier* (2). On abrégera beaucoup la recherche de $\mathfrak{D}_0$ par les remarques suivantes :

1° Toutes les circonférences (λ, ν) sont orthogonales à l'équateur;

2° L'origine, $\zeta = 0$, est dans le domaine de réduction;

3° D'un cercle (λ, ν) se déduisent les cercles $(-\lambda, \nu)$; (λ_0, ν_0); $(i\lambda, \nu)$; d'où l'on conclut que $\mathfrak{D}_0$ est symétrique par rapport aux axes de coordonnées OX, OY et à leurs bissectrices. Dès lors, il suffira de chercher à *fermer*, par des arcs de cercle (λ, ν), l'angle AOX, que forme OX avec la bissectrice, OA, de OX et de OY; on en déduira, par les symétries indiquées, un domaine, $\mathfrak{D}'_0$, contenant O, et limité par des arcs (λ, ν).

Pour que $\mathfrak{D}'_0$ soit le domaine $\mathfrak{D}_0$ cherché, il faut et il suffit qu'aucune circonférence (λ, ν) n'y *pénètre* : la manière la plus rapide de le reconnaître sera évidemment de considérer les sommets ζ de $\mathfrak{D}'_0$, de calculer, par (4), la forme φ répondant à chacun d'eux, et de vérifier que son premier coefficient est son minimum relatif. La vérification n'exigera qu'un nombre limité d'essais.

La méthode s'applique également aux sommets (paraboliques) de $\mathfrak{D}'_0$ qui peuvent être sur l'équateur.

Observons ici que l'équation (6) de la circonférence (λ, ν) devient indéterminée dans le cas de $\nu = 0$ (ce qui entraîne $\lambda = \pm 1$ ou $\pm i$), et seulement dans ce cas; et que les cercles $(\varepsilon\lambda, \varepsilon\nu)$ coïncident, ε désignant ± 1 ou $\pm i$.

Enfin, et c'est un résultat bien connu, si une forme φ subit la substitution (5), le point ζ, projection stéréographique du point représentatif de φ, subit la substitution (1) correspondante.

4. *Domaine fondamental du groupe* G. — Je dis que la partie ω, du domaine ω_0, *située au-dessus de l'axe* OX, est un domaine fondamental pour le groupe G des substitutions (1).

1° Toute forme φ est réductible, par une substitution (5), à une réduite relative (au moins); cela revient à dire que tout point ζ, intérieur à l'équateur, est transformable, par une substitution (1), en un point de ω_0.

2° La substitution (1) où $\lambda = i$, $\nu = 0$, change ζ en $-\zeta$; dès lors *tout point* ζ *est transformable, par une substitution* (1), *en un point de* ω.

3° *Deux points distincts,* ζ *et* ζ_1, *intérieurs à* ω, *et dont l'un,* ζ_1, *peut même être sur le contour de* ω, *ne sont jamais équivalents dans le groupe* G. Soient en effet $\varphi(x, y)$ et $\varphi_1(x_1, y_1)$ les formes (4) qui répondent à ζ et ζ_1, respectivement,

$$\varphi = \mathrm{A}xx_0 + \ldots, \qquad \varphi_1 = \mathrm{A}_1 x_1 x_{10} + \ldots.$$

Si nous admettons que ζ et ζ_1 s'équivalent dans G, c'est-à-dire par une substitution (1), φ et φ_1 s'équivalent par la substitution (5) correspondante : on en conclut d'abord $\mathrm{A}_1 = \mathrm{A}$, car deux réduites relatives équivalentes ont même minimum relatif, donc même premier coefficient. Et si λ et ν désignent les coefficients de la substitution (5) en question, on aura

$$\varphi(\lambda, \nu) = \mathrm{A},$$

et ν *ne sera pas nul.* Car, par (2), $\nu = 0$ exige $\lambda = \pm 1$, ou $\lambda = \pm i$; la première hypothèse donnerait, dans (1), $\zeta_1 = \zeta$ et la seconde, $\zeta_1 = -\zeta$, conséquences à rejeter, puisque ζ_1 et ζ sont distincts, et tous deux dans ω. D'autre part, la relation $\varphi(\lambda, \nu) = \mathrm{A}$ exprime que la circonférence (λ, ν), *bien déterminée* (puisque ν non nul), passe par le point ζ, résultat inadmissible, puisque ce point est dans ω, où ne pénètre aucune circonférence (λ, ν), par définition même de ω_0 et de ω.

On a donc établi ainsi que ω est, pour G, un domaine fondamental; d'ailleurs des exemples montrent que ω ne coïncide pas toujours avec les domaines que fournissent les autres méthodes.

5. *Correspondance des côtés de* $\mathfrak{D}$. — Dans l'équation (6) du cercle (λ, ν), mise sous la forme

$$(7) \qquad \nu\nu_0(\zeta\zeta_0 + D) - \zeta\lambda_0\nu - \zeta_0\lambda\nu_0 = 0,$$

faisons la substitution (1) :

$$(8) \qquad \zeta = \frac{\lambda\varepsilon\zeta' + D\nu_0\varepsilon_0}{\nu\varepsilon\zeta' + \lambda_0\varepsilon_0},$$

où ε désigne une unité (± 1 ou $\pm i$) quelconque, et ε_0 sa conjuguée; nous arrivons à la relation

$$\nu\nu_0(\zeta'\zeta'_0 + D) + \zeta'\varepsilon^2\lambda\nu + \zeta'_0\varepsilon^2\lambda_0\nu_0 = 0.$$

La circonférence (λ, ν) se transforme donc, par la substitution (8), en la circonférence $(-\varepsilon^2\lambda_0, \nu)$. On en conclut, *en s'aidant de résultats que donnerait une recherche directe*, que, au côté (λ, ν) de $\mathfrak{D}$, correspond par (8) le côté $(-\varepsilon^2\lambda_0, \nu)$: l'unité ε^2, égale à ± 1, n'est pas arbitraire; elle doit être choisie de telle façon que le point analytique $-\varepsilon^2\lambda_0 : \nu$ soit situé au-dessus de OX.

On connaît par là les couples de côtés curvilignes de $\mathfrak{D}$ qui se correspondent dans G, et aussi, les substitutions de G qui réalisent la correspondance; quant aux deux segments opposés de OX qui sont côtés de $\mathfrak{D}$, ils se correspondent par $\zeta' = i\zeta : -i = -\zeta$.

6. *Exemples.* — 1° Soit $D = 2$, ce qui est le cas développé par M. Picard; une solution de $\lambda\lambda_0 - D\nu\nu_0 = 1$ est $\lambda = 2 - i$, $\nu = 1 - i$; la circonférence (λ, ν) correspondante ferme l'angle AOX de OX et de la première bissectrice des axes, par un arc PQ, qui va du point P($X = 1$, $Y = 1$), situé sur l'équateur, au point Q ($X = 1$, $Y = 0$). Cet arc touche en P la bissectrice OP et coupe OX en Q, sous l'angle $\frac{\pi}{4}$. On a donc, pour $\mathfrak{D}$ (sauf vérification ultérieure), la région limitée par OX, l'arc QP, son symétrique Q′P′, par rapport à OY, et les symétriques respectifs de QP, Q′P′ par rapport à la première et à la seconde bissectrices.

Il faut maintenant examiner si les formes φ qui répondent aux points Q et P, c'est-à-dire à $\zeta = 1$ et $\zeta = 1 + i$, sont des réduites relatives. Ces formes s'écrivent, à des facteurs constants près,

$$\text{Norme}(3x - 4y) + 2yy_0 \qquad \text{et} \qquad \text{Norme}[x - (1 + i)y];$$

et l'on voit de suite que leur premier coefficient est leur minimum *relatif*.

La région $\mathfrak{D}$ ci-dessus est donc un domaine fondamental pour le groupe G, dans le cas de D = 2.

2° Soit D = 3. Des solutions de $\lambda\lambda_0 - 3\nu\nu_0 = 1$ sont

$$\lambda = 3 + 2i, \quad \nu = 2 \quad \text{et} \quad \lambda = 2, \quad \nu = 1.$$

Les circonférences (λ, ν) correspondantes ferment l'angle AOX par deux arcs, PQ et QR, les points P, Q, R ayant pour coordonnées respectives $(1, 1)$; $\left(\frac{6}{5}, \frac{3}{5}\right)$; $(1, 0)$.

Les formes φ qui répondent à ces points sont (à des facteurs près)

$$\text{Norme}[5x - 6(1+i)y] + 3yy_0; \quad \text{Norme}[4x - 3(2+i)y] + 3yy_0;$$
$$\text{Norme}(2x - 3y) + 3yy_0$$

et l'on constate, ici encore, qu'elles ont leur premier coefficient pour minimum relatif. La formation de $\mathfrak{D}$ en résulte de suite.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Catalyse de l'eau oxygénée en milieu hétérogène. Troisième Partie : expériences avec les oxydes.* Note de M. **Georges Lemoine.**

J'ai choisi pour ces expériences les oxydes connus comme les plus propres aux réactions catalytiques. Presque toutes les déterminations étaient comparatives : dans des tubes placés dans un même bain d'eau, on mettait les catalyseurs en général avec 30$^{cm^3}$ d'eau oxygénée à 30^{vol} (0,086 de H^2O^2), teneur assez faible pour ne pas avoir d'action brutale. La température adoptée était ordinairement de 67° à 68° afin de ne pas avoir de réactions trop prolongées. A cette température, on sait que l'eau oxygénée (de Merk, purifiée par distillation) prise seule éprouve une décomposition assez importante (2,7 heures pour la durée τ de demi-décomposition à 67°) : la différence des durées τ de demi-décomposition ou mieux leur rapport donne une mesure pratique de l'action catalytique [1].

---

[1] Dans ce qui suit, les valeurs dites « normales » de τ pour l'eau oxygénée de Merk distillée, prise seule, sont les valeurs moyennes observées dans des vases en verre préparés d'une manière aussi satisfaisante que possible; elles ont été inscrites dans les publications précédentes (*Comptes rendus*, t. 155, 1912, p. 14 et Mémoire complet dans le *Journal de Chimie physique de M. Guye,* § 6, 31 mars 1914, p. 149). Elles offrent quelquefois de petites différences avec les valeurs observées directement pour chaque expérience particulière.

On peut également ainsi comparer les vitesses de la réaction, exprimées par la formule générale suivante (ou par l'intégrale qui s'en déduit), où p est le poids d'eau oxygénée réelle (suffisamment diluée) pour 1^g de liquide à l'origine du temps, y le poids décomposé au temps t, n et K deux constantes

$$(1) \qquad \frac{y}{p} = K\left(1 - \frac{y}{p}\right)^n dt.$$

OXYDE FERRIQUE ET EAU OXYGÉNÉE.

Les résultats sont très différents suivant l'état physique et surtout suivant l'état de division de l'oxyde. On sait du reste que les diverses variétés correspondent souvent à des états isomériques spéciaux (M. Ditte).

Oxyde ferrique simplement desséché. — On précipitait un sel ferrique par l'ammoniaque; on lavait à l'eau chaude et l'on séchait vers 180°. Cet oxyde présentait au microscope le même degré de finesse que le colcothar.

Son action sur l'eau oxygénée est si rapide que pour la mesurer il faut une disposition spéciale. On le plaçait, pesé, dans un petit tube effilé à sa partie inférieure qu'on cassait avec un agitateur :

Eau oxygénée.	Températures.	H^2O^2 seule, τ normal.	Valeur de τ, $1^g,5$ d'oxyde.	Rapport de τ avec ou sans catalyseur.
30^{cm^3} à 30^{vol}	21°	168^h	$105^{sec} = 0^h,029$	5790
(0,086 de H^2O^2)	69°,5	$2^h,16$	$10^{sec} = 0^h,0028$	770

Ainsi la catalyse est plus énergique à froid qu'à chaud.

Oxyde ferrique précipité calciné. — C'est l'oxyde précédent calciné 20 minutes au rouge blanc :

Eau oxygénée.	Température.	H^2O^2 seule, τ normal.	Valeur de τ, $1^g,5$ d'oxyde.	Rapport de τ avec ou sans catalyseur.
30^{cm^3} à 30^{vol} (0,086 de H^2O^2).	69°,5	$2^h,16$	$0^h,43$	5,0

La calcination a donc diminué énormément le pouvoir catalytique.

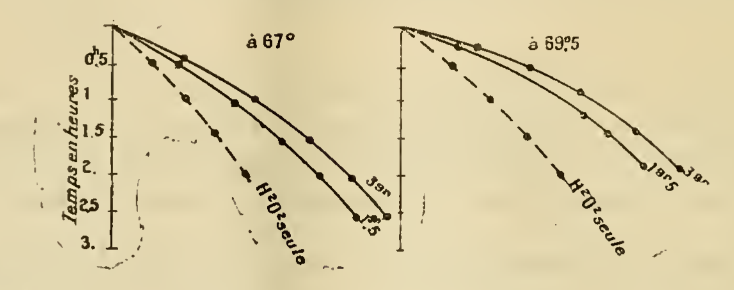
Au point de vue de la *vitesse de la réaction*, exprimée par la formule générale (1), c'est la valeur $n = 2$ qui concorde avec les observations.

Colcothar. — C'est avec cet oxyde, beaucoup plus compact que les précédents, que la plupart des déterminations ont été faites. Elles sont exprimées

par les graphiques ci-après. Elles montrent que le colcothar est un catalyseur efficace, mais moins énergique que les variétés d'oxyde précédentes.

La catalyse augmente avec le poids π de catalyseur, mais sans lui être proportionnelle. On le reconnaît en comparant les volumes de gaz dégagés au bout d'un même temps (*fig.* 1) après avoir défalqué ceux que donnerait

Gaz dégagé par 30^{cm^3} d'eau oxygénée à 30^{vol} avec différents poids de colcothar.



Gaz dégagé par 10^{cm^3} d'eau oxygénée à $118^{vol},5$ avec différents poids de colcothar.



Fig. 1.

l'eau oxygénée seule. On peut aussi comparer les durées τ de demi-décomposition comme ci-dessous :

Eau oxygénée.	Tempé-rature.	H^2O^2 seule, τ normal.	Durées τ de demi-décomposition.			Rapport de τ avec ou sans catalyseur.		
			$\pi = 1^g,5$.	$\pi = 3^g,0$.		$\pi = 1^g,5$.	$\pi = 3^g,0$.	
30^{cm^3} à 30^{vol} (0,086 de H^2O^2).	67°	$2^h,7$	$1^h,46$	$1^h,17$		1,8	2,3	
			1,56	1,28		1,7	2,1	
	69°	$2^h,26$	1,03			2,2		
			1,10	0,77		2,1	2,9	
(Pour $\pi = 0^g,10$ et $0^g,15$, catalyse insignifiante ou douteuse.)								
			$\pi = 0^g,19$.	$\pi = 1^g,96$.	$\pi = 3^g,93$.	$\pi = 0^g,19$.	$\pi = 1^g,96$.	$\pi = 3^g,03$.
10^{cm^3} à $118^{vol},5$ (0,30 de H^2O^2).	66°	$3^h,70$	$2^h,0$	$0^h,9$	$0^h,66$	1,8	4,1	5,6
			$\pi = 0^g,27$.	$\pi = 2^g,68$.		$\pi = 0^g,27$.	$\pi = 2^g,68$.	
5^{cm^3} à 322^{vol} (0.711 de H^2O^2).	66°,5	$6^h,7$	$1^h,7$	$0^h,1$		3,9	6,7	

Au point de vue de la *vitesse de la réaction*, exprimée par la formule (1), il faut prendre $n = 1$ pour représenter toutes les expériences avec le colcothar, même celles où le poids de catalyseur est le plus considérable.

ALUMINE ET EAU OXYGÉNÉE.

Les quelques expériences faites avec l'alumine précipitée. desséchée vers 120°, montrent nettement que, même à la dose de 3g pour 30cm³ d'eau oxygénée à 30vol, son action est *retardatrice* (catalyseur négatif).

Eau oxygénée.	Températures.	H^2O^2 seule, τ normal.	Durée τ de demi-décomposition. $\pi = 1^g,5$.	Durée τ de demi-décomposition. $\pi = 3^g,0$.	Rapport de τ avec ou sans catalyseur. $\pi = 1^g,5$.	Rapport de τ avec ou sans catalyseur. $\pi = 3^g,0$.
30cm³ à 30vol	69°	$2^h,26$	$13^h,9$	$10^h,8$	0,16	0,21
(0,086 de H^2O^2).	70°	$2^h,06$	$10^h,7$	»	0,19	»

Les valeurs de τ ont été déterminées par extrapolation, mais elle est très suffisante.

La *vitesse de la réaction*, même avec 3g d'alumine, est représentée à peu près par la formule générale (1) en y prenant $n = 1$.

OXYDE DE CÉRIUM ET EAU OXYGÉNÉE.

Deux expériences seulement ont été faites :

Eau oxygénée.	Températures.	H^2O^2 seule, τ normal.	Valeur de τ $\pi = 1^g,5$.	Rapport de τ avec ou sans catalyseur.
30cm³ à 30vol,5	24°,5	122^h	$4^h,9$	25
(0,087 de H^2O^2).	69°,6	$2^h,16$	$0^h,04?$	54?

L'oxyde de cérium se montre donc être un bon catalyseur, peut-être surtout en raison de son grand état de division.

La *vitesse de la réaction* a pu être suivie assez exactement à 24°,5. Elle concorde avec la formule (1) en prenant $n = 2$.

SILICE ET EAU OXYGÉNÉE.

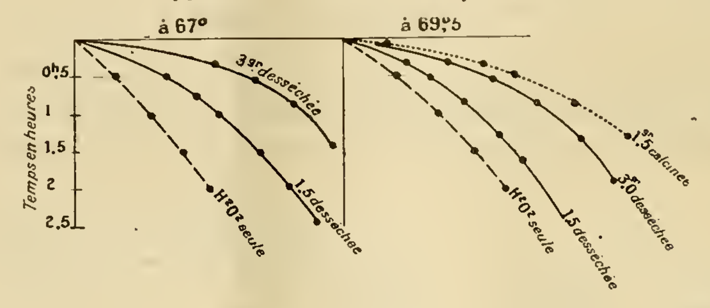
Les expériences étaient faites comparativement avec le colcothar et la thorine à une température de 66° à 70°.

Silice desséchée. — Elle était préparée en précipitant un silicate par l'acide chlorhydrique et évaporant deux fois à siccité. Quelques expé-

riences ont été faites comparativement avec de la silice calcinée obtenue en la chauffant au rouge.

Avec 30^{cm^3} d'eau oxygénée à 30^{vol}, l'action catalytique commence vers

Gaz dégagé par 30^{cm^3} d'eau oxygénée à 30^{vol} avec différents poids de silice desséchée ou calcinée.



Gaz dégagé par 10^{cm^3} d'eau oxygénée à $118^{vol},5$ avec différents poids de silice desséchée.



Fig. 2.

un poids de $1^g,5$ de silice desséchée, mais elle est surtout importante à partir de 3^g. La catalyse augmente rapidement avec le poids.

Eau oxygénée.	Températures.	H^2O^2 seule, τ normal.	Durée τ de demi-décomposition.		Rapport de τ avec ou sans catalyseur.	
			$\pi = 1^g,5$.	$\pi = 3^g,0$.	$\pi = 1^g,5$.	$\pi = 3^g,0$.
30^{cm^3} à 30^{vol} ($0,086$ de H^2O^2)	67°	$2^h,70$	$1^h,3$	$0^h,60$	2,1	4,5
			2,3	»	1,2	»
	69,5	2,16	1,6	0,67	1,35	3,3
			1,6	»	1,35	»
			1,5	»	1,4	»
			$\pi = 1^g,96$.	$\pi = 3^g,93$.	$\pi = 1^g,96$.	$\pi = 3^g,93$.
10^{cm^3} à $118^{vol},5$ ($0,30$ de H^2O^2)	66	3,7	$0^h,37$	$0^h,17$	10	22
			$\pi = 0^g,27$.	$\pi = 2^g,62$.	$\pi = 0^g,27$.	$\pi = 2^g,62$.
5^{cm^3} à 322^{vol} ($0,711$ de H^2O^2)	66,5	6,8	$1^h,27$	$0^h,014$	5,3	486

Silice calcinée. — Elle est un catalyseur plus efficace que la silice desséchée d'après des expériences comparatives représentées pour le gaz dégagé par les graphiques de la figure 2 et ci-après pour la durée τ :

Eau oxygénée.	Températures.	H^2O^2 seule. τ normal.	Durée τ de demi-décomposition. π = 1g,5 SiO² desséchée.	π = 1g,5 SiO² calcinée.	Rapport de τ avec ou sans catalyseur. π = 1g,5 SiO² desséchée.	π = 1g,5 SiO² calcinée.
30^{cm^3} à 30^{vol}	67°	2h,70	2h,3	1h,0	1,2	2,7
(0,086 de H^2O^2)	69°,5	2h,16	1h,5	0h,61	1,4	3,5

Vitesse de la réaction. — Avec la silice, l'examen détaillé des expériences ne donne rien de net pour l'exposant *n* à adopter dans la formule (1).

THORINE ET EAU OXYGÉNÉE.

Les expériences étaient faites comparativement avec le colcothar et la silice. Leur intérêt vient de ce que la thorine s'est montrée souvent un très bon catalyseur dans les expériences de MM. Sabatier et Senderens.

On a fait surtout des déterminations avec 30^{cm^3} d'eau oxygénée à 30^{vol}

Gaz dégagé avec différents poids de thorine
à 67° par 30^{cm^3} de H^2O^2 à 30^{vol}, à 66° par 10^{cm^3} de H^2O^2 à $118^{vol},5$.

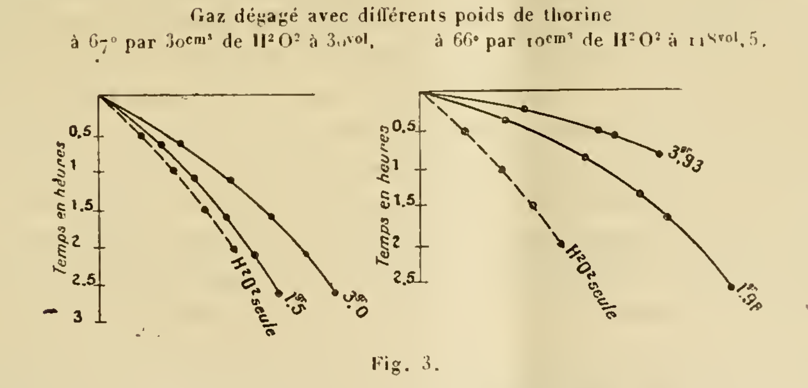


Fig. 3.

(0,086 de H^2O^2) : alors ce n'est guère qu'à partir du poids π de 3g de thorine que la décomposition de l'eau oxygénée est accélérée. Il semblerait même, d'après diverses expériences, qu'avec de très petites quantités de thorine un phénomène inverse ait lieu et que la décomposition soit retardée.

Eau oxygénée.	Températures.	H^2O^2 seule, τ normal.	Durée τ de demi-décomposition.		Rapport de τ avec ou sans catalyseur.	
			$\pi = 3^g$.		$\pi = 3^g$.	
30^{cm^3} à 30^{vol} (0,086 de H^2O^2).	67°	$2^h,70$	$1^h,53$		1,8	
	67°,5	$2^h,58$	$1^h,45$		1,8	
			$\pi = 1^g,96$.	$\pi = 3^g,93$.	$\pi = 1^g,96$.	$\pi = 3^g,93$.
10^{cm^3} à 118^{vol} (0,30 de H^2O^2).	66°	$3^h,70$	$1^h,46$	$0^h,78$	2,5	4,7
			$\pi = 2^g,62$.		$\pi = 2^g,62$.	
5^{cm^3} à 322^{vol} (0.710 de H^2O^2).	66°,4	$6^h,8$	$0^h,88$		7,7	

Vitesse de réaction. — Elle concorde à peu près avec (1) pour $n = 1$.

L'EAU OXYGÉNÉE DONNE-T-ELLE DES PEROXYDES AVEC LES OXYDES INSOLUBLES?

J'ai cherché à répondre à cette question en traitant l'alumine, la thorine et la silice par l'eau oxygénée à froid et laissant évaporer lentement en présence d'anhydride phosphorique; on pouvait penser que la matière sèche indiquerait une augmentation de poids et que, par la chaleur, elle donnerait de l'oxygène, ce qui eût démontré la formation de peroxydes.

L'eau oxygénée prise en excès était, suivant les cas, de la teneur de 30^{vol}, 202^{vol}, 320^{vol} (0,086; 0,500; 0,710 de H^2O^2 réelle). La grande difficulté vient des projections se produisant dès que, par évaporation, l'eau oxygénée atteint une concentration assez grande pour réagir énergiquement. On y obviait en employant des vases tronc-coniques assez profonds et en les refroissant extérieurement par du mercure. Au bout de plusieurs mois, la matière *avait changé d'aspect :* l'alumine était en masses agglomérées, la silice en plaquettes. Néanmoins, il n'y a pas eu d'augmentation de poids et, en chauffant la matière vers le rouge, pas de dégagement d'oxygène.

La conclusion est donc que, s'il y a formation de peroxydes, ils sont très instables. Peut-être sont-ils détruits à la fin par une action catalytique de l'eau oxygénée lorsque celle-ci arrive à devenir extrêmement concentrée.

S'il en est ainsi, cette réaction serait analogue à celles que Schöne a observées pour les oxydes solubles (KOH, NaOH, BaO, CaO).

Peut-être, si l'alumine retarde la décomposition au lieu de l'accélérer, est-ce à cause de la formation d'un peroxyde moins instable que les autres.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur le dosage du carbone par la méthode Eggertz.* Note [1] de MM. **H. Le Chatelier** et **F. Bogitch.**

Parmi les procédés de dosage du carbone dans les aciers, la méthode colorimétrique d'Eggertz est certainement la plus simple, mais elle a le défaut de manquer de rapidité et de précision. L'étude systématique de ses différents facteurs doit permettre de l'améliorer notablement.

Rappelons d'abord, d'après Osmond, les phénomènes en jeu. Sous l'action de l'acide nitrique, le fer se dissout rapidement à l'état de nitrate ferrique; en même temps le carbone combiné au fer se divise en deux parties : l'une se dissout immédiatement et donne une liqueur brune; l'autre reste au premier moment insoluble à l'état de flocons brunâtres. L'élévation de la température et la prolongation du chauffage décolorent progressivement la solution primitive par dégagement du carbone sous forme d'acide carbonique et de cyanogène. D'autre part le résidu brun, en se dissolvant, tend au contraire à augmenter la coloration de la liqueur. Ce nouveau carbone disparaît à son tour à l'état gazeux, mais plus lentement que le premier carbone dissous.

Les colorations successives de la liqueur dépendent à la fois de la teneur en carbone de l'acier et de toute une série de conditions étrangères. En s'astreignant à maintenir ces conditions invariables, on peut doser le carbone par une comparaison colorimétrique avec des aciers types de composition connue. C'est là le principe de la méthode Eggertz.

La technique usuelle consiste à dissoudre le métal dans de l'acide nitrique de densité 1,20 puis à maintenir la dissolution pendant 2 heures à 80°, de façon à provoquer la disparition complète des flocons charbonneux. On refroidit alors et l'on compare la coloration à celle d'une liqueur type.

Contrairement à la pratique courante, nous avons toujours opéré à la température d'ébullition. Cela a le grand avantage d'accélérer l'opération et d'assurer l'invariabilité de la température de réaction.

Dans les Tableaux d'expériences, nous définirons, comme suit, les différentes grandeurs : la *concentration des acides*, par la densité de la liqueur à 15° et la *coloration relative* par le rapport des volumes donnant la même

---

(1) Séance du 1er mai 1916.

coloration. Dans cette première Note, nous étudierons l'influence du mode opératoire et dans une seconde celle de la composition et de l'état chimiques de l'acier.

Concentration des acides. — Le Tableau suivant donne la densité des liqueurs acides obtenues en étendant à 100 des volumes donnés des acides concentrés employés.

Acide pur de densité 1,40.		Acide ordinaire de densité 1,34.	
Volume d'acide.	Densité.	Volume d'acide.	Densité.
cm^3		cm^3	
100......	1,40	100......	1,34
80......	1,33	80......	1,28
60......	1,26	60......	1,21
40......	1,18	40......	1,14
20......	1,09	20......	1,07

Vitesse d'attaque. — L'augmentation de la concentration des acides accélère la dissolution du résidu charbonneux, mais elle ralentit et peut même rendre incomplète la dissolution de l'acier, par suite des phénomènes bien connus de passivité. La finesse trop grande des copeaux exagère cette difficulté. Avec de l'acide concentré et bouillant, on trouve parfois 25 pour 100 du métal inattaqué après 5 minutes d'ébullition. Voici des résultats relatifs à des poudres d'un acier à 0,85 pour 100 de carbone obtenues par sciage du métal; l'attaque a été faite à l'ébullition à raison de 50^{cm^3} d'acide par gramme de métal.

Densité de l'acide.	Durée de la dissolution du métal.
1,25..............................	attaque incomplète
	m s
1,21..............................	4. 0
1,19..............................	2.30
1.175..............................	1.30
1,16..............................	1.30
1,14..............................	2. 0
1,11..............................	3. 0

La vitesse maxima d'attaque correspond à des densités comprises entre 1,18 et 1,15.

Degré de précision de la mesure colorimétrique. — La précision de la mesure colorimétrique finale semble indépendante de la concentration des disso-

lutions en carbone, au moins dans les limites usuelles, entre 2^{mg} et 10^{mg} de carbone par 100^{cm^3}. En employant des vases de 35^{mm} de diamètre, on arrive sans difficulté à faire les comparaisons à $\frac{1}{20}$ près et plus difficilement à $\frac{1}{50}$ près. Dans les Tableaux suivants, tous les écarts inférieurs à $\frac{1}{50}$, soit 2 pour 100, devront être considérés comme inférieurs aux erreurs expérimentales.

La dilution des liqueurs, nécessaire pour les amener à égalité de coloration, peut se faire soit avec de l'eau pure, soit avec une solution de nitrate ferrique obtenue par attaque de fer électrolytique, facile à se procurer aujourd'hui dans le commerce. L'emploi de la solution ferrique est préférable pour le dosage des aciers très pauvres en carbone ; elle annule l'influence de la coloration, faible, il est vrai, du sel ferrique.

Influence de la lumière. — Les solutions carbonées conservées à la lumière s'altèrent progressivement et finissent même par se décolorer complètement. Une solution renfermant 2^{mg} de carbone par 100^{cm^3} était devenue, après conservation pendant 1 mois devant une fenêtre au Midi, aussi claire que l'eau distillée. Cette décoloration commence très rapidement à se manifester. Un acier à 0,45 pour 100 de carbone, dissous à raison de 1^{g} de métal par 50^{cm^3} d'un acide de densité 1,23, chauffé 5 minutes à l'ébullition, puis refroidi et conservé 3 heures avant la mesure, a donné les résultats suivants :

Conditions d'éclairement.	Coloration relative.
Obscurité	1,00
Lumière diffuse	0,96
Plein soleil	0,69

Les liqueurs types ne peuvent donc se conserver que dans l'obscurité complète et il semble prudent, même dans ces conditions, de les renouveler au moins tous les huit jours.

On a proposé l'emploi du caramel pour la préparation de types d'une conservation plus assurée. On obtient facilement le caramel en chauffant du sucre de canne ordinaire pendant 30 minutes dans de la naphtaline à l'ébullition. On laisse ensuite un peu refroidir et l'on décante la naphtaline fondue, puis on dissout le caramel dans l'eau et l'on fait bouillir quelques minutes pour chasser les dernières traces de naphtaline. Avec le caramel provenant de 1^{g} de sucre, on peut préparer de 1^{l} à 2^{l} d'une solution de coloration comparable à celle que donne 10^{mg} de carbone par 100^{cm^3}.

Ces solutions sont également sensibles à l'action de la lumière. Après 48 heures de conservation devant une fenêtre au Midi, où le soleil avait donné pendant 4 heures chaque jour, on a obtenu les résultats suivants avec deux dissolutions, correspondant l'une à 2^{mg} de carbone par 100^{cm^3} et l'autre cinq fois plus concentrée.

	Liqueur	
	étendue.	concentrée.
Coloration initiale	1	1
Coloration finale	0,5	0,59

Influence de la température actuelle. — La température des liqueurs au moment de leur comparaison exerce une influence d'autant plus marquée que leurs teneurs en fer sont plus inégales. A chaud, l'hydrolyse des sels ferriques provoque une coloration particulière, qui vient s'ajouter à celle du carbone. 1^g d'acier à 0,45 pour 100 de carbone, dissous dans 50^{cm^3} d'acide de densité 1,23 et chauffé pendant 5 minutes à l'ébullition, a donné une liqueur qui a été chauffée à différentes températures et comparée à la même liqueur froide.

Température.	Coloration relative.
20°	1,00
30	1,00
70	1,04
100	1,24

Aux températures inférieures à 50°, il n'y a donc pas à se préoccuper de l'influence de l'hydrolyse du sel ferrique sur l'intensité de la coloration.

Limpidité des liqueurs colorées. — La disparition du dépôt charbonneux isolé sous la première action de l'acide a lieu d'autant plus rapidement que les acides employés sont plus concentrés. Pour les aciers tenant de 0,2 à 0,8 pour 100 de carbone, on obtient après 5 minutes d'ébullition les apparences suivantes :

Densité de l'acide.	Limpidité des liqueurs.
1,40 à 1,30	Complètement limpide
1,26 à 1,18	Trouble faible
1,14 à 1,09	Très trouble, flocons bruns

La présence d'un dépôt insoluble rend toujours difficile les comparaisons colorimétriques et les rend même impossibles s'il se sépare en flocons isolés. La présence de ces dépôts augmente rapidement la coloration apparente de la liqueur.

Durée du chauffage. — La prolongation du chauffage amène, comme nous l'avons déjà rappelé, la volatilisation de composés de carbone et par suite la décoloration de la liqueur. Voici les résultats obtenus avec deux aciers différents en prolongeant l'ébullition pendant des temps variables :

Durée de l'ébullition.	Coloration relative.	
	Acier à 0,22 de C.	Acier à 0,45 de C.
3m	1,24	1,17
4	1,08	1,07
5	1,00	1,00
6	0,92	0,97
10	0,81	0,77

La vitesse du refroidissement ne joue aucun rôle. En refroidissant par immersion de la fiole dans l'eau froide ou en laissant refroidir à l'air libre, il n'y a pas de différence de coloration. La durée du refroidissement est de 1 minute dans le premier cas et de 10 minutes dans le second.

Influence du volume de la liqueur acide. — Le même poids d'acide (1^g) fut attaqué par des volumes variables de solutions acides, chauffé 5 minutes à l'ébullition, puis les liqueurs furent étendues d'eau pour ramener les colorations à égalité. Le métal tenait 0,45 pour 100 de carbone.

Acide de densité 1,22.		Acide de densité 1,14.	
Volume d'acide.	Coloration.	Volume d'acide.	Coloration.
30 cm³	1,00	30 cm³	0,95
50	1,00	50	1,00
80	1,00	80	1,04

Influence de la concentration de l'acide. — Pour une même teneur en carbone et un même temps de chauffage, les colorations décroissent à mesure que la concentration de l'acide augmente. L'acidité plus grande de la liqueur et sa température d'ébullition plus élevée accélèrent le dégagement du carbone sous forme de produits gazeux. Voici les résultats obtenus avec deux aciers différents, attaqués par 50^{cm^3} d'acide avec 5 minutes d'ébullition.

Acier à 0,22 de C.		Acier à 0,85 de C.	
Densité.	Coloration.	Densité.	Coloration.
1,30	1,00	1,26	1,00
1,26	1,02	1,24	1,02
1,22	1,04	1,18	1,06
1,18	1,06	1,14	1,16
1,14	1,20	»	»
1,09	1,30	»	»

Pour l'acier à 0,22 de carbone, les acides de densité 1,14 et 1,09 donnaient, comme cela a été indiqué plus haut, un abondant dépôt floconneux de composés carbonés, conditions défavorables pour un dosage précis.

Pureté de l'acide. — On a signalé depuis longtemps l'influence de l'acide chlorhydrique, dont la présence en quantité notable diminue la coloration. Les expériences suivantes ont été faites avec de l'acide nitrique pur de densité 1,23, seul ou remplacé partiellement par les volumes indiqués d'acides chlorhydrique ou sulfurique concentrés ou enfin avec de l'acide ordinaire de même densité :

Nature de l'acide.	Coloration.
Acide ordinaire	1,00
Acide pur	1,02
Acide pur avec 4 pour 100 en volume de HCl	0,83
Acide pur avec 5 pour 100 de SO^4H^2	0,98

L'acide ordinaire, l'acide pur et le même acide additionné d'acide sulfurique sont donc pratiquement équivalents.

Conditions normales du dosage Eggertz. — Des expériences précédentes on déduit les conclusions suivantes : les acides de densité moyenne comprise entre 1,18 et 1,15 donnent la dissolution la plus rapide du métal; les acides de densité comprise entre 1,30 et 1,25 conviennent mieux pour obtenir une dissolution rapide des composés carbonés. Enfin une durée d'ébullition de 5 minutes paraît convenable. On réalise les conditions les plus avantageuses en faisant la dissolution du métal avec un acide étendu et en ajoutant ensuite un acide plus concentré pour achever la dissolution du carbone. D'où le mode opératoire suivant :

L'acier, pris en tournures ou limailles assez fines, placé dans une fiole conique de 250^{cm^3}, est additionné, pour 1^g de métal, de 20^{cm^3} d'acide froid de densité 1,16, puis chauffé rapidement de façon à atteindre l'ébullition en 1 minute. On laisse bouillir encore 1 minute, puis on ajoute 30^{cm^3} d'acide bouillant de densité 1,33 et l'on continue l'ébullition pendant 3 minutes. L'opération dure ainsi au total 5 minutes. On refroidit alors rapidement en plongeant la fiole dans une terrine pleine d'eau et agitant; le refroidissement dure 1 minute. On fait alors la comparaison colorimétrique avec un type de composition connue ou avec une solution de caramel préparée à l'avance et correspondant à un type donné.

Nous examinerons dans une prochaine Communication l'influence de la composition chimique du métal et de sa structure.

M. P. **Duhem**, faisant hommage à l'Académie d'un livre intitulé : *La Chimie est-elle une Science française?*, adresse la lettre suivante :

L'objet de ce petit livre est, tout d'abord, de définir avec toute l'exactitude possible ce qu'ont fait, pour préparer la théorie de la combustion, les prédécesseurs de Lavoisier et particulièrement Beccher et Stahl; d'examiner, en second lieu, la part que Priestley et Scheele ont prise au progrès de la même théorie; de marquer, enfin, les avantages de la méthode suivie par Lavoisier pour établir la doctrine de l'oxydation.

Nous nous sommes efforcé de rendre scrupuleuse justice à ceux qui ont précédé Lavoisier ou qui ont été ses émules; à Stahl, nous n'avons pas marchandé l'admiration dont il nous a paru digne. Ne point rabaisser ceux que Lavoisier dépasse si fort à son tour, c'est, nous a-t-il semblé, laisser toute sa hauteur au grand chimiste français.

CORRESPONDANCE.

M. **Liapounoff**, élu Correspondant pour la Section de Géométrie, adresse des remercîments à l'Académie.

M. le **Secrétaire perpétuel** présente une brochure constituée par l'extrait du testament de M. et M[me] *Mittag-Leffler*, créant après leur mort un Institut mathématique à Stockholm; il fait remarquer l'intérêt scientifique et l'importance de cette nouvelle fondation.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

H. Pécheux, *Précis de Métallurgie*. (Présenté par M. J. Violle.)

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Théorie des ensembles : Sur une propriété générale des ensembles de points.* Note (¹) de M. W. **Sierpiński**, présentée par M. Émile Picard.

Le but de cette Note est de démontrer le théorème suivant :

Théorème. — *Tout ensemble de points, situé sur le segment* $(0,1)$, *mesurable ou non, peut être décomposé en une somme de deux ensembles* $E = M + N$ *tels que* N *est un ensemble de mesure nulle et* M *se transforme en un ensemble de mesure nulle par une transformation biunivoque et continue de l'intervalle* $(0,1)$ *en lui-même.*

Démonstration. — Soit P_1 un ensemble parfait non dense de mesure $\frac{1}{2}$ situé sur le segment $I = (0,1)$ et contenant les points 0 et 1, et soient $\delta_n (n = 1, 2, 3, \ldots)$ tous les intervalles contigus à l'ensemble P_1 et situés sur I. Dans chacun des intervalles δ_n plaçons un ensemble semblable à l'ensemble P_1 (diminué en rapport des longueurs de δ_n et I). Soit P_2 la somme des ensembles, placés dans les intervalles $\delta_n (n = 1, 2, 3, \ldots)$. L'ensemble $P_1 + P_2$ sera évidemment un ensemble parfait non dense : soient $\delta'_n (n = 1, 2, 3, \ldots)$ tous ses intervalles contigus. Dans chacun des intervalles δ'_n plaçons un ensemble semblable à l'ensemble P_1 et désignons par P_3 la somme de ces ensembles. Sur l'ensemble parfait non dense $P_1 + P_2 + P_3$, opérons de même et ainsi de suite. Posons

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + \ldots.$$

Nous aurons évidemment

$$m(P_1 + P_2 + \ldots + P_n) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \ldots + \frac{1}{2^n},$$

donc

$$m(P) = 1.$$

Soit maintenant Q_1 un ensemble parfait non dense de mesure nulle, situé sur I et contenant les points 0 et 1. Formons, en partant de l'ensemble Q_1, un ensemble Q de la même manière que nous avons obtenu l'ensemble P en partant de l'ensemble P_1. L'ensemble Q sera évidemment de mesure nulle.

(¹) Séance du 20 mars 1916.

On voit sans peine qu'il existe une transformation biunivoque et continue de l'intervalle (0, 1) en lui-même, qui transforme l'ensemble P en l'ensemble Q : désignons cette transformation par ψ.

Soit maintenant E un ensemble donné quelconque (mesurable ou non), situé sur I. Nous pouvons écrire

$$E = EP + E(I - P) = M + N.$$

L'ensemble $I - P$ est de mesure nulle, puisque $m(P) = 1$: l'ensemble $N = E(I - P)$ sera donc aussi de mesure nulle. Quant à l'ensemble $M = EP$, il se transforme évidemment par la transformation ψ en l'ensemble EQ qui est de mesure nulle [puisque $m(Q) = 0$]. Notre théorème est donc démontré.

Remarquons qu'en s'appuyant sur notre théorème et sur l'existence d'un ensemble non mesurable, nous pouvons sans peine démontrer qu'*il existe une fonction mesurable d'une fonction continue qui est une fonction non mesurable*. Soit en effet E un ensemble non mesurable situé sur I, et désignons par $\varphi(x)$ la fonction continue qui donne la transformation de l'intervalle (0, 1) inverse à la transformation ψ. Désignons par $f(x)$ la fonction égale à 1 pour tout point de l'ensemble EQ et égale à 0 pour tous les autres points de I; ce sera évidemment une fonetion mesurable, puisque $m(EQ) = 0$. Posons $F(x) = f[\varphi(x)]$ pour $0 \leqq x \leqq 1$; la fonction $F(x)$ sera évidemment égale à 1 pour tout point de l'ensemble EP et égale à 0 pour tous les autres points de I. L'ensemble E étant non mesurable et $m(P) = 1$, EP sera évidemment aussi un ensemble non mesurable, donc $F(x)$ sera une fonction non mesurable. Une fonction mesurable d'une fonction continue n'est donc pas nécessairement mesurable.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur le fonctionnement du détecteur électrolytique.* Note (¹) de M. **Étienne** présentée par M. E. Bouty.

Le détecteur électrolytique peut être envisagé comme un voltamètre à électrodes de platine dissymétriques et l'on peut lui appliquer les conclusions du travail de M. Rothé sur la polarisation des électrodes pour des forces électromotrices continues. Cette étude a mis en évidence les différences entre les polarisations cathodique et anodique et les conséquences qui en résultent pour des voltamètres à électrodes dissymétriques.

(¹) Séance du 1ᵉʳ mai 1916.

L'étude actuelle a eu en vue l'action sur le détecteur des oscillations électromagnétiques et l'interprétation de son fonctionnement en relais.

On constitue deux circuits oscillants à peu près semblables : le primaire comprend un éclateur, un condensateur variable C, une self connue S et un cadre rectangulaire M portant deux spires; le secondaire comprend également un cadre M′ parallèle au premier, une self S′ et un condensateur C′. On relie les armatures de C aux pôles d'une bobine d'induction et dans le circuit secondaire, on place d'abord un ampèremètre thermique, et ensuite, dans une deuxième opération, le détecteur à étudier; M, placé à distance de M′, agit sur lui par induction. On commence par choisir une valeur convenable de C et de S afin d'atteindre une longueur d'onde de 500^m environ, ordre de grandeur des longueurs d'onde utilisées en télégraphie sans fil. On met ensuite le circuit secondaire en résonance avec le primaire, ce que l'on constate en faisant varier C et en observant le maximum d'intensité à l'ampèremètre thermique. Les éléments entièrement connus du secondaire permettent de calculer exactement la longueur d'onde.

On substitue ensuite au thermique le détecteur électrolytique, sur les électrodes duquel on met en dérivation un circuit comprenant un galvanomètre balistique et une force électromotrice variable prise sur un potentiomètre.

En même temps, on supprime l'interrupteur de la bobine d'induction et l'on met en série avec son primaire à gros fil une résistance variable réglée de façon qu'une seule rupture du courant produise une seule étincelle à l'éclateur. La rupture est produite par une clé de construction spéciale. De cette manière on réussit à produire un train d'ondes isolé dont l'action sur le détecteur est indiquée par la déviation du balistique. En outre il est possible de faire varier l'énergie mise en jeu à travers le voltamètre en écartant l'un de l'autre les cadres M et M′.

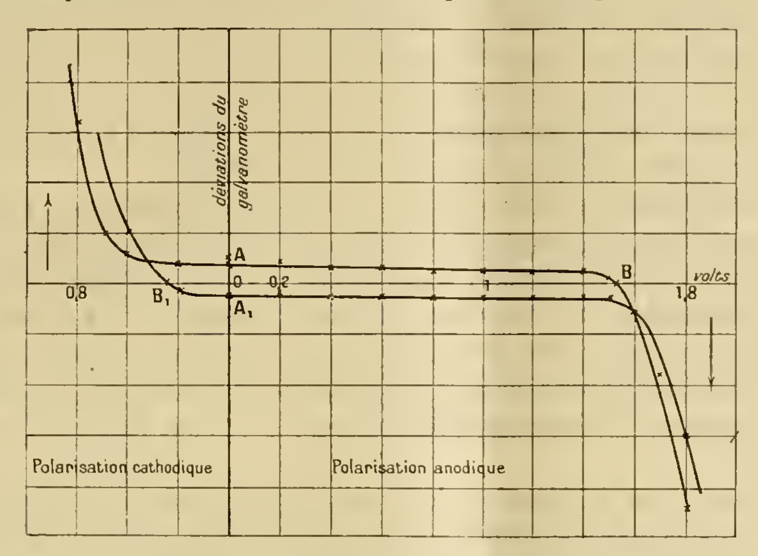
Les deux courbes tracées ci-contre représentent les déviations du galvanomètre balistique en fonction de la force électromotrice auxiliaire mise aux bornes du détecteur, les deux plateaux étant aussi rapprochés que possible. Le sens du courant a été indiqué par une flèche.

Les deux courbes correspondent aux deux sens de l'étincelle à l'éclateur. Elles montrent de deux façons différentes la dissymétrie des polarisations anodique et cathodique.

1° Si l'on considère une quelconque de ces deux courbes, on constate la dissymétrie de l'action du train d'ondes pour une même force électromotrice, suivant qu'on prend la petite électrode comme anode ou comme

cathode. Si elle n'existait pas, chaque courbe devrait être symétrique par rapport à son point de rencontre avec l'axe des ordonnées.

2° La dissymétrie se manifeste encore par le fait que les deux courbes



sont distinctes. Ceci tient à deux raisons différentes : d'une part à ce qu'on produit aux bornes du détecteur une force électromotrice *alternative et amortie* et que le galvanomètre mesure l'effet total produit par le courant oscillant; d'autre part à ce que les électrodes sont dissymétriques.

Sur chacune des courbes, il existe une portion AB, A_1B_1, pour laquelle l'action des étincelles produit une déviation en sens inverse de celle qui est due au courant de dépolarisation. Au points B et B_1, l'action des étincelles est nulle. Pour des forces électromotrices supérieures à celles qui correspondent aux points B et B_1, l'observation a montré qu'il se dégageait constamment de petites bulles de gaz à la pointe fine du détecteur.

GÉOLOGIE. — *Quelques résultats d'une mission dans le Gharb (Maroc occidental) en* 1914 [1]. Note [2] de M. **Georges Lecointre.**

Le Trias se présente sous la forme de marnes bariolées, salifères [3] et gypsifères, avec cargneules, magnésite, suintements de bitume (Aïn-

(1) Exploration scientifique du Maroc organisée par la Société de Géographie.

(2) Séance du 1er mars 1916.

(3) Exploitées par les indigènes à Souk-el-Arba du Gharb et au nord-est du Djebel Sarsar.

Qctran) (1) et sources sulfureuses. De nombreux chaos de roches éruptives (2) (diabases, ophites à olivine, granites écrasés, gabbros et syénite alcaline) se trouvent au milieu de couches triasiques sans qu'il soit possible de leur attribuer une position stratigraphique. Ces roches éruptives, de même que des paquets de roches cristallophylliennes (schistes et calcaires cristallins), ont dû être entraînées par le Trias au cours des mouvements subis par cette masse éminemment plastique. C'est donc un Trias du type *intrusif*, fréquent d'ailleurs dans l'Afrique du Nord.

Le Nummulitique est bien visible dans la partie sud-ouest du massif des Macmoudas, où il se présente sous la forme de grès à *Nummulites* (3) alternant avec des marnes blanches, farineuses, à cordons de silex noirs, le tout affecté d'un pendage 20° sud-ouest. Ils sont surmontés de calcaires blancs, fendillés en tous sens, dont les cassures sont recimentées par de la calcédoine qui leur donne un aspect caractéristique. Ces calcaires ont laissé des témoins dans tout le Gharb jusque vers Souk-el-Arba. Je n'y ai pas trouvé de fossiles.

La transgression du Miocène s'est traduite par le dépôt de grès grossiers très calcaires. Au Djebel-Rheni, on les voit reposer en forte discordance sur le Nummulitique redressé. D'autre part, au Djebel-Kourt, les grès à *Chlamys* (*Æquipecten*) cf. *liberata* Cossmann (4) contiennent, remaniés, d'innombrables petits fragments de marnes rouges du Trias. Au Djebel Sidi-bou-Hachem, ils forment une voûte anticlinale par-dessus les marnes triasiques et un petit témoin de calcaires fendillés du Nummulitique.

A 2^{km} à l'est de Souk-el-Arba, une faille topographique, à relief inversé NS, montre, sur sa face ouest, les marnes du Trias avec diabases et syénite alcaline et, sur sa face est, une falaise rectiligne NS, formée de calcaires plongeant 30° S environ, où j'ai recueilli *Pecten corsicanus* Dep. et Rom., *Pecten varii radiatus* Ugolini, *Pecten* (*Manupecten*) sp., *Ostrea* (*Lopha*) aff. *hyotis*. Les couches miocènes ont subi, postérieurement à leur dépôt, de forts plissements. Au Djebel-Kourt, on les voit redressées à la

---

(1) Cette source a été l'objet d'une tentative d'exploitation pour pétrole [cf. Michaux-Bellaire, *Le Gharb* (*Archives marocaines*, 1913, p. 322)].

(2) L'étude de ces matériaux a été entreprise par M. le lieutenant-colonel Azéma, à qui j'adresse ici mes remerciments.

(3) L'auteur, mobilisé depuis août 1914, n'a pu terminer l'étude de ses matériaux. De ce fait certaines précisions ne pourront être apportées qu'après la guerre.

(4) *Pecten scabrellus* Dujardin, non Lamarck.

verticale. Je rattacherai également au Miocène, à cause de leur position verticale, les argiles bleues à *Dentalium* de Souk-el-Arba.

Le Pliocène est visible surtout dans la région d'Arbaoua, où il a été respecté par l'érosion. Le fond des vallées est occupé par des argiles appartenant au Trias ou à l'Éocène. A mi-pente, on rencontre des sables jaunes, surmontés par un conglomérat rubéfié, à galets de quartzite, découpé en petits mamelons abrupts qui donnent au couronnement des plateaux un aspect dentelé caractéristique. Dans les sables jaunes, j'ai recueilli *Glycimeris glycimeris* Born, *Meretrix gigas* Lamk., *Terebratula*. Des intercalations lenticulaires de lumachelle contiennent : *Pecten planomedius* Sacco, *Chlamys excisa* Bronn, *Ostrea edulis* L., *Ostrea cucullata* Born. C'est le « faciès à Pectinidés » de M. Gentil. Cette lumachelle se retrouve très développée au sud de Lalla Zohra. A Aïn-Ksol, les couches sont horizontales; au monticule de Sidi-Kassem (cote 95), elles plongent 30° N-NE. L'autre flanc de ce petit anticlinal faillé est constitué par le Djebel-Chatba, où les couches plongent 40° S-SW. Elles contiennent *Ostrea cucullata* Born, *Anomia* sp., *Chlamys excisa* Born, *Natica*, *Balanus*, avec un faciès plus sableux.

Le sommet de la série de remblaiement pliocène serait formé par les conglomérats d'Arbaoua, lesquels ont dû à l'origine se raccorder en une surface continue. Mais depuis leur dépôt, la région a été affectée par des failles qui les ont portés à des altitudes variables. Le massif compris dans le triangle Arbaoua — Mouley-Cherif — Lalla-Mimouna et dans lequel les conglomérats sont portés à une altitude minima de 150^{m}, doit sa surrection à ce réseau de failles. Cet exhaussement aurait formé barrière en travers du cours de l'oued Mda, dont le cours primitif était EW et devait aboutir à la Zerga, en l'obligeant à faire un coude brusque vers le Sud et à aboutir dans la plaine du Sbou à Souk-el-Arba. Cette hypothèse expliquerait la plaine triangulaire de Haraïdin où les conglomérats sont à l'altitude de 75^{m}.

Pléistocène (région de Rabat-Kénitra). — Les grès de Rabat [1] présentent un faciès très littoral. J'y ai recueilli *Ostrea* (*gryphea*) sp., *Cerithium vulgatum* Brug., *Natica millepunctata* Lamk. var. *hebræa* Mtg, *Purpura hæma-*

---

(1) Mes prédécesseurs ont généralement attribué ces grès au Pliocène. Le seul fossile cité par M. Brives [*Voyage au Maroc* (Alger, Jordan), p. 479] est *Ostrea cucullata* Born. Cette espèce ne peut à elle seule être invoquée comme argument, puisqu'elle existe encore sur les côtes occidentales d'Afrique [cf. DAUTZENBERG, *Mission Gruvel* (*Annales de l'Institut océanographique*, t. 5, 1912, p. 83)].

stoma L., *Yetus Neptuni* Gmel, toutes espèces vivant actuellement sur les côtes occidentales d'Afrique.

Comme Mammifères, ont été recueillis dans des conditions d'authenticité absolue : 1° Canine d'*Hippopotamus* dans la tranchée de Salé, par le commandant Gérard; 2° échantillons provenant du puits de M. Thery (prof. 12^m). M. le professeur Boule a bien voulu me faire part en ces termes des résultats que lui a donnés leur étude : « Dernière molaire supérieure droite d'un Alcelaphe qui paraît être l'*Alcelaphus probubalis* Pomel sp. (*Boselaphus*) du gisement d'Aboukir et du lac Karar; molaire supérieure gauche d'un Équidé qu'on peut rapporter à l'*Equus mauritanicus* Pomel, de Ternifine; morceau de racine d'une molaire de *Rhinoceros* (?). Cet ensemble, quoique très insuffisant, me paraît être pléistocène et non pliocène, ni holocène. Ce sont les mêmes espèces que celles des gisements quaternaires de l'Algérie, avec silex taillés de formes chelléennes. »

Dans la région de Mehdia, ces grès affleurent à peine le niveau de la haute mer et sont surmontés d'une série de dunes consolidées dont la faune fossile est identique à celle qui vit actuellement à leur surface : *Testudo ibera* Pallas, *Helix pisana* Müller var. aff. *Dehni* Rossm., etc. Leur formation est donc récente. Je les ai suivies le long du Ras-ed-Daoura jusque vers *Mouley-bou-Selham*. Nulle part, même à marée basse, la mer ne découvre le substratum de ces dunes dont elle a presque complètement rongé une première ligne [1].

BACTÉRIOLOGIE. — *Nouvelles recherches démontrant la réalité du* microbisme latent *dans les plaies de guerre cicatrisées*. Note [2] de MM. **P. Lecène** et **A. Frouin**, présentée par M. Roux.

A l'époque déjà lointaine où Verneuil exposa sa doctrine du *microbisme latent* il n'y eut que peu de démonstrations scientifiques rigoureuses de la réalité de ce *microbisme* dont l'importance fut d'ailleurs très exagérée par son auteur, et trop souvent invoquée pour couvrir des insuccès opératoires, dont l'explication était beaucoup plus simple.

Il faut cependant reconnaître que l'intuition de Verneuil était parfaite-

(1) Cf. Pobeguin, *Sur la côte ouest du Maroc. Falaises, dunes et barres* (*Bulletin du Comité de l'Afrique française*, Rens. Col., oct. 1907, p. 251).

(2) Séance du 1er mai 1916.

ment juste : nous pouvons aujourd'hui en apporter nous-mêmes une nouvelle démonstration.

Nous avons chez 24 blessés de guerre recherché la présence de microbes *cultivables* à la surface des projectiles depuis longtemps enfermés dans les tissus. Les plaies d'entrée de ces projectiles étaient dans tous nos cas *parfaitement cicatrisées* et il n'existait plus, depuis plusieurs mois au moins, d'accidents inflammatoires.

Toutes nos opérations ont été faites avec les précautions de la technique chirurgicale la plus aseptique.

Dans trois cas, le projectile extrait et placé immédiatement dans le bouillon nutritif n'a donné naissance à *aucune culture*.

Dans dix-sept cas, le projectile extrait et placé immédiatement dans le bouillon nutritif a donné naissance à *des cultures plus ou moins abondantes* de microorganismes variés, tels que : staphylocoques, streptocoques et bacilles divers non identifiés : la plupart de ces microorganismes étaient facultativement anaérobies.

Enfin, dans 4 cas, nous avons ensemencé à la fois le projectile et sa coque fibreuse d'enveloppe que nous avions pu enlever en totalité, comme une petite tumeur. Les projectiles eux-mêmes dans ces 4 cas restèrent *stériles* ; au contraire, le magma provenant du caillot organisé qui tapissait *la paroi interne de la coque fibreuse* a donné naissance à des *cultures plus ou moins abondantes* de cocci et de bacilles.

L'existence, ainsi démontrée, de microorganismes dans la capsule d'enkystement du projectile, alors que celui-ci même était aseptique, nous a paru intéressante à signaler; c'est, à notre avis, par cet englobement fibreux du corps étranger et des microbes qu'il a apportés avec lui, que l'on peut expliquer le plus simplement le « *microbisme latent* » des plaies de guerre.

Au point de vue chirurgical nous pensons que :

1° *Il est toujours préférable* (sauf très grandes difficultés opératoires) *d'enlever les projectiles de guerre*, même lorsque ceux-ci paraissent bien tolérés. On ne peut, à notre avis, jamais affirmer, tant que le corps étranger reste inclus dans les tissus, qu'une nouvelle poussée inflammatoire ne surviendra pas, soit spontanément, soit à la suite de manœuvres de mobilisation (mécanothérapie), soit à la suite d'un traumatisme accidentel.

2° Lorsqu'on enlève ces corps étrangers, il nous paraît d'une bonne et prudente pratique de toujours *établir un drainage*, ne serait-il que de courte durée. C'est à notre avis la seule méthode permettant d'éviter, *à coup sûr*,

des complications post-opératoires fâcheuses, dont les exemples sont d'ailleurs déjà nombreux.

3° Lorsque la chose est *anatomiquement possible*, il nous paraît également préférable d'enlever en masse, *comme une petite tumeur*, le projectile et sa coque fibreuse d'enveloppe : on évitera ainsi de laisser dans la plaie une coque fibreuse qui, comme nous l'avons montré, peut être infectée. Mais cette ablation en masse (projectile et coque) n'est possible que dans un nombre restreint de cas (dans notre pratique personnelle, 4 fois sur 24) et il n'est nullement dans notre intention d'ériger cette ablation en masse en méthode générale.

M. **Farid Boulad** adresse une Note intitulée : *Sur la détermination du centre de courbure des trajectoires orthogonales d'une famille quelconque de courbes planes.*

A 15 heures et demie l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16 heures.

A. Lx.

ERRATA.

(Séance du 25 avril 1916.)

Note de M. *E. Baticle*, Calcul de la poussée exercée sur un mur de soutènement à parement intérieur plan par un massif pulvérulent à surface libre plane :

Page 632, lignes 10 et 11 du texte, *au lieu de* soit conjuguée de O*m* dans (1) et de O*m'* dans (2), *lire* soit conjuguée de O*m* dans la première ellipse et de O*m'* dans la seconde.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 15 MAI 1916.

PRÉSIDENCE DE M. CAMILLE JORDAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Secrétaire perpétuel** annonce à l'Académie que le Tome 159 (juillet-décembre 1914) des *Comptes rendus* est en distribution au Secrétariat.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Catalyse de l'eau oxygénée en milieu hétérogène.* Quatrième Partie : *Expériences avec le carbone; conclusions.* Note de M. **Georges Lemoine.**

Les expériences avec le carbone étaient effectuées, comme les précédentes, dans des tubes en verre avec de l'eau oxygénée de Merk purifiée par distillation, le plus souvent amenée à 30^{vol} (0,086 de H^2O^2) : on mesurait le gaz dégagé. Pour éviter que le charbon ne vînt nager à la surface du liquide, on le maintenait par des obturateurs en verre. Il avait été concassé et passé au tamis : on n'employait que les parcelles de 1^{mm} à 2^{mm}, de même dimension que précédemment pour la mousse de platine. Les expériences étaient faites le plus souvent à la température ordinaire, où la décomposition de l'eau oxygénée, prise seule, est insignifiante.

De même que dans les recherches précédentes, la différence des durées τ de demi-décomposition, ou leur rapport, mesure l'action catalytique. On peut également comparer les vitesses de la réaction exprimées par la formule générale suivante (ou par l'intégrale qui s'en déduit), où p est le poids d'eau oxygénée réelle (suffisamment diluée) pour 1^g de liquide à l'origine du temps, y le poids décomposé au temps t, n et K deux constantes :

$$(1) \qquad d\frac{y}{p} = K\left(1 - \frac{y}{p}\right)^n dt.$$

CHARBON DE NOIX DE COCO ET EAU OXYGÉNÉE.

Le charbon de noix de coco a été choisi à cause de son grand pouvoir absorbant pour les gaz (expériences de MM. Dewar, d'Arsonval, Mouren, etc.). On va voir qu'il est, en effet, un très bon catalyseur, meilleur que les autres charbons, moins bon cependant que la mousse de platine.

Préparation. — Les écorces de noix de coco sont calcinées au blanc dans un four Perrot. On les concasse et on les tamise en ne gardant que les morceaux de 1^{mm} à 2^{mm}. On rechauffe dans un creuset de porcelaine au rouge sombre et on laisse refroidir en présence d'anhydride phosphorique.

Influence du poids de catalyseur (ce qui, pour un même état de division, équivaut à la surface). — Toutes choses égales d'ailleurs, la réaction est d'autant plus rapide que le poids de catalyseur est plus grand, mais sans lui être proportionnelle. On le reconnaît en comparant les quantités de gaz dégagé (*fig.* 1). On peut aussi comparer comme ci-dessous les durées τ de demi-décomposition pour les différents poids π :

Eau oxygénée.	Température.	H^2O^2 seule, valeur normale.	$\pi = 1^g$.	$\pi = 2^g$.	$\pi = 3^g$ (1).	$\pi = 4^g$ (1).
20^{cm^3} à 30^{vol} (0,086 de H^2O^2).	17°	240^h	$15^h,4$	$8^h,2$	$5^h,2$ / $3^h,7$	$2^h,8$

Volume de gaz (à 15° et 760^{mm}) dégagé par 20^{cm^3} d'eau oxygénée à 30^{vol} avec différents poids de charbon de noix de coco. (Température : 17°.)

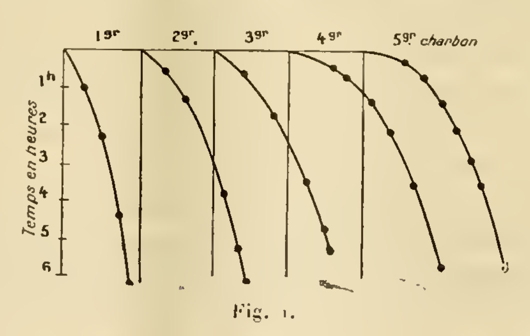


Fig. 1.

Vitesse de la réaction. — Avec la formule générale (1), on trouve que $n=2$ concorde avec plusieurs expériences, comme pour la mousse de platine.

(1) Avec $\pi = 3^g$ ou 4^g, décomposition complète au bout de 48 heures.

CHARBON DE BOIS ET EAU OXYGÉNÉE.

Le charbon de bois (braise) est un catalyseur pour l'eau oxygénée, mais beaucoup moins actif que le charbon de noix de coco. Pour rendre l'action appréciable, il faut augmenter le poids de catalyseur, car dans les mêmes conditions, 1^g pour 30^{cm^3} d'eau oxygénée à 30^{vol} ne suffirait pas.

Préparation. — Le charbon employé était celui du bois de bourdaine venant des poudreries, le même qui m'avait servi autrefois pour la décomposition catalytique des alcools [1]; les morceaux, de 1^{mm} à 2^{mm}, étaient chauffés dans un creuset au rouge sombre; on les laissait refroidir en présence de l'anhydride phosphorique.

Influence du poids de catalyseur (équivalent à la surface pour un même état de division). — Elle est très nette : la rapidité de la réaction, ici encore, augmente avec le poids de catalyseur, mais sans lui être proportionnelle. On le reconnaît en comparant les quantités de gaz dégagé (*fig.* 2). On peut

Volume de gaz (à 15° et 760^{mm}) dégagé par 20^{cm^3} d'eau oxygénée à 30^{vol} avec différents poids de braise de bois de bourdaine. (Température : 17°.)

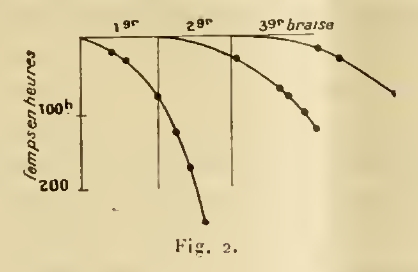


Fig. 2.

aussi comparer comme ci-dessous les durées τ de demi-décomposition pour les différents poids π :

Eau oxygénée.	Température.	H^2O^2 seule, valeur normale.	$\pi = 1^g$.	$\pi = 2^g$.	$\pi = 3^g$.
20^{cm^3} à 30^{vol} ($0,086$ de H^2O^2).	17°	240^h	212^h	63^h	40^h

Vitesse de la réaction. — Avec la formule générale (1), c'est $n = 2$ qui concorde le mieux pour les expériences faites avec des poids de 2^g à 3^g de

(1) G. LEMOINE, *Comptes rendus*, t. 146, 1908, p. 1360.

braise. Avec 1g il y a au début une certaine inertie qui rend difficile la comparaison des observations avec la formule théorique.

Expériences comparatives avec le charbon de bois chargé de différents gaz à des températures différentes. — Elles ont été faites de la même manière que pour la mousse de platine (*Comptes rendus*, 1er mai 1916).

Le charbon employé était non pas celui du bois de bourdaine, mais de la braise de boulanger préalablement chauffée au rouge. Voici les durées τ de demi-décomposition observées, avec 1g de charbon pour 20cm³ d'eau oxygénée à 28vol (0,082 de H^2O^2) :

		H^2.	CO.	CO^2.	O^2.	N^2.	Sans charbon.
Vers 15°.	Chargement à + 8°...	3h,7	3h,7	2h,7	3h,4	3h,2	6500h environ
	Chargement à — 75...	2,4	3,4	4,6	4,4	3,1	
A 33°,5.	Chargement à + 8...	35	30	35	33	30	1200h environ
	Chargement à — 75...	29	31	56	44	36	

On employait ici une eau oxygénée commerciale dite *pure*, mais en réalité acidulée par HCl et, en conséquence, d'une décomposition beaucoup plus lente que celle de Merk employée dans les expériences précédentes.

On peut remarquer que la nature du gaz dont a été chargé le charbon n'a pas une très grande influence sur la décomposition de l'eau oxygénée, ce qui semble indiquer que ce gaz occlus a, dans cette décomposition, un rôle plutôt physique que chimique.

On peut remarquer aussi, d'après la comparaison des valeurs de τ avec ou sans catalyseur, que l'influence catalytique est beaucoup plus accentuée à froid à 15° qu'à chaud à 33°. Ainsi, avec l'azote (chargé à 8°) à 15° on a (6500 : 3,2) = 2030, tandis qu'à 33° on a (1200 : 30) = 40. On a trouvé pour la mousse de platine un résultat semblable.

CHARBON DE SUCRE ET EAU OXYGÉNÉE.

Une seule expérience a été faite; son intérêt se rattache à la grande compacité de ce charbon. De même que les autres, il était concassé, puis passé au tamis de manière à n'avoir que des morceaux de 1mm à 2mm. On a eu pour durée τ de la demi-décomposition :

Eau oxygénée.	Température.	H^2O^2 seule, τ normal.	Avec 1g.
20cm³ à 30vol (0,086 de H^2O^2)	19°	206h	142h

Vitesse de la réaction. — La formule générale (1) concorde avec cette expérience en prenant $n = 2$.

En résumé, les trois variétés de carbone étudiées sont des catalyseurs pour l'eau oxygénée : le plus énergique est le charbon de noix de coco. Cette fonction de catalyseur doit être corrélative du pouvoir absorbant pour les gaz (¹). Sous plusieurs rapports, les catalyses avec le carbone se rapprochent de celles observées avec la mousse de platine.

CONCLUSIONS GÉNÉRALES.

Je termine ici l'exposé des recherches (²) qui par leur ensemble peuvent donner des renseignements utiles sur la catalyse de l'eau oxygénée dans les milieux hétérogènes : les circonstances ne m'ont pas permis de leur donner tout le développement que j'aurais désiré.

Plusieurs faits généraux s'en dégagent pour l'interprétation rationnelle des phénomènes :

Abaissement de la température pour une même vitesse de décomposition de l'eau oxygénée qui se décomposerait seule, mais très lentement;

Augmentation de la vitesse de décomposition avec le poids de catalyseur, mais ordinairement moindre que s'il y avait proportionnalité;

Augmentation avec l'état de division, c'est-à-dire avec la surface active pour un même poids de catalyseur;

Fonctionnement de l'action catalytique dans le liquide seulement jusqu'à une certaine distance assez minime, car cette action ne se poursuit au delà de la surface du catalyseur que par la diffusion et surtout par le brassage dû au dégagement de gaz et renouvelant les surfaces en contact.

(¹) Déterminations de l'absorption des gaz par le charbon : FAVRE, *Annales de Chimie et de Physique*, 5ᵉ série, t. 37, 1853 et 6ᵉ série, t. 24, 1871. — SMITH, *Proceedings of the Royal Society*, t. 12, 1863, p. 424. — HUNTER, *Philosophical Magazine*, t. 25, 1863, p. 363, et t. 29, 1865, p. 166. — JOULIN, *Comptes rendus*, t. 90, 1880, p. 741. — DEWAR, *Annales de Chimie et de Physique*, 8ᵉ série, t. 3, 1904. — Miss HOMFRAY, *British Association*, 1907, p. 451. — J'ai fait moi-même plusieurs déterminations qui ne peuvent trouver place ici.

(²) Notes précédentes des *Comptes rendus* : milieux hétérogènes, t. 162, 17 avril 1916, p. 580; 1ᵉʳ mai 1916, p. 657, 8 mai 1916, p. 702; milieux homogènes, t. 161, 19 juillet 1915, p. 47; eau oxygénée seule, t. 155, 1ᵉʳ juillet 1912, p. 9.

Les catalyseurs étudiés pour l'eau oxygénée peuvent se diviser en deux groupes distincts :

1° *Catalyseurs chimiques* dont la fonction se rattache à la formation d'une combinaison temporaire instable, comme l'ont admis pour beaucoup d'autres cas Berthelot, MM. Sabatier et Senderens, etc. (¹). Les expériences avec le mercure manifestent nettement la formation temporaire d'un oxyde. Les expériences avec les oxydes peuvent s'interpréter par la formation de peroxydes instables détruits à un certain moment, mais beaucoup plus vite que l'oxyde de mercure. Enfin les expériences avec le noir de platine ne peuvent guère s'interpréter que par l'existence d'un composé particulier, car pour un même état de division j'ai montré que le noir de platine est beaucoup plus énergique que la mousse de platine.

2° D'autres *catalyseurs*, *physiques* plutôt que chimiques, ne paraissent pas devoir leur fonction à des composés temporaires. Tel est le carbone pour les différentes variétés étudiées. La mousse de platine, dont les effets s'en rapprochent beaucoup, paraît être dans le même cas.

Il faut remarquer à cet égard que le charbon de noix de coco, qui est un catalyseur énergique, absorbe énergiquement les gaz : on a vu d'ailleurs, pour le charbon de bois, que la catalyse diminue avec l'élévation de température qui diminue aussi le pouvoir absorbant.

Il semble donc que, pour ce second groupe de catalyseurs, l'action de présence doive être rattachée à leur propriété de condenser les gaz, propriété corrélative d'un énorme développement de surface. Ces gaz « occlus » attireraient le gaz oxygène que l'eau oxygénée liquide est prête à laisser échapper et faciliteraient ainsi sa décomposition par une action surtout physique puisque j'ai montré que la nature chimique du gaz absorbé par le charbon ne paraît pas avoir d'influence notable (²).

Les choses semblent se passer souvent d'une manière analogue dans les catalyses de gaz; c'est l'interpétation que j'avais admise en 1877 pour l'acide iodhydrique gazeux en montrant que l'état d'équilibre produit lentement

(¹) Voir M. Sabatier, *La catalyse en Chimie organique*, notamment pages 246 et suivantes.

(²) Gernez a fait remarquer que l'eau oxygénée étant souvent à l'état de solution sursaturée d'oxygène, l'introduction d'un corps aéré à grande surface détermine le dégagement de gaz en excès (*Comptes rendus*, t. 63, 1866, p. 886).

par la chaleur est le même que celui auquel on arrive très rapidement à la même température avec la mousse de platine [1].

3° Les *deux catalyses, chimique et physique*, doivent souvent fonctionner en même temps chez le même catalyseur, suivant son état physique, par exemple avec les oxydes très divisés et avec le noir de platine.

Ces considérations, inspirées par l'étude spéciale, mais détaillée, de la catalyse de l'eau oxygénée, me semblent avoir une portée générale.

J'ai été aidé dans ce travail : pour les expériences, successivement par MM. Dubourg, Mignot, Aubry, Charf; pour les calculs numériques, par M. Guépard; je les prie de recevoir ici tous mes remercîments.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur le dosage du carbone par la méthode Eggertz.* Note de MM. **H. Le Chatelier** et **F. Bogitch.**

Dans une Note précédente nous avons étudié l'influence des différents détails de la méthode Eggertz sur les résultats du dosage du carbone dans les aciers. Mais les résultats de cet essai dépendent encore de différents facteurs relatifs à la nature du métal : nature et proportion des différents corps étrangers, structure du métal dépendant des traitements thermiques antérieurs.

Teneur en carbone. — On admet généralement, depuis les travaux de Deshayes, que la coloration des liqueurs ne croît pas proportionnellement à la teneur en carbone, c'est-à-dire que, pour amener les liqueurs à égalité de coloration, il ne suffit pas de les étendre de façon que les quantités de carbone renfermées dans des volumes égaux soient les mêmes. Voici quelques-uns des résultats donnés par ce savant. Les teneurs en carbone ont été calculées en partant d'un acier type renfermant 0,5 pour 100 de carbone qui servait de terme de comparaison. Les expériences étaient faites par la méthode lente, à une température de 80° prolongée pendant 2 heures :

Teneur réelle en carbone.	Teneur trouvée.
0,30	0,23
0,40	0,36
0,55	0,57
0,85	0,97
1,12	1,45

(1) G. Lemoine, *Annales de Chimie et de Physique*, t. 12, 1877, p. 242 et suivantes.

Nous avons repris cette comparaison en opérant sur des aciers très purs, au creuset, renfermant moins de 0,1 pour 100 de chacun des éléments : phosphore, soufre, silicium et manganèse. On a pris comme terme de comparaison un acier de la même fabrication renfermant 0,85 pour 100. Tous ces aciers ont été recuits et refroidis lentement dans le four :

Teneur réelle en carbone.	Teneur trouvée.
0,09	0,07
0,20	0,21
0,46	0,42
1,20	1,22

Les expériences ont été faites par la méthode rapide, à l'ébullition, décrite dans notre Note précédente. Les écarts observés ne dépassent pas les erreurs expérimentales; ils sont tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre. Cette divergence avec les résultats de Deshayes semblent tenir à deux causes : d'une part l'influence du manganèse, que nous indiquons plus loin; les aciers de Deshayes, non analysés à ce point de vue, devaient avoir des teneurs variables; d'autre part, l'attaque prolongée à 80° donne pour les aciers doux des teintes verdâtres, difficilement comparables à celle des aciers plus durs. Par contre, pour les aciers très durs, la dissolution du carbone est incomplète.

Présence du manganèse. — D'après Deshayes, le manganèse ne modifierait pas notablement la coloration due au carbone, dans les aciers doux à moins de 0,30 pour 100 de carbone; par contre, il augmenterait la teneur apparente en carbone dans les aciers mi-durs. Nous avons au contraire trouvé que dans tous les cas la présence du manganèse abaisse les teneurs apparentes du carbone. Cela était du reste assez vraisemblable *a priori*, parce que le carbure de manganèse se dissout dans les acides, sans laisser aucun résidu coloré. Mais cette influence du manganèse est assez faible, au moins dans les limites de teneurs usuelles en manganèse des aciers, teneurs qui ne dépassent pas 1 pour 100. En prenant comme type un acier tenant 0,5 pour 100 de manganèse, on n'aura jamais un écart de 10 pour 100 sur les dosages de carbone, en comparant des métaux recuits et refroidis lentement.

Présence du nickel. — Le nickel, comme le manganèse, abaisse les teneurs apparentes en carbone, mais il agit bien plus énergiquement. Un acier à 1 pour 100 de nickel et 0,41 pour 100 de carbone a donné à l'essai

Eggertz, en prenant comme type un acier au creuset très pur, une teneur apparente de 0,32, soit un écart en moins de 20 pour 100. Les aciers à plus forte teneur en nickel, 3 pour 100, par exemple, donnent des liqueurs vertes dont la comparaison avec les types devient difficile. Ces aciers donnent encore lieu à une autre difficulté. Par le recuit les aciers de cette teneur en nickel laissent séparer une partie de leur carbone à l'état de de graphite (*fig.* 1), qui reste insoluble, mais en suspension dans l'acide

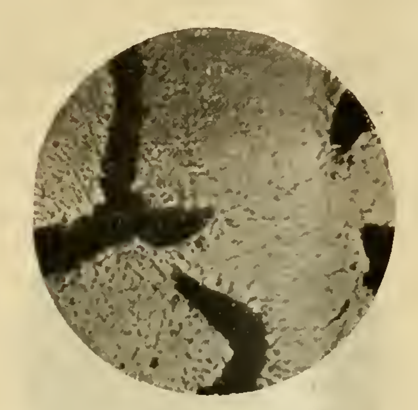


Fig. 1. — Acier au nickel sans attaque. Gr. : 800 d.

et colore la liqueur en noir d'encre. Il n'y a plus de comparaison colorimétrique possible.

Présence du silicium. — Aux faibles teneurs des aciers ordinaires, le silicium ne semble exercer aucune action nuisible; mais aux fortes teneurs dépassant 1 pour 100, comme cela se présente dans les tôles de dynamo ou dans les aciers à ressorts, on obtient des liqueurs vertes, peu colorées, ne se prêtant pas à une comparaison colorimétrique avec l'acier type.

Influence du traitement thermique. — On sait depuis les travaux d'Osmond que la trempe de l'acier diminue considérablement la teneur apparente en carbone à l'essai Eggertz. La diminution est au moins de 30 pour 100 et peut parfois atteindre 50 pour 100. M. Maurer a montré que le revenu augmente progressivement les teneurs apparentes en carbone jusqu'au recuit complet. Nous nous sommes proposé de chercher si pour des aciers non trempés, mais refroidis plus ou moins rapidement, les résultats restaient semblables. Il n'en est rien. Nous donnerons ici les résultats relatifs à deux séries d'aciers, l'une composée d'aciers très purs, au creuset, renfermant moins de 0,1 pour 100 de manganèse et l'autre d'acier tenant environ 0,5 pour 100 de manganèse.

Les conditions du refroidissement ont été les suivantes :

a. Recuit à 950° pendant 45 minutes, puis refroidissement dans le four en 1 heure 30 minutes environ.

b. Même recuit à 950°, puis refroidissement à l'air, durant de 15 à 20 minutes.

c. Même recuit à 950°, suivi d'une trempe dans l'eau bouillante donnant refroidissement durant 1 minute environ.

Dans tous les cas le métal était pris en barres de 10^{mm} de diamètre et 50^{mm} de longueur.

Sur les mêmes échantillons, on a fait des mesures de dureté au moyen d'une bille de $2^{mm},5$ de diamètre agissant sous un effort de 200^{kg}. On don-

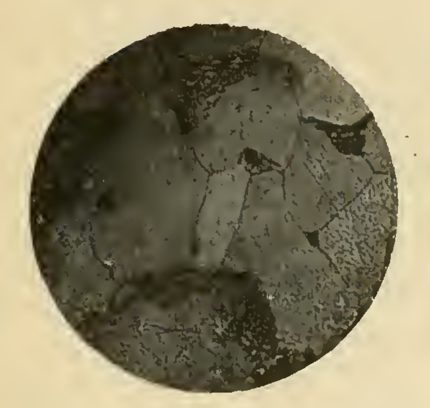


Fig. 2. — Acier 2 à C = 0,20 pour 100. Attaque à l'acide azotique alcoolique.



Fig. 3. — Acier 4 à C = 0,85. Gr., 800 d. environ.

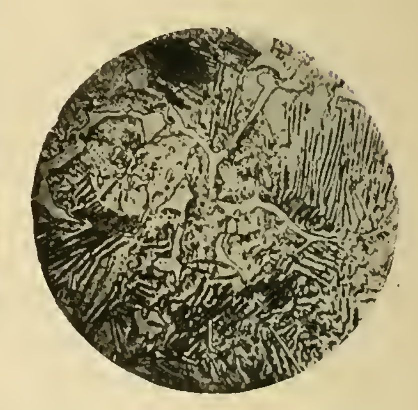


Fig. 4. — Acier 5 à C = 1,20.

nera dans le Tableau les diamètres mesurés au microscope et exprimés en millimètres.

ACIERS AU CREUSET.

	1.	2.	3.	4.	5.
Carbone pour 100	0,09	0,20	0,46	0,85	1,20
Manganèse pour 100	0,03	0,03	0,08	0,09	0,06

Coloration relative.

	1.	2.	3.	4.	5.
a. Refroidi au four	1	1	1	1	1
b. » à l'air	0,94	0,90	0,82	0,77	0,88
c. » à l'eau bouillante	0,89	0,75	0,65	trempé	trempé

Diamètre de bille.

	1.	2.	3.	4.	5.
a. Refroidi au four	1,17	1,07	0,90	0,75	0,75
b. » à l'air	1,08	1,00	0,83	0,68	0,67
c. » à l'eau bouillante	0,97	0,85	0,73	trempé	trempé

ACIERS MARTIN.

	1.	2.	3.	4.	5.
Carbone pour 100	0,10	0,10	0,20	0,33	0,31
Manganèse pour 100	0,46	0,22	0,60	0,70	0,40

Coloration relative.

	1.	2.	3.	4.	5.
a. Refroidi au four	1	1	1	1	1
b. » à l'air	0,87	0,90	0,80	0,75	0,84
c. » à l'eau bouillante	0,80	0,83	0,65	trempé	0,74

Diamètre de bille.

	1.	2.	3.	4.	5.
a. Refroidi au four	1,07	1,15	0,98	0,83	0,87
b. » à l'air	1,02	1,06	0,92	0,78	0,83
c. » à l'eau bouillante	0,93	0,95	0,82	trempé	0,72

Voici les conséquences de ces chiffres :

Les variations de vitesse de refroidissement modifient considérablement la coloration due au carbone, en même temps que la dureté à la bille, même avec des vitesses tout à fait insuffisantes pour produire une trempe véritable, c'est-à-dire la formation de martensite. La finesse de la cémentite contenue dans la perlite modifie à la fois la solubilité du carbone et la dureté du métal.

Cette influence de la vitesse est d'autant plus marquée que le métal est plus riche en manganèse. La coloration peut être ainsi réduite d'un tiers, c'est-à-dire que si l'on voulait doser colorimétriquement le carbone d'un acier refroidi rapidement en prenant comme type un acier de même composition, refroidi lentement dans le four, on aurait un dosage d'un tiers trop faible. Si au contraire on prenait comme type un acier refroidi rapidement, on aurait pour l'acier refroidi lentement un dosage d'un tiers trop fort.

La conséquence de cette seconde partie de nos recherches est donc que pour employer utilement la méthode Eggertz au dosage du carbone, il est indispensable d'opérer sur des échantillons d'acier refroidis lentement et de plus d'employer comme type un métal renfermant sensiblement la même teneur en manganèse que l'acier étudié.

ÉLECTRICITÉ. — *Les oscillations électriques sur un système de corps purement diélectriques.* Note de M. **Pierre Duhem.**

1. Nous nous proposons d'étudier un système formé de plusieurs diélectriques au sein desquels le champ électrique éprouve des oscillations périodiques simples. La composante ξ du champ total sera de la forme

$$\xi = \xi' \sin 2\pi \frac{t}{\tau} + \xi'' \cos 2\pi \frac{t}{\tau}, \tag{1}$$

ξ', ξ'' étant deux fonctions des seules variables x, y, z; les deux autres composantes, η et ζ, du champ total seront supposées d'une forme analogue, et il en sera de même des fonctions W, Φ, P, Q, R.

Nous aurons

$$\left\{\begin{aligned} \xi' &= -\frac{\partial \Phi'}{\partial x} + \frac{\partial Q'}{\partial z} - \frac{\partial R'}{\partial y}, \\ \eta' &= -\frac{\partial \Phi'}{\partial y} + \frac{\partial R'}{\partial x} - \frac{\partial P'}{\partial z}, \\ \zeta' &= -\frac{\partial \Phi'}{\partial z} + \frac{\partial P'}{\partial y} - \frac{\partial Q'}{\partial z}. \end{aligned}\right. \tag{2}$$

Au sein de chaque diélectrique homogène, la fonction Φ' vérifie l'équation aux dérivées partielles

$$\Delta \Phi' + \frac{8\pi^3 a^2 k K}{D\tau^2} \Phi' = 0. \tag{3}$$

Les fonctions P', Q', R' sont liées entre elles par la relation

$$\frac{\partial P'}{\partial x} + \frac{\partial Q'}{\partial y} + \frac{\partial R'}{\partial z} = 0 \tag{4}$$

et vérifient trois équations aux dérivées partielles dont la première est

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial P'}{\partial y} - \frac{\partial Q'}{\partial z}\right) - \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial R'}{\partial x} - \frac{\partial P''}{\partial z}\right) + \frac{8\pi^3 a^2 \mu K}{\tau^2} P' = 0. \tag{5}$$

Les fonctions ξ'', η'', ζ'', Φ'', P'', Q'', R'' vérifient des équations toutes semblables.

2. Considérons un des diélectriques homogènes qui constituent le système. Soient ϖ son volume et S la surface qui le borne. Aux équa-

tions (3) et (5) joignons les identités

$$(6)\qquad \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial Q'}{\partial z}-\frac{\partial R'}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial R'}{\partial x}-\frac{\partial P'}{\partial z}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial P'}{\partial y}-\frac{\partial Q'}{\partial x}\right)=0,$$

$$(7)\qquad \frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial \Phi'}{\partial y}-\frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial \Phi'}{\partial z}=0,\qquad \ldots.$$

Multiplions l'égalité (3) par $-\mathrm{KD}\Phi' d\varpi$, l'égalité (6) par $\mathrm{K}\Phi' d\varpi$, les égalités (7), respectivement, et les égalités (5), respectivement, par $-\mathrm{KP}' d\varpi$, $-\mathrm{KQ}' d\varpi$, $-\mathrm{KR}' d\varpi$. Pour le volume entier du diélectrique, intégrons chacun des produits obtenus; transformons chacune des huit intégrales à l'aide d'une intégration par parties, et ajoutons tous les résultats. Nous trouverons l'égalité suivante :

$$(8)\qquad \int \mathrm{H}\, d\mathrm{S}+\int \mathrm{J}\, d\varpi-\frac{1}{\tau^2}\int \mathrm{U}\, d\varpi=0.$$

dans laquelle

$$(9)\qquad \begin{aligned}\mathrm{H}=\mathrm{K}\,\Phi'\left(4\pi\varepsilon\mathrm{K}\frac{\partial\Phi'}{\partial n}-\xi' a-\eta' b-\zeta' c\right)\\ +\mathrm{K}\,\mathrm{P}'(\zeta' b-\eta' c)+\mathrm{K}\,\mathrm{Q}'(\xi' c-\zeta' a)+\mathrm{K}\,\mathrm{R}'(\eta' a-\xi' b),\end{aligned}$$

$$(10)\qquad \mathrm{J}=4\pi\varepsilon\mathrm{K}^2\left[\left(\frac{\partial\Phi'}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial\Phi'}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial\Phi'}{\partial z}\right)^2\right]+\mathrm{K}(\xi'^2+\eta'^2+\zeta'^2),$$

$$(11)\qquad \mathrm{U}=8\pi^3 a^2\,\mathrm{K}^2[k\Phi'^2+\mu(\mathrm{P}'^2+\mathrm{Q}'^2+\mathrm{R}'^2)].$$

Dans l'égalité (9), n est la demi-normale à la surface S, dirigée vers l'intérieur du volume ϖ, et a, b, c sont les cosinus directeurs de cette demi-normale.

3. Nous nous proposons maintenant d'étendre l'égalité (8) à un système formé de plusieurs diélectriques homogènes.

L'égalité (19) de notre Note du 21 février [1] nous donne

$$(12)\qquad \mathrm{W}'=-4\pi\mathrm{K}\Phi'.$$

Les égalités (8) de notre Note du 20 mars [2] nous donnent

$$(13)\qquad \begin{cases} \mathrm{L}''=-\dfrac{4\pi^2 a\varepsilon\mathrm{K}}{\tau\sqrt{2}}\mathrm{P}', & \mathrm{M}''=-\dfrac{4\pi^2 a\varepsilon\mathrm{K}}{\tau\sqrt{2}}\mathrm{Q}', & \mathrm{N}''=-\dfrac{4\pi^2 a\varepsilon\mathrm{K}}{\tau\sqrt{2}}\mathrm{R}', \\ \mathrm{L}'=\dfrac{4\pi^2 a\varepsilon\mathrm{K}}{\tau\sqrt{2}}\mathrm{P}'', & \mathrm{M}'=\dfrac{4\pi^2 a\varepsilon\mathrm{K}}{\tau\sqrt{2}}\mathrm{Q}'', & \mathrm{N}'=\dfrac{4\pi^2 a\varepsilon\mathrm{K}}{\tau\sqrt{2}}\mathrm{R}'', \end{cases}$$

(1) *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 284.

(2) *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 413.

en désignant par

$$(14)\qquad L = L' \sin 2\pi \frac{t}{\tau} + L'' \cos 2\pi \frac{t}{\tau}, \qquad \ldots,$$

les trois composantes du champ magnétique. Les égalités (13) nous montrent alors que les deux grandeurs (KP', KQ', KR'), (KP'', KQ'', KR'') ont, sur le plan tangent à la surface S_{12} qui sépare les deux diélectriques 1 et 2, des projections qui varient d'une manière continue à la traversée de la surface S_{12}. On en conclut que chacune des trois quantités

$$(15)\qquad \alpha' = K(Q'c - R'b), \qquad \beta' = K(R'a - P'c), \qquad \gamma' = K(P'b - Q'a)$$

change de signe sans changer de valeur absolue à la traversée de la surface S_{12}; il en est de même des trois quantités analogues α'', β'', γ''.

D'autre part, la projection de (ξ', η', ζ') sur le plan tangent à la surface S_{12} varie d'une manière continue lorsqu'on traverse cette surface. On en conclut sans peine l'égalité

$$(16)\quad \alpha'_1 \xi'_1 + \beta'_1 \eta'_1 + \gamma'_1 \zeta'_1 + \alpha'_2 \xi'_2 + \beta'_2 \eta'_2 + \gamma'_2 \zeta'_2 = (\mathfrak{N}'_1 + \mathfrak{N}'_2)(a_1 \alpha'_1 + b_1 \beta'_1 + c_1 \gamma'_1).$$

Mais, en vertu des égalités (15), la grandeur $(\alpha'_1, \beta'_1, \gamma'_1)$ est perpendiculaire au plan mené par la grandeur (P'_1, Q'_1, R'_1) et par la normale n_1 à la surface S_{12}; on a donc

$$(17)\qquad a_1 \alpha'_1 + b_1 \beta'_1 + c_1 \gamma'_1 = 0.$$

L'égalité (12) nous démontre que $K\Phi'$ varie d'une manière continue à travers la surface de contact de deux diélectriques.

Enfin, l'égalité (7) de notre Note du 20 mars [1] nous apprend qu'en tout point de la surface S_{12} qui sépare deux diélectriques 1 et 2, on a

$$(18)\quad \begin{aligned} 4\pi\varepsilon\left(K_1 \frac{\partial \Phi'}{\partial n_1} + K_2 \frac{\partial \Phi'}{\partial n_2}\right) - a_1 \xi'_1 - b_1 \eta'_1 - c_1 \zeta'_1 - a_2 \xi'_2 - b_2 \eta'_2 - c_2 \zeta'_2 \\ = 4\pi\varepsilon\left(K_1 \frac{\partial \Phi'}{\partial n_1} + K_2 \frac{\partial \Phi'}{\partial n_2}\right) - (\mathfrak{N}'_1 + \mathfrak{N}'_2) = 0. \end{aligned}$$

Si, dès lors, pour chacun des corps homogènes qui constituent le système, nous écrivons une égalité semblable à l'égalité (8), et si nous ajoutons toutes ces égalités membre à membre, nous verrons disparaître les intégrations relatives aux surfaces qui séparent les uns des autres nos

---

[1] *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 413.

divers diélectriques; il nous restera une égalité de la forme

$$(19)\qquad \int H\,d\Sigma + \int J_1\,d\varpi_1 + \int J_2\,d\varpi_2 + \ldots - \frac{1}{\tau^2}\left(\int U_1\,d\varpi_1 + \int U_2\,d\varpi_2 + \ldots\right) = 0,$$

Σ étant la surface qui borne le système.

4. Supposons qu'en tout point de la surface Σ, on se donne la fonction potentielle électrostatique W et les trois composantes L, M, N du champ magnétique; en vertu des égalités (12) et (13), cela revient à se donner W', W'', P', P'', Q', Q'', R', R''. L'oscillation électrique sur le système sera-t-elle déterminée sans ambiguïté? L'égalité (19) nous montre qu'elle le sera, à moins que la période τ ne vérifie l'égalité suivante :

$$(20)\qquad \int J_1\,d\varpi_1 + \int J_2\,d\varpi_2 + \ldots - \frac{1}{\tau^2}\left(\int U_1\,d\varpi_1 + \int U_2\,d\varpi_2 + \ldots\right) = 0.$$

Dans cette égalité, figurent des fonctions Φ', P', Q', R' qu'il faut supposer assujetties aux conditions suivantes :

1° En tout point d'un diélectrique homogène, la fonction Φ' vérifie l'équation (3), tandis que les fonctions P', Q', R' vérifient les équations (4) et (5).

2° A la surface de séparation de deux diélectriques, le produit $K\Phi'$ varie d'une manière continue.

3° La grandeur (KP', KQ', KR') se projette, sur le plan tangent à cette surface, suivant une grandeur qui varie d'une manière continue.

4° Le long d'une telle surface, la fonction Φ' et les combinaisons ξ', η', ζ' formées au moyen des dérivées partielles de cette fonction et des fonctions P', Q', R' vérifient la condition (18).

5° Au travers d'une telle surface, la composante tangentielle de la grandeur (ξ', η', ζ') varie d'une manière continue.

6° En tout point de la surface Σ qui borne le système, on a

$$(21)\qquad \Phi' = 0, \qquad P' = 0, \qquad Q' = 0, \qquad R' = 0.$$

Toute valeur de τ qui remplit ces conditions est une *période propre* du système.

Pour démontrer l'existence de ces périodes propres, en nombre illimité, et en assigner la valeur, on peut, à partir de l'égalité (20), appliquer une méthode bien connue dont H. Poincaré a fait, en particulier, un très fréquent usage; les objections qu'on peut dresser contre la rigueur de cette méthode sont aussi très connues.

5. On verrait également sans peine de quelle manière se pourraient définir ici des *fonctions fondamentales* à l'aide desquelles se construiraient des développements en séries, ordonnées suivant les puissances de $\frac{1}{\tau^2}$, aptes à représenter Φ', P', Q', R'; mais il serait sans doute extrêmement difficile de démontrer, d'une manière rigoureuse, l'existence de ces fonctions fondamentales et la convergence de ces séries.

6. Nous venons de considérer les vibrations propres pour lesquelles on a, en tout point de la surface Σ qui borne le système, les quatre égalités

$$\Phi' = 0, \qquad P' = 0, \qquad Q' = 0, \qquad R' = 0. \tag{21}$$

Mais on pourrait aussi considérer des vibrations propres pour lesquelles on aurait, en tout point de la surface Σ, les quatre égalités

$$\Phi' = 0, \qquad \xi' = 0, \qquad \eta' = 0, \qquad \zeta' = 0, \tag{22}$$

ou bien encore des vibrations propres pour lesquelles on aurait, en tout point de la surface Σ,

$$\frac{\partial \Phi'}{\partial n} = 0, \qquad \xi' = 0, \qquad \eta' = 0, \qquad \zeta' = 0. \tag{23}$$

En général, une même période propre ne se rencontre pas, à la fois, dans deux de ces trois catégories; lors même qu'elle s'y rencontrerait, elle ne correspondrait pas, en général, dans ces deux catégories, à une même vibration propre. En effet, aucun des trois groupes d'égalités (21), (22), (23) n'est, en général, conséquence d'aucun des trois autres.

M. Gaston Bonnier fait hommage à l'Académie d'une Notice, dont il est l'auteur, sur *La vie et les travaux de Jean Daniel*, lieutenant d'artillerie, tombé au champ d'honneur en Champagne, le 24 septembre 1915, quelques jours après avoir donné le bon à tirer d'un très important Mémoire sur la structure du bois chez les Dicotylédones, arbres et plantes. Ce Mémoire devait constituer une Thèse de doctorat ès sciences que l'auteur aurait soutenue en Sorbonne à sa prochaine permission. Indépendamment de ce travail anatomique considérable, illustré de 120 figures dessinées par l'auteur et de 56 planches hors texte, Jean Daniel avait publié diverses recherches sur la Géographie botanique, sur les Champignons et sur l'hérédité du curieux phénomène des xénies. C'est un travailleur de

grand avenir qui vient d'être enlevé à la Science par la terrible catastrophe qui s'abat sur l'humanité presque tout entière. Le Mémoire de Jean Daniel a été examiné par les Professeurs de la Faculté des Sciences qui avaient été désignés pour sa thèse, et les membres du jury, à l'unanimité, en ont apprécié l'intérêt et l'importance, déclarant que cette thèse aurait obtenu la plus haute mention pouvant être décernée par la Faculté. Ce fut là le premier exemple d'une thèse posthume en Sorbonne.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur les congruences C dont l'une des surfaces focales est une quadrique.* Note de M. C. Guichard.

Je vais d'abord indiquer des problèmes équivalents au problème posé. Soit Δ une droite, tangente au point Q à une quadrique (Q); si cette droite Δ décrit une congruence C, cette droite est l'axe d'un cercle Γ qui décrit un système de Ribaucour, c'est-à-dire que les cercles Γ sont normaux à une infinité de surfaces. Le plan du cercle Γ enveloppe une surface (S), soit P le point de contact. Le réseau (P) est un réseau C; la surface S est applicable sur une surface (S_1), le réseau (P) correspondant à un réseau (P_1) de S_1. On sait que si l'on fait rouler (S_1) sur (S), la droite Δ est la position que vient occuper la perpendiculaire Δ_1 menée d'un point fixe au plan tangent à (S_1) en P_1. On est donc ramené au problème suivant :

Trouver deux surfaces applicables (S) et (S_1) *telles que, si* P *et* P_1 *sont deux points correspondants de ces surfaces;* Δ_1 *la perpendiculaire menée d'un point fixe au plan tangent de* (S_1) *en* P_1; Δ *la position que vient occuper* Δ_1 *quand on fait rouler* (S_1) *sur* (S), *toutes les droites* Δ *soient tangentes à une quadrique fixe.*

Soit maintenant (M) un réseau O harmonique à Δ; la droite MQ est une tangente de ce réseau, je supposerai que MQ est la première tangente; cette droite MQ décrit une congruence qui découpe sur la quadrique un réseau (Q); réciproquement si la première tangente d'un réseau O découpe sur la quadrique un réseau (Q), la seconde tangente du réseau (Q) est harmonique à un réseau O et par conséquent décrit une congruence C. On est donc ramené au problème suivant :

Trouver une surface (M) *telle que les tangentes aux lignes de courbure d'une série découpent sur la quadrique un réseau.*

Ribaucour a démontré que si, à l'entrée, les droites d'une congruence découpent un réseau sur une quadrique, il en est de même à la sortie. Cette remarque donne une transformation du problème, transformation sur laquelle je n'insiste pas, car elle fait partie des transformations déduites de la théorie générale des réseaux O associés.

Je vais montrer comment on peut déterminer ces surfaces (M) : soient

$$\Delta = \begin{vmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 \\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \\ \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_3 \end{vmatrix}$$

le déterminant orthogonal qui correspond à la surface (M); a, b, m, n les rotations de ce déterminant. La première tangente du réseau (M) a pour cosinus directeurs β_1, β_2, β_3. Cette droite MQ décrit une congruence qui, en général, est 4 O, puisqu'elle est conjuguée au réseau (Q) qui est 5 O. Il existe donc quatre fonctions ξ_1, ξ_2, ξ_3, ξ_4 de u et v telles que

$$\xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2 + \xi_4^2 = \beta_1^2 + \beta_2^2 + \beta_3^2 = 1;$$

les fonctions ξ satisfaisant à la même équation de Laplace que les fonctions β, c'est-à-dire à l'équation

$$(1) \qquad \frac{\partial^2 \beta}{\partial u \, \partial v} = \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial u} \frac{\partial \beta}{\partial v} + mn\beta.$$

Il résulte de là que les quantités ξ forment la troisième ligne d'un déterminant O de l'espace à quatre dimensions. Soient

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \\ \xi_1 & \xi_2 & \xi_3 & \xi_4 \\ \eta_1 & \eta_2 & \eta_3 & \eta_4 \end{vmatrix}$$

ce déterminant; A, B, E, F, M, N ses rotations. Les fonctions ξ sont des solutions de l'équation

$$(2) \qquad \frac{\partial^2 \xi}{\partial u \, \partial v} = \frac{1}{N} \frac{\partial N}{\partial u} \frac{\partial \xi}{\partial v} + MN\xi.$$

Pour que l'équation (2) soit identique à l'équation (1) il faut poser

$$(3) \qquad M = \frac{1}{V} m, \qquad N = Vn.$$

V étant une fonction de v seul; on est conduit à représenter les rotations

de Δ_1 par

(4) $$A = a_1, \quad F = a_2, \quad B = b_1 V, \quad F = b_2 V.$$

Les fonctions a et b satisfont alors aux équations

(5) $$\frac{\partial a_i}{\partial v} = b_i m, \quad \frac{\partial b_i}{\partial u} = a_i n.$$

De plus, pour que parmi les réseaux conjugués à MQ se trouve un réseau parallèle à ceux qui sont tracés sur une quadrique, il faut qu'il existe deux relations linéaires entre les quantités β et ξ. Nous les écrirons sous la forme

(6) $$\xi_1 = \omega_1 \beta_1, \quad \xi_2 = \omega_2 \beta_2,$$

ω_1 et ω_2 étant des constantes. Cela posé j'écris

(7) $$X_i = x_i + i y_i$$

et je détermine Y_1, Y_2, Y_3 par les quadratures

(8) $$\frac{\partial Y_i}{\partial u} = (a_1 + i a_2)\beta_i, \quad \frac{\partial Y_i}{\partial v} = (b_1 + i b_2)\gamma_i$$

et je pose

(9) $$Y_3 + i Y_4 = Y_1^2 + Y_2^2 + Y_3^2, \quad Y_3 - i Y_4 = -1.$$

Les quantités X et Y satisfont à la même équation de Laplace et l'on a

(9) $$\begin{cases} X_1 = \omega_1 Y_1, \quad X_2 = \omega_2 Y_2, \\ \Sigma X_i^2 = \Sigma Y_i^2 = 0. \end{cases}$$

Je pose

(10) $$\theta = X_3 + i X_4, \quad y_i = \frac{Y_i}{\theta}, \quad x'_1 = \frac{X_1}{\theta}, \quad x'_2 = \frac{X_2}{\theta}.$$

Le point (x'_1, x'_2) décrit un réseau O, associé au point qui a pour coordonnées $(y_1, \ldots, y_5)$; on a évidemment

$$x'_1 = \omega_1 y_1, \quad x'_2 = \omega_2 y_2.$$

On aura donc les équations

(11) $$\begin{cases} dy_1^2 + dy_2^2 + dy_3^2 + dy_4^2 + dy_5^2 = h^2 du^2 + l^2 dv^2, \\ \omega_1^2 dy_1^2 + \omega_2^2 dy_2^2 = h^2 du^2 + l^2 v^2 dv^2. \end{cases}$$

On en déduit

(12) $$\begin{cases} dy_3^2 + dy_4^2 + dy_5^2 + \left(1 - \dfrac{\omega_1^2}{\omega_2^2}\right) dy_1^2 = h^2\left(1 - \dfrac{1}{\omega_2^2}\right) du^2 + l^2\left(1 - \dfrac{v^2}{\omega_2^2}\right) dv^2, \\ dy_3^2 + dy_4^2 + dy_5^2 + \left(1 - \dfrac{\omega_2^2}{\omega_1^2}\right) dy_2^2 = h^2\left(1 - \dfrac{1}{\omega_1^2}\right) du^2 + l^2\left(1 - \dfrac{v^2}{\omega_1^2}\right) dv^2. \end{cases}$$

Ces formules montrent que le point (y_3, y_4, y_5) décrit, dans l'espace ordinaire, un réseau qui est deux fois 2O; on sait que ces systèmes se déduisent facilement des systèmes O, 3O.

Le problème revient à la recherche des systèmes O, 3O *de l'espace ordinaire quand* U *se réduit à une constante.*

J'écris l'équation de la quadrique

$$\frac{x_1^2}{a_1} + \frac{x_2^2}{a_2} + \frac{x_3^2}{a_3} = 1.$$

Faisons la transformation homographique

$$y_1 = \frac{x_1}{\sqrt{a_1}}, \qquad y_2 = \frac{x_2}{\sqrt{a_2}}, \qquad y_3 = \frac{x_3}{\sqrt{a_3}}.$$

La quadrique Q se transforme en une sphère Q_1; le réseau tracé sur cette sphère est un réseau orthogonal. Soient

$$\Delta' = \begin{vmatrix} \alpha_1' & \alpha_2' & \alpha_3' \\ \beta_1' & \beta_2' & \beta_3' \\ \gamma_1' & \gamma_2' & \gamma_3' \end{vmatrix}$$

le déterminant orthogonal correspondant; a', b', m', n' ses rotations. Les cosinus directeurs de la seconde tangente à Q_1 sont γ_1', γ_2', γ_3'; les paramètres directeurs de la seconde tangente au réseau Q seront donc

$$\sqrt{a_1}\gamma_1', \quad \sqrt{a_2}\gamma_2', \quad \sqrt{a_3}\gamma_3'.$$

Ces paramètres satisfont à l'équation

$$(13) \qquad \frac{\partial^2 \gamma'}{\partial u\, \partial v} = \frac{1}{m^2}\frac{\partial m'}{\partial v}\frac{\partial \gamma'}{\partial u} + m'n'\gamma'.$$

En écrivant que la seconde tangente du réseau Q est une congruence C, on aura

$$a_1\gamma_1'^2 + a_2\gamma_3'^2 + a_3\gamma_3'^2 = m'^2 U^2 + V^2.$$

Par un choix convenable de la variable u, on peut réduire U à l'unité. On a donc

$$(14) \qquad a_1\gamma_1'^2 + a_2\gamma_2'^2 + a_3\gamma_3'^2 = m'^2 + V^2,$$

d'où

$$(15) \qquad (a_1+\lambda)\gamma_1'^2 + (a_2+\lambda)\gamma_2'^2 + (a_3+\lambda)\gamma_3'^2 = m'^2 + V^2 + \lambda.$$

ce qui montre que

$$\sqrt{a_1+\lambda}\,\gamma'_1, \quad \sqrt{a_2+\lambda}\,\gamma'_2, \quad \sqrt{a_3+\lambda}\,\gamma'_3$$

sont les paramètres directeurs d'une congruence C. Il en résulte que le point $Q_2(z_1, z_2, z_3)$ où

$$(16) \qquad z_1=\sqrt{\frac{a_1+\lambda}{a_1}}x_1, \qquad z_2=\sqrt{\frac{a_2+\lambda}{a_2}}x_2, \qquad z_3=\sqrt{\frac{a_3+\lambda}{a_3}}x_3$$

décrit un réseau, dont la seconde tangente décrit une congruence C; le point Q_2 est situé sur la quadrique

$$\frac{z_1^2}{a_1+\lambda}+\frac{z_2^2}{a_2+\lambda}+\frac{z_3^2}{a_3+\lambda}=1.$$

A chaque solution du problème pour la quadrique Q on fait correspondre une solution pour une quadrique homofocale à l'aide de la transformation homographique (16).

La transformation homographique qui transforme Q en une sphère Q_1, transforme M en un réseau (M_1); ce réseau M_1 est parallèle à un réseau de la quadrique Γ

$$a_1X_1^2+a_2X_2^2+a_3X_3^2=1.$$

Il en résulte que, parmi les surfaces qui admettent le réseau Q_1 comme représentation de leurs lignes de courbure, il en existe une (N), telle que la droite D menée par N, parallèlement à M_1Q_1, soit tangente à la quadrique Γ. La congruence (D) est évidemment 2O; donc :

La recherche des congruences C dont une surface focale est la quadrique

$$\frac{x_1^2}{a_1}+\frac{x_2^2}{a_2}+\frac{x_3^2}{a_3}=1$$

est équivalente à la recherche des congruences 2O *dont une surface focale est la quadrique*

$$a_1x_1^2+a_2x_2^2+a_3x_3^2=1.$$

J'indiquerai une propriété de ces surfaces (N); soit P le second centre de courbure de N :

On peut d'une infinité de manières, par une transformation homographique qui conserve le plan de l'infini, transformer le réseau (P) *en un réseau* C. *Cette propriété est une propriété caractéristique des réseaux de centre de courbure parallèle à* (P).

Solutions particulières. — Le problème posé est du troisième ordre; on en connaît beaucoup de solutions particulières, je citerai les deux suivantes:

1° Si V se réduit à une constante, le problème est du deuxième ordre; on est ramené à la recherche des surfaces à courbure totale constante.

2° Les réseaux qui contiennent une série de géodésiques d'une quadrique donnent une solution particulière des systèmes O, 3O considérés dans cette Note; on aura ainsi des solutions du problème posé qui dépendent d'une équation du premier ordre.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Correspondant pour la Section de Médecine et Chirurgie, en remplacement de M. *Mosso*, décédé.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 30,

M. Bergonié	obtient	. . . .	16	suffrages
M. Grasset	»	. . . .	7	»
M. Morat	»	. . . .	6	»
M. Ch. Nicolle	»	. . . .	1	suffrage

M. Bergonié, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est élu Correspondant de l'Académie.

CORRESPONDANCE.

M. le Secrétaire perpétuel signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Bureau central de l'Association géodésique internationale. *Rapport sur les travaux du Bureau central de l'Association géodésique internationale en* 1915 *et programme des travaux pour l'exercice de* 1916.

2° *Influence du mode de vie sur la structure secondaire des Dicotylédones. Croissance et âge des plantes*, par Jean Daniel. (Présenté par M. G. Bonnier.)

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une équation intégrale de seconde espèce admettant les fonctions hypersphériques comme solutions fondamentales.* Note [1] de M. J. KAMPÉ DE FÉRIET, présentée par M. Appell.

Soit, dans un espace à $(n+2)$ dimensions où les coordonnées sont $z_1, \ldots, z_{n+2}$, l'hypersphère S

$$z_1^2 + \ldots + z_{n+2}^2 = 1;$$

la position d'un point M de S est donnée par les coordonnées $(x_1, \ldots, x_n, \varphi)$ ainsi définies [2] :

$$z_1 = x_1; \quad \ldots, \quad z_n = x_n; \quad z_{n+1} = \sqrt{X_n}\cos\varphi; \quad z_{n+2} = \sqrt{X_n}\sin\varphi$$
$$(X_n = 1 - x_1^2 - \ldots - x_n^2 \geqq 0;\ 0 \leqq \varphi \leqq 2\pi).$$

Une fonction hypersphérique $U(M) = U(x_1, \ldots, x_n, \varphi)$ est la valeur que prend en M un polynome homogène de degré μ, $H_\mu(z_1, \ldots, z_{n+2})$, vérifiant l'équation de Laplace, $\Delta^2 H_\mu = 0$. C'est une solution, régulière sur S, de l'équation

$$(1) \qquad \mathcal{E}(U) + \mu(\mu+n)U = 0,$$

où $\mathcal{E}(U)$ désigne le paramètre différentiel du deuxième ordre [3]

$$\mathcal{E}(U) \equiv \frac{1}{X_n}\frac{\partial^2 U}{\partial\varphi^2} + \sum_{k=1}^{k=n}\frac{\partial}{\partial x_k}\left[\frac{\partial U}{\partial x_k} - x_k\left(x_1\frac{\partial U}{\partial x_1} + \ldots + x_n\frac{\partial U}{\partial x_n}\right)\right].$$

Le point $M(x_1, \ldots, x_n, \varphi)$ étant considéré comme mobile, prenons sur S un point fixe $P(y_1, \ldots, y_n, \psi)$ et désignons par γ l'angle $\widehat{MOP}$,

$$\cos\gamma = x_1 y_1 + \ldots + x_n y_n + \sqrt{X_n}\sqrt{Y_n}\cos(\varphi - \psi)$$
$$(\text{où } Y_n = 1 - y_1^2 - \ldots - y_n^2 \geqq 0).$$

Soit $(\mathcal{A})$ le domaine de S pour lequel $\gamma > \gamma_0$; la relation $\gamma = \gamma_0$ définit une multiplicité $(\mathcal{B})$ à n dimensions qui limite le domaine $(\mathcal{A})$.

Les fonctions U et V étant régulières dans $(\mathcal{A})$ ainsi que leurs dérivées

---

[1] Séance du 8 mai 1916.

[2] Voir ma Thèse, *Sur les fonctions hypersphériques*, Paris, 1915, p. 9 et suiv.

[3] E. BELTRAMI, *Sulla teorica generale dei parametri differenziali* (*Memorie della Accademia delle Scienze dell' Istituto di Bologna*, 2e série, t. 8, p. 571).

jusqu'au deuxième ordre inclusivement, on a [1]

$$(2) \qquad \int_{(\mathcal{A})}^{n+1} [U\mathcal{L}(V) - V\mathcal{L}(U)]\, d\sigma_{n+1} = \int_{(\mathcal{B})}^{n} \left[V\frac{\partial U}{\partial \gamma_0} - U\frac{\partial V}{\partial \gamma_0} \right] \sin^n \gamma_0\, d\omega_n,$$

$d\sigma_{n+1}$ désignant l'élément d'aire de S et $\sin^n \gamma_0\, d\omega_n$ celui de $(\mathcal{B})$.

Prenons pour U une fonction hypersphérique et pour V une fonction dépendant de l'angle γ seulement et telle que

$$(3) \qquad \mathcal{L}(V_n) \equiv \frac{1}{\sin^n \gamma}\frac{d}{d\gamma}\left(\sin^n \gamma \frac{dV_n}{d\gamma}\right) = 1,$$

V_n étant régulière, sauf pour $\gamma = 0$ où

$$|\sin^n \gamma\, V_n|_{\gamma=0} = 0, \qquad -\left|\sin^n \gamma \frac{dV_n}{d\gamma}\right|_{\gamma=0} = \sqrt{\pi}\frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2}+1\right)}.$$

Si, dans la formule (2), nous faisons tendre γ_0 vers zéro, le domaine $(\mathcal{A})$ tend vers l'hypersphère S tout entière; or

$$\int_{(S)}^{n+1} U\,\mathcal{L}(V_n)\, d\sigma_{n+1} = 0$$

et

$$-\int_{(S)}^{n+1} V_n\,\mathcal{L}(U)\, d\sigma_{n+1} = \mu(\mu+n)\int_{(S)}^{n+1} V_n U\, d\sigma_{n+1}.$$

Donc à la limite

$$(4) \qquad 2\frac{\pi^{\frac{n}{2}+1}}{\Gamma\left(\frac{n}{2}+1\right)} U(P) = \mu(\mu+n)\int_{S}^{n+1} V_n U(M)\, d\sigma_{n+1}.$$

La fonction U apparaît ainsi comme une solution fondamentale, relative à la valeur caractéristique $\mu(\mu+n)$, de l'équation intégrale de deuxième espèce, étendue à l'hypersphère S, ayant pour noyau

$$\frac{1}{2}\Gamma\left(\frac{n}{2}+1\right)\pi^{-\left(\frac{n}{2}+1\right)} V_n.$$

Ce noyau, symétrique en $(x_1, \ldots, x_n, \varphi)$ et $(y_1, \ldots, y_n, \psi)$, s'obtient

---

[1] E. Beltrami, *loc. cit.*, p. 581.

facilement en posant $\cos^2 \frac{\gamma}{2} = \xi$; l'équation (3) devient

$$\xi^{\frac{1-n}{2}}(1-\xi)^{\frac{1-n}{2}} \frac{d}{d\xi}\left[\xi^{\frac{n+1}{2}}(1-\xi)^{\frac{n+1}{2}} \frac{dV_n}{d\xi}\right] = 1,$$

qui admet la solution régulière, sauf pour $\xi = 1$,

$$n V_n(\xi) = \int_0^1 \frac{1}{v}[(1-\xi v)^{-n} - 1](1-v)^{\frac{n-1}{2}} dv,$$

ou sous la forme d'une somme de n fonctions hypergéométriques

$$\frac{n(n+1)}{2} V_n(\xi) = \xi \sum_{k=1}^{k=n} F\left(k, 1, \frac{n+3}{2}, \xi\right).$$

Par exemple (¹), pour $n = 1$,

$$V_1(\xi) = \xi F(1, 1, 2, \xi) = \operatorname{Log} \frac{1}{\sin^2 \frac{\gamma}{2}};$$

pour $n = 2$,

$$3 V_2(\xi) = \xi F\left(1, 1, \frac{5}{2}, \xi\right) + \xi F\left(2, 1, \frac{5}{2}, \xi\right)$$
$$= \frac{3}{2}[1 + (\pi - \gamma) \cot \gamma].$$

D'une façon générale V_n s'exprime en fonction de γ et des lignes trigonométriques de γ sous deux formes différentes selon la parité de n.

(¹) Dans ce cas, qui est celui des fonctions sphériques ordinaires, le noyau V_1 était connu. — Conf. D. Hilbert, *Grundzüge einer allgemeinen Theorie der linearen Integralgleichungen* (*Göttinger Nachrichten*, 1904, p. 242).

ASTRONOMIE. — *Observations des comètes* 1915 *a* (*Mellish*) *et* 1915 *e* (*Taylor*), *faites à l'Observatoire d'Athènes, avec l'équatorial Doridis* (*Gautier* 0m,40). Note de M. **D. Eginitis**, présentée par M. Bigourdan.

Comète 1915 *a* (*Mellish*).

Dates. 1915.	Temps moyen d'Athènes.	Δα.	Δδ.	Nombre de comp.	α apparente.	Log. fact. parall.	δ apparente.	Log. fact. parall.	★.
	h m s	m s	′ ″		h m s		° ′ ″		
Déc. 27	10.28.40	−2.42,26	−3.49,9	8 : 8	3.31.55,12	$\bar{1}$,193	+ 8.56.14,7	0,604$_n$	1
» 28	10. 0. 7	−3.54,19	−7.33,5	7 : 7	3.31. 5,14	$\bar{1}$,039	+ 9.11.32,6	0,627$_n$	2
» 29	10. 6.12	−1.57,62	+4.27,7	10 : 10	3.30.16,85	$\bar{1}$,120	+ 9.27. 3,2	0,627$_n$	3
» 30	10.31.52	−3.52,33	−2.56,3	8 : 8	3.29.29,55	$\bar{1}$,280	+ 9.42.39,4	0,627$_n$	4

Comète 1915 *e* (*Taylor*).

1916.									
Fév. 1	11. 1.57	+1.43.28	+3.52,2	10 : 10	5.17.23,50	$\bar{1}$,473	+20.40.57,4	0,487$_n$	5

Positions des étoiles de comparaison.

★	Gr.	α moyenne 1915,0.	Réduction au jour.	δ moyenne 1915,0.	Réduction au jour.	Autorités.
		h m s	s	° ′ ″	″	
1	8,3	3.34.32,32	+ 5,06	+ 8.52. 4,3	−20,5	A.G. Leipzig, 1338
2	8,8	3.34.54,27	+ 5,06	+ 9. 3.38,6	−20,5	A.G. Leipzig, 1341
3	8,7	3.32. 9,41	+ 5,06	+ 9.31.10,4	−20,5	A.G. Leipzig, 1327
4	8,4	3.33.17,82	+ 5,06	+ 9.39.22,4	−20,7	A.G. Leipzig, 1333
		1916,0.		1916,0.		
5	8,0	5.15.38,00	+ 2,22	+20.44.42,3	− 7,3	A.G. Berlin B, 1714

Remarques. — 1° *Comète de Mellish.* — 1915 : Déc. 25. — La comète a l'aspect d'une nébulosité très faible ; on ne distingue point de noyau. Lune de 20 jours.

Déc. 27. — Même aspect, avec un éclat un peu plus vif que celui du 25 décembre.

Déc. 28. — La comète est très faible ; de temps en temps on distingue à peine un petit noyau.

Déc. 29. — Même aspect. Ciel pas très pur.

Déc. 30. — La comète a un éclat plus vif au commencement qu'à la fin de l'observation. Le noyau a paru d'abord comme une étoile de 10e grandeur, entourée d'une nébulosité très faible, à bords mal définis ; ensuite on ne distinguait qu'une condensation vers le centre de la nébulosité.

Déc. 31. — La comète est plus faible que la veille ; on ne distingue qu'une faible condensation autour du centre de la nébulosité.

1916 : Janv. 28. — La comète ne se distingue que par intervalles. Ciel pur.

Févr. 1er. — La comète est à peine visible ; elle a l'aspect d'une nébulosité extrêmement faible.

2° *Comète de Taylor.* — Févr. 1er. — La comète est de 11e grandeur; on distingue un petit noyau excentrique; la nébulosité, à bords mal définis, a une forme presque circulaire, avec une faible condensation autour du noyau.

Févr. 2. — La comète paraît plus faible que la veille. Le noyau ne se voit que de temps à autre; il est entouré d'une nébulosité dont les dimensions paraissent diminuées. Les nuages ont interrompu l'observation.

Mars 23. — La comète ne se voit qu'avec difficulté de temps en temps; le noyau a l'aspect d'une étoile de grandeur 12-12,5.

Mars 24. — Même aspect; on ne distingue plus le noyau.

Ces observations ont été faites à l'aide de MM. Plakidis et Zaglakidis.

MÉCANIQUE. — *Sur une machine à sténographier pour aveugles.* Note de M. **Pierre Villey**, présentée par M. Émile Picard.

Le système d'écriture Braille, employé par les aveugles et constitué de signes formés au maximum de six points saillants, ne semble pas à première vue se prêter à l'établissement d'une sténographie pratique. On a pu, avec des machines à six poinçons actionnés par autant de touches correspondantes, et imprimant des points sur une bande courante afin d'éviter la perte de temps que représente la mise à la ligne, accélérer notablement l'écriture : chaque lettre est obtenue par une seule frappe du clavier au lieu de nécessiter un nombre de coups de poinçon qui varie de un à six pour les divers signes alphabétiques dans l'écriture à la main. La vitesse ainsi réalisée est à peine celle de l'écriture ordinaire des voyants.

Pour réaliser une véritable sténographie, il faut adopter des signes syllabiques, et, comme conséquences, multiplier le nombre des poinçons de la machine, et les distribuer en trois groupes correspondant aux trois parties d'une syllabe : consonnes initiales, voyelles, consonnes finales. Il est à propos d'accentuer encore cette multiplication au delà des besoins de la notation de la syllabe, afin de représenter les sons par des signes formés d'aussi peu de points que possible, et d'éviter ainsi les frappes complexes qui ralentissent l'écriture.

Or, l'expérience de la lecture tactile amène à deux remarques importantes : d'une part le champ de tactilité pratique du doigt ne dépasse pas de beaucoup les dimensions du rectangle à six points qui constitue le signe générateur de Braille; d'autre part, le doigt apprécie très mal la valeur de points isolés et ne juge facilement que les rapports géométriques entre plusieurs reliefs assez rapprochés pour être perçus simultanément.

Cette opposition entre les desiderata de l'écriture et de la lecture peut être très simplement levée par l'adjonction d'un repère en relief, automatiquement imprimé par la machine elle-même dans chaque signe syllabique. L'espace à explorer se trouve par là subdivisé pour le doigt, et la valeur de chaque point est déterminée par sa position par rapport au repère fixe.

Ces principes admis, le nombre des poinçons et leur disposition doivent être discutés soigneusement, tant au point de vue phonétique qu'au point de vue mécanique, et soumis à une expérimentation méthodique, en vue de l'adoption définitive de la combinaison la plus avantageuse.

Dans une brochure publiée à ce sujet en avril 1914 pour être soumise à la Conférence Valentin Haüy, et où je posais les principes de cette méthode sténographique, j'ai, par exemple, étudié en détail des combinaisons comportant 16 et 12 poinçons. Au cours de l'exécution d'une machine mise en construction au mois de mai 1914, j'ai été amené à tenter d'abord un dispositif à 20 poinçons : ce dispositif, avec un clavier qui reste d'un maniement extrêmement facile comme le prouve la pratique des machines à sténographier pour les voyants, permet de réduire au minimum le nombre des frappes, et dans chaque frappe le nombre des points. Ainsi, pour écrire la phrase « C'est un métier que de faire un Livre », il ne faut que 20 points en 9 frappes.

J'ai, d'autre part, remplacé le repère unique par deux repères : les points représentant les consonnes initiales viennent se placer autour du premier; les voyelles et les consonnes finales auprès du second. Ces deux parties de la syllabe, imprimées d'une même frappe, s'inscrivent sur la bande à quelque distance l'une de l'autre et sur deux lignes superposées de manière que la bande ne s'allonge pas outre mesure et pour que les deux index puissent concourir simultanément à la lecture.

La réalisation de cette machine a été beaucoup retardée par les événements mêmes qui ne la mettent hélas! que trop à l'ordre du jour. Je compte qu'elle va être très prochainement terminée et soumise à l'expérience. D'autre part le lieutenant Muller vient de réaliser une machine à dix poinçons, très bien conçue au double point de vue mécanique et phonétique. Aussi l'expérimentation va pouvoir se faire dans de bonnes conditions. D'ores et déjà une longue pratique de cette sténographie (système à 12 points), dont je fais usage au poinçon depuis deux ans à l'aide d'un appareil spécialement construit à cet effet, garantit les meilleurs résultats.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les conséquences de l'assimilation des dissolutions réversibles aux vapeurs saturées.* Note [1] de M. **Alb. Colson.**

Une solubilité est réversible quand un corps dissous à saturation entre les températures T_0 et T_1 se dépose identiquement et sous le même état physique dès que la température revient de T_1 à T_0. Cette condition est indispensable, je l'ai dit [2], pour que la thermodynamique régisse les phénomènes de solubilité, et pour que l'assimilation des dissolutions saturées aux vapeurs saturées, invoquée par Van't Hoff, fournisse un fil conducteur précieux et solide, quand elle est rigoureusement faite. Cette réserve exige l'application intégrale des principes de l'énergétique qui, pour les vapeurs saturées, aboutit à l'équation de Clapeyron

$$L\,dT = AT(V - U)\,dp.$$

En outre, au lieu de supposer $U = 0$, ce qui supprime le caractère rationnel de cette égalité, comme je l'ai dit (*loc. cit.*, p. 122), puis d'aggraver cette faute en appliquant ensuite à cette formule tronquée la loi des gaz $PV = RT$, alors qu'il s'agit de vapeurs saturées régies par une tout autre loi, il faut simplement adapter les termes de la formule de Clapeyron aux phénomènes dont on admet l'assimilation. Dans ces conditions le travail $(V - U)\,dp$, réalisable dans une machine de Carnot, s'applique à l'expansion $V - U$ du solide dans le solvant effectuée à température constante T, la pression extérieure p étant égale à la pression osmotique de la solution saturée à T, et la chaleur d'expansion moléculaire L étant la chaleur moléculaire de saturation sous cette pression p. Telle est l'harmonie des termes indispensable pour que la formule de Clapeyron, expression des principes de l'énergétique, s'adapte aux dissolutions.

Remarque. — La substitution de la chaleur d'équilibre ρ à la chaleur de saturation L exigerait que l'expansion correspondante du solide dans une solution presque saturée, se fît, non plus sous la pression osmotique p, mais sous la différence $p - p_0$ de deux pressions osmotiques voisines correspondant respectivement au passage d'une solution presque saturée à l'état de saturation; mais revenons au parallélisme direct entre les vapeurs saturées et les dissolutions saturées.

---

(1) Séance du 8 mai 1916.

(2) *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 122.

Conséquences. — 1° Dans l'équation de Clapeyron dont les facteurs viennent d'être définis, introduisons le volume V_1 du liquide capable de dissoudre une molécule de sel à saturation. La formule des dissolutions réversibles prendra la forme

$$L\,dT = AT[(V - V_1 - U) + V_1]\,dp,$$

dans laquelle $(V - V_1 - U)$ représente la contraction de volume ε résultant du changement d'état : volume liquide final — volume initial du liquide et du sel. Outre que la mise en évidence de cette contraction fait entrevoir une continuité insoupçonnée entre la fusion et la dissolution, la formule montre immédiatement pourquoi, à l'inverse des phénomènes de fusion où ε règle le sens du changement d'état par la compression, comme l'a démontré J. Thomson, il importe peu aux phénomènes de dissolution que ε soit positif ou négatif. C'est que la grandeur de ε est négligeable par rapport au volume V_1 du dissolvant, à ce point que l'allure de la quantité L est la même pour AzH^4Cl où ε est positif que pour les autres sels, où ε est négatif, comme je l'ai montré (*Comptes rendus*, t. 161, 1915, p. 458).

2° *Décalage des zéros.* — D'une part, pour Van 't Hoff (*Chim. phys.*, t. I, p. 31) et pour tout le monde, le volume V_1 nécessaire pour dissoudre une molécule solide est inversement proportionnel à la concentration C; d'autre part, p étant la pression osmotique, $\frac{dp}{dT}$ est assimilé à $\frac{dC}{dT}$ par Chwolson [*Traité de Physique* (Traduction Cosserat), t. 3, p. 939]. Cette assimilation, légitime pour les non-électrolytes, donne à l'équation des dissolutions réversibles non dissociées les formes successives :

$$L\,dT = AT(V_1 + \varepsilon)\,dp = KT\left(\frac{1}{C} + \varepsilon\right)dC.$$

Négligeant ε et supposant L constant, on en tirerait $C = C_0 T^{\frac{L}{K}}$.

Généralement L n'est pas constant et dp n'est point assimilable à dC, et l'on doit s'en tenir à l'équation différentielle primitive. Celle-ci indique que si L s'annule à une température $T + dT$, l'accroissement dp s'annule aussi. Mais p est une fonction de deux variables : concentration et température; de sorte que, dp étant la somme de deux termes $\frac{\partial p}{\partial C}\,dC + \frac{\partial p}{\partial T}\,dT$, quand dp est nul, dC ne l'est pas.

Pour bien me faire comprendre de tous les chimistes, je rappellerai

qu'à une température fixe T, la concentration C (ou la solubilité S) est absolument déterminée par le nombre n des molécules chimiques dissoutes dans 1^l d'eau (Van't Hoff, *loc. cit.*); tandis que la pression osmotique p dépend à la fois de molécules et d'autres particules (les ions d'Arrhénius) dont la somme est $i+n$, la fraction i variant avec la température sans rester proportionnelle à n. D'où il résulte que, pour un même accroissement dT de la température, $dC = dn$; tandis que dp est égal à $di + dn$. Par conséquent, quand L et dp sont nuls, le maximum de concentration déterminé par $dC = 0$ n'est pas atteint, puisque entre dC et dp, il existe une différence réelle di.

L'analyse précédente a sur un résultat de calcul l'avantage de montrer que le décalage des zéros ($dC = 0$ et $L = 0$) tient à la différence des deux fonctions C et p de la température dont les courbes représentatives ne peuvent être amenées à coïncider. Cette analyse s'étend au remplacement de la chaleur de saturation L par la chaleur d'équilibre ρ. Il est évident qu'un décalage entre $\rho = 0$ et $dC = 0$ résulte nécessairement de ce que C, représentant alors la solubilité dans une solution presque saturée, est fonction de n, tandis que la différence $p - p_0$ qui, d'après la remarque ci-dessus, correspond à C, est une fonction de $n + i$ différant de la première. D'où résulte la vérification suivante qui sanctionne les conclusions de mes Notes antérieures :

Vérification. — Le gypse fournit un des rares exemples d'un véritable maximum de solubilité : entre 0° et 99°; il se dépose à l'état de gypse de toutes ses dissolutions (Marignac), à l'encontre du sulfate de soude hydraté qui, perdant son eau au-dessus de 33° (Gay-Lussac), ne conserve pas son état initial. De plus, la solubilité du gypse ne dépassant guère 2^g par litre, sa chaleur d'équilibre ρ correspond à une pression p voisine de la pression ordinaire, sous laquelle les nombres suivants, observés par Berthelot en partant de solutions sursaturées, montrent que ρ s'annule à 23° (*Méc. chim.*, t. I, p. 131) :

$$-\rho = +360^{cal} \text{ à } 14^\circ; \quad 0^{cal} \text{ à } 23^\circ; \quad -240^{cal} \text{ à } 31^\circ.$$

Au contraire, le maximum de solubilité correspondant à $dC = 0$, se trouve au-dessus de 32°; car, d'après les expériences de Marignac (*Ann. Chim. et Phys.*, t. I, 1874, p. 274), 1^g de gypse se dissout sous la pression ordinaire :

A la température de	0°	24°	32°	38°	41°	53°	86°
Dans un volume d'eau de ...	525^{cm^3}	479^{cm^3}	470^{cm^3}	466^{cm^3}	468^{cm^3}	474^{cm^3}	528^{cm^3}

Observés par de tels Maîtres en dehors de toute préoccupation théorique, ces nombres, qui ne comportent certes pas une erreur de 10° dans un intervalle de 14° à 31°, apportent à mes affirmations un appui solide.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Expression complète de la chaleur de dissolution réversible dans un liquide volatil.* Note de M. C. RAVEAU.

Soit, sous la pression P, une solution saturée formée par l'union de la masse 1 d'un liquide volatil avec la masse s d'un solide (pris sous l'état où il est en équilibre réversible avec la solution). Décrivons le cycle fermé suivant, isotherme et réversible :

1° Séparons le liquide en deux portions. De l'une d'elles extrayons, en utilisant l'influence de la pression sur la solubilité, une masse ds de sel et faisons-la passer dans la seconde (qui se trouvera sursaturée) ;

2° Abaissons la pression extérieure jusqu'à f, tension de vapeur du dissolvant pour la concentration s;

3° Par vaporisation et condensation faisons passer, de la première portion à la seconde, la masse $\frac{ds}{s}$ de dissolvant, de façon à revenir de part et d'autre au titre initial;

4° Revenons à la pression initiale P.

Appelons :

V, v le volume spécifique de la vapeur du dissolvant et celui du dissolvant dans la dissolution, sous la pression f, la concentration étant s;

Φ, φ_0 le volume spécifique du solide en équilibre avec la dissolution et celui du même corps dans la dissolution, sous la pression P, la concentration étant s;

φ le volume du solide dans la dissolution sous une pression quelconque ;

l'application du principe de Carnot fournit la condition

$$\frac{(\Phi-\varphi_0)}{\left(\frac{ds}{dP}\right)_T}+\frac{1}{s}(V-v)\left(\frac{\partial f}{\partial s}\right)_T+\int_P^f\frac{\partial\varphi}{\partial s}dp=0,$$

qui devient, quand on introduit, par l'intermédiaire de la formule de Clapeyron, la chaleur de dissolution réversible L :

$$\frac{L}{ET}=\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_P\left[\frac{1}{s}(V-v)\left(\frac{\partial f}{\partial s}\right)_T+\int_P^f\frac{\partial\varphi}{\partial s}dp\right].$$

En réduisant le second membre à son premier terme, on néglige uniquement *la contraction qui accompagne le mélange de deux solutions voisines de la saturation*. La formule ainsi simplifiée reste rigoureusement exacte sous la pression d'équilibre simultané des trois phases solide, liquide et gazeuse.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la formation des bases pyridiques à partir des albuminoïdes*. Note [1] de M. L.-C. **Maillard**, transmise par M. Armand Gautier.

Dans une Note récente, MM. Amé Pictet et Tsan Quo Chou [2] relatent la formation de bases pyridiques et isoquinoléiques par condensation de l'aldéhyde formique naissant avec les produits d'hydrolyse acide de la caséine. Cette expérience m'intéresse d'autant plus qu'elle corrobore l'une des conclusions auxquelles je suis arrivé il y a quelques années.

J'ai montré [3] que les acides aminés (produits d'hydrolyse des albuminoïdes) se condensent, avec une extrême facilité, avec la fonction aldéhydique des sucres, et que les produits de condensation (matières humiques) fournissent abondamment des *bases pyridiques* lorsqu'on les soumet à la pyrogénation. Les circonstances qui m'ont fait abandonner, depuis vingt et un mois, le travail scientifique, et qui m'empêcheront, longtemps peut-être, de retrouver mes notes de laboratoire antérieures à la guerre, ne me permettent pas de donner, comme MM. Amé Pictet et Tsan Quo Chou, les caractères individuels des bases distillées. Mais on voit que l'expérience de ces deux savants est exactement parallèle aux miennes, sauf qu'ils remplacent mes aldéhydes-alcools par le simple méthanal et mes amino-acides individuels par le mélange global des produits d'hydrolyse.

Les conclusions de MM. Amé Pictet et Tsan Quo Chou sont conformes aux miennes, et c'est sans doute fortuitement qu'ils ont omis de le signaler. Je suis d'ailleurs bien convaincu que l'ensemble de mes travaux sur la condensation des sucres avec les molécules aminées n'a pu encore parvenir à la connaissance de M. Amé Pictet, si j'en juge par une intéressante con-

---

(1) Séance du 8 mai 1916.

(2) *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 127.

(3) L.-C. Maillard, *Genèse des matières protéiques et des matières humiques*. Paris, Masson, 1913. — *Origine des bases cycliques du goudron de houille* (*Comptes rendus*, t. 157, 1913, p. 850).

férence faite par lui en 1915 sur la structure moléculaire et la vie ([1]). On y trouve une allusion aux matières humiques, envisagées comme produits d'oxydation incomplète de la cellulose : or cette conception est en harmonie avec l'état ancien de nos connaissances, mais elle ne peut plus être maintenue depuis que j'ai démontré que l'oxydation n'intervient en aucune façon dans la genèse des matières humiques, que l'azote est *indispensable* à leur formation et qu'elles se constituent précisément par union de la fonction azotée avec la fonction aldéhydique.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'acide diphénylpyruvique.* Note de Mlle R. **Hemmerlé**, présentée par M. Moureu.

Bien que l'acide phénylpyruvique libre et cristallisé doive être représenté par la formule énolique

$$C^6H^5—CH=COH—CO^2H,$$

comme nous l'avons démontré avec M. J. Bougault ([2]), il se transforme sous des influences très faibles en acide α-cétonique et réagit souvent sous cette forme.

J'ai recherché si, comme la plupart des acides α-cétoniques, il pouvait se combiner à lui-même, par aldolisation, pour donner un acide diphénylpyruvique,

$$\begin{array}{l} C^6H^5—CH^2—COH—CO^2H \\ \qquad\qquad\qquad\quad | \\ \qquad\quad C^6H^5—CH—CO—CO^2H. \end{array}$$

L'expérience a montré qu'il en était ainsi.

I. Cette condensation peut se faire à partir de l'acide lui-même et au moyen de la soude diluée, mais les rendements sont faibles.

On réussit mieux en partant des éthers de l'acide phénylpyruvique. J'ai préparé dans ce but les éthers méthylique et éthylique qui fondent respectivement à 75° et 45°. Ces éthers, condensés par la soude aqueuse, l'ammoniaque ou même le bicarbonate de potasse, donnent de bons rendements en acide diphénylpyruvique. Avec le bicarbonate de potasse, on obtient, en outre de l'acide cherché, une quantité importante de l'éther méthylique

---

([1]) Voir *Revue scientifique*, 13-20 novembre 1915.

([2]) *Comptes rendus*, t. 160, 1915, p. 100.

(ou éthylique) de l'acide α-oxo-β-phényl-γ-benzyl-butyrolactone-γ-carbonique

$$\begin{array}{l} C^6H^5-CH^2-C-CO^2R \\ \qquad\qquad\quad | \quad \diagdown \\ \qquad\qquad\quad | \qquad O \\ \qquad\qquad\quad | \qquad\quad \diagdown \\ C^6H^5-CH-CO-CO \end{array} \qquad R = CH^3 \quad \text{ou} \quad C^2H^5.$$

L'éther méthylique fond à 160°, l'éther éthylique à 140°. Comme ces deux éthers donnent facilement par saponification l'acide diphénylpyruvique, le rendement en cet acide n'en est pas diminué.

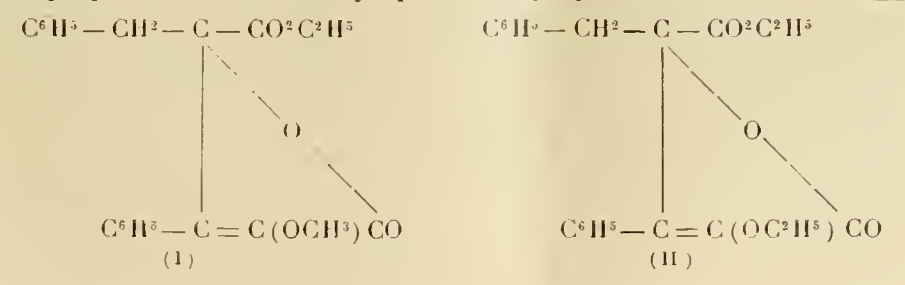
L'acide diphénylpyruvique fond à 194° avec décomposition. Il est très soluble dans l'alcool, l'acétone, soluble dans l'éther, presque insoluble dans le chloroforme, le benzène, l'éther de pétrole. Il ne colore pas le perchlorure de fer. Les éthers cités ci-dessus, de l'acide α-oxo-β-phényl-γ-benzylbutyrolactone-γ-carbonique prennent, avec ce réactif, une coloration verte, mais moins intense que celle fournie par l'acide phénylpyruvique.

Par ébullition avec une solution aqueuse d'acétate de sodium, l'acide diphénylpyruvique se décompose en acide carbonique et α-oxo-β-phényl-γ-benzylbutyrolactone (p. f. 171°) déjà connue

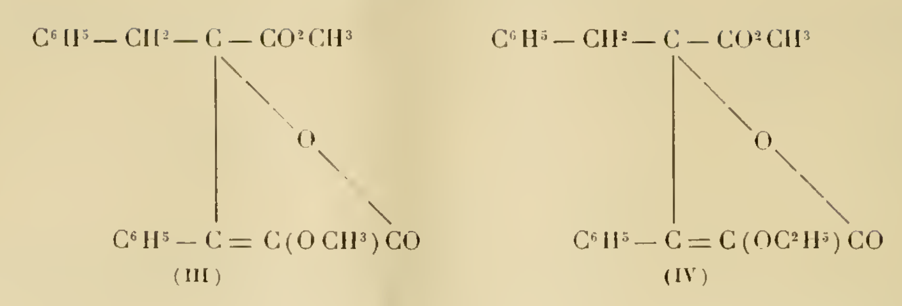
$$\begin{array}{l} C^6H^5-CH^2-CH \\ \qquad\qquad\quad | \quad \diagdown \\ \qquad\qquad\quad | \qquad O \\ \qquad\qquad\quad | \qquad\quad \diagdown \\ C^6H^5-CH-CO-CO. \end{array}$$

II. Les éthers de l'acide α-oxo-β-phényl-γ-benzylbutyrolactone-γ-carbonique sont en réalité des dérivés carboxylés d'une oxolactone; ils jouissent des propriétés de cette classe de corps. En particulier, ils manifestent des propriétés acides et peuvent donner des sels et des éthers, sans doute en passant d'abord à la forme énolique.

J'ai préparé les éthers méthyliques et éthyliques ci-dessous :

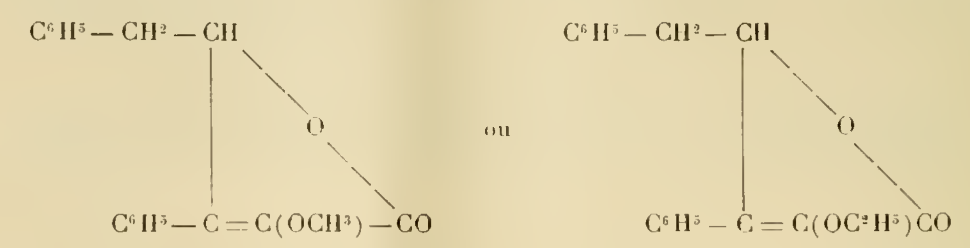


et



Le composé (I) fond à 80°, le composé (II) à 54°, le composé (III) à 84°, le composé (IV) n'a pas cristallisé jusqu'ici.

Ces divers éthers, traités par l'acide chlorhydrique en solution acétique, perdent leur groupement carboxyle et donnent les éthers correspondants de la α-oxo-β-phényl-γ-benzylbutyrolactone



CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'anhydride phényloxymaléique.* Note de M. J. **Bougault**, présentée par M. Moureu.

L'anhydride phényloxymaléique (I)

$$\underset{(I)}{\begin{array}{l} C^6H^5.C = COH.CO \\ \quad\;\; | \qquad\quad\;\; | \\ \quad\; CO \text{———} O \end{array}} \qquad \underset{(II)}{\begin{array}{l} C^6H^5.CH.CO.CO^2C^2H^5 \\ \qquad\;\; | \\ \qquad CN \end{array}}$$

s'obtient par l'action de l'acide sulfurique sur l'éther de l'acide phénylpyruvique α-cyané (II), comme produit intermédiaire de la préparation de l'acide phénylpyruvique, ainsi que je l'ai indiqué ([1]). Mais pour isoler ce composé instable il est nécessaire de prendre certaines précautions. J'ai réussi le mieux par le procédé suivant :

20g d'éther de l'acide phénylpyruvique α-cyané sont dissous à froid dans 50cm³

([1]) *Journ. de Pharm. et Chim.*, 7e série, t. 10, 1914, p. 302.

d'acide sulfurique concentré. On verse cette solution dans 50^{cm^3} d'acide acétique en refroidissant sous un courant d'eau. On ajoute ensuite 100^{cm^3} d'eau, par petites quantités pour prévenir un trop fort échauffement. Au bout de quelques instants l'anhydride phényloxymaléique se précipite en longues aiguilles légèrement jaunâtres. On essore à la trompe et on lave à l'eau.

Pour la purification on dissout le produit humide dans la benzine chaude; on décante pour séparer l'eau qui se sépare et on laisse cristalliser.

On peut aussi préparer ce même corps en partant de l'éther de l'acide phényloxalacétique. Cet éther (20^g) dissous dans l'acide sulfurique (50^{cm^3}) donne au bout de 24 heures une cristallisation de l'anhydride cherché.

I. L'anhydride phényloxymaléique, préparé comme il vient d'être dit, cristallise avec 1^{mol} d'eau et possède alors la même composition que l'acide phényloxalacétique, mais ses réactions avec les alcools et les amines l'en distinguent nettement.

Hydraté, il fond au-dessous de 100°. Mais en le desséchant, d'abord à basse température pour éviter cette fusion, on obtient le composé anhydre qui fond alors à 163°.

Le composé hydraté se dissout aisément dans la benzine chaude, tandis qu'anhydre il s'y dissout à peine. A l'un ou l'autre état il est insoluble dans l'eau, très soluble dans l'alcool, l'acétone, l'éther.

Peu stable en présence de l'eau, il se décompose lentement à froid, rapidement à chaud, en acide carbonique et acide phénylpyruvique.

II. L'anhydride phényloxymaléique, chauffé à 100° avec un alcool, fournit rapidement l'éther correspondant de l'acide phénylpyruvique; il y a en même temps dégagement de CO^2. J'ai préparé ainsi avec la plus grande facilité les éthers méthylique, éthylique, allylique, etc. Ces éthers se combinent au bisulfite de soude, ce qui facilite leur purification. Mais ils sont difficiles à conserver, car ils s'oxydent à l'air avec la même rapidité que l'acide phénylpyruvique lui-même. Leurs semicarbazones sont très stables et peuvent servir à leur identification. La semicarbazone du phénylpyruvate de méthyle fond à 196°; celle du phénylpyruvate d'éthyle à 167°; celle du phénylpyruvate d'allyle à 145°; celle du phénylpyruvate du cyclohexyle à 145°.

Bouveault [1] a proposé pour caractériser les alcools liquides de les combiner avec l'acide pyruvique, puis de former les semicarbazones des

---

[1] *Comptes rendus*, t. 138, 1904, p. 984.

éthers ainsi obtenus. L'anhydride phényloxymaléique pourrait être employé au même but avec l'avantage que l'éthérification est plus aisée qu'avec l'acide pyruvique.

III. Les réactions de l'anhydride phényloxymaléique avec les amines ne sont pas moins intéressantes.

Il y a d'abord combinaison moléculaire, souvent isolable, de l'amine avec l'anhydride; puis, rapidement à froid, instantanément à chaud, dégagement de CO^2 et formation de produits variables suivant que l'amine est primaire, secondaire ou tertiaire.

Avec les amines primaires et secondaires on obtient un amide substitué de l'acide phénylpyruvique. J'ai ainsi obtenu : avec l'aniline, l'anilide (p. f. 126°), avec la β-naphtylamine, un β-naphtylamide (p. f. 143°), avec la pipéridine, un pipéridide (p. f. 58°) de l'acide phénylpyruvique.

Avec les amines tertiaires, la destruction de la combinaison moléculaire conduit simplement à un sel de l'acide phénylpyruvique; il en est ainsi avec la pyridine qui donne du phénylpyruvate de pyridine, d'où l'acide chlorhydrique dilué régénère immédiatement l'acide phénylpyruvique.

Enfin l'ammoniaque réagit instantanément et à froid sur l'anhydride phényloxymaléique pour donner, toujours avec perte de CO^2, l'amide de l'acide phénylpyruvique. Ce corps fond à 190°; il est presque insoluble dans l'eau, l'éther, le benzène et se dissout surtout dans l'alcool bouillant.

ARCHÉOLOGIE. — *Examen d'une pâte préhistorique.* Note de MM. J. et C. **Cotte**, présentée par M. Guignard.

En continuant ses fouilles dans les couches énéolithiques de la caverne de l'Adaouste ([1]), l'un de nous a trouvé deux os intéressants. Le premier est une sorte de petite spatule, taillée en biseau sur ses deux faces; l'autre est un simple fragment esquilleur. Celui-ci ne paraissait pas avoir d'importance; il n'a donc reçu aucune marque distinctive lors de sa récolte, et seule l'identité de la matière qui se trouve sur ces deux os nous permet d'admettre qu'ils proviennent de points voisins du même niveau. Sur le fragment informe se trouvaient collées quelques gouttelettes d'une substance qui est jaunâtre à sa surface, lie de vin dans son épaisseur, noire au

([1]) C. Cotte, *La caverne de l'Adaouste* (*As. Fr. Av. Sc.*, 1908, p. 714; 1909, p. 822; 1910, p. 263).

contact de l'os; celui-ci paraît avoir été légèrement corrodé par elle. La petite spatule semble avoir été utilisée pour manier la même composition, qui a pénétré quelque peu dans la cavité médullaire de l'os.

L'examen chimique de ce produit fournit surtout des résultats négatifs : absence de résines, de substances du groupe des tanins, de sels sauf à l'état de traces; traces de corps réduisant la liqueur de Fehling, de graisse à odeur de rance. L'étude microscopique est bien plus instructive. Elle montre encore la matière grasse à l'état de fines gouttelettes huileuses, peu abondantes; mais les préparations sont surtout riches en restes végétaux et en restes animaux.

Les restes végétaux doivent être rapportés presque exclusivement à l'orge; en dehors de ceux que fournit cette céréale, les autres nous ont paru n'être que des impuretés. Nous connaissions déjà les céréales de l'Adaouste [1], parmi lesquelles se trouvait l'orge; nous avons pu la caractériser, dans notre pâte, par un fragment de l'assise protéique montrant trois rangs superposés de cellules. Nous avons été frappés par l'absence à peu près complète des cellules périphériques du caryopse et de débris des balles; mais nous savions qu'on se servait autrefois de la torréfaction pour débarrasser l'orge de ses enveloppes. L'amidon de la pâte préhistorique a ses grains fragmentés en grand nombre, ayant même parfois des apparences de cristaux; les cellules de son assise protéique ont aussi un aspect un peu spécial. Nous avons retrouvé exactement le même aspect aux cellules d'un échantillon d'orge que nous avons fait torréfier, et nous avons pu observer aussi que les grains d'amidon s'y fragmentent souvent avec arêtes vives, au cours du broyage, quand la torréfaction a été poussée assez loin. Nous avons constaté encore que l'amidon de notre pâte préhistorique ne se colore plus par l'iode.

Les restes animaux appartiennent à des Vertébrés et à un Insecte. Les premiers comprennent essentiellement des fibres musculaires, ayant encore conservé partiellement leur striation caractéristique, tandis que la division en fibrilles est bien plus obscure; il faut y joindre des restes de tissu conjonctif (aponévroses, tendons), quelques cellules épidermiques avec noyaux, dont une montre encore l'ébauche des ponts protoplasmiques qui l'avaient unie aux cellules voisines, un poil broyé dont la détermination fournirait peut-être le nom de l'animal à qui appartiennent ces débris. La présence de fibres musculaires colorées en rouge cochenille, parmi les

---

[1] J. et C. Cotte, *Note sur l'ancienneté de la culture de* Secale cereale *L. en Europe* (*Bull. Soc. Bot. Fr.*, t. 57, 1910, p. 384).

restes d'Insecte, nous a permis de les attribuer à la cochenille du Kermès, *Kermococcus vermilio* (Planch.). Nous pensons devoir rapporter à cet animal un ovule qui se trouvait dans une des préparations. Nous ne pouvons dire si les traces de corps gras proviennent du ou des Vertébrés, de la cochenille, ou de graisse ajoutée au mélange.

Des fibres textiles broyées se trouvaient aussi dans la pâte, comme impuretés. A côté du lin nous avons pu caractériser le chanvre, reconnaissable à l'extrémité en spatule de certaines de ses fibres et ayant conservé intacte sa solubilité dans le réactif de Schweizer. Une de ces fibres de chanvre était bleu pâle, et nous nous sommes demandé si elle n'avait subi une préparation tinctoriale, à base de pastel sans doute. Nous avons vu aussi des fibres, de lin vraisemblablement, colorées en rouge; on pouvait craindre, pour celles-ci, que le kermès les eût teintes au cours de la confection de la pâte; les autres fibres sont cependant incolores.

La pâte est donc composée d'orge torréfié et soigneusement mondé, de viande et d'un peu de kermès animal, le tout très finement broyé. Qu'était ce mélange? Un fard, un médicament, une composition utilisée pour certains rites religieux? Nous ne pouvons évidemment le dire, quoique l'hypothèse d'un médicament nous plaise assez. Quelle que soit la conclusion à poser, les observations qui précèdent fournissent un certain nombre de renseignements inédits. Elles montrent dans quel état extraordinaire de conservation ont pu rester des débris animaux de l'époque préhistorique, qui ont sur certains restes végétaux des palafittes l'avantage d'avoir été récoltés dans une couche parfaitement datée. De plus, nous fournissons ici la première composition connue d'une préparation de cette époque; nous montrons que le chanvre n'a point pénétré dans nos régions aux âges historiques, comme il est classique de l'admettre, et nous ouvrons la question de l'emploi de procédés tinctoriaux, pour leurs tissus, par les énéolithiques de Provence.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Polarisation circulaire produite par les sphérolites à enroulement hélicoïdal.* Note [1] de M. **Paul Gaubert.**

Les rayons lumineux transmis suivant l'axe optique de tous les cristaux liquides optiquement négatifs [2] et ceux traversant les cristaux liquides optiquement positifs de caprinate de cholestérine, mais non orientés per-

(1) Séance du 8 mai 1916.

(2) F. Giesel, *Physik. Zeitsch.*, t. 11, 1910, p. 192.

pendiculairement à l'axe optique ([1]), sont polarisés circulairement; dans le premier cas la rotation est dextrorsum et dans le second sinistrorsum. Le but de cette Note est de montrer que la polarisation circulaire peut être produite par d'autres édifices cristallins.

1° Quand un liquide monoréfringent passe à la phase liquide biréfringente optiquement négative (propionate, benzoate, etc. de cholestérine), il se produit au début de très petits sphérolites, semblant présenter l'enroulement hélicoïdal, et dont l'ensemble forme une espèce de voile, bleuâtre par réflexion, recouvrant la préparation. La lumière rougeâtre, transmise par ces sphérolites est polarisée circulairement (dextrorsum) ([2]). Ces sphérolites sont très instables, aussi est-il difficile de déterminer leurs dimensions, mais on peut dire toutefois que, dans le cas où la polarisation circulaire se montre avec netteté, leur diamètre est bien inférieur à $0^{mm},01$. Cette polarisation disparaît avec les sphérolites, dont les particules cristallines forment ensuite des plages violettes perpendiculaires à l'axe optique. Elle réapparaît quand la préparation, par suite du refroidissement, reprend la teinte bleue.

2° Le caprinate de cholestérine contenant des matières étrangères, et en particulier $\frac{1}{5}$ de diphénylamine, donne des sphérolites solides à enroulement hélicoïdal, dont la nature est indéterminable à cause de l'irrégularité des fibres; ces sphérolites polarisent circulairement la lumière (sinistrorsum).

3° La cholestérine permet d'obtenir facilement des analyseurs circulaires dextrorsum montrant le phénomène avec beaucoup de netteté. Cette substance cristallisant, par solidification d'une masse fondue, sur une lame de verre et recouverte d'un couvre-objet, donne des sphérolites à enroulement hélicoïdal et en spirale ([3]). Les rayons traversant une telle préparation sont habituellement plus ou moins polarisés rectilignement ([4]). Pour

([1]) P. Gaubert, *Comptes rendus*, t. 154, 1912, p. 995.

([2]) La polarisation circulaire a été étudiée en observant en lumière convergente une lame de quartz taillée perpendiculairement à l'axe optique. La préparation est mise à la place du nicol supérieur, par conséquent elle agit comme analyseur circulaire.

([3]) P. Gaubert, *Comptes rendus*, t. 146, 1908, p. 829.

([4]) La lumière transmise par les fibres d'un sphérolite même très mince est souvent polarisée. Le plan de polarisation est, suivant les cas, perpendiculaire ou parallèle à l'allongement des fibres. Ce fait est à rapprocher de celui constaté par Brewster qui a observé que les agates fibreuses polarisent la lumière.

que les vibrations soient circulaires, il faut que *les sphérolites soient très petits*. Les dimensions de ces derniers varient d'un point à l'autre; une plage dans laquelle les diamètres sont compris entre $0^{mm},004$ et $0^{mm},02$ donne un analyseur circulaire. Pour obtenir de petits sphérolites, la préparation de cholestérine doit être refroidie rapidement. L'addition d'une petite quantité de matière étrangère peut, en augmentant le nombre de noyaux, favoriser la formation de bonnes plages. Ainsi la présence de $\frac{1}{25}$ d'anisaldasine donne de très bons résultats. Les préparations microscopiques d'un tel mélange ont par réflexion une belle couleur bleue dont je poursuis l'étude ([1]).

L'étude microscopique des plages montre que l'enroulement des fibres comprend à peine un pas de l'hélice et, comme l'enroulement en spirale existe presque toujours, les sphérolites paraissent irréguliers, à extinction roulante. A première vue leur ensemble montre la polarisation d'agrégat. L'épaisseur de la préparation étant environ de $0^{mm},01$, les fibres perpendiculaires à la lame doivent montrer le même degré d'enroulement que les fibres horizontales. A cause du très grand nombre de sphérolites par unité de surface, la plus grande partie de la lumière transmise traverse des fibres perpendiculaires à la lame suivant leur longueur. C'est cette lumière, se propageant parallèlement aux fibres verticales, qui est polarisée circulairement puisque les rayons traversant les fibres parallèles à la lame deviennent rectilignes ou ne sont pas polarisés.

On a donc là un phénomène rappelant celui qui est produit par les piles de lames de mica (Reusch), avec cette différence qu'avec les sphérolites à enroulement hélicoïdal, un des rayons circulaires est absorbé comme dans les cristaux liquides optiquement négatifs et dans les cristaux de quartz très colorés.

GÉOLOGIE. — *Sur l'âge des conglomérats supérieurs de la région de Castellane (Basses-Alpes), dans ses rapports avec les plissements alpins.* Note de M. **Adrien Guébhard**, présentée par M. H. Douvillé.

Lorsque je terminai, en 1914, ma *Carte structurale des environs de Castellane*, je ne voulus pas mêler, au problème de haute tectonique générale qui en ressortait, la question spéciale de l'âge des conglomérats supérieurs de Taulanne et je laissai à ceux-ci la désignation en usage, consacrée par les

([1]) La lumière bleue réfléchie est polarisée en sens inverse (sinistrorsum) de la lumière rougeâtre transmise.

récentes études de M. J. Boussac les assimilant à la *mollasse rouge* néonummulitique. Cependant mes tracés, en montrant avec évidence le Lattorfien et sa partie supérieure lacustre, en stratifications nettement alpines, tout démantelés par le poudingue, imposaient déjà le dilemme, ou de reculer les plissements alpins jusqu'au milieu du Tongrien, ce qui ne paraissait guère admissible, ou de rajeunir notablement la formation conglomératique, ainsi que j'avais dû le faire, dès 1900, pour celle du bassin de La Roque-Esclapon, que la feuille de Castellane attribuait à l'extrême base de l'Eocène, tout comme celle d'Eoulx. Pour celle-ci, j'étais en possession, depuis 1903, d'un argument paléontologique décisif, grâce à l'extrême obligeance avec laquelle M. le prof. Depéret a bien voulu intéresser toujours sa très haute compétence à la détermination délicate des multiples horizons lacustres et saumâtres où je faisais des récoltes plus abondantes que bien conservées. Mais j'attendais toujours d'une campagne nouvelle, spécialement topo-stratigraphique, des précisions complémentaires; et, aujourd'hui même où j'ai enfin obtenu, en plusieurs mois, pleine satisfaction, il me reste le regret de n'avoir pu pousser plus loin, au nord et à l'ouest de mon présent cercle d'études, pour me référer à des points de comparaison, simplement entrevus jadis. La citation bienveillante qu'a cru devoir faire récemment M. W. Kilian du renseignement, encore inédit, que je devais à M. Depéret, me commande de mettre un terme à ma réserve, pour situer la donnée dans son vrai cadre et prévenir, si possible, toute déviation ultérieure d'interprétation.

C'est avec plus d'évidence encore qu'à Taulanne, qu'apparaît à Rayau l'action érosive du conglomérat tertiaire sur le plissement alpin. Toute l'extrémité NW de la très régulière cuvette synclinale jurassique du plateau du Teil a été emportée et la formation deutogène, au pied de la falaise, pénètre par places, en languettes, dans les interstices marneux des strates calcaires démolies. Tout le long du soubassement SW, l'inégalité des dénudations récentes montre partout le poudingue appliqué contre la barre liasique et point du tout recouvert. Même, un peu plus bas, on le voit si bien recouvrant, qu'il détache complètement de l'alignement, rigoureusement alpin, de l'apophyse infra-jurassique, son extrémité, surbaissée au passage d'un ancien axe pyrénéen.

A moins que ne soit remise en question la nature alpine de la direction NW-SE des stratifications, nul doute ne peut subsister ici sur l'antériorité du principal mouvement alpin par rapport aux derniers dépôts du Tertiaire. Voyons donc à préciser l'âge de ceux-ci.

Formés de galets très usés, apparemment de provenance locale, surtout crétacés et lutéciens, cimentés en bancs assez réguliers, avec quelques intercalations de calcaires très blancs, à inclusions siliceuses, sans fossiles, ils présentent un pendage NE assez faible, mais assez mouvementé par places, pour attester qu'eux-mêmes ont pris part aux derniers déplacements du sol. Au-dessous, une importante épaisseur (80^m à 100^m) d'argiles vertes montre, dans le haut, pour tous fossiles, de nombreux fragments silicifiés de stipes et troncs d'arbres qui, parfois de dimensions considérables, se retrouvent à l'état roulé dans le poudingue. Beaucoup plus bas, des lits de gypse en feuillets stalagmitoïdes ou en plaquettes fibreuses annoncent le voisinage d'une mince couche d'argile plus concrète, quelquefois silicifiée, toute pétrie d'un Cérithe, associé parfois à de petits *Planorbis Matheroni*, que M. Depéret a pu, sur un échantillon exceptionnel, à coquille intacte, encore munie de ses colorations, déterminer comme *Pirenella bicincta* Brocchi, du Tortonien.

Peu en dessous de cet horizon si heureusement repéré, se manifeste une discordance, parfois à peine perceptible, car elle n'affecte pas la direction, mais souvent très nette comme intensité, des pendages, devenus très rapides sur les berges sud des grands ravins, où les argiles vertes, toujours prédominantes, forment, avec des alternances de bancs calcaires, marneux, siliceux, gréseux, schisteux, ligniteux, souvent remplis de fossiles lacustres ou terrestres, un complexe polymorphe, d'aspect général sannoisien, directement appliqué sur la retombée NE de la bordure turonienne de la cuvette, même en un point où la persistance d'un bout transverse de synclinal pyrénéen, avec un important lambeau de calcaire à *Planorbis pseudoammonius*, donne à celui-ci l'air d'être en recouvrement horizontal sur les bancs néonummulitiques appuyés presque verticalement sur son bord.

De toutes ces données il résulte que ce n'est pas en une seule fois qu'a dû se faire la surrection alpine de Destourbes. A la longue phase d'exondation qui a suivi le dépôt du Lattorfien, marin à Taulanne, lacustre à Rayau, a succédé ici une ingression saumâtre du Tortonien, dont les traces ont été, partout ailleurs, presque totalement enlevées par la formation détritique qui, du Sannoisien lui-même, n'a généralement laissé subsister que de faibles témoins épars. N'y a-t-il pas là une présomption pour assimiler ce poudingue à celui dont j'ai démontré, dans les Alpes-Maritimes et jusqu'à Mons (Var), l'âge pontien? — et, dès lors, pour attribuer à la fin du Néogène les derniers grands mouvements alpins, en laissant les premiers avant le Burdigalien, sans s'arrêter trop exclusivement à la date post-helvétienne

que M. Kilian ([1]) assigne avec insistance aux plissements des environs de Castellane, dont elle pourrait bien n'avoir été qu'un incident? Malgré force vraisemblances, ce n'est pas ici que la question peut être serrée davantage.

PALÉONTOLOGIE. — *Sur un nouveau procédé de reproduction des cloisons d'Ammonoïdés.* Note de Mlle S. Coëmme, présentée par M. H. Douvillé.

On sait que les Ammonites sont considérées, depuis Oppel, comme les fossiles les plus caractéristiques des terrains secondaires. La détermination des espèces et l'étude des mutations de ces Céphalopodes éteints a donc beaucoup d'importance, non seulement au point de vue paléontologique mais aussi au point de vue stratigraphique, pour établir le synchronisme à grande distance des couches sédimentaires marines.

Or la spécification d'une Ammonite, l'étude de son évolution individuelle et de ses filiations reposent en grande partie sur les rapports mutuels des éléments de la cloison (plan de la cloison) et sur leurs formes. Aussi les paléontologistes cherchent-ils à reproduire cette cloison aussi exactement que possible, mais comme elle est inscrite sur la surface courbe du moule de l'Ammonite et qu'elle chevauche souvent sur les ornements (côtes ou tubercules) de la coquille, sa projection fidèle sur un plan est assez difficile à réaliser.

Plusieurs procédés ont été proposés dans ce but.

Le plus ancien est celui du dessin à la chambre claire. A cet effet, l'Ammonite étant placée dans de la sciure de bois, du sable ou sur de la cire à modeler, peut être inclinée successivement dans tous les sens.

M. René Nicklès, sur les conseils de Munier-Chalmas, prend plusieurs clichés photographiques de la ligne de suture de l'Ammonite et raccorde ces clichés. Une note a été publiée par lui à ce sujet en 1893 ([2]).

Ce procédé a été appliqué pour la première fois en 1890 par M. René

([1]) W. Kilian et A. Lanquine, *Sur la géologie des environs de Castellane (Basses-Alpes)* (*Annales de l'Université de Grenoble*, t. 28, 1916, p. 11).

([2]) *Application de la photographie au dessin des cloisons des Ammonites.* (Extr. Bul. Assoc. amicale des Élèves de l'École nationale supérieure des Mines.) Lille, 1893.

Nicklès, puis ensuite par d'autres auteurs, notamment par L. Pervinquière ([1]).

En 1907, M. Emil Böse apporte une légère modification à l'appareil construit par M. René Nicklès ([2]).

D'après un article de M. F.-A. Bather dans le *Geological Magazine* (1907), on sait que M. A.-G. Nathorst photographie les empreintes de plantes fossiles prises au collodion; mais, malgré mes recherches, je n'ai trouvé aucune publication sur l'application de cette technique à la reproduction des cloisons d'Ammonoïdés.

L. Pervinquière ([1]) cite un « estampage photographique » des cloisons, imaginé par M. Sohier, mais sans indiquer la substance employée dans cet estampage.

Mais les deux premiers procédés sont longs et le deuxième est coûteux; de plus, dans les deux cas, les raccords des dessins ou des photographies entraînent évidemment une cause d'erreur dans la forme générale et le plan de la cloison. Enfin, dans le mode opératoire de Nathorst, si toutefois il a été appliqué aux cloisons d'Ammonites, la photographie de la pellicule à l'aide d'un éclairage très oblique, entache la fidélité de la reproduction, puisque la plaque photographique reproduit les ombres du relief et non le relief lui-même.

J'ai pensé que ces erreurs pourraient être évitées par *l'impression directe sur papier de l'empreinte galvanoplastique des régions cloisonnées*, quand celles-ci se présentent en creux ou en relief, ce qui, d'ailleurs, est le cas le plus fréquent.

L'empreinte de l'Ammonite est prise à la gutta-percha, plombaginée, puis plongée dans un bain galvanoplastique.

L'appareil employé est *simple:* dans une solution saturée de sulfate de cuivre, on place un vase poreux contenant de l'eau acidulée à l'acide sulfurique (10 pour 1000) et un zinc relié à la cathode en cuivre où l'on suspend les moules en gutta. Dès que la couche de cuivre déposée est suffisante, on arrête l'opération. On détache la pellicule métallique obtenue qui représente un excellent moulage de la surface de l'Ammonite.

On y choisit la région cloisonnée que l'on veut reproduire et l'on découpe avec des cisailles un secteur qui comprenne cette région. Le secteur est ensuite redressé dans un plan soit à la main, soit par un léger martellement sur une enclume entre deux

---

([1]) *Études de Paléontologie tunisienne:* I. *Céphalopodes des terrains secondaires*, Paris, 1907, p. 111.

([2]) *Ein verbesserter Apparat zur photographischen Reproduktion von Ammonitensuturen und Ambulakren von Seeigeln* (*Centralblatt für Mineralogie, Geologie und Paläontologie*, Stuttgart, 1907, p. 422).

feutres car la surface du moule interne d'une Ammonite n'est pas développable, mais on peut la considérer comme telle si on se limite à une faible étendue, comme par exemple celle recouverte par une ligne de suture.

Le secteur de cuivre, développé dans un plan, est alors confié à un imprimeur d'art qui tire l'épreuve directement comme une épreuve de gravure.

Cette application de la galvanoplastie avec tirage direct peut être étendue aux empreintes organiques fossiles présentant un faible relief comme les empreintes de feuilles. Les moindres traits de l'organisation, tels que les plus fines nervures des feuilles, apparaissent alors avec une grande netteté.

Si l'Ammonite est ornée de côtes saillantes ou de gros tubercules on ne peut songer à faire tirer directement par l'imprimeur le secteur métallique. Il suffit, dans ce cas, de photographier, en s'aidant d'un fort éclairage, ce secteur redressé dans un plan, avec les côtes ou les tubercules dont il est orné, après avoir soigneusement noirci à l'encre de Chine l'empreinte de la cloison qu'il porte.

Lorsque l'Ammonite est petite ou que les détails de la ligne suturale échappent à l'œil nu, il suffit de faire un agrandissement photographique sur papier salé, du secteur métallique ou de l'épreuve en gravure; on repasse alors à l'encre le dessin de la cloison et l'on obtient une épreuve nette définitive.

L'avantage pratique du procédé consiste dans ce fait que le secteur métallique, porteur de la région cloisonnée, obtenu une fois pour toutes par la galvanoplastie, constitue un document qui, placé à côté du fossile dans les collections, peut être manié ou communiqué, à cause de sa solidité et de sa légèreté, beaucoup plus facilement que le fossile lui-même, et reproduit aussi, à volonté et rapidement, soit par le tirage direct sur papier, soit par la photographie.

M. **Auguste Berthier** adresse une Note intitulée : *Sur la photographie électrolytique ; ses principes et ses méthodes.*

M. **P.-W. Stuart-Menteath** adresse une Note intitulée : *Sur un type de la structure des Pyrénées.*

A 16 heures et quart l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16 heures trois quarts.

G. D.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans les séances de février 1916 (*suite*).

Applications nouvelles de la radiographie à l'histoire naturelle, par le Dr Adrien Guébhard. Extrait de la *Feuille des Jeunes Naturalistes*, 1er mars 1914, Ve série, 44e année, n° 519. Rennes-Paris, Oberthür, 1914; 1 fasc. in-8°.

Banque de France. Assemblée générale des actionnaires. Compte rendu et rapport de MM. les Censeurs. Paris, Paul Dupont, 1916; 1 fasc. in-4°.

Brasil. Estado do Rio Grande do Sul. *Dados Meteorologicos de* 1912-1913. Officinas graphicas do Instituto de Electro-Technica da Escola de Engenharia de Porto Alegre, 1914; 1 fasc. in-folio.

Relatorio astronomico. Uma das maiores conquistas de todos os tempos. Lisboa, A. de Mendonça, 1916; 1 fasc. in-8°.

Anuario del Observatorio astronomico nacional de Tacubaya, para el año de 1916, formado bajo la direccion de los ingenieros Valentin Gama y Joaquin Gallo. año XXXVI. Mexico, departamento de imprenta de la secretario de fomento, 1916; 1 vol. in-8°.

Las Estepas de España y su Vegetacion, por el Dr Eduardo Reyes Prósper. Madrid. Sucesores de Rivadeneyra, 1915; 1 vol. in-8°.

Universidad de la Republica oriental del Uruguay. *Instituto de Quimica de la Facultad de Medicina,* 1915. Montevideo, Tipografia moderna, 1915; 1 fasc. in-8°.

Republica Argentina. Ministerio de Relaciones exteriores y Cultos. *El apresamiente del vapor « Presidente-Mitre »*, documentos oficiales. Buenos-Aires, 1916; 1 fasc. in-8°.

Department van Landbouw Nijverheid en Handel. *Mededeelingen van het Proefstation voor Thee*, nos XXXVII, XXXVIII, XXXIX. Buitenzorg, Drukkerij Dep. v. L. N. en H., 1915; 3 fasc. in-8°.

Jaarboek van het Department van Landbouw, Nijverheid en Handel, in Nederlandsch-Indie, 1914. Batavia, Landsdrukkerij, 1915; 1 vol. in-8°.

Transactions of the Edinburgh Geological Society, Vol. X, Part II. Edinburgh, Turnbull and Spears, 1914; 1 vol. in-8°.

(*A suivre.*)

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 22 MAI 1916.

PRÉSIDENCE DE M. CAMILLE JORDAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le PRÉSIDENT souhaite la bienvenue à M. *Bogdanovitch*, Membre de l'Académie des Sciences de Petrograd, Directeur du Service géologique de Russie.

ASTRONOMIE. — *Les collaborateurs immédiats de Peiresc.* Note de M. G. BIGOURDAN.

Les nombreux collaborateurs que nous avons rencontrés autour de Peiresc devaient faire de sa maison une véritable ruche scientifique. Parmi eux nous distinguerons les collaborateurs de chaque instant, attachés à la maison, et sur lesquels la Correspondance et les manuscrits inédits de Peiresc jettent quelque lumière.

Jean Lombard. — Dès 1611, nous voyons que Peiresc était aidé, dans ses observations de satellites de Jupiter, par Jean Lombard, d'Aix. Quand, immédiatement après, Peiresc voulut mettre à l'épreuve la méthode qu'il avait préconisée, de déterminer les longitudes terrestres au moyen des configurations de ces satellites, il envoya au Levant ce Jean Lombard, qui observait à Marseille dès le 30 novembre 1611 et qui en partit le 30 décembre pour arriver à Malte le 5 janvier 1612 : c'est de là que le 8 janvier il écrivait à Peiresc une lettre conservée dans le manuscrit 1803 de Carpentras, f° 254.

Les observations ainsi faites, à Malte, à Chypre et à Tripoli de Syrie, occupent les feuillets 250-260 de ce manuscrit 1803, et vont du 30 décembre 1611 à mai 1612. Ce sont presque uniquement des configurations de satellites,

avec des observations de la déclinaison de l'aiguille aimantée, et quelques hauteurs du Soleil pour conclure la latitude.

Les distances des satellites sont évaluées à l'estime, en diamètres de la planète.

C'est sans doute en partie pour obtenir des observations correspondantes que Peiresc suivait alors si attentivement ces satellites, même pendant le cours d'un voyage à Paris.

Probablement Jean Lombard ne voyagea pas longtemps; dans sa lettre du 8 janvier 1612, il dit, en effet, qu'il a couru de grands dangers et qu'il se trouve fort dégoûté de la navigation. Aussi, dans la suite, nous le perdons complètement de vue.

Mais en 1623 Peiresc obtint pour un Jean Lombard le titre de « Contrôleur des édifices publics de la Provence ». Ce contrôleur est-il l'astronome de 1611 et 1612? C'est ce qu'il est difficile de dire avec certitude; d'autant qu'on ne le voit plus que bien rarement (¹) s'occuper d'Astronomie. Sans doute sa charge lui laissait des loisirs, car jusqu'à la fin on le trouve très souvent autour de Peiresc, qui l'employait surtout à des travaux relevant d'un architecte. En outre sa sœur (²) surveillait l'intérieur de la maison et y jouissait de la plus grande confiance : Peiresc rend incidemment hommage aux soins dévoués qu'elle a donnés jusqu'à la fin à son père, le sieur de Callas, mort en 1625.

Simon Corberan. — Dans l'entourage de Peiresc, Corberan est un de ces ouvriers bien doués que l'exemple attira peu à peu à la pratique de l'Astronomie, réduite encore à des mesures à l'œil nu, prises avec de médiocres instruments.

Si, en effet, quelques grands seigneurs, richement dotés comme Tycho, avaient pu se construire d'imposants instruments de métal, où les dimensions des cercles et des arcs suppléaient à la précision des divisions, la plupart des astronomes d'alors n'avaient que des instruments de bois, parfois même de carton, que chacun pouvait construire de ses mains. Aussi l'habileté personnelle devait-elle être alors un facteur plus influent que dans

---

(¹) En 1630 il tente vainement, avec de Chasteuil, d'observer à Belgentier l'éclipse de Soleil du 10 juin.

(²) Tamizey de Larroque dit (P. — C_1, VI, 44) que le ménage Lombard était chargé des affaires intérieures de la maison de Fabri; mais la personne qu'il prend pour Mme Lombard est en réalité sa sœur, comme il résulte de la lettre de Peiresc du 24 février 1634 (P. — C_1, VI, 640).

la suite, quand la construction passa plus ou moins complètement entre les mains d'ingénieurs spéciaux.

En raison même de leur origine, de leur construction, ces instruments rudimentaires ont disparu et il est maintenant difficile d'apprécier tout ce que leur maniement exigeait d'ardeur et de dextérité : nous en pourrons juger par ce que la Correspondance de Peiresc nous apprend des efforts d'un novice tel que Corberan.

Celui-ci ne fut d'abord que le « libraire » ou relieur que Peiresc entretenait à demeure dans sa maison. Les bibliophiles se sont intéressés à lui [1] et apprécient ses reliures, comparées quelquefois à celles de Le Gascon. Dans la maison de son maître il exerçait occasionnellement d'autres fonctions de confiance.

Corberan paraît être entré au service de Peiresc en 1625 ; du moins il n'est pas question de lui avant la lettre que celui-ci écrivait, le 31 décembre de cette année, à son frère Valarez qui était alors à Paris (P. — C_1, VI, 340).

L'astronome Corberan nous est surtout révélé par la correspondance échangée entre Peiresc et Gassendi, de 1626 à 1637 (P. — C_1, IV, 177...).

D'abord il aide seulement (juin 1633) à manœuvrer les instruments, qu'il améliore parfois; puis il fait quelques mesures dont Peiresc parle ainsi à Gassendi (25 juin 1633) :

Cependant il se hazarda de son propre mouvement de faire une observation des distances, tant de la Lune à Saturne, et d'elle aux estoilles fixes plus voisines que des dictes fixes entr'elles pour imiter voz rectifications aussy bien que les haulteurs, mais le pauvre garçon n'avoit pas bien preveu la differance qu'il y a d'observer par les pinnules de votre baston de Jacob, ou par celles d'un astrolabe, dont l'une est si esloignée du centre qui doit regler les degrez de la circonferance. D'une chose l'ay-je bien asseuré, que vous ne luy scauriez aulcun mauvais gré de cet effect de ses bonnes intentions, et qu'il ne tiendroit qu'à luy de se rendre aussy celebre à la postérité que le maistre Auzias [2] de M. Valloys, s'il en avoit tant soit peu d'envie, comme il tesmoigne de n'en estre pas esloigné. Auquel cas je luy feray faire des instruments les meilleurs que je pourray.

Peiresc suit attentivement ces essais, conseillant et parfois grondant le novice, que Gassendi encourage de son côté; enfin le Prieur de la Valette confie à Corberan son propre rayon, celui même qui était employé par

---

(1) Voir L. Delisle, dans un article consacré à Peiresc : *Un grand amateur français* ... (*Ann. du Midi*, t. I, 1889, p. 16 ...). Voir aussi P. — C_1, VII, 966...

(2) C'est Elzéar Féronce, un astronome jardinier de Vizille.

Gassendi quand il se trouvait à Aix; et le 1[er] janvier 1634 Gassendi écrit à Peiresc :

Je suis regretteux de n'avoir point le loisir d'escrire à présent au sieur Corberan, mais je vous supplie, en attendant que je le face, de luy faire sçavoir que j'ay esté ravy et ay infiniment prisé sa bonne volonté. Le bout de l'Esquierre de lethon qui porte le rayon doit estre posé precisement sur un petit trait que j'avoy tiré tout au fin bout du dit rayon suivant la rectification qu'il me souvient d'en avoir souvent faite. Pour le surplus il aura plus tost fait de demander à Monsieur de la Valette, qui sans doute sera le plus aise du monde de l'en esclaircir comme quoy il doit remarquer les parties de part et d'autre du traversier, que je ne luy ferois comprendre par lettre.

Peu après, en effet, le Prieur donne ses conseils, toujours impatiemment attendus, et avec Peiresc compare les observations de Corberan aux correspondantes faites par Gassendi à Digne. Peiresc écrit à Gassendi (18 janvier 1634) :

Nous en avons voulu examiner une et la comparer à une des vostres du même jour, et ne s'y est trouvé que cinq minutes de differance dont Corberan est demeuré bien fier, et avec un gros advantage sur moy qui luy disoys tousjours qu'il n'estoit pas assez punctuel et qu'il n'auroit rien faict qui vaille, mais il a bien eu de quoy me donner une dementye et une botte franche de telle qualité que je vouldroys bien qu'il m'en eust donné tous les jours de semblables ou encores plus fortes en les trouvant plus conformes aux vostres....

En outre Corberan calcule lui-même ses observations « sur les Tables des Sines de Lambergius »; mais les distances de Mercure aux étoiles, mesurées par Corberan, sont toujours un peu plus grandes que celles de Gassendi. Peiresc fait à ce sujet une véritable enquête, dont il donne le détail plein d'intérêt pour qui s'intéresse aux observations de cette époque (P.–C_1, IV, p. 429).

De son côté, Gassendi fait ses remarques, où nous voyons que chaque partie du traversier vaut plus de 3 minutes.

Malgré ce succès de début, on ne voit pas que Corberan ait beaucoup observé dans la suite, quoique jusqu'à la fin on le trouve auprès de Peiresc : il est même un des témoins cités comme présents au testament. Il resta encore à Aix, car le 20 décembre 1638 il y aidait Agarrat dans l'observation de l'éclipse de Lune de ce jour. Mais dans la suite nous le perdons complètement de vue (1).

---

(1) Parmi les papiers de Peiresc, le Cat_2 des manuscrits de Carpentras indique les suivants de Corberan :

Antoine Agarrat, né à Saint-Maximin en Provence, paraît en 1634 (1) dans l'entourage de Peiresc et de Gassendi, où souvent et par corruption il est appelé Garrat. Il fut d'abord secrétaire (2) de Gassendi qui parfois le laissait à Aix, auprès de Peiresc, pour faire des observations en correspondance avec les siennes à Digne. En 1636, Peiresc (P.—Ap. de V., p. 236) parle de lui comme d'un tout jeune homme; on peut donc placer sa naissance vers 1615. Gassendi nous dit que, comme Corberan, il a une excellente vue.

Dès avril 1635, il avait fait quelques observations dont le Prieur de la Valette n'était pas mécontent : c'étaient des distances de Mercure à diverses étoiles, prises avec un rayon. Encouragé par Peiresc, il observe dès lors assidûment; et en juin de la même année il devait être assez exercé, puisque alors Peiresc parle de l'envoyer à Marseille, à la place de Gassendi empêché, pour observer le solstice d'été. A partir de ce moment, on rencontre de lui beaucoup de distances angulaires des planètes à des étoiles rapportées par Gassendi; et il est mêlé à toutes les observations faites à Aix, comme celles des éclipses de Lune du 3 mars et du 27 août 1635 : dans celle-ci, avec un grand quadrant de fer, il prenait les hauteurs d'étoiles pour déterminer les heures des phases.

Comme divers autres membres du cénacle d'Aix, la mort de Peiresc (juin 1637) paraît l'avoir laissé désemparé, et sans doute dépourvu d'instruments.

Deux mois après, Gassendi lui fait construire un Rayon, puis, au commencement de 1638, l'emmène en voyage à Arles, Nîmes, etc., où il fait diverses observations, particulièrement de Mercure. C'est sans doute peu après que se termina, auprès de Gassendi, son rôle de secrétaire : et dès lors

1769 (P., II), f° 262 : Lettre de Corberan à un sieur Paul sur certains manuscrits dont il envoie la liste, 15 novembre 1630.

1841 (P., LXV, t. III), f° 417 : Lettre de Peiresc à Corberan, maître relieur à Aix, où il est question des soustractions commises chez M. de Calas et dans le cabinet de Peiresc. Belgencier, 28 octobre 1630. Cette lettre a été publiée plusieurs fois. Voir P.-C_1, VII, 966.

(1) D'après la lettre XXVI de la Correspondance Peiresc-Gassendi (P.— C_1, IV, 240), on devrait remonter à 1630; mais il est manifeste que cette lettre est inexactement datée. Le passage de Mercure n'eut lieu qu'en 1631; et en 1630 Gassendi était à Paris.

(2) Les témoignages de Gassendi et de Bougerel sont formels. Tamizey de Larroque, se basant sur le fait que Peiresc lui lègue une somme de 300#, dit qu'il était à son service, mais cet argument n'est guère probant.

nous le trouvons errant à Saint-Maximin, à Aix, à Regusse (aujourd'hui canton de Tavernes, Var) : en ce dernier endroit, muni d'une lunette et d'un quadrant de $1\frac{1}{2}$ pied de rayon, il observe l'éclipse de Soleil du 1er juin 1639; mais comme il est seul, après chaque phase il est obligé de quitter la lunette pour aller prendre au quart de cercle la hauteur du Soleil, hauteur qui doit donner l'heure.

En 1642, il est au camp devant Lérida, en Espagne, et y observe l'éclipse de Lune du 7 octobre. L'année suivante il observe à Raray (aujourd'hui canton de Pont-Sainte-Maxence, dans l'Oise) l'éclipse de Lune du 27 septembre, puis celle de Soleil du 21 août 1645, ainsi que l'occultation d'Aldébaran du 8 octobre suivant.

Il paraît avoir continué encore assez longtemps ses observations de planètes, en mesurant au Rayon leurs distances à des étoiles, car Gassendi, qui rapporte toutes les précédentes, rapporte également celles qu'il fit à Paris de juillet à novembre 1646; mais celles qu'il a pu faire dans la suite ne nous sont pas parvenues. Il n'a été conservé que diverses observations d'éclipses faites presque toutes à Paris, et dont quelques-unes étaient restées inédites jusqu'au moment où elles furent rapportées par Pingré [1]; la dernière est l'éclipse de Soleil du 1er juillet 1666.

Peut-être, comme il est arrivé souvent, ses succès dans l'enseignement l'éloignèrent-ils des observations. En tout cas, *Moréri* dit que « les princes du sang, et presque toute la jeune noblesse, s'en servaient le plus ordinairement dans toutes les parties de l'importante science des Mathématiques. Ce qui augmenta infiniment sa réputation, c'est qu'il avait fait toutes sortes d'observations sous Gassendi ».

Les astronomes ses contemporains, comme Boulliau, Pagan, etc., sans compter Gassendi, ont fait de lui beaucoup d'éloges; et Pingré dit qu'il était bon observateur.

Il paraît avoir donné dans les travers astrologiques; J.-B. Morin lui légua ses instruments.

---

[1] *Annales célestes*, p. 183 (1646), 185 (1647), 202 (1652), 207 (1653), 213 (1654), 232 (1657), 268 (1666).

CORRESPONDANCE.

M. **Bergonié**, élu Correspondant pour la Section de Médecine et Chirurgie, adresse des remercîments à l'Académie.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Le fascicule XI (Planches) des *Études de Lépidoptérologie comparée*, par Charles Oberthür. (Présenté par M. E.-L. Bouvier.)

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur les réduites générales d'Hermite.* Note de M. E. **Cahen**, présentée par M. G. Humbert.

M. G. Humbert a donné (¹) la condition pour qu'une fraction $a : c$ soit de la suite d'Hermite pour un nombre ω. On peut former une suite plus générale en considérant, au lieu de la droite $x = \omega$, un cercle orthogonal à Ox au point $x = \omega$, et prenant les abscisses des pointes des domaines modulaires que l'on traverse successivement en parcourant ce cercle dans le sens qui mène à ce point. On obtient ainsi une suite qui dépend du second point d'intersection $x = \omega'$ du cercle avec Ox et que nous appellerons suite *générale* d'Hermite. Pour $\omega' = \infty$ on retrouve la première suite que nous appellerons suite *particulière* d'Hermite. A ces suites correspondent des développements en fractions continuelles. Cherchons ces développements.

Nous supposons $\omega > \omega'$ pour fixer les idées, et que le couple ω, ω' soit *réduit*, c'est-à-dire que le cercle C traverse le domaine fondamental.

Appliquons à la forme $f = (x - \omega y)(x - \omega' y)$ la réduction continuelle; le cercle C, parcouru dans le sens de ω' vers ω (c'est-à-dire ici de gauche à droite), sort du domaine fondamental par le côté de droite. Alors la forme suivante f_1 a une racine ω_1 correspondante à ω et telle que $\omega = 1 + \omega_1$. Le cercle correspondant à f_1, parcouru dans le sens correspondant au précédent (c'est-à-dire encore de gauche à droite), sort du domaine fondamental, soit par le côté de droite, soit par la base. (Des trois côtés d'un domaine modulaire, nous appelons *base* celui qui est opposé à la pointe.) Si c'est

(¹) *Comptes rendus*, t. 161, 1915, p. 720.

par le côté de droite, il en résulte une seconde forme f_2 ayant une racine ω_2 telle que $\omega = 2 + \omega_2$. En poursuivant l'opération on arrivera à une forme f_{a_0}, ayant une racine ω_{a_0} telle que $\omega = a_0 + \omega_{a_0}$. D'ailleurs a_0 peut être nul. Ensuite on est amené à sortir du domaine fondamental par la base, et l'on obtient une forme ayant une racine $\omega^{(1)} = -\frac{1}{\omega_{a_0}}$. Donc

$$\omega = a_0 - \frac{1}{\omega^{(1)}}.$$

Alors deux cas peuvent se présenter, parce que, lorsqu'on applique à un cercle orthogonal à Ox la transformation $z \Big| -\frac{1}{z}$, le sens dans lequel est parcouru le cercle reste le même ou change, suivant que le cercle coupe Ox en deux points qui sont du même côté de O ou non.

Dans le premier cas, sur le nouveau cercle, on quittera encore le domaine fondamental par la droite, et l'on arrivera à une nouvelle égalité

$$\omega^{(1)} = a_1 - \frac{1}{\omega^{(2)}},$$

d'où

$$\omega = a_0 - \frac{1}{a_1 -} \Big| \frac{1}{\omega^{(2)}}.$$

Dans l'autre cas, on arrivera à une égalité de la forme

$$\omega = a_0 + \frac{1}{a_1 -} \Big| \frac{1}{\omega^{(2)}},$$

a_1 étant, dans les deux cas, un entier positif.

Et ainsi de suite. On trouvera ainsi

$$\omega = a_0 + \frac{\varepsilon_1}{a_1 -} \Big| \frac{\varepsilon_2}{a_2 +} \Big| \cdots + \Big| \frac{\varepsilon_{n-1}}{a_{n-1} -} \Big| \frac{1}{\omega^{(n)}},$$

les ε étant égaux à ± 1, d'ailleurs parfaitement déterminés; les a étant des entiers positifs, sauf a_0 qui peut être nul.

On peut maintenant démontrer que la fraction continuelle indéfinie

$$a_0 + \frac{\varepsilon_1}{a_1 +} \Big| \frac{\varepsilon_2}{a_2 +} \Big| \cdots$$

est convergente et représente ω.

Si l'on avait parcouru le cercle en sens inverse on aurait eu une fraction continuelle représentant ω'.

On établit d'ailleurs facilement que les réduites successives du dévelop-

pement de ω sont les abscisses des pointes des domaines modulaires que traverse le point mobile parcourant C, partant du domaine fondamental et se dirigeant vers ω.

Relation avec le développement en fraction continuelle ordinaire. — Soit

$$\omega = a_0 + \frac{1}{a^1 +}\Big| \cdots$$

le développement de ω en fraction continuelle ordinaire, et cherchons le développement $\omega = a'_0 + \frac{1}{a_1}\Big| \cdots$ en fraction continuelle d'Hermite.

L'entier a'_0 est déterminé par cette condition que le centre C, reculé de a'_0 vers la gauche, coupe encore le domaine fondamental, mais en sorte à droite par la base. Donc

$$-\frac{1}{2} < \omega - a'_0 < 1.$$

Donc $a'_0 = a_0$ ou $a_0 + 1$.

Cherchons d'une façon précise dans quelles circonstances se présente la seconde hypothèse. La condition nécessaire et suffisante (qui entraîne $a_1 = 1$), est que le centre C, reculé de a_0 vers la gauche, enveloppe le sommet de droite du domaine fondamental, c'est-à-dire que

(1) $$2 - (\omega' - a_0 + \omega - a_0) + 2(\omega' - a_0)(\omega - a_0) < 0.$$

On démontre alors facilement que, en parcourant la suite des réduites du développement ordinaire, on est amené à faire un changement lorsqu'on arrive à un quotient complet $\omega_n = a_n + \frac{1}{1+}\Big|\frac{1}{a_{n+2}+}\Big| \cdots$ tel que

(2) $$2 - (\omega_n - a_n + \omega'_n - a_n) + 2(\omega_n - a_n)(\omega'_n - a_n) < 0,$$

ω'_n étant la quantité déduite de ω' par la substitution qui change ω en ω_n.

On peut transformer cette condition, en y remplaçant $\omega_n - a_n$ et $\omega'_n - a_n$ respectivement par

$$(-Q_n\omega + P_n) : (Q_{n-1}\omega - P_{n-1}) \quad \text{et} \quad (-Q_n\omega' + P_n) : (Q_{n-1}\omega' - P_{n-1});$$

on arrive ainsi à la condition

(3) $$2(Q_n^2 + Q_{n-1}Q_n + Q_{n-1}^2) - \frac{1}{\left|\omega - \frac{P_n}{Q^n}\right|}\left(1 + 2\frac{Q_{n-1}}{Q_n}\right) + (-1)^{n-1}\frac{\dfrac{2Q_n}{Q_{n-1}} + \dfrac{\omega - \frac{P_{n-1}}{Q_{n-1}}}{\omega - \frac{P_n}{Q_n}}}{\omega' - \frac{P_{n-1}}{Q_{n-1}}} < 0.$$

C'est la généralisation de la condition donnée par M. Humbert [*Comptes rendus*, t. 161, 1915, p. 720, condition (7)]; et, en effet, en supposant $\omega' = \infty$, on retrouve cette condition même.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Influence de la pression de radiation sur la rotation des corps célestes.* Note de M. **Tcheslas Bialobjeski**, présentée par M. Deslandres.

La radiation émise par un corps en mouvement produit un effet particulier, dont je me propose de signaler dans cette Note l'application astrophysique. Considérons un élément du surface rayonnante : on peut supposer qu'il appartient à un astre incandescent, au Soleil par exemple. La radiation émise produit une pression sur la surface considérée, de même qu'un canon est poussé en arrière au moment du tir. Si notre élément se meut dans la direction de la normale extérieure, la pression est augmentée par suite de ce que les ondes émises deviennent plus courtes et leur énergie par unité de volume croît.

Supposons maintenant que l'élément rayonnant se déplace dans son plan : il subit alors l'action d'une force tangentielle opposée à la direction de son mouvement. La cause en est la même : le raccourcissement des ondes émises dans des directions qui forment un angle aigu avec la vitesse de l'élément. La valeur de la résistance en question d'après le calcul de Poynting est $\frac{\mathrm{I}v}{4c^2}$, où I représente l'énergie rayonnée par unité de surface et de temps; v, la vitesse de l'élément de surface ; c, la vitesse de la lumière.

Or l'application de ce résultat à la physique solaire est facile à concevoir. Le Soleil possède un mouvement de rotation dans lequel chaque élément de surface se déplace tangentiellement. D'après ce qui précède, l'énergie rayonnée par la photosphère réagit avec une force qui, étant directement opposée au mouvement, tend à le ralentir. Il est facile de calculer la valeur de cette force de résistance f à la surface photosphérique du Soleil. Prenons 1^{cm^2} à l'équateur et admettons une constante solaire de $2,5\,\frac{\mathrm{cal}}{\mathrm{min}}$, soit

$$1,74 \times 10^6\,\frac{\mathrm{erg}}{\mathrm{sec}}.$$

L'énergie rayonnée par 1^{cm^2} de la photosphère sera $1,74 \times 10^6 \times (215,7)^2\,\frac{\mathrm{erg}}{\mathrm{sec}}$;

la vitesse à l'équateur est $2 \frac{\text{km}}{\text{sec}}$, d'où vient

$$f = \frac{1,74 \times 10^6 \times (215.7)^2 \times 2 \times 10^5}{4.9.10^{20}} \frac{\text{dyne}}{\text{cm}^2} = 4,54 \times 10^{-6} \frac{\text{dyne}}{\text{cm}^2}.$$

On voit que la force qui nous intéresse est bien faible. En revanche, elle agit continuellement dans le même sens et son effet peut devenir considérable au cours des siècles. Le frottement dû au rayonnement peut être comparé à juste titre à celui des marées, qui occupe une place importante dans les théories cosmogoniques modernes.

On connaît la curieuse loi de rotation solaire découverte par Carrington: la vitesse angulaire de la photosphère est variable avec la latitude et va en décroissant de l'équateur aux pôles. Il est naturel de présumer que le frottement de radiation doit jouer un rôle dans l'établissement de ce régime. Le problème à résoudre peut être énoncé ainsi : « Étant donné un globe gazeux incandescent en rotation, dont la densité croît de la périphérie au centre et qui éprouve à la surface un frottement particulier proportionnel à la vitesse linéaire, il faut trouver le régime de sa rotation, qui d'ailleurs variera lentement avec le temps. » L'application des équations de l'Hydrodynamique à ce problème, en tenant nécessairement compte de la viscosité, serait une tâche ardue. Aussi bornons-nous à quelques remarques en laissant la question ouverte. Imaginons le globe solaire divisé par des plans équidistants parallèles à l'équateur : les couches ainsi obtenues ont une vitesse angulaire décroissant de l'équateur aux pôles. Or la tendance à ce sectionnement une fois prononcée, le frottement de radiation la fortifie. En effet, pour un globe à densité uniforme, la masse de ces couches décroît proportionnellement à $\cos^2\theta$, où θ désigne la latitude, tandis que la force en question est proportionnelle à $\cos\theta$. La masse des couches solaires décroît beaucoup plus rapidement, en raison de la diminution de densité, en allant du centre vers la surface.

Si l'on admet que l'effet du frottement de radiation s'est propagé d'une façon appréciable jusqu'à l'axe de rotation, il en résultera que la diminution relative du moment de rotation sera plus marquée dans de hautes latitudes.

Il semble établi que l'atmosphère solaire au-dessus de la couche renversante a une durée de rotation unique du pôle à l'équateur. Une cause de ce phénomène peut résider en ce que la résistance est ici inappréciable, vu le faible rayonnement de l'atmosphère.

On notera enfin que, d'après certains auteurs, la photosphère est plus chaude aux pôles qu'à l'équateur. Si cela est vrai, le frottement de radiation est augmenté au voisinage des pôles, ce qui contribuerait à l'établissement du régime particulier de la rotation solaire.

PHYSIQUE. — *Effet de la température sur la structure des paraffines.* Note de M. **Thadée Peczalski**, présentée par M. E. Bouty.

Les densités des différentes paraffines pures varient de 0,848 à 0,875. J'ai trouvé cependant les densités de quelques paraffines supérieures à 0,900. Ceci pourrait s'expliquer en admettant que les paraffines ne sont pas pures et par suite peuvent avoir des densités supérieures à celle qu'on calculerait par la loi des mélanges. Il est cependant possible de donner de ce fait une explication différente.

1. J'ai observé que la paraffine coulée dans un tube à essais, chauffée pendant un certain temps à une température inférieure à son point de fusion, subit des transformations qui se manifestent avant tout par la production d'excavations dans la masse, comme le montre la figure ci-contre.

Les échantillons 1, 2, 3 sont préparés avec la paraffine fusible à 54° (*paraffine* 54). On a pris le soin de ne pas laisser des bulles d'air à l'intérieur de la masse. L'échauffement à 40°-45° pendant 60 heures a produit des excavations au bas des tubes et sur leur pourtour. L'échantillon 4 est préparé avec la paraffine de point de fusion de 84° (*paraffine* 84). Le chauffage à 40° pendant 24 heures a produit le glissement de la paraffine le long des parois du tube et une cavité au bas de celui-ci.

2. Le changement de densité de la paraffine résultant de la transformation a été mesuré de la manière suivante : une lame d'aluminium est plongée plusieurs fois dans la paraffine fondue. Les couches solidifiées ne contiennent pas de bulles d'air. L'échantillon est accroché au bouchon qui ferme un tube de verre qu'on maintient à 40° pendant un temps plus ou moins long. Les densités des paraffines mesurées après chauffage ont donné :

Durée de chauffage	0.	16 heures.	24 heures.
Densité de la paraffine 54	0,875	0,889	0,900
Densité de la paraffine 84	0,925	0,925	0,925

La densité de la paraffine 54 paraît tendre vers 0,910. La transformation

de cette paraffine se manifeste aussi par le changement de transparence : la paraffine est devenue translucide après l'échauffement, alors que le même échantillon était presque opaque avant le chauffage.

La paraffine 84 est opaque à l'état solide ordinaire ; elle devient légèrement



translucide après le chauffage. Sa densité n'ayant pas changé pendant la dernière expérience il faut supposer que la paraffine obtenue par cette préparation se trouve déjà dans l'état transformé.

3. La transformation est accompagnée d'une forte diminution de la conductibilité électrique de la paraffine. L'expérience a été faite comme il suit :

Sur une lame de zinc couverte de paraffine par le procédé déjà décrit est appliquée

une autre lame de zinc de mêmes dimensions, chauffée légèrement, qui s'accole ainsi à la paraffine. Aux deux lames sont attachées deux fils de cuivre. Le système est fixé dans un tube à essais par ses fils passant par un bouchon paraffiné.

La résistance électrique est mesurée par la méthode de Foussereau, d'abord avant tout échauffement et ensuite après un chauffage prolongé à 45°. On trouve ainsi, avec deux échantillons de la paraffine 54 :

Température.	Durée d'échauffement.	Résistivité.
22°.................	0^h	$1,4.10^{13}$
22°.................	20^h	$2,1.10^{13}$

Comme on le voit la résistivité a augmenté fortement après le chauffage.

Analyse microscopique. — Sur une lame de verre on fond un morceau de paraffine en le recouvrant avec un couvre-objet microscopique qui est fortement pressé contre la lame pendant la solidification de la paraffine, de façon à en obtenir une couche aussi mince que possible. Examinant cet échantillon au microscope polarisant (¹), on distingue sur un fond obscur des cristaux en forme de larges aiguilles. Après un chauffage à 40° pendant 3 heures les cristaux sont élargis aux dépens des parties obscures. (Le nombre des cristaux ainsi que l'étendue des parties non cristallisées dépendent beaucoup du mode de préparation des échantillons.)

L'analyse microscopique prouve que la paraffine à l'état habituel est en partie amorphe et en partie cristallisée. *L'échauffement prolongé à une température inférieure à son point de fusion produit : 1° la cristallisation des parties surfondues; 2° l'agrandissement des cristaux; 3° peut-être le changement de leurs orientations.* Le premier fait montré par l'analyse microscopique s'accorde avec le changement de densité éprouvé pendant l'échauffement et la diminution de la conductibilité électrique. Cet effet existant seul aurait produit une diminution de transparence de la paraffine; l'agrandissement des cristaux produit l'effet contraire. L'hypothèse que l'orientation des cristaux agrandis devient plus homogène est nécessaire pour expliquer le grand changement de transparence survenu après l'échauffement, ainsi que les transparences inégales des différents échantillons de paraffine.

(¹) Mis obligeamment à ma disposition par M. Wallerant.

PHYSIQUE. — *Sur l'existence d'un nouveau groupe de lignes (série* M*) dans les spectres de haute fréquence.* Note de M. **Manne Siegbahn**, présentée par M. E. Bouty.

Les recherches de Barkla et d'autres auteurs ont montré que les spectres de haute fréquence des éléments chimiques se composent de deux groupes de rayons (séries K et L) qui diffèrent considérablement dans leur pouvoir de pénétration. Plusieurs auteurs ont supposé qu'il pouvait exister d'autres séries (J, M, etc.); mais jusqu'à présent aucune confirmation expérimentale n'était venue appuyer ces présomptions.

Les nouvelles recherches, poursuivies à l'aide des réseaux cristallins par Bragg, Moseley, de Broglie, Malmer, Friman et l'auteur, ont montré que les séries K et L se composent chacune de plusieurs lignes; dans la série K, on a mesuré quatre composantes et, dans la série L, au moins deux.

Dans des recherches systématiques sur le spectre de l'uranium, poursuivies en vue de mettre en évidence des longueurs d'onde plus grandes que celles qui caractérisent la série L, j'ai trouvé un nouveau groupe de lignes qui correspond à la série hypothétique M. En effet, la nouvelle série se place, par rapport à la série L, comme celle-ci par rapport à la série K.

Le dispositif expérimental comportait un spectrographe, dans le vide, à cause de l'absorption très grande par l'air des rayons considérés; le cristal employé était une lame de gypse, qui a fourni les résultats numériques suivants (en prenant 1,1830 pour logarithme de la double distance des plans) :

Uranium.	$\lambda \times 10^{-8}$ cm.
α	3.905
β	3.715
γ_2	3,480
δ_1	3,363
δ_2	3,324
(Ca ?)	3,073
	2,941

et quelques autres plus faibles.

L'investigation des éléments Th, Bi, Pb, Tl, Au a montré que cette série est représentée dans le spectre de tous ces corps.

Les longueurs d'onde sont :

Uranium.	Th.	Bi.	Pb.	Tl.	Au.
α........	4,139	5,117	5,300	5,479	5,838
β........	3,941	4,903	5,095	5,256	5,623
γ_1.......	3,812	4,726	4,910	»	5,348
γ_2.......	3,678	»	»	»	5,824
δ_1.......	»	4,561	4,695	4,826	5,116 (?)
δ_2.......	»	4,532	»	»	5,102
ε........	»	4,456	»	4,735	»

Les raies α et β sont très fortes, les autres assez faibles et leurs mesures un peu incertaines.

PHYSIQUE. — *Mouvement brownien des particules d'huile, d'étain et de cadmium dans différents gaz et à diverses pressions.* Note [1] de MM. **A. Schidlof** et **A. Targonski**, transmise par M. G. Gouy.

Des expériences antérieures avaient montré que l'observation du mouvement brownien des particules de mercure amalgamé et des particules métalliques pulvérisées dans l'arc voltaïque fournit des valeurs d'autant plus petites de la charge élémentaire que la particule est plus grande. Cette constatation avait conduit l'un de nous à la supposition que la théorie d'Einstein ne s'appliquerait peut-être qu'au cas où les dimensions de la particule sont petites, en comparaison du libre parcours moyen des molécules du gaz ambiant [2].

Pour étudier de plus près cette question nous nous sommes proposé d'expérimenter en premier lieu sur des corpuscules de forme sphérique et de densité bien déterminée. Les gouttes d'huile d'olive satisfont à ces conditions. Nous en avons observé le mouvement brownien dans l'air à la pression ordinaire et à une pression voisine de $0^{\text{atm}},05$.

On sait que pour calculer la charge d'une particule, d'après les données tirées de l'étude du mouvement brownien, on utilise des formules qui ne font intervenir *explicitement* ni la forme ni la densité des particules. Soient $\overline{\lambda^2}$ le carré moyen du déplacement brownien dans 1 seconde (calculé d'après les écarts statistiques des durées de chute), N le nombre d'Avogadro ($6,06 \times 10^{23}$), R la constante des gaz parfaits, T la température absolue, on obtient la « mobilité » B du petit corps par la formule d'Einstein (1). D'autre part, en désignant par c_1 la vitesse moyenne de chute, par c_2 la vitesse

(1) Séance du 15 mai 1916.

(2) A. Targonski, *Comptes rendus*, t. 161, 1915, p. 778.

moyenne d'ascension dans un champ électrique d'intensité F, par n le nombre des charges élémentaires (e) portées par la particule, on a une seconde formule (2) qui, combinée avec la première, permet le calcul de e :

$$(1) \qquad B = \frac{N}{2RT}\overline{\lambda^2},$$

$$(2) \qquad e = \frac{v_1 + v_2}{nFB}.$$

La seule supposition qui intervienne dans l'emploi simultané de ces deux formules est celle-ci : *La mobilité* B *définie par la formule statistique* (1) *doit avoir la même valeur que celle qui entre dans la formule* (2) *tirée de la dynamique des fluides.*

Ceci n'aura lieu vraisemblablement que si la particule présente une forme sphérique, parce que dans ce cas seul la valeur de B ne dépend pas de l'orientation de la particule.

En ce qui concerne la précision des observations statistiques, un calcul récent de M. Schrödinger [1] montre que l'écart probable de la moyenne (Δe) ne dépend que du nombre des observations suivant la formule

$$\frac{\Delta e}{e} = \pm\sqrt{\frac{2}{m}}.$$

Dans le Tableau suivant nous avons réuni les résultats de nos observations portant non seulement sur des gouttes d'huile, mais aussi sur des particules d'étain obtenues par pulvérisation du métal fondu dans une atmosphère d'azote et sur des particules de cadmium produites par l'ébullition du cadmium tantôt dans de l'hydrogène pur, tantôt dans de l'hydrogène renfermant un peu d'air.

Les écarts Δe ont été calculés en supposant exacte la valeur de la charge élémentaire qui a été trouvée par M. Millikan d'après une méthode très précise :

$$e = 4,774 \times 10^{-10} \text{ unité électrostatique } [2].$$

Corps et gaz.	Nombre des particules observées.	Nombre des observations m.	$10^{10}e$ unités électrostatiques.	Δe.	$\frac{\Delta e}{e}$.	$\sqrt{\frac{2}{m}}$.	Rayon apparent $10^5 a$.
					pour 100	pour 100	cm
Huile dans l'air............	55	1745	4,91	0,14	+ 2,9	± 3,4	2 à 7
Étain dans l'azote..........	15	721	4,31	0,46	— 9,5	± 5,3	env. 3
Cadmium dans l'hydrogène.	9	523	4,91	0,14	+ 2,9	± 6,2	env. 5

(1) E. SCHRÖDINGER, *Phys. Zeitschr.*, t. 16, 1915, p. 289.
(2) R.-A. MILLIKAN, *Phys. Rev.*, t. 2, 1913, p. 109.

La moyenne générale résultant de 2989 observations est

$$e = 4,765 \times 10^{-10} \text{ unité électrostatique } (^1).$$

Elle présente, comparée au chiffre de Millikan, un écart de +0,2 pour 100, tandis que l'erreur probable (d'après Schrödinger) est de ± 2,6 pour 100.

Parmi les différents corpuscules étudiés les gouttes d'huile seules doivent avoir une forme sphérique. On peut d'ailleurs se rendre compte, dans une certaine mesure, de la forme d'une particule ultramicroscopique chargée, en calculant sa densité au moyen de la loi de Stokes-Cunningham (3) qui implique la supposition d'une forme sphérique.

En désignant par a le « rayon apparent » de la particule, par η le coefficient de viscosité et par l le chemin moyen des molécules du gaz, par g l'accélération de la pesanteur, on peut tirer la « densité apparente » σ des formules (3) et (4)

$$\text{(3)} \qquad B = \frac{1 + \dfrac{0,87\, l}{a}}{6\pi\eta a},$$

$$\text{(4)} \qquad \sigma = \frac{3 v_1}{4\pi B a^3 g}.$$

En ce qui concerne les particules d'étain on a pu ainsi se rendre compte que celles-ci se divisent en deux catégories. En présence de traces d'air ou d'humidité on a obtenu des particules de densité apparente 0,8 (22 particules); la pulvérisation dans l'azote pur fournit des particules d'une densité apparente 1,6 (16 particules), à condition qu'on refroidisse brusquement le métal pulvérisé. En ralentissant le refroidissement on peut obtenir des densités apparentes plus élevées et allant jusqu'à la limite 4,2 (celle de l'étain pur est 7). On a observé 24 de ces particules de plus forte densité apparente.

Les densités apparentes des particules de cadmium varient entre les limites de 0,15 et 0,75. Toutes ces densités sont incontestablement trop petites pour pouvoir être considérées comme réelles (²). La forme de ces corps s'écarte donc certainement beaucoup de la forme sphérique, mais il semble que, pour des conditions données de production, les particules présentent entre elles une similitude de forme qui se manifeste par l'égalité des densités apparentes. En pulvérisant de l'étain et en ralentissant le refroidissement, on a réussi quelquefois à obtenir des particules presque sphériques.

L'observation du mouvement brownien de *toutes* ces particules conduit à des chiffres concordants pour la charge de l'électron, à l'opposé de ce qui a été constaté pour des particules de mercure amalgamé et pour celles qui

---

(¹) La moyenne a été calculée en donnant à chaque résultat partiel un poids proportionnel à m.

(²) *Loc. cit.*

ont été produites dans l'arc voltaïque. Notons du reste que celles-ci fournissent des « densités apparentes » variant irrégulièrement dans des limites bien plus étendues. La forme de ces corps est donc probablement bien moins régulière que celle des particules d'étain et de cadmium étudiées dans les présentes recherches.

L'ensemble de nos observations conduit aux conclusions suivantes :

1° *La théorie d'Einstein du mouvement brownien s'applique aux particules sphériques (sphérules d'huile) sans restrictions;*

2° *Elle s'applique de même à des particules non sphériques de forme pas trop irrégulière (particules d'étain et de cadmium) quel que soit le milieu gazeux;*

3° *La valeur de la charge élémentaire des ions gazeux s'accorde avec celle obtenue d'après d'autres méthodes plus précises dans les limites d'exactitude des mesures.*

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur un nouveau mode de dosage du fluor.* Note de M. F. Pisani.

Lorsqu'on verse de l'azotate de thorium dans une solution d'un fluorure alcalin, légèrement acidulée par de l'acide acétique ou bien par de l'acide azotique, on obtient un précipité de fluorure de thorium ($ThFl^4 + 4H^2O$).

Ce précipité est gélatineux comme l'alumine, excessivement volumineux et si lourd qu'il tombe rapidement au fond du vase. La liqueur surnageante est limpide : on peut donc en décantant dans un verre, de temps à autre, s'assurer de la fin de l'action du réactif. Lorsque le précipité est considérable il faut ajouter assez d'eau pour pouvoir en décanter une forte portion dans un vase conique, afin d'être certain que tout le fluor a été précipité et qu'il n'y a plus de louche; au besoin on laisse déposer pendant quelques heures.

Il ne faut pas ajouter à la fois un trop grand excès de réactif, parce que, dans une liqueur concentrée, l'azotate de thorium peut dissoudre un peu du précipité. Quand la teneur en fluor est à peu près connue, on peut peser d'avance la quantité nécessaire de réactif solide, le dissoudre dans l'eau et en ajouter dès le début une assez grande quantité pour aller plus vite.

La sensibilité de ce réactif est très grande et permet de reconnaître dans une liqueur au moins 0,01 pour 100 de fluor.

Dans une analyse quantitative on doit, avant de filtrer, décanter plusieurs fois la liqueur claire dans un grand vase, la laisser déposer quelque temps, puis la filtrer, pour éviter que le peu de matière qui reste en suspension ne bouche le filtre; on termine à la trompe si c'est nécessaire. Si le précipité est assez volumineux il est bon de jeter sur un autre filtre le précipité principal et de le laver à l'eau chaude en employant la trompe.

Comme le fluorure de thorium perd à 100° une molécule d'eau, on peut, en employant un filtre taré, peser après dessiccation et en déduire la quantité de fluor. Cependant il est préférable de calciner de suite avec le filtre et de chauffer fortement; on obtient ainsi la thorine (ThO^2) dont le poids donne la quantité de fluor dans le rapport $\frac{ThO^2}{4Fl}$.

Pour certains fluorures insolubles dans l'eau, on les fond dans un creuset de platine avec 5 parties de carbonate de sodium, on reprend par l'eau, on filtre. La solution alcaline étant neutralisée par l'acide acétique, puis légèrement acidulée afin de détruire le carbonate alcalin; on précipite à froid par l'azotate de thorium.

Dans le cas du fluorure de calcium et de la cryolite, il faut fondre le minéral avec 2,5 parties de silice et 6 parties de carbonate de sodium. En reprenant par l'eau, tout le fluor est en dissolution et l'on opère comme ci-dessus.

Dans le cas des phosphates fluorifères, comme l'amblygonite, on fond avec de la silice et du carbonate de sodium : on filtre ; puis, après neutralisation par l'acide azotique, on élimine l'acide phosphorique par une des méthodes connues, puis on précipite le fluor. Opérer autant que possible dans des vases de platine, surtout pour les évaporations. Pour doser le fluor dans l'apatite ou dans les os calcinés, on fond avec la silice et du carbonate de sodium ; la plus grande partie du phosphate de calcium reste insoluble quand on reprend par l'eau, mais il existe dans la solution, outre le fluor, un peu d'acide phosphorique; ce dernier doit donc être éliminé autrement, il s'en précipite un peu avec le fluor. Pour un essai qualitatif de l'apatite ou d'autres phosphates fluorifères solubles dans l'acide azotique, il suffit d'étendre d'eau et de verser le sel de thorium pour obtenir la réaction du fluor.

Silicates. — Certains micas (biotite, lépidolite, etc.), l'apophyllite, la topaze et quelques autres silicates contiennent du fluor. Il suffit de les fondre avec 5 parties

de carbonate de sodium. En reprenant par l'eau et en acidulant par l'acide acétique on peut facilement y doser le fluor.

Fluosilicates. — L'acide fluosilicique précipite à froid la thorine dans une liqueur faiblement acidulée d'acide chlorhydrique, même en présence de cérium, lanthane, didyme, ainsi que je l'ai indiqué il y a quelques années; c'est même un excellent réactif pour déceler une très petite quantité de thorium. L'azotate de thorium précipite la totalité de l'acide fluosilicique des fluosilicates solubles; par calcination on obtient la thorine.

Quant aux fluosilicates insolubles dans l'eau, ils doivent être décomposés par du carbonate de sodium, soit par l'ébullition, soit par fusion, et d'éliminer la silice par le carbonate d'ammoniaque suivant le procédé connu; dans la liqueur filtrée on précipite le fluor après avoir acidulé par l'acide acétique.

Fluotantalates. Fluoborates. — Le fluotantalate de potasse étant bouilli avec du carbonate de sodium, il suffit de filtrer pour éliminer l'acide tantalique; dans la liqueur acidifiée par l'acide acétique on précipite le fluor.

Le fluoborate de potassium en solution ne précipite pas par l'azotate de thorium; mais si l'on fait bouillir cette solution avec un léger excès de carbonate de sodium, une fois acidifiée par l'acide acétique, elle devient entièrement précipitable par le sel de thorium.

Dans tous ces dosages, il suffit d'opérer sur $0^{g},2$ ou $0^{g},3$ de matière; quand la teneur en fluor ne dépasse pas 5 à 8 pour 100 on opère dans un vase conique de 100^{cm^3}; pour les teneurs plus élevées il faut des vases de 250^{cm^3} ou même plus afin de pouvoir bien décanter le précipité. Pour des quantités de fluor inférieures à 1 pour 100, on obtient tout d'abord simplement un louche dans la liqueur; mais le précipité devient visible au bout de quelque temps, quand il a pu se déposer.

CRYPTOGAMIE. — *Les phénomènes de la sexualité chez les Lichens du genre* Solorina. Note de M. et Mme **Fernand Moreau**, présentée par M. Guignard.

Les recherches sur la sexualité des Lichens de la famille des Peltigéracées ont conduit leurs auteurs à admettre que ces Lichens sont dépourvus de sexualité (Fünfstück, Baur), ou à leur attribuer une sexualité au moyen de spermaties et de trichogynes inclus dans le thalle (Miss Bachman), enfin à leur reconnaître une sexualité à la façon des Ascomycètes autonomes. C'est cette dernière opinion, contenue dans la théorie de Dangeard sur la sexualité des Champignons supérieurs, que nous avons adoptée dans une Note récente relative à la sexualité des *Peltigera*.

Examinons comment ces diverses manières de voir s'appliquent au cas d'une autre Peltigéracée, le *Solorina saccata* Ach.

En abordant l'étude du développement des apothécies de ce Lichen nous nous attendions à y trouver les mêmes phénomènes que chez les *Peltigera :* la naissance, aux dépens d'un ascogone d'origine médullaire, à cellules multinucléées, d'hyphes ascogènes aux cellules d'abord multinucléées, puis binucléées. Les phénomènes sont tout différents.

C'est aux dépens des hyphes de la couche gonidiale que se développent les parties fertiles de l'apothécie.

Les cellules superficielles des hyphes intergonidiaux forment d'abord, sous le cortex, une, puis plusieurs couches de cellules isodiamétriques, parfois binucléées, mais généralement uninucléées comme la plupart des cellules du Champignon ; par leur aspect et par leur taille ces cellules rappellent les cellules corticales sus-jacentes. Elles donnent naissance aux paraphyses : chacune d'elles pousse vers le cortex une, parfois plusieurs paraphyses, droites, bientôt pluriseptées, à cellules uninucléées.

Quand les paraphyses ont acquis un certain degré de développement, on voit apparaître à leur base des hyphes ascogènes. Comme les cellules paraphysogènes du début, ils ont pour origine les cellules mycéliennes de la couche gonidiale sous-jacente. Ces cellules, uninucléées entre les gonidies, deviennent binucléées à la partie supérieure où leur protoplasme se charge de grains chromatiques pendant que leurs dimensions s'accroissent. Les hyphes, souvent ramifiés, que forment alors les cellules binucléées au-dessus de la couche gonidiale, cheminent quelque temps horizontalement à la base des paraphyses, puis donnent naissance aux asques. Ceux-ci se développent généralement à l'extrémité des hyphes ascogènes; certains cependant naissent latéralement sur leur trajet, mais jamais il n'y a formation de crochet. Dans chaque asque les deux noyaux se fusionnent. Le jeune asque, devenu uninucléé, s'allonge, épaissit sa membrane et donne naissance aux spores.

La formation des spores présente une particularité intéressante. On sait que, chez la plupart des Ascomycètes, le noyau de fusion subit, dans l'asque, trois divisions successives, donnant huit noyaux autour de chacun desquels s'individualise une spore. Chez le *Solorina* il en est autrement : autour des quatre noyaux de deuxième division s'individualisent quatre spores ; l'asque non encore mûr renferme donc quatre spores uninucléées. A un stade ultérieur chacune de ces spores s'allonge, divise son noyau, puis se cloisonne; elle se transforme ainsi en une spore bicellulaire, à loges

uninucléées. L'asque à maturité contient quatre spores qui sont bicellulaires, à cellules uninucléées.

Le développement de la partie fertile de l'apothécie du Solorina saccata *comprend donc : la naissance, à la base de paraphyses développées, d'hyphes ascogènes à cellules binucléées, aux dépens des hyphes végétatifs, à cellules uninucléées, de la couche gonidiale sous-jacente ; la production des asques à l'extrémité des hyphes ascogènes ; la fusion des noyaux dans chaque asque ; enfin la formation de quatre spores par asque, d'abord uninucléées, puis binucléées, enfin bicellulaires.*

Il ne nous a pas été possible de mettre en évidence, dans le thalle, de spermaties incluses, ni de trichogynes ; nous rejetons donc la théorie suggérée par Miss Bachman.

N'ayant observé aucun phénomène de copulation de cellules nous admettrions, avec Baur, que les *Solorina* sont des Champignons dépourvus de sexualité si les recherches de Dangeard ne nous avaient appris que, chez les Ascomycètes, la fusion des noyaux dans l'asque a la valeur d'un acte sexuel. *Le cas offert par le* Solorina saccata *se laisse donc ramener aisément à celui de la plupart des Ascomycètes autonomes.*

Mais, chez beaucoup d'Ascomycètes, les hyphes ascogènes naissent d'organes, connus sous le nom d'ascogones, qui sont les vestiges de gamétanges autrefois fonctionnels, dont les Champignons inférieurs et quelques Ascomycètes nous offrent encore aujourd'hui des exemples. De tels organes manquent chez le *Solorina saccata*. Les *Solorina* réalisent un cas, prévu par la théorie dangeardienne, où l'ascogone a complètement perdu ses caractères particuliers et se confond avec les hyphes végétatifs. A ce point de vue, les *Solorina* nous apparaissent comme pourvus d'une sexualité très évoluée, beaucoup plus évoluée que celle dont nous avons indiqué les caractères chez les *Peltigera*, aussi évoluée que celle que réalisent les Basidiomycètes chez lesquels aucun vestige de gamétange n'a été conservé.

PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Appareil électrique d'auscultation, d'exploration clinique et de physiologie expérimentale.* Note (¹) de M. **Jules Glover**, présentée par M. d'Arsonval.

Poursuivant, à l'état physiologique et à l'état pathologique, l'étude des applications de la transmission à distance des vibrations de la voix que

(¹) Séance du 15 mai 1916.

j'ai appelées *solidiennes* [1] par opposition aux vibrations aériennes, parce que, contrairement à ces dernières, elles sont propagées par les tissus et organes à toute la surface du corps, même sur les membres, où l'on peut les recueillir, j'ai étendu, dans cette Note, ces recherches aux vibrations provoquées, dans les mêmes conditions, par la circulation cardio-vasculaire et par les mouvements de la respiration.

Le dispositif que j'ai employé est le suivant :

J'ai placé un galvanomètre, choisi à dessein, dans un circuit constitué par un microphone, par le primaire d'une bobine d'induction et par une batterie de piles. donnant une force électromotrice, mesurée à l'instant de l'expérience par un voltmètre et maintenue sous une tension électrique fixe.

L'appareil ainsi constitué indique, pour une position déterminée du microphone, une intensité mesurée par l'index en milliampères sur le galvanomètre, dont le commutateur permet, sur la graduation suivante, l'emploi de trois sensibilités intentionnellement choisies en vue des variétés de vibrations à observer : de 1 à 50, de 1 à 250 et de 1 à 500 milliampères.

La plaque du microphone étant soumise à des déformations périodiques, le galvanomètre suit ces variations, d'après les variations du courant traversant le microphone. L'amplitude des oscillations est variable, suivant les déformations de la plaque. Le milliampèremètre que j'ai employé pour la mensuration, est du type Deprez et d'Arsonval, à circuit, à cadre mobile dans un champ magnétique produit par un aimant permanent. A dessein, j'ai choisi un galvanomètre ayant une période d'oscillations rapides, présentant une apériodicité suffisante pour suivre les variations de résistance du circuit. Le milliampèremètre donne à chaque instant le quotient de la tension de la source par la résistance du circuit microphonique. C'est le quotient du voltage par la résistance, que donne à tout moment l'appareil.

Pour l'auscultation de la voix solidienne transmise à la surface du corps, j'ai employé le microphone.

Pour l'exploration du système cardio-vasculaire et des mouvements respiratoires, j'ai utilisé un collecteur d'ondes d'un type un peu spécial.

J'ai pu ainsi démontrer que non seulement les vibrations solidiennes de la voix, mais les pulsations produites par la circulation cardio-vasculaire et les oscillations résultant des mouvements de la respiration, peuvent être recueillies à distance, et mesurées sur une unité de mesure électrique : le milliampère. Elles peuvent être en outre, en même temps, enregistrées au besoin, à l'aide d'un enregistreur apériodique, sous forme d'une courbe cinématique.

---

[1] *Comptes rendus*, t. 160, 1915, p. 685, et *De l'auscultation de la voix solidienne à distance en clinique pour le diagnostic précoce du début de la tuberculose pulmonaire* (*Bulletin de l'Académie de Médecine*, 22 février 1916).

J'ai ajouté au dispositif d'ensemble, dans le secondaire de la bobine, deux récepteurs. Ceci permet, pour l'auscultation de la voix à distance, l'association simultanée de l'impression auditive venant s'ajouter, comme contrôle parallèle, à l'impression visuelle fournie par le galvanomètre.

De plus, dans le même ordre d'idées d'associations sensorielles, pour l'examen du pouls, à la perception tactile de l'onde artérielle et de ses caractères, vient ici s'ajouter sur le galvanomètre la vision des oscillations d'ondes vasculaires, révélées par la fréquence, les hésitations, la lenteur, les variations du rythme des mouvements de l'aiguille.

On voit sur le galvanomètre et l'on apprécie mieux la valeur de phénomènes vibratoires, dont il est à peu près impossible de percevoir tous les détails simplement par le tact. On se rend parfaitement et mieux compte, par la vue, des caractères, du rythme vasculaire et de toutes les modalités du pouls.

Il semble qu'ainsi le physiologiste et le clinicien se trouvent munis d'une double méthode d'observation nouvelle, susceptible peut-être d'une utilisation plus large et d'un perfectionnement progressif, mais pouvant dès maintenant venir s'ajouter utilement aux anciens moyens d'investigation.

En ce qui touche l'appareil vocal, l'adjonction de la sensation visuelle à l'impression auditive permet de contrôler celle-ci. C'est dans le diagnostic précoce du début de la tuberculose pulmonaire, époque à laquelle la maladie est encore curable dans 60 pour 100 des cas, que cette auscultation médiate a tout son intérêt.

Si, avec un affaiblissement du murmure, même sans râles adventices, on constate par cette auscultation médiate, dans les conditions physiques et physiologiques les plus favorables pour les percevoir, un léger frémissement vibratoire de la voix, ou mieux encore un retentissement, une résonance permanente plus ou moins marquée, bien localisée, avec intensité ou timbre variable, on est autorisé à pressentir, s'il existe d'autres raisons de la soupçonner, qu'il y a densification pulmonaire, tout à fait au début, car à l'état physiologique il est impossible d'observer ce phénomène. La conviction devient tout à fait complète, si le phénomène vibratoire anormal s'accompagne d'un peu de submatité et de résistance sous le doigt.

Appliqué à l'exploration de la respiration, cet appareil permet de mesurer et d'enregistrer à volonté tous les mouvements d'ampliation thoracique.

En appliquant l'appareil successivement sur toutes les régions de la surface du thorax, on peut se rendre compte du mode et du type respiratoire de chacun.

Et le sujet témoin du fait, qu'il contrôle sur le galvanomètre, peut modifier, par une respiration volontaire mieux appropriée, un type respiratoire anormal, donnant un minimum d'effet avec un maximum d'effort, comme le type respiratoire costo-claviculaire. Ainsi la rééducation respiratoire guidée par le galvanomètre est essentiellement physiologique, puisque la vue indique la *localisation* de l'acte musculaire demandé en vue d'un meilleur fonctionnement.

Enfin, en ce qui a trait à l'*examen du système circulatoire* par cette méthode, l'introduction de l'impression visuelle avec mensuration milliampermétrique dans ce sphygmomètre électrique pouvant se transformer en sphygmographe a une réelle importance.

En effet la capsule microphonique n'a pas une sensibilité suffisante pour enregistrer assez nettement les oscillations d'ondes vibratoires produites par le système cardio-vasculaire en mouvement, de façon à impressionner les centres auditifs. Au contraire les ondes vasculaires comme celles produites par les contractions auriculaires ou ventriculaires, par les pulsations artérielles ou veineuses actionnent la capsule et provoquent des variations très diverses du courant microphonique que le galvanomètre traduit en variations de résistance.

Le sphygmomètre peut donc servir à mesurer la tension artérielle et peut comme sphygmographe, sous forme d'un enregistreur apériodique, enregistrer une courbe cinématique du pouls.

BACTÉRIOLOGIE. — *Recherches expérimentales sur le mécanisme de l'enkystement des corps étrangers et du microbisme latent.* Note ([1]) de MM. **P. Lecène** et **A. Frouin**, présentée par M. Roux.

Dans une Communication antérieure ([2]) nous avons montré l'existence d'un microbisme latent dans les plaies de guerre complètement cicatrisées.

Nous avons étudié systématiquement la flore accompagnant les projectiles, extraits uniquement à cause de la gêne fonctionnelle ou des douleurs qu'ils provoquent 4, 6 ou 8 mois après la cicatrisation complète de la blessure.

Dans les cas que nous avons étudiés nous avons vu trois fois les ensemencements des projectiles rester stériles: il s'agissait dans ces trois cas de balles :

([1]) Séance du 15 mai 1916.

([2]) *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 722.

une balle française (cuivre), deux balles allemandes (maillechort), dans tous les autres cas, éclats d'obus, de grenades ou shrapnells, l'ensemencement du projectile ou de la capsule fibreuse qui l'entoure a donné lieu à un développement microbien.

L'examen direct des frottis faits au moyen de particules prises à la surface du corps étranger ou à l'intérieur de la capsule fibreuse qui l'entoure, montre l'existence de microbes qui présentent une grande uniformité : ce sont des cocci isolés ou des diplocoques, mais les ensemencements sur milieux nutritifs ont donné lieu à un développement d'espèces variées : staphylocoques, streptocoques, bacilles la plupart facultativement anaérobies.

Nous avons toujours constaté que le développement microbien est nul ou peu abondant pendant les premières 24 heures; il ne se manifeste généralement qu'après 3 ou 4 jours.

Cette diminution du pouvoir végétatif des microbes est la règle dans tous les cas de projectiles ou de corps étrangers extraits de blessures anciennes complètement cicatrisées. Elle peut déjà expliquer, pour une part, l'absence de réaction de l'organisme pendant un temps plus ou moins long. Mais il nous a semblé que l'enkystement du projectile dans une coque de tissu conjonctif pouvait aussi être invoqué pour expliquer par quel mécanisme les divers microbes que nous avons trouvés restaient ainsi en vie latente dans les tissus.

On peut supposer que le sang épanché au moment du traumatisme a englobé et isolé, en se coagulant, le corps étranger et les microbes, ce qui a permis au tissu cicatriciel de se former dans des conditions particulièrement rapides et favorables (organisation conjonctive du caillot).

Les expériences suivantes permettent d'appuyer cette hypothèse sur l'englobement par le caillot sanguin et le rôle protecteur du tissu conjonctif résultant de l'organisation de ce caillot.

Nous avons injecté entre deux ligatures, dans les veines jugulaires ou les carotides du lapin, des cultures microbiennes, le sang se coagule entre les deux ligatures englobant les microbes injectés dans le caillot. Ce segment de vaisseaux montre aussitôt des signes de sclérose inflammatoire, réalisant ainsi autour des microbes injectés une sorte de coque fibreuse analogue à celle qui entoure les projectiles. Les animaux n'ont présenté aucun trouble, aucun amaigrissement, la plaie s'est parfaitement cicatrisée. Au bout de 20 à 25 jours les segments de vaisseaux ont été enlevés, ils contenaient une masse d'aspect caséeux et la paroi des veines était épaissie; la matière caséeuse contenue dans le vaisseau fibreux a donné lieu à un développement microbien dans les milieux de culture.

Des microbes identiques à ceux que nous avions injectés dans les segments vasculaires isolés furent injectés, en plus grande quantité il est vrai, sous la peau d'animaux de même espèce, et ont provoqué des abcès qui se sont ouverts spontanément en 4 ou 5 jours.

Cette expérience de contrôle montre bien le rôle protecteur de l'englobement rapide des microbes dans un caillot entouré lui-même d'une paroi conjonctive.

Nous rappelons ici les observations publiées antérieurement par l'un de nous ([1]) et qui appuient encore cette hypothèse sur le rôle du tissu conjonctif. Nous avons constaté, en effet, que les fistules intestinales de Thiry intéressant les dernières portions de l'intestin grêle se ferment assez rapidement (1 à 2 mois en moyenne). La peau se reforme complètement et oblitère l'orifice intestinal. Au bout de 1 à 2 mois on constate, au niveau de la lumière intestinale au-dessous de la peau, l'existence d'une petite masse mobile qui grossit lentement. La peau ouverte au thermocautère, on peut extraire cette pseudo tumeur constituée par des cellules épithéliales desquamées et des microbes. Cette masse ensemencée donne une culture de Coli et d'un diplocoque aérobie.

Une partie de cette masse, mise en suspension dans l'eau et injectée sous la peau d'un autre chien, donne lieu à la formation d'un volumineux abcès. Il est probable que, si un traumatisme avait provoqué une solution de continuité dans le tissu conjonctif qui enkystait cette petite tumeur sous-cutanée, il y aurait eu abcès à ce niveau.

On voit donc que le tissu conjonctif constitue une barrière efficace contre la diffusion des microbes, et que des microorganismes, susceptibles de provoquer des réactions locales intenses, peuvent parfaitement rester pendant longtemps dans un segment de vaisseau isolé ou dans une poche de tissu conjonctif sous la peau sans donner lieu à aucune réaction.

Il n'en est pas moins vrai que les microbes ainsi enkystés ne sont pas morts, mais simplement *en état de vie latente;* des circonstances fortuites et variables peuvent leur permettre de passer de cet état de vie latente à l'état de vie active et donner ainsi naissance, très longtemps après l'inoculation première (quelquefois des années), à de nouveaux accidents infectieux.

([1]) A. Frouin et Mme Pozerska, *Sur l'occlusion spontanée des fistules de Thiry* (*Société de Biologie*, t. 68, 1910, p. 801).

MÉDECINE. — *Classement des soldats sourds d'après leur degré d'audition.* Note de M. **Marage**, présentée par M. d'Arsonval.

Dans une Note précédente [1] je disais :

Autant les mesures d'acuité visuelle sont bien déterminées, autant celles d'acuité auditive sont peu précises. Il en résulte que, dans certaines régions militaires, on réforme des sourds qui auraient été pris par un conseil de revision et inversement qu'on maintient au régiment ou qu'on traite de simulateurs des hommes dont la surdité est absolument certaine pour qui sait les examiner.

Il s'ensuit une perte d'hommes pour l'armée et des dépenses en pensions de retraite qui auraient pu être évitées.

Depuis cette époque il a paru, au mois de mars, une circulaire indiquant les conditions d'aptitude au service militaire.

Les limites exigées désormais pour l'acuité auditive sont : 1° *Pour le service armé :* la voix chuchotée avec l'air résidual doit être entendue à $0^m,50$; la voix haute, entre 4^m et 5^m, la voix de commandement à 10^m; 2° *Pour le service auxiliaire :* le quart de l'acuité précédente. Une acuité auditive restant au-dessous de ces limites entraîne l'exemption ou la réforme.

La surdité *totale et bilatérale* entraîne l'exemption ou la réforme définitive; la surdité unilatérale totale entraîne le classement dans le service auxiliaire, *même quand l'acuité auditive de l'autre côté est normale.*

Je vais examiner aujourd'hui si cette circulaire remédie aux inconvénients que j'avais signalés.

Comme le Service de Santé n'a pas officiellement d'acoumètre, la voix ordinaire est souvent employée pour mesurer l'acuité auditive; il peut arriver qu'on opère de la façon suivante :

Le major se place à 4^m du blessé et lui parle à voix haute, une des oreilles du sujet étant bouchée.

S'il entend à 4^m, il a 100 points d'audition; à 3^m, 75; à 2^m, 50; à 1^m, 25.

Cette façon d'agir a pour conséquence des conflits fréquents entre les hommes et les médecins; les premiers déclarent qu'ils sont beaucoup plus sourds que n'indique leur billet d'hôpital, et les Commissions donnent naturellement raison aux médecins.

Je vais maintenant expliquer les raisons de ces divergences.

---

[1] *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 175.

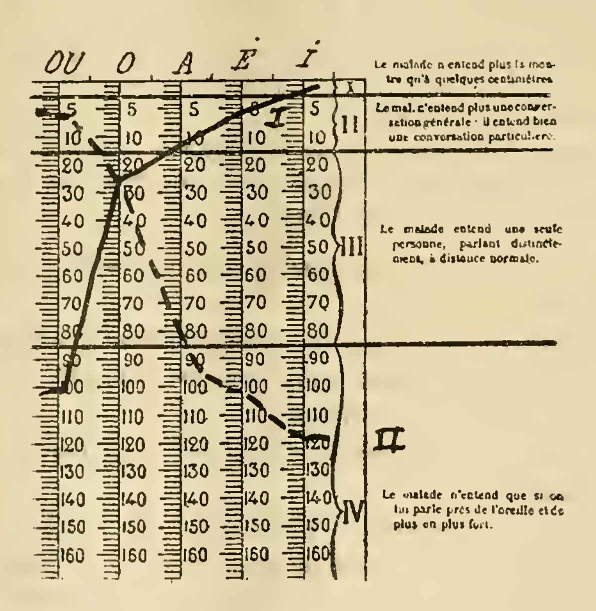
1° La méthode suppose que l'intensité du son perçu varie en raison inverse de la distance à laquelle on se trouve du corps sonore; or, ce n'est pas exact, c'est le carré de la distance; par conséquent, au lieu d'avoir : à 4^m, 100 points; 3^m, 75 points; 2^m, 50 points; 1^m, 25 points; on doit avoir : à 4^m, 100 points; 3^m, 56 points; 2^m, 25 points; 1^m, 6 points; ce qui n'est pas du tout la même chose.

2° La normale d'audition est mauvaise, car un blessé qui entend la voix haute à 4^m seulement est déjà sourd.

3° La source sonore est mal choisie :

a. Intensité. — Voix haute ne veut rien dire, car il est absolument impossible de donner à la voix une intensité constante, *a fortiori* deux voix différentes n'auront pas la même intensité [1].

b. Timbre. — Il n'y a pas deux voix comparables entre elles; en prenant les cas extrêmes j'ai vu des oreilles qui, à l'acoumètre, ont perdu 90 pour 100



d'audition pour les voix sourdes avec harmoniques graves et qui, pour les voix timbrées à harmoniques aigus, n'ont perdu que 5 pour 100.

De telle sorte que, si le soldat sourd est examiné par un major à voix

(1) *Académie de Médecine*, 1er juillet 1902 : Rapport de Marey, Président de l'Académie.

sourde il est réformé, et s'il a la malchance de passer devant un médecin à voix claironnante, il peut être traité de simulateur.

4° Les mots employés dans les examens ont une grande importance. Prenons par exemple le mot *Roumanie*. Si le sourd a le tracé I il entendra seulement *manie*, et s'il a le tracé II il entendra seulement *rou* et comme ceci est vrai pour tous les mots, on comprend les coq-à-l'âne et les malentendus qui peuvent se produire.

5° Quand on mesure l'acuité auditive, il faut bien se garder de faire varier la distance entre l'oreille et le corps sonore parce qu'alors on fait intervenir des causes d'erreur très nombreuses : la forme de la salle, la nature des parois, les meubles, le nombre des assistants, etc. (¹).

La circulaire dit en plus : « La surdité unilatérale totale entraîne le classement dans le service auxiliaire, même quand l'acuité auditive de l'autre côté est normale. »

Surdité totale veut-il dire surdité totale aérienne seule ou surdité totale aérienne et solidienne? Si la première hypothèse est la bonne, on fera passer dans le service auxiliaire des hommes qui, n'entendant que d'une oreille, ont pu cependant rester au front depuis le début des hostilités.

Si c'est la deuxième hypothèse qui est exacte, on ne perdra presque personne, car la surdité totale aérienne et solidienne est excessivement rare.

Un sujet, avec une oreille normale et l'autre nulle, fera un bien meilleur soldat qu'un autre qui sera à moitié sourd des deux côtés.

Conclusions. — La circulaire est loin d'améliorer la situation faite aux sourds dans l'armée.

1° Elle est incomplète, car elle n'indique pas d'acoumètre; il se passe ce qui arriverait dans un service de médecine où le chef ordonnerait des médicament variables suivant la température des malades, mais oublierait seulement de fournir un thermomètre.

2° En pratique la voix humaine employée comme acoumètre ne vaut rien, car il est impossible de donner à la voix une intensité constante et il n'y a pas deux voix différentes produisant la même impression sur l'oreille.

3° Les degrés d'audition employés généralement sont inexacts, car l'in-

(¹) Voir ma Note *Qualités acoustiques de certaines salles pour la voix parlée* (*Comptes rendus*, t. 142, 1906, p. 878).

tensité du son perçu varie en raison inverse du carré de la distance à laquelle on se trouve du corps sonore, et non en raison inverse de la distance, comme la circulaire semble le dire.

A 15 heures trois quarts l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 17 heures trois quarts.

A. Lx.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans les séances de février 1916 (*suite*).

The Proceedings and Transactions of the Nova Scotian Institute of Science, Halifax, Nova Scotia, Vol. XIII, Part 3 and 4; Vol. XIV, Part 1. Halifax, Printed for the Institute by Royal Print and Lito, Ltd., 1915; 3 fasc. in-8°.

Annals of the solar physics Observatory, Cambridge, Vol. III, Part I. *The solar rotation in june* 1911, *from spectrographic observations made with the Mc Clean solar instruments*, by J.-B. Hubrecht, M. A. Cambridge, the University Press, 1915; 1 vol. in-4°.

The Teaching of the History of Science, by Frederick E. Brasch; reprinted from *Science*, N. S., Vol. XLII, n° 1091, p. 746-770, november 26, 1915; 1 fasc. in-8°.

Wisconsin geological and natural history Survey. *The Geography of the Fox-Winnebago Valley*, by Ray Hughes Whitbeck. Madison, Wis., published by the State, 1915; 1 vol. in-8°.

University of Cincinnati Studies. Series II. Vol. X, Part 1: *The Evolution of a Gravitating, Rotating, Condensing Fluid*, by Ellioth Smith. Published by the University, 1915; 1 fasc. in-8°.

(*A suivre.*)

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 29 MAI 1916.

PRÉSIDENCE DE M. Camille JORDAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

Après le dépouillement de la Correspondance, M. C. **Jordan** donne lecture d'une Notice sur les travaux du général *Gallieni* :

M. le Général **Joseph-Simon Gallieni** naquit à Saint-Béat (Haute-Garonne), le 24 avril 1849.

Successivement explorateur du Soudan occidental, commandant supérieur du Haut-Sénégal, commandant du territoire du Tonkin, gouverneur général de Madagascar, il prit une part considérable dans l'expansion coloniale de la France.

Les hauts bassins du Sénégal et du Niger, ainsi que le Soudan occidental étaient en grande partie inconnus lorsque, en 1880, le général Gallieni y porta notre drapeau. Remontant le Sénégal, il y suivit le cours de ses deux principaux affluents, le Bâ-Khoi et le Bâ-Oule et étudia le massif, jusque-là inexploré, qui sépare son bassin de celui du Niger. Ayant gagné après des combats meurtriers les bords du Niger, il descendit ce fleuve jusqu'à Ségou-Sikoro, où il fit un long séjour aussi utile à la géographie qu'à l'extension de notre influence. Cette importante exploration lui valut la médaille d'or de la Société de Géographie.

Sept ans plus tard, nous retrouvons le lieutenant-colonel Gallieni vainqueur du marabout Mohammed Lamîn; après le rude combat de Diana, il reçut la soumission des chefs de toute la région comprise entre le Haut-Sénégal et la Haute-Gambie. Cette campagne, si profitable à la cause française, ne l'a pas été moins pour la géographie. Elle a fait connaître ou précisé le tracé de nombreuses rivières et elle a permis de lever une étendue de pays peu ou point connus. Le lieutenant-colonel Gallieni a en effet multiplié les missions topographiques et donné à leur étude une impulsion

féconde. C'est sous ses auspices que la mystérieuse Tombouctou fut atteinte et occupée.

Envoyé en 1892 au Tonkin comme commandant du territoire militaire, le colonel Gallieni réussit à pacifier et à organiser les frontières de cette colonie.

A peine de retour en France, sacrifiant ses intérêts et quittant sa famille, qu'il venait de retrouver après une longue absence, le général Gallieni consentit par patriotisme à accepter le gouvernement de Madagascar. Ceux-là seuls qui ont connu l'état d'anarchie et de rébellion générale où se trouvait notre nouvelle colonie au lendemain de la conquête sont capables d'apprécier le dévouement et l'abnégation dont il fit preuve en cette occasion. Rompu par ses nombreuses explorations et sa longue carrière coloniale aux mœurs et aux besoins des peuples sauvages, joignant à la décision du chef militaire l'habileté de l'administrateur, ayant pour devise « Les colonies aux colons », il accomplit avec un remarquable succès l'œuvre très difficile qui lui avait été confiée. On ne peut en effet qu'admirer l'activité déployée par le gouverneur général de Madagascar dans toutes les branches des connaissances humaines et les résultats vraiment extraordinaires de son administration, obtenus avec des moyens très restreints, tout à fait hors de proportion avec le but à atteindre.

Nous n'avons pas à louer ici l'œuvre militaire du général Gallieni, à raconter l'histoire si remarquable de la pacification et de la mise en valeur de cette colonie, ni à passer en revue les actes de son administration : exécution de routes et autres travaux d'utilité publique; diffusion de l'enseignement; développement du commerce ; études relatives à la colonisation ; établissement de nombreux jardins d'essai pour centraliser les renseignements agronomiques, introduire les plantes utiles et rechercher les meilleures méthodes d'élevage. Mais nous devons citer les travaux scientifiques qu'il a dirigés ou auxquels il a donné une utile impulsion. Convaincu en effet plus que jamais, après ses longues campagnes dans les colonies africaines et asiatiques, que la Science seule peut utilement ouvrir la voie aux entreprises coloniales, il a organisé dès son arrivée à Madagascar l'exploration méthodique et raisonnée des diverses provinces, de manière à nous les faire connaître à tous les points de vue et à nous renseigner sur leurs ressources. Ses efforts ont porté d'abord sur l'établissement d'une carte de l'île. Pour exécuter ce travail qui était à peine ébauché, il a organisé un service géographique qui poursuit avec zèle la triangulation et les levés topographiques.

C'est sur de pareils titres qu'en 1899 l'Académie des Sciences a été heureuse de s'associer le général Gallieni comme Correspondant dans la Section de Géographie et Navigation. Si la mort ne l'avait prévenue, elle se disposait à lui donner la première place vacante parmi ses membres titulaires. Mais ce n'est pas seulement comme explorateur et colonisateur que le général Gallieni a bien mérité de la France. Tout jeune encore, il s'était distingué dans la mémorable défense de Bazeilles. Et les services qu'il a rendus dans la guerre présente, comme gouverneur de Paris, puis comme ministre de la guerre, ne seront jamais oubliés. On se redira comment, chargé dans des circonstances critiques de la défense de Paris, il sut par son énergie ranimer les courages ébranlés et préserver la cité de l'invasion; comment une habile manœuvre, exécutée avec précision, refoula l'ennemi déjà arrivé sur la Marne.

Après cette lecture, M. le **Président** donne la parole à M. *Grandidier* et déclare que la séance sera levée en signe de deuil, après la lecture de M. Grandidier et après l'élection de deux membres chargés de remplacer MM. *P. Villard* et *A. Carnot*, membres sortants de la Commission du Fonds Bonaparte.

M. **Grandidier** s'exprime en ces termes :

Tous, mes chers Confrères, vous connaissez la triste nouvelle de la mort inattendue de notre illustre Correspondant, le Général **Gallieni**. Votre Bureau et beaucoup d'entre nous se proposaient, dès la reprise des élections à la fin de cette année, de le présenter à vos suffrages, qui n'étaient point douteux, comme membre titulaire de notre Section de Géographie et de Navigation, car, s'il était un chef, un grand chef, il était aussi un organisateur remarquable et un excellent administrateur et, pendant sa longue et fructueuse carrière, il a toujours porté le plus vif intérêt aux sciences, notamment à la géographie.

Il avait coutume de dire : « En toutes choses ici-bas, il faut un plan mûrement réfléchi, puis la décision et l'action aussi prompte que hardie », et, cette puissance de décision et d'action, il l'avait acquise aux colonies qui sont depuis longtemps déjà la meilleure école de commandement; mais, d'après lui, avec raison, « l'œuvre de conquête devait se poursuivre en une œuvre plus délicate et minutieuse, en une œuvre d'organisation »,

et partout où l'a conduit sa brillante et infatigable carrière, servi par une volonté opiniâtre et une grande puissance de travail, il a appelé à son aide les sciences tant géographiques que naturelles et économiques, s'efforçant de donner aux divers pays qu'il a conquis et colonisés, dans l'Afrique occidentale ainsi qu'au Tonkin et surtout à Madagascar, les moyens de se développer aussi utilement pour les indigènes qu'avantageusement pour la mère-patrie.

En chef conscient du rôle qui lui incombait, il ne craignait pas les responsabilités et, lorsqu'il fut nommé gouverneur de Madagascar, « tout effrayé que je sois de la mission que me donne le Gouvernement français, écrivait-il, je me suis mis à l'œuvre énergiquement pour essayer de gagner la grosse partie que l'on me donne à jouer.... A une situation exceptionnelle il faut des moyens exceptionnels et je les prends, sans trop me préoccuper des règlements, car la difficulté et la longueur des communications avec la métropole ne me permettent pas de consulter utilement au préalable le Gouvernement », et, quoiqu'il n'eût à sa disposition que des effectifs militaires très insuffisants, il est arrivé à pacifier le pays qui était en pleine rébellion, commençant par le centre, puis se rabattant sur les peuplades des côtes. Pendant les neuf années qu'il a passées à Madagascar, il a édifié, pour ainsi dire, un pays nouveau : tout à la fois, il a fait construire des routes et même un chemin de fer, constitué un service d'agriculture avec des jardins d'essai, établi des écoles professionnelles tant pour l'agriculture que pour l'industrie, décuplé et au delà le commerce extérieur, organisé un corps de conducteurs de mines, développé l'enseignement des indigènes, créé des hôpitaux ainsi qu'une école de médecine où se sont formés des médecins malgaches de colonisation qui ont assuré la santé et le bien-être de la population. Persuadé avec raison que la carte exacte et détaillée d'un pays est indispensable pour le mettre en valeur, il a installé un service géographique qui a rendu les plus grands services à tous les points de vue, militaire aussi bien qu'économique. Cette œuvre, si complète, qui, en si peu d'années, a transformé un pays sauvage en un pays quasi civilisé, est digne de la plus grande admiration et de la reconnaissance aussi bien des Malgaches que des Français.

A la fin de sa carrière, le général Gallieni a eu la lourde et glorieuse tâche de défendre Paris aux jours sombres de septembre 1914; je n'ai pas besoin de rappeler, ce que tout le monde sait, avec quelle décision et avec quelle maîtrise il a mis en quelques jours Paris en état de défense, proclamant après le départ du Gouvernement pour Bordeaux « qu'il avait le

mandat de le défendre et qu'il le défendrait jusqu'au bout », avec quelle énergie et quelle science il a coopéré à la grande et mémorable bataille de la Marne, puis comment, par dévouement, il a pris la direction du Ministère de la Guerre, ne pensant pas devoir reculer devant les responsabilités. Malheureusement, sa santé épuisée, minée par plus de 30 ans de campagnes coloniales, n'a pu résister au labeur écrasant qui lui incombait, et la maladie vient de l'enlever à l'amitié de ses compagnons d'armes, à l'admiration et à la reconnaissance de toute la France : l'Académie joint l'expression de ses douloureux regrets à ceux qui accompagnent le général partout, dans la Métropole comme dans les Colonies à la prospérité desquelles il a tant contribué.

ASTRONOMIE. — *Joseph Gaultier et la découverte de la visibilité des astres en plein jour.* Note de M. G. **Bigourdan.**

La découverte de la visibilité des astres en plein jour a exercé une véritable influence sur les progrès de l'Astronomie, car elle incita Jean Picard (¹) à créer le mode actuel d'observations méridiennes. Aussi cette découverte a-t-elle été revendiquée pour des astronomes de diverses nationalités.

Picard crut être le premier à l'avoir faite (1668). On reconnut ensuite qu'il avait été devancé par J.-B. Morin (²) (1635), et plus encore par Martin Hortensius (³). En 1882, Winnecke (⁴) réclama vivement cette découverte pour son compatriote W. Schickhardt, qui, le 2 mai 1632 (⁵), vit Régulus en plein jour.

En réalité, il avait été devancé lui-même de plus de 20 ans par Joseph Gaultier, d'Aix-en-Provence, ainsi qu'on le verra plus loin. Comme les travaux de cet astronome sont bien oubliés (⁶), nous allons les rappeler.

(¹) Voir Le Monnier, *Histoire céleste*, 1741, p. 17 et aussi p. 40.

(²) *Scientia longitudinum*, pars sexta, p. 210.

(³) Martini Hortensii Delfensis, *Dissertatio de Mercurio in Sole viso et Venere invisa*, Lugduni Batavorum, 1633, p. 37.

(⁴) *Wer beobachtete zuerst Sterne am hellen Tage?* (*Astr. Nachr.*, t. 101, 1882, col. 241-244).

(⁵) *Historia cœlestis*, de Tycho Brahé (*Paralipomena*, p. 956).

(⁶) De Zach (*Correspondance astronomique*, t. III, 1819, p. 335), exagérant un peu, prétend que, dans aucune langue, aucun dictionnaire biographique ne parle de J. Gaultier.

Joseph Gaultier (Gualterius), prieur de la Valette (¹), naquit à Rians, aujourd'hui chef-lieu de canton du département du Var, le 24 novembre 1564. Il passa toute sa vie en Provence, principalement à Aix, et mourut dans cette ville le 1ᵉʳ décembre 1647.

Quelques renseignements biographiques ont été conservés par Achard (²); mais les manuscrits de Peiresc permettent de préciser son rôle comme astronome.

De bonne heure, dit Achard, il montra un « génie » propre à toutes les sciences et en étudia un grand nombre : Mathématiques, Astronomie, Médecine, Théologie, Droit. Il brilla au barreau et acquit de la réputation dans la Jurisprudence; en fait, sa correspondance (³) montre que ses amis, Gassendi par exemple, attachaient du prix à ses avis dans les procès qu'ils avaient à soutenir.

Déjà parvenu à un certain âge, il entra dans les ordres, devint prieur de la Valette et fut vicaire général d'Aix sous plusieurs archevêques de cette ville.

Il nous apprend lui-même (⁴) que dès 1594 il s'appliquait aux observations célestes, et qu'il a continué dans la suite, mais nous n'avons que peu de détails sur ses travaux.

Nous savons qu'il reçut, dans sa maison d'Aix, J.-B. Morin, le futur astrologue, en 1610, J. Boulliau et plus tard Gassendi en 1616, et qu'il exerça sur la direction de leurs études une véritable influence. Eut-il de même quelque influence analogue sur Peiresc, dont il était l'aîné de 15 ans? C'est ce qu'il serait intéressant de savoir, en raison du rôle de l'école provençale (⁵) sur le développement de l'Astronomie en France. De ce que rapporte Peiresc lui-même (P. — C_1, V, 384) on peut déduire que leurs relations de famille ne furent pas des plus cordiales. Mais en 1610 ils poursuivaient ensemble la construction de Tables des satellites de Jupiter.

(¹) Arrondissement de Toulon (Var).

(²) Achard, *Dictionnaire de la Provence et du Conté-Venaissin* (Achard. — *Dict.*). 4 vol. in-4°, 1785-1787. Voir Tome III, p. 353-355 (les Tomes I-II sont un *vocabulaire* français-provençal et provençal-français).

(³) Tamizey de Larroque a publié 15 lettres de J. Gaultier à Peiresc (P. — C_2, IV); les deux premières sont de 1609 et 1629; les autres vont du 12 avril 1631 au 20 septembre 1632. A la suite sont deux lettres de Gassendi à Gaultier, du 9 juillet 1631 et du 17 août 1632.

(⁴) *Lettres escrites au Sʳ Morin, par les plus célèbres astronomes de France; approuvans son invention des Longitudes* (Morin. — *Lettres*). Paris, 1635, p. 10, 28.

(⁵) Pour apprécier équitablement le rôle de chacun dans la formation et le développement de cette école, il faut signaler en Provence la présence d'un astronome belge,

Dans le manuscrit 1803 de Carpentras (f° 187, v° et 189) on lit :

Die Mercurii 24 nov. 1610 Dn̄s Josephus Gualterius solus primam fecit Mediceor̄ observatōesp̄ fenestræ fere meridionale museoli sui. Jove jā satis elato supra vicina tecta quod vix atingere potuit antē mediā nocte cū ortus fuerit Juppiter horā. 8. 13 min.

Die Mercurii Observatio Dn̄i Josephi Gualterii circa hora 10.

Le 24 Nov. 1610 Mr Gaultier a cōmancé à voir les planètes Médicées.

Ainsi Gaultier avait dès lors un petit observatoire dans sa maison, et il fut le premier à voir les satellites de Jupiter, que les lunettes d'alors ne montraient pas toujours facilement.

Le *Journal* de Peiresc, dans la période 1610-1612, indique souvent la présence de Gaultier, mentionne ses observations, mais sans les donner : il est probable qu'en général il observait chez lui.

Il semble même (autant qu'on peut en juger sur son écriture changeante

---

Godefroy Wendelin, né à Herck (pays de Liége) le 6 juin 1580. Esprit aventureux et avide de savoir, à peine sa philosophie terminée, en 1599, il entreprend un voyage en Allemagne. Bientôt après il est à Marseille, dont il détermine la latitude, ce qui paraît être son premier travail astronomique sérieux. L'année suivante il est quelque temps correcteur d'imprimerie à Lyon, puis il se rend à Rome à l'occasion du *Jubilé*, qui attire également Peiresc.

Au retour il est quelque temps professeur à Digne, puis à Valensole, où il obtint au concours une chaire du collège. Revenu un instant au pays natal, il est encore attiré par la Provence et y passe 8 années, de 1604 à 1612, comme précepteur des enfants d'André Arnaud, seigneur de Miravail et lieutenant général de la sénéchaussée de Forcalquier. Il retourne alors dans sa patrie, entre dans les ordres et devient curé de Beets, puis de Herck, où il mourut en 1660 d'après les uns, en 1667 d'après d'autres.

Durant son séjour en Provence il fit diverses observations d'éclipses à Digne, à Valensole, à Forcalquier surtout, et il sut attirer à l'Astronomie un de ses élèves, Scipion Arnaud, avec lequel il observa, à Valence-sur-Rhône, l'éclipse de Lune du 5 septembre 1607.

Plus jeune de 16 ans que J. Gaultier il n'a pas dû avoir sur lui d'influence directe; mais il a eu quelque part au développement de l'Astronomie provençale. Dans la suite il resta constamment en relation avec les savants d'Aix.

Plus tard, attiré de nouveau par le midi de la France, il écrivait d'ailleurs lui-même à Peiresc le 22 mars 1628 (manuscrit 1810 de Carpentras, f° 80) : *J'espère que la Provence, qui m'a donné le premier tainct des Mathématiques, en esclorra les fruitz, c'est là que j'achèverai la perfection des mouvemens célestes.*

Voir C. Le Paige, *Un astronome belge du* XVIIe *siècle : Godefroy Wendelin* (*Ciel et Terre*, 12e année, 1891-1892, p. 57-66 et 81-90). Voir aussi : L. de Berluc, Perrussis, *Wendelin en Provence*. Digne, 1890, in-8°.

et parfois très difficile à déchiffrer) (¹) que les feuillets 230-231 et 236-240 du même manuscrit 1803 sont une partie de son propre *Journal* : sur les deux premiers feuillets l'année manque, mais les observations qu'ils rapportent appartiennent sûrement à l'année 1611; les autres feuillets (236-240) vont du 23 février 1612 au 17 avril suivant. Ces observations uniquement relatives aux configurations des satellites de Jupiter sont analogues à celles que faisait alors Peiresc.

De Zach (²) avait trouvé dans les manuscrits de J. Gaultier la note suivante : 1 *Martii* 1611, *Mercurius hora* 6 $\frac{1}{2}$ *exiguus quidem*, *sed bene rotundus apparuit*. Et comme le 1er mars à 6^h30^m le Soleil est levé à Aix, de Zach conclut que J. Gaultier a été le premier à voir les astres en plein jour, comme nous l'avons indiqué en commençant.

Nous ne connaissons pas le reste du *Journal* de Gaultier, mais nous pouvons avoir une idée de ses instruments par ceux que nous voyons, en 1618, entre les mains de Gassendi, dans ses premières observations faites chez le Prieur; c'étaient les suivants :

I. Un Rayon astronomique de 4 pieds, avec traversier portant deux pinnules mobiles; la division donnait, par transversales, le $\frac{1}{10000}$ du rayon. Cet instrument est peut-être identique à celui qui est indiqué en 1633 comme ayant 4 $\frac{1}{2}$ pieds de rayon.

II. Un Quarré géométrique dont les côtés, de 3 $\frac{1}{2}$ pieds de long, étaient divisés en 1000 parties dont on lisait le $\frac{1}{10}$.

III. Un Quart de cercle de 2 pieds de rayon.

IV. Un Astrolabe de $\frac{1}{2}$ pied de rayon.

V. Une Lunette qui n'était ni des plus grandes ni des meilleures.

Le peu que nous savons des observations qu'il fit dans la suite se trouve dispersé dans quelques correspondances et dans le *Journal* des observations de Gassendi : c'est ainsi que nous connaissons celles de diverses éclipses de Lune faites en 1620, 1628, 1632, 1635 (³) et celle de l'éclipse de Soleil du 8 avril 1633. Il fit aussi à Aix des déterminations de la déclinaison magnétique.

(¹) Comparez au Mémoire autographe signé qui forme les feuillets 298-301 du manuscrit 1832 de Carpentras.

(²) *Correspondance astronomique, géographique*, etc., t. III, 1819, p. 336.

(³) Il fit cette dernière à sa « bastide », située à Puyricard, où il séjournait en été et où il avait un horizon plus dégagé qu'à Aix (P. — C_1 IV, 35).

En 1631 il chercha assidûment Mercure, dans son passage sur le Soleil; mais, comme la plupart des astronomes ses contemporains, il ne sut l'apercevoir.

Quant à sa manière d'observer, particulièrement pour les distances angulaires des astres avec le Rayon, c'est sans doute celle que suivait Gassendi, son élève, à ses débuts.

Agé de 70 ans et atteint de la pierre, il était devenu, dit Peiresc, « peu sensible aux choses dont il estoit aultrefoys si friand », et aussi difficile à voir que Mercure. Peiresc se plaint bien souvent qu'il consigne rigoureusement sa porte même à ses meilleurs amis « pour avoir plus de liberté d'être dessus ses livres, ... ».

Cependant nous le voyons donner à Agarrat et à Corberan quelques trop rares leçons sur le maniement des instruments.

A la demande de Peiresc, il rédigea, pour ceux qui devaient observer en Afrique, en Égypte, des Instructions qui ont été conservées ([1]).

Assez longtemps il s'occupa de la méthode d'Hipparque pour calculer la distance du Soleil par l'observation des éclipses de Lune : cette méthode, exposée par Cl. Ptolémée ([2]), était, avec celle d'Aristarque de Samos, la seule ([3]) alors connue pour déterminer la parallaxe solaire.

Lansberge avait écrit, sur ce sujet alors très important, un Traité ([4]) pour corriger ses prédécesseurs, Albategnius, Regiomontan, Copernic,

---

([1]) Manuscrits de Carpentras, n° 1832 (P., LX) f° 146 (Copie). Il suppose à l'observateur un « quarré » avec lequel il prescrit de prendre des hauteurs méridiennes du Soleil pour avoir la latitude. Ce serait très utile à Carthage et surtout à Alexandrie « puisque depuis Ptolemee, nous n'avons encores leu aulcun qui l'aye faict. Tychon ayant aultre foys prié inutilement Mss^rs de la Repub. de Venise de commander à leurs Ambassadeurs de faire travailler a cela ce qu'il ne peult a faulte d'instrument ».

Il recommande de déterminer l'heure par des hauteurs d'étoiles et pense que, au Caire, et peut-être à Tunis, « s'y trouveront quelques Juifs ou Arabes, et aultres intelligents en Astronomie desquelz l'on pourroit tirer quelque Ayde... ».

A la suite, f° 147, se trouvent des instructions pour l'observation des occultations d'étoiles et des hauteurs solsticiales du Soleil.

([2]) *Almageste*, Livre V, Chap. xv.

([3]) C'est ce que Gaultier exprime en disant que cette méthode est « quasi la seule eschelle par où les astronomes pouvoient monter ès cieux pour y prendre les dimensions des grandeurs et distances du Soleil et de la Lune » (P. — C_2, IV, 58).

([4]) PHILIPPI LAMBERGII, URANOMETRIÆ *libri tres. In quibus, Lunæ, Solis, et reliquorum Planetarum, et inerrantium Stellarum distantiæ à Terra, et magnitudines, hactenus ignoratæ perspicuè demonstrantur*. Middelburgi Zelandiæ, 1631.

Tycho, etc. A son tour Gaultier rectifie Lansberge et compose sur ce sujet un Mémoire qui a été conservé aussi ([1]).

Tels sont les travaux astronomiques de Joseph Gaultier qui nous ont été conservés. Ils ne correspondent qu'à une faible partie de sa longue carrière, de sorte que probablement d'autres sont perdus ou encore à découvrir. Ce qui tend à le prouver, c'est la haute opinion qu'avaient de lui ses contemporains.

Peiresc, qui cependant le trouve « assez difficile à manier », dit qu'il est « un des grands mathématiciens du temps », ajoutant qu'il « a l'esprit » merveilleusement fort et une science grandement solide et une grande » cognoiscance de tout ce qui nous est demeuré de meilleur de toute l'an- » tiquité concernant les mathématiques et de ce que les plus recents y ont » adjousté de plus recevable ».

Quoiqu'il ne donne pas dans les rêveries astrologiques, il est pour J.-B. Morin un « homme rare en toute science » et un des trois plus célèbres astronomes de France.

Quant à Gassendi, qui dans ses séjours à Aix se partageait entre Gaultier et Peiresc, il fait surtout l'éloge de l'ami et le considère comme la moitié de lui-même; il dit que, versé dans toutes les parties des mathématiques, il était surtout un astronome très habile.

En somme, J. Gaultier fait figure d'un homme de haute valeur qui ne s'est adonné aux sciences que par délassement, comme tant de savants de l'époque, et qui néanmoins a exercé une influence grande et peut-être prépondérante sur le renouvellement de l'Astronomie en Provence. En outre, il n'attachait aucun prix à faire connaître ses travaux, aimant mieux, suivant l'expression de Pitton, « savoir beaucoup que passer pour savant ». Il fut, au surplus, grand homme de bien.

A sa mort, en 1647, il laissait deux neveux, fils de son frère Honoré Gaultier ([2]), conseiller au Parlement d'Aix : l'un, Antoine Gaultier, succéda à son père comme conseiller, puis devint président au Parlement de Provence; l'autre, Honoré, frère d'Antoine, devint Prieur de Roquefeuil

([1]) Manuscrit 1832 (P., LX, t. II) de Carpentras, f°s 297.... Ce manuscrit contient plusieurs copies ou variantes de ce Mémoire, les unes en latin et les autres en français. Quant à la date, ce Mémoire paraît être de 1632.

([2]) Ce frère de l'astronome est peut-être l'Honoré Gautier dont parle Peiresc dans une lettre à Holstenius du 2 octobre 1631 (P. – C_1, V, 384) et qui alors donnerait quelques détails sur l'origine de la famille de J. Gaultier.

et marcha sur les traces de son oncle, dont il paraît avoir recueilli les instruments.

A la même époque ont vécu divers contemporains qui portaient le même nom, ce qui peut produire des confusions. Citons, entre autres, Jacques Gaultier (1560-1636), jésuite, et René Gaultier (env. 1560-1638).

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la théorie générale des oscillations électriques.* Note de M. **Pierre Duhem.**

1. Nous nous proposons d'étudier, sur un ou plusieurs corps doués de conductibilité, une oscillation électrique simple de période τ. Nous aurons donc

$$\Phi = \Phi' \sin 2\pi \frac{t}{\tau} + \Phi'' \cos 2\pi \frac{t}{\tau}, \tag{1}$$

Φ' et Φ'' étant deux fonctions des deux seules variables x, y, z; P, Q, R auront des expressions analogues.

Nous aurons aussi

$$\Psi = \frac{\Phi}{\rho} + K \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \Psi' \sin 2\pi \frac{t}{\tau} + \Psi'' \cos 2\pi \frac{t}{\tau}, \tag{2}$$

avec

$$\Psi' = \frac{\Phi'}{\rho} - \frac{2\pi}{\tau} K \Phi'', \qquad \Psi'' = \frac{\Phi''}{\rho} + \frac{2\pi}{\tau} K \Phi'. \tag{3}$$

$\mathfrak{P}'$, $\mathfrak{P}''$, $\mathfrak{Q}'$, $\mathfrak{Q}''$, $\mathfrak{R}'$, $\mathfrak{R}''$ se formeront respectivement à l'aide de P', P'', Q', Q'', R', R'' comme Ψ', Ψ'' se forment avec Φ', Φ''.

2. L'équation aux dérivées partielles que vérifie la fonction Φ entraîne, en tout point d'un corps homogène, les deux équations

$$\left\{ \begin{aligned} -\frac{2\pi}{\tau} \Delta \Phi'' + 4\pi\varepsilon \, \Delta \Psi' + \frac{8\pi^3}{\tau^2} a^2 k \Psi' &= 0, \\ \frac{2\pi}{\tau} \Delta \Phi' + 4\pi\varepsilon \, \Delta \Psi'' + \frac{8\pi^3}{\tau^2} a^2 k \Psi'' &= 0, \end{aligned} \right. \tag{4}$$

qui peuvent également s'écrire

$$\left\{ \begin{aligned} \left(\frac{4\varepsilon^2}{\rho^2} + \frac{D^2}{\tau^2} \right) \Delta \Phi' + \frac{4\pi^2 a^2 k}{\tau^2} \left[2\left(\frac{\varepsilon}{\rho^2} + \frac{\pi D K}{\tau^2} \right) \Phi' + \frac{1}{\rho\tau} \Phi'' \right] &= 0, \\ \left(\frac{4\varepsilon^2}{\rho^2} + \frac{D^2}{\tau^2} \right) \Delta \Phi'' + \frac{4\pi^2 a^2 k}{\tau^2} \left[2\left(\frac{\varepsilon}{\rho^2} + \frac{\pi D K}{\tau^2} \right) \Phi'' + \frac{1}{\rho\tau} \Phi' \right] &= 0. \end{aligned} \right. \tag{5}$$

Les fonctions P', P'', Q', Q'', R', R'' vérifient les deux égalités

$$(6)\qquad \begin{cases} \dfrac{\partial P'}{\partial x} + \dfrac{\partial Q'}{\partial y} + \dfrac{\partial R'}{\partial z} = 0, \\[2ex] \dfrac{\partial P''}{\partial x} + \dfrac{\partial Q''}{\partial y} + \dfrac{\partial R''}{\partial z} = 0, \end{cases}$$

et aussi six équations dont les premières sont

$$(7)\qquad \begin{cases} \Delta P' + \dfrac{4\pi^2 a^2 \mu}{\tau}\left(\dfrac{P''}{\rho} + \dfrac{2\pi K}{\tau} P'\right) = 0, \\[2ex] \Delta P'' - \dfrac{4\pi a^2 \mu}{\tau}\left(\dfrac{P'}{\rho} + \dfrac{2\pi K}{\tau} P''\right) = 0. \end{cases}$$

En vertu des égalités (6), ces égalités (7) se peuvent encore écrire

$$(8)\qquad \begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{\partial P'}{\partial y} - \dfrac{\partial Q'}{\partial x}\right) - \dfrac{\partial}{\partial z}\left(\dfrac{\partial R'}{\partial x} - \dfrac{\partial P'}{\partial z}\right) + \dfrac{4\pi a^2 \mu}{\tau}\left(\dfrac{P''}{\rho} + \dfrac{2\pi K}{\tau} P'\right) = 0, \\[2ex] \dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{\partial P''}{\partial y} - \dfrac{\partial Q''}{\partial x}\right) - \dfrac{\partial}{\partial z}\left(\dfrac{\partial R''}{\partial x} - \dfrac{\partial P''}{\partial z}\right) - \dfrac{4\pi a^2 \mu}{\tau}\left(\dfrac{P'}{\rho} - \dfrac{2\pi K}{\tau} P''\right) = 0. \end{cases}$$

3. A la surface de séparation de deux corps homogènes 1 et 2, la continuité de $\dfrac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}$ entraîne celles de Ψ' et de Ψ''; en outre, on a

$$(9)\qquad \begin{cases} 4\pi\varepsilon\left(\dfrac{\partial \Psi'}{\partial n_1} + \dfrac{\partial \Psi'}{\partial n_2}\right) + \dfrac{2\pi}{\tau}(\mathfrak{M}''_1 + \mathfrak{M}''_2) = 0, \\[2ex] 4\pi\varepsilon\left(\dfrac{\partial \Psi''}{\partial n_1} + \dfrac{\partial \Psi''}{\partial n_2}\right) - \dfrac{2\pi}{\tau}(\mathfrak{M}'_1 + \mathfrak{M}'_2) = 0. \end{cases}$$

Enfin chacune des deux grandeurs $(\mathfrak{P}', \mathfrak{Q}', \mathfrak{R}')$, $(\mathfrak{P}'', \mathfrak{Q}'', \mathfrak{R}'')$ a, sur le plan tangent à la surface, une projection qui varie d'une manière continue lorsqu'on passe d'un côté à l'autre de cette surface; il en est de même des deux grandeurs (ξ', η', ζ'), (ξ, η'', ζ'').

4. Posons, pour abréger,

$$(10)\qquad \begin{cases} p' = \dfrac{\partial Q'}{\partial z} - \dfrac{\partial R'}{\partial y}, & p'' = \dfrac{\partial Q''}{\partial z} - \dfrac{\partial R''}{\partial y}, \\[2ex] q' = \dfrac{\partial R'}{\partial x} - \dfrac{\partial P'}{\partial z}, & q'' = \dfrac{\partial R''}{\partial x} - \dfrac{\partial P''}{\partial z}, \\[2ex] r' = \dfrac{\partial P'}{\partial y} - \dfrac{\partial Q'}{\partial x}, & r'' = \dfrac{\partial P''}{\partial y} - \dfrac{\partial Q''}{\partial x}. \end{cases}$$

Aux égalités précédentes, nous pourrons joindre les deux identités

$$(11)\qquad \begin{cases} \dfrac{\partial p'}{\partial x} + \dfrac{\partial q'}{\partial y} + \dfrac{\partial r'}{\partial z} = 0, \\[2mm] \dfrac{\partial p''}{\partial x} + \dfrac{\partial q''}{\partial y} + \dfrac{\partial r''}{\partial z} = 0 \end{cases}$$

et six identités dont les deux premières sont

$$(12)\qquad \frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial \Phi'}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial \Phi'}{\partial y} = 0, \qquad \frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial \Phi''}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial \Phi''}{\partial y} = 0.$$

5. Multiplions la première égalité (4) par $-\left(\frac{2\pi}{\tau}\Delta\Phi' + 4\pi\varepsilon\,\Delta\Psi''\right)d\varpi$ et la seconde par $-\left(\frac{2\pi}{\tau}\Delta\Phi'' - 4\pi\varepsilon\,\Delta\Psi'\right)d\varpi$.

Multiplions la première égalité (11) par $\frac{2\pi}{\tau}\Psi'\,d\varpi$ et la seconde par $\frac{2\pi}{\tau}\Psi''\,d\varpi$.

Multiplions respectivement les six égalités (12) par $\frac{2\pi}{\tau}\mathfrak{P}'\,d\varpi$, $\frac{2\pi}{\tau}\mathfrak{P}''\,d\varpi$, ...

Enfin multiplions la première égalité (8) par $-\left(\frac{\partial r''}{\partial y} - \frac{\partial q''}{\partial z}\right)d\varpi$, la seconde par $\left(\frac{\partial r'}{\partial y} - \frac{\partial q'}{\partial z}\right)d\varpi$ et opérons de même pour les quatre autres égalités analogues.

Pour le volume d'un corps homogène appartenant au système, intégrons tous les produits obtenus; transformons certains termes à l'aide de l'intégration par parties; ajoutons membre à membre tous les résultats; nous trouvons l'égalité suivante :

$$(13)\qquad \begin{aligned} &\int\left[\left(4\pi\varepsilon\frac{\partial \Psi''}{\partial n} - \frac{2\pi}{\tau}\mathfrak{N}'\right)\Psi' - \left(4\pi\varepsilon\frac{\partial \Psi'}{\partial n} + \frac{2\pi}{\tau}\mathfrak{N}''\right)\Psi''\right]dS \\ &+ \frac{2\pi}{\tau}\int(\alpha'\mathfrak{P}' + \beta'\mathfrak{Q}' + \gamma'\mathfrak{R}' + \alpha''\mathfrak{P}'' + \beta''\mathfrak{Q}'' + \gamma''\mathfrak{R}'')\,dS \\ &+ \frac{2\pi}{\tau}\int\frac{1}{\rho}(\xi'^2 + \eta'^2 + \zeta'^2 + \xi''^2 + \eta''^2 + \zeta''^2)\,d\varpi \qquad = 0, \end{aligned}$$

égalité dans laquelle

$$(14)\qquad \begin{cases} \alpha' = \zeta' b - \eta' c, & \beta' = \xi' c - \zeta' a, & \gamma' = \eta' a - \xi' b, \\ \alpha'' = \zeta'' b - \eta'' c, & \beta'' = \xi'' c - \zeta'' a, & \gamma'' = \eta'' a - \xi'' b. \end{cases}$$

Ajoutons membre à membre toutes les égalités, analogues à l'égalité (13), que fournissent les divers corps du système; en vertu des conditions énu-

mérées au n° 3, toutes les intégrales relatives aux surfaces de contact disparaîtront; il restera une égalité, semblable à l'égalité (13), où les deux premières intégrales s'étendront à la surface qui borne le système et la troisième au volume entier du système.

6. Reprenons un calcul semblable au précédent.

Multiplions respectivement les équations (4) par $\Psi'\,d\varpi$, $\Psi''\,d\varpi$; les égalités (11) par $-\frac{2\pi}{\tau}\Psi''\,d\varpi$ et $\frac{2\pi}{\tau}\Psi'\,d\varpi$; les égalités (12) par $-\frac{2\pi}{\tau}\mathfrak{P}''\,d\varpi$, $\frac{2\pi}{\tau}\mathfrak{P}'\,d\omega$, ...; enfin les égalités (8) par $\frac{2\pi}{\tau}\mathfrak{P}''\,d\varpi$, $-\frac{2\pi}{\tau}\mathfrak{P}'\,d\varpi$, ... Après les transformations habituelles, nous trouverons, pour chacun des corps homogènes qui composent le système, l'égalité suivante :

$$
\begin{aligned}
(15)\qquad & \int\left[\left(\frac{2\pi}{\tau}\mathfrak{M}'' - 4\pi\varepsilon\frac{\partial\Psi'}{\partial n}\right)\Psi' - \left(\frac{2\pi}{\tau}\mathfrak{M}' + 4\pi\varepsilon\frac{\partial\Psi''}{\partial n}\right)\Psi''\right]dS \\
& + \frac{2\pi}{\tau}\int(\alpha'\mathfrak{P}'' + \beta'\mathfrak{Q}'' + \gamma'\mathfrak{R}'' - \alpha''\mathfrak{P}' - \beta''\mathfrak{Q}' - \gamma''\mathfrak{R}')\,dS \\
& + 4\pi\varepsilon\int\left[\left(\frac{\partial\Psi'}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\Psi'}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\Psi'}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial\Psi''}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\Psi''}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\Psi''}{\partial z}\right)^2\right]d\varpi \\
& + \frac{4\pi^2}{\tau^2}\int \mathrm{K}(\xi'^2 + \eta'^2 + \zeta'^2 + \xi''^2 + \eta''^2 + \zeta''^2)\,d\varpi \\
& = \frac{8\pi^3 a^2}{\tau^2}\int\left(\frac{1}{\rho^2} + \frac{4\pi^2\mathrm{K}^2}{\tau^2}\right)[k(\Phi'^2 + \Phi''^2) + \mu(\mathrm{P}'^2 + \mathrm{Q}'^2 + \mathrm{R}'^2 + \mathrm{P}''^2 + \mathrm{Q}''^2 + \mathrm{R}''^2)]\,d\varpi.
\end{aligned}
$$

Les conditions indiquées au n° 3 permettront d'étendre cette égalité au système tout entier, en y désignant par S la surface qui borne ce système.

Dans l'étude des oscillations dont nous nous occupons, les égalités (13) et (15) jouent un rôle essentiel.

7. Tirons seulement quelques conséquences de l'égalité (13).

Pour interpréter cette équation, il convient de se rappeler les relations qui existent entre Ψ et la fonction potentielle électrostatique W, entre $\mathfrak{P}$, $\mathfrak{Q}$, $\mathfrak{R}$ et les composantes L, M, N du champ magnétique. Ces relations donnent

$$
(16)\qquad \Psi' = \frac{1}{2\tau}\mathrm{W}'', \qquad \Psi'' = -\frac{1}{2\tau}\mathrm{W}',
$$

$$
(17)\qquad 4\pi\varepsilon\frac{a}{\sqrt{2}}\mathfrak{P}' = \mathrm{L}', \qquad 4\pi\varepsilon\frac{a}{\sqrt{2}}\mathfrak{P}'' = \mathrm{L}'', \qquad \ldots.
$$

Si donc la fonction potentielle électrostatique et les trois composantes du champ magnétique sont, en chaque point de la surface limite, maintenus

invariables, l'égalité (13) se réduit à

$$\int \frac{1}{\rho}(\xi'^2 + \eta'^2 + \zeta'^2 + \xi''^2 + \eta''^2 + \zeta''^2)\, d\varpi = 0; \tag{18}$$

une vibration propre ne peut exister sur le système, à moins qu'elle ne corresponde à un champ nul en tout point où la résistance spécifique n'est pas infinie.

On a donc, en tout point d'un corps conducteur,

$$\begin{cases} \xi' = 0, & \eta' = 0, & \zeta' = 0, \\ \xi'' = 0, & \eta'' = 0, & \zeta'' = 0. \end{cases} \tag{19}$$

Les égalités (2) de notre précédente Note ([1]) donnent alors

$$\Delta\Phi' = 0, \qquad \Delta\Phi'' = 0$$

et, partant, en vertu des égalités (5),

$$\Phi' = 0, \qquad \Phi'' = 0. \tag{20}$$

Les égalités (19) donnent aussi, en tout point de ce conducteur,

$$\begin{matrix} L' = 0, & M' = 0, & N' = 0, \\ L'' = 0, & M'' = 0, & N'' = 0, \end{matrix}$$

ou bien, en vertu des égalités (17),

$$\begin{cases} \mathfrak{L}' = 0, & \mathfrak{Q}' = 0, & \mathfrak{R}' = 0, \\ \mathfrak{L}'' = 0, & \mathfrak{Q}'' = 0, & \mathfrak{R}'' = 0. \end{cases} \tag{21}$$

Considérons, dès lors, la surface de séparation S_{12} d'un corps conducteur 1 et d'un corps purement diélectrique 2. En tout point d'une telle surface, on sait qu'on a l'égalité

$$D_1 \frac{\partial \mathfrak{N}_1}{\partial t} + \frac{4\pi\varepsilon}{\rho_1}\mathfrak{N}_1 + D_2 \frac{\partial \mathfrak{N}_2}{\partial t} = 0.$$

Jointe aux égalités (19), elle donne aisément

$$\mathfrak{N}'_2 = 0, \qquad \mathfrak{N}''_2 = 0. \tag{22}$$

Comme d'ailleurs les composantes tangentielles des deux grandeurs (ξ', η', ζ'), (ξ'', η'', ζ'') varient d'une manière continue au travers de la surface S_{12}, on a, en tout point de cette surface, en vertu des mêmes

([1]) *Comptes rendus*, t. 162, 15 mai 1916, p. 736.

égalités (19),

$$(23)\qquad \begin{cases} \xi'_2 = 0, & \eta''_2 = 0, & \zeta''_2 = 0, \\ \xi''_2 = 0, & \eta''_2 = 0, & \zeta''_2 = 0. \end{cases}$$

Ψ', Ψ'' varient d'une manière continue au travers de la surface S_{12}; dès lors, les égalités (20) donnent sans peine, sur cette surface,

$$(24)\qquad \Phi'_2 = 0, \qquad \Phi''_2 = 0.$$

Les égalités (9), (20), (22) donnent, en tout point de S_{12},

$$(25)\qquad \frac{\partial \Phi'_2}{\partial n_2} = 0, \qquad \frac{\partial \Phi''_2}{\partial n} = 0.$$

Enfin, au travers de la surface S_{12}, les composantes tangentielles des deux grandeurs $(\mathfrak{P}', \mathfrak{Q}', \mathfrak{R}')$, $(\mathfrak{P}'', \mathfrak{Q}'', \mathfrak{R}'')$ et les composantes normales des deux vecteurs $(\mu\mathfrak{P}', \mu\mathfrak{Q}', \mu\mathfrak{R}')$, $(\mu\mathfrak{P}'', \mu\mathfrak{Q}'', \mu\mathfrak{R}'')$ varient d'une manière continue; dès lors, les égalités (21) nous donnent, en tout point de la surface S_{12},

$$(26)\qquad \begin{cases} P'_2 = 0, & Q'_2 = 0, & R'_2 = 0, \\ P''_2 = 0, & Q''_2 = 0, & R''_2 = 0. \end{cases}$$

Supposons que le système soit le siège d'une oscillation électrique propre. Pour que le champ électrique n'y fût pas identiquement nul en tout point, il faudrait qu'il différât de zéro au moins en quelque région appartenant à des corps non conducteurs, car il est identiquement nul au sein de tout corps conducteur. Mais alors, en vertu des égalités (23), (24), (25) et (26), vérifiées en tout point pris dans un corps non conducteur, mais infiniment voisin d'un corps conducteur, *l'oscillation électrique considérée constituerait, pour l'ensemble des corps purement diélectriques que contient le système, une oscillation électrique propre appartenant à la fois aux trois catégories qui ont été définies au n° 6 de notre Note précédente* (¹).

Or, en général, l'existence d'une telle oscillation électrique est impossible.

D'où la conclusion suivante :

Un système contenant des corps conducteurs ne peut présenter, en général, aucune oscillation électrique propre.

Par conséquent, *à parler rigoureusement,* il n'y a pas de résonnance électrique dans un système contenant des corps conducteurs; les phénomènes qu'on y observe ne réalisent la résonnance que d'une manière approchée.

(¹) *Comptes rendus*, t. 162, 15 mai 1916, p. 740.

HYGIÈNE ALIMENTAIRE. — *Une lettre inédite de Parmentier.* Note de M. **Balland.**

Cette lettre vient d'un marchand d'autographes du quai Malaquais. Elle est du 13 août 1800 et adressée au ministre de la guerre Carnot [1]. Parmentier était alors le collègue de Carnot à l'Institut et membre du Conseil de santé des armées. C'est à ce dernier titre qu'il eut à examiner des réclamations concernant le pain distribué aux pensionnaires de l'Hôtel des Invalides. Ce pain, bien différent du pain ordinaire des troupes, devait être fabriqué avec des farines blutées à 25 pour 100, c'est-à-dire provenant de blés dont on a retiré 75 pour 100 de farines. C'est le pain de farines entières, le pain de ménage par excellence, sur lequel j'ai attiré plusieurs fois l'attention de l'Académie et qu'une loi récente vient d'étendre à toute la France.

Parmentier reconnut que le pain critiqué ne répondait pas aux prescriptions réglementaires; il contenait un excès de farine bise et de remoulage au détriment des farines blanches. Comme au temps de Parmentier, ce genre de fraude s'observe encore fréquemment dans les farines des entrepreneurs de la guerre destinées au pain de munition; on le retrouvera sûrement dans le nouveau pain français : on peut remarquer déjà que les pains des différents quartiers de Paris ne présentent pas les mêmes caractères.

Voici la lettre de Parmentier :

A Paris, ce 25 Thermidor de l'an 8.

Citoyen ministre,

Le pain destiné à la subsistance des Invalides et que vous m'avez chargé d'examiner, est bien fabriqué, parfaitement cuit, d'une odeur et d'un goût qui appartiennent au froment pur et de bonne qualité; cet aliment ne paraît donc pas mélangé d'orge et de seigle.

Mais je ne puis vous dissimuler, citoyen ministre, qu'en consultant l'article 6 du cahier des charges du marché des munitionaires, le pain dont il s'agit devrait être un pain moins bis; car, si après l'extraction de 25^{li} de son par quintal de grains on

---

[1] Carnot (Lazare-Nicolas-Marguerite), chef de bataillon du génie; député à la Convention et chargé, par le Comité de salut public, de la direction des opérations militaires; inspecteur général aux revues; ministre de la guerre, du 12 Germinal an VIII (2 avril 1800) au 16 Vendémiaire an IX (8 octobre 1800).

réunissait toutes les farines résultantes de la mouture économique, on obtiendrait un pain sensiblement plus blanc. Ce léger défaut que je reproche au pain des Invalides peut néanmoins provenir autant du fournisseur que du marchand; mais quand les farines bises du commerce sont trop foncées, le premier alors doit avoir l'attention d'employer une plus grande proportion de farines blanches afin que le résultat ait constamment la même nuance d'aspect et de saveur.

Comme l'extraction à 25^{lt} de son au quintal prescrite par le marché est précisément la totalité de ce que le blé contient d'écorce et que le pain qui en provient devrait offrir le caractère de *pain de toutes farines*, de *pain de ménage*, je pense que sa nuance pourrait toujours être celle du pain bis-blanc et non du pain bis et que si le mélange des farines se trouvait dans des proportions plus exactes, il deviendrait par ce moyen l'unique pain de la maison sans une augmentation de frais.

Si vous désirez, citoyen ministre, un aperçu de la quantité et qualité de farines qu'on retire du blé par la mouture économique (¹) et l'espèce de pain qui provient de leur mélange après la séparation du son, je vous prierai de donner des ordres à la boulangerie de la 17e division militaire au Gros Caillou. Je m'empresserai d'y faire avec le manutentionaire les expériences propres à seconder l'utilité de vos vues.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection de deux membres de la Commission du Fonds Bonaparte. L'un de ces membres devra être choisi dans la Division des Sciences mathématiques, l'autre parmi les Académiciens libres.

M. **M. Hamy**, de la Division des Sciences mathématiques, et M. **A. de Gramont**, Académicien libre, réunissent la majorité des suffrages.

(¹) Parmentier a écrit d'autre part : « Dans le Tableau des produits du froment obtenus par la mouture économique, on voit que le grain donne les trois quarts de son poids en farine et l'autre quart en issues; que la farine est distinguée en farine blanche et en farine bise; que les issues sont également distinguées en gros son, en petit son et en remoulage. Ce dernier, plus divisé que les deux autres sons, forme le cinquième du poids des issues et la vingtième partie du grain; il concourt à rendre le pain plus propre à la nourriture des hommes adonnés à des exercices violents.... Rarement les parties constituantes du froment sont employées ensemble : les farines blanches servent à faire le pain mollet; il porte le nom de *pain bis-blanc* ou de *ménage* quand on le compose de farines bise et blanche; on l'appelle *pain bis* dès qu'on y ajoute le remoulage. » [*Rapport sur le pain des troupes* (*Procès-verbaux des Séances de l'Académie des Sciences depuis la fondation de l'Institut*, t. I, p. 133).]

CORRESPONDANCE.

Mme **René Zeiller** offre un Mémoire de son mari, intitulé : *Sur quelques plantes wealdiennes recueillies au Pérou par M. le capitaine Berthon.*

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Le Service géodésique du Danemark, 1816-1916, publié par le général V.-H.-O. Madsen, directeur du Service géodésique du Danemark. (Présenté par M. Ch. Lallemand.)

MÉCANIQUE RATIONNELLE. — *Sur le mouvement d'une bille de billard avec frottements de glissement et de roulement.* Note (¹) de M. **B. Globa-Mikhaïlenco**, présentée par M. Appell.

1. Ce problème a été traité d'abord par M. Appell (²) à l'aide d'équations intrinsèques. L'objet de cette Note est de donner au point de vue expérimental la solution approchée du problème, en supposant le coefficient du frottement de roulement δ très petit. En rapportant le mouvement aux axes fixes $O\xi\eta\zeta$, dont $O\xi$ et $O\eta$ sont dans le plan du tapis et $O\zeta$ est la verticale ascendante, on désignera par ξ, η, R les coordonnées du centre de la bille, par p, q, r les composantes de la rotation instantanée, par $\omega=\sqrt{p^2+q^2}$ la composante horizontale de cette rotation, par mX, mY, N les réactions inconnues du plan du tapis et par f et δ les coefficients de frottement de glissement et de roulement. Les équations du mouvement s'écrivent :

$$(1)\qquad \xi''=X,\qquad \eta''=Y,\qquad \zeta''=0=-mg+N,\qquad N=mg,$$

$$(2)\qquad k^2p'=RY-\frac{pg\delta}{\omega},\qquad k^2q'=-RX-\frac{qg\delta}{\omega},\qquad k^2r'=0,\qquad r=r_0'',$$

en désignant par mk^2 le moment d'inertie de la sphère. De plus, tant que

(¹) Séance du 22 mai 1916.

(²) *Journal de Mathématiques*, t. 7, 1911, p. 85-96.

dure le glissement, nous avons

(3) $$X^2+Y^2=f^2g^2, \qquad (\xi'-qR)Y=(\eta'+pR)X,$$
(4) $$\xi'-qR=u \quad \text{et} \quad \eta'+pR=v,$$

étant les projections de la vitesse du point de contact. L'ensemble de ces six équations nous permettra de déterminer les six fonctions cherchées qui sont : ξ, η, p, q, X, Y.

2. D'après un théorème de M. Picard ([1]), ces équations admettent des intégrales développables suivant les puissances croissantes de δ, pourvu que δ soit assez petit. Pour s'en assurer il suffit d'écrire ces équations sous la forme donnée par M. Appell dans l'article cité page 94.

Ceci posé, nous cherchons les fonctions inconnues sous la forme de séries :

(5) $$\left\{\begin{aligned} &\xi=\sum_{i=0}^{\infty}\xi_i\delta^i, \quad \eta=\sum_0^{\infty}\eta_i\delta^i, \quad X=\sum_0^{\infty}X_i\delta^i, \quad Y=\sum_0^{\infty}Y_i\delta^i,\\ &p=\sum_0^{\infty}p_i\delta^i, \quad q=\sum_0^{\infty}q_i\delta^i, \quad \omega=\sum_0^{\infty}\omega_i\delta^i. \end{aligned}\right.$$

Nous portons ces expressions dans les équations (1), (2), (3) et (4) et, en égalant les coefficients des mêmes puissances de δ, nous obtenons les équations qui nous permettent de déterminer de proche en proche tous les coefficients

$$\xi_i, \quad \eta_i, \quad X_i, \quad Y_i, \quad p_i, \quad q_i \qquad (i=0, 1, 2, \ldots).$$

3. Tous les calculs faits, nous aurons les équations

(6) $$\xi_i''=X_i, \qquad \eta_i''=Y_i;$$

(7) $$\left\{\begin{aligned} &p_0'=\frac{RY_0}{k^2}, && q_0'=-\frac{RX_0}{k^2},\\ &p_1'=\frac{RY_1}{k^2}-\frac{gp_0}{k^2\omega_0}, && q_1'=-\frac{RX_1}{k^2}-\frac{gq_0}{k^2\omega_0},\\ &p_2'=\frac{RY_2}{k^2}-\frac{gq_0}{k^2\omega_0^3}[p_1q_0-p_0q_1], && q_2'=-\frac{RX_2}{k^2}-\frac{gp_0}{k^2\omega^3}[q_1p_0-q_0p_1],\\ &\ldots\ldots\ldots\ldots, && \ldots\ldots\ldots\ldots; \end{aligned}\right.$$

$$X_0^2+Y_0^2=f^2g^2, \qquad 2(X_0X_1+Y_0Y_1)=0,$$

([1]) E. Picard, *Traité d'Analyse*, t. 3, p. 162.

et, en général,

$$\sum_{i=0}^{k} (X_i X_{k-i} + Y_i Y_{k-i}) = 0 \qquad (k = 1, 2, 3, \ldots), \tag{8}$$

$$\left\{\begin{aligned}
&(\xi_0' - R q_0) Y_0 = (\eta_0' + R p_0) X_0,\\
&(\xi_0' - R q_0) Y_1 + (\xi_1' - R q_1) Y_0 = (\eta_0' + R p_0) X_1 + (\eta_1' + R p_1) X_0,\\
&(\xi_0' - R q_0) Y_2 + (\xi_1' - R q_1) Y_1 + (\xi_2' - R q_2) Y_0\\
&\quad = (\eta_0' + R p_0) X_2 + (\eta_1' + R p_1) X_1 + (\eta_2' + R p_2) X_0,\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}\right. \tag{9}$$

Prenons l'axe $O\xi$ parallèle à la direction fixe du vecteur X_0, Y_0. Nous aurons $Y_0 = 0$ et les formules (8) nous donneront

$$\left\{\begin{aligned}
&X_0 = -fg, && X_1 = 0,\\
&2X_0 X_2 + Y_1^2 = 0 \quad \text{ou} && -2fgX_2 + Y_1^2 = 0,\\
&X_0 X_3 + Y_1 Y_2 = 0 \quad \text{ou} && -fgX_3 + Y_1 Y_2 = 0,
\end{aligned}\right. \tag{10}$$

et ainsi de suite. Ces équations nous permettront de calculer les X en connaissant les Y. Nous aurons ensuite

$$Y_1' = -\frac{g p_0 X_0}{k^2 \omega_0^2 (\xi_0' - R q_0)} = \frac{5 f g^2}{2 R^2} \frac{p_0}{\omega_0 u_0}, \tag{11}$$

$$(\xi_0' - R q_0) Y_2' = -\frac{R g q_0}{k^2 \omega_0} \left[Y_1 + \frac{p_1 q_0 - p_0 q_1}{\omega_2^2} X_0 \right].$$

et ainsi de suite. Tous les Y se calculent par des quadratures et les X se calculent ensuite par des opérations algébriques.

4. Pour $\delta = 0$ nous avons le cas classique qui donne .

$$X_0 = -fg, \qquad Y_0 = 0, \qquad \xi_0 = \xi_0^0 + \xi_0'^0 t - \frac{fg}{2} t^2, \qquad \eta_0 = \eta_0^0 + \eta_0'^0 t;$$

$$p_0 = p_0^0 = \text{const.}, \qquad q_0 = q_0^0 + \frac{5f}{2R} g t, \qquad u_0 = u_0^0 - \frac{7}{2} f g t, \qquad v_0 = 0 \qquad (u_0 = \omega_0),$$

les lettres ξ_0^0, η_0^0, p_0^0, q_0^0, u_0^0 désignant les valeurs initiales. On a ensuite

$$X_1 = 0, \qquad Y_1 = \frac{5 g p_0^0}{7 R^2 A} \left(\log \frac{\omega_0 + \frac{5}{7}\frac{u_0}{R} + A}{\omega_0 + \frac{5}{7}\frac{u_0}{R} - A} - \log \frac{\omega_0^0 + \frac{5}{7}\frac{u_0^0}{R} + A}{\omega_0^0 + \frac{5}{7}\frac{u_0^0}{R} - A} \right),$$

A étant une constante d'intégration; Y_1 est toujours du signe de p_0^0 et croît en valeur absolue. Pour $p_0^0 = 0$, Y_1 est constamment nul.

Cela posé, on voit que le frottement de roulement fait rapprocher la trajectoire du centre de la bille de l'axe Oξ. Si la vitesse initiale du centre fait un angle aigu avec l'axe Oξ, le frottement de roulement redresse la trajectoire, et si cet angle est obtus, il la rend plus courbe.

Pour obtenir l'équation de la trajectoire, il suffit de calculer η_1 donnée par l'équation $\eta_1'' = Y_1$, et l'on aura

$$\xi = \xi_0 = \xi_0^0 + \xi_0'^0 t - \frac{1}{2} g t^2,$$

$$\eta = \eta_0 + \delta\eta_1 = \eta_0^0 + \eta_0'^0 t + \delta \int_0^t \int_0^t Y_1 \, dt^2.$$

De même, on calcule, par des quadratures, les valeurs de p_1 et q_1 Les approximations plus grandes ne présentent que des difficultés de calcul.

ÉLASTICITÉ. — *Tous les points d'une plaque rectangulaire mince posée s'abaissent quand on lui applique une charge uniforme, aucun élément ne reste horizontal, les lignes de plus grande pente aboutissent toutes au centre.* Note de M. **Mesnager**, transmise par M. A. Blondel.

M. J. Résal a montré (¹) qu'en appliquant une charge au centre d'une plaque rectangulaire de proportions convenables, on produit très probablement le soulèvement de certaines régions de la plaque. On peut se demander s'il en est de même dans le cas de charge uniformément répartie.

Pour cela, utilisons l'équation du déplacement sous la forme de série simple, que Maurice Lévy nous a appris à obtenir (²) et dont M. Estanave a calculé l'expression (³). On peut donner à celle-ci la forme simple

$$w = \frac{4pa^4}{EI\pi^5}(1-\eta^2)\sum \frac{\sin \alpha x}{i^5}$$
$$\times \left\{ 1 - \frac{\operatorname{ch}\alpha(b-y) + \operatorname{ch}\alpha y + \frac{\alpha}{2}(b-y)\operatorname{sh}\alpha y + \frac{\alpha y}{2}\operatorname{sh}\alpha(b-y)}{1+\operatorname{ch}\alpha b} \right\}$$

$\left(\eta\right.$ coefficient de Poisson, i nombre impair, $\alpha = \frac{i\pi}{a}$, a et b côtés de la plaque, p charge par unité de surface$\left.\right)$.

(¹) *Annales des Ponts et Chaussées*, t. IV, 1912, p. 526.

(²) *Comptes rendus*, t. 129, 1899, p. 535-539.

(³) *Thèse* (Gauthier-Villars, 1900).

On vérifie d'ailleurs directement et très rapidement cette formule.

De cette expression de w, on déduit, A étant un nombre positif indépendant de x, y et i,

$$\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = -A \sum \frac{(b-y)\operatorname{sh}\alpha y + y \operatorname{sh}\alpha(b-y)}{i^2(1+\operatorname{ch}\alpha b)}$$

ou en posant

$$\pi\frac{b}{a} = \rho, \qquad y = \theta b, \qquad b - y = \theta' b,$$

avec $\theta + \theta' = 1$ et C étant une constante positive,

$$\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = -C \sum \frac{\sin i\pi\frac{x}{a}}{i} \frac{2 + (\theta^2+\theta'^2)\frac{i^2\rho^2}{3!} + (\theta^4+\theta'^4)\frac{i^4\rho^4}{5!} + \dots}{2 + \frac{i^2\rho^2}{2!} + \frac{i^4\rho^4}{4!} + \dots}.$$

Remarquons que les quotients des mêmes puissances de i, au numérateur et au dénominateur de la dernière fraction, satisfont aux relations

$$\frac{2}{2} > \frac{\theta^2+\theta'^2}{3} > \frac{\theta^4+\theta'^4}{5} > \dots > \frac{\theta^n+\theta'^n}{n+1} > \dots.$$

Or quand a, a_1, a_2, ..., b, b_1, b_2 étant des nombres positifs, on a

$$\frac{a}{b} > \frac{a_1}{b_1} > \frac{a_2}{b_2} > \dots > \frac{a_n}{b_n},$$

le quotient

$$\frac{a + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n}{b + b_1 x + b_2 x^2 + \dots + b_n x^n}$$

décroît constamment lorsque x croît de 0 à l'∞. On le vérifie en prenant la dérivée et en constatant que les coefficients de son numérateur sont tous négatifs.

Donc la série qui entre dans la dérivée seconde de w est de la forme $A_i \sin ix$, i étant un nombre impair et A_i un nombre positif qui décroît constamment lorsque i croît et a pour limite 0.

Une pareille série, qu'on sait être (¹) *convergente, a une valeur positive pour toute valeur de x comprise en* 0 *et* π.

En effet, la formule de la somme de sinus d'arcs en progression arithmétique donne

$$\sin x + \sin 3x + \sin 5x + \dots + \sin ix = \frac{\sin^2\frac{i+1}{2}x}{\sin x} = \frac{1-\cos(i+1)x}{2\sin x}.$$

(¹) Lebesgue, *Leçons sur les séries trigonométriques*, p. 42 (Gauthier-Villars, 1906).

Si l'on remplace dans le second membre ix par une variable z, se modifiant d'une façon continue, on y obtient une fonction périodique qui, quand z croît à partir de o, prend successivement et périodiquement pour $x+z=K\pi$ les valeurs o et $\frac{1}{\sin x}$ qui forment ses deux limites. Toutes les fois que z passe par les valeurs x, $3x$, $5x$, ..., le second membre devient égal à la somme d'un certain nombre de termes de la série du premier membre. Je puis poser, en remarquant que

$$1-\cos(x+z)=\int \sin(x+z)\,dz,$$

$$A_1 \sin x + A_3 \sin 3x + \ldots + A_i \sin ix = \int_0^{i} A_z \frac{\sin(z+x)}{2\sin x}\,dz,$$

A_z étant une fonction discontinue, prenant successivement les valeurs A_1, A_3, ..., A_i quand la variable z passe par les valeurs x, $3x$, $5x$, ..., ix et la conservant jusqu'à ce qu'elle ait augmenté de deux unités. Si l'on fait varier d'une façon continue les limites de l'intégration, le second membre varie d'une façon continue.

Les sinus sont positifs et par conséquent la valeur de cette intégrale croît lorsque, à sa limite supérieure, on a

$$2K\pi < z + x < (2K+1)\pi;$$

elle décroît lorsque, à sa limite supérieure, on a

$$(2K+1)\pi < z + x < 2(K+1)\pi.$$

La fonction que représente l'intégrale atteint donc ses minima successifs lorsque, à sa limite supérieure, on a

$$x + z = 2K\pi,$$

K étant un entier quelconque. Or l'accroissement pendant chacune des périodes de croissance est supérieur à la diminution subie pendant la période de décroissance suivante, puisque A_z diminue de valeur pour des variations de $z=2x<2\pi$, puisqu'on a $x<\pi$. Donc les minima de l'intégrale sont tous positifs, par suite elle est constamment positive.

L'expression

$$A_1 \sin x + A_3 \sin 3x + \ldots + A_i \sin ix,$$

dont les valeurs sont toutes des valeurs de cette intégrale, est par conséquent toujours positive et sa limite aussi.

On aurait pu aisément, par ce procédé, démontrer aussi la convergence de la série.

1° La concavité de la courbe est donc tournée dans toute la plaque vers les w négatifs. La tangente étant horizontale sur l'axe par symétrie, *on descend constamment depuis le contour jusqu'à un axe, en suivant une parallèle à un côté de la plaque.* 2° *En aucun point, autre que le centre et les sommets, le plan tangent n'est horizontal*, car l'une au moins des tangentes suivant les sections parallèles aux côtés est inclinée. 3° *Le centre est le point le plus bas*, minimum minimorum, rencontre des axes. 4° *Toute ligne de plus grande pente y converge*, car en chaque point elle est dirigée dans l'angle des sections parallèles aux côtés qui comprend le centre, comme perpendiculaire à l'horizontale infiniment voisine les coupant plus bas. Pénétrant dans des rectangles concentriques au centre infiniment décroissants, elle ne peut, sauf au centre, rencontrer les axes qui sont lignes de plus grande pente par symétrie. 5° *L'indicatrice est au centre une ellipse* ayant pour axes ceux de la plaque et *aux sommets une hyperbole* ayant pour asymptotes les côtés de la plaque. Près des sommets, la courbure suivant la plus grande pente est de signe contraire à celle des parallèles aux côtés (d'où utilité d'armer en ce sens et dans cette région les plaques en béton).

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Intégration d'un système d'équations différentielles qu'on rencontre dans l'étude d'un problème cosmique.* Note de M. **Carl Störmer**, présentée par M. Appell.

Dans quelques Notes publiées en 1912 et 1913 [1], j'ai donné une série de résultats relatifs au problème suivant :

Trouver le mouvement d'un corpuscule électrisé dans le champ d'un aimant élémentaire en supposant que le corpuscule soit soumis aussi à l'action d'une force centrale émanant de l'aimant et inversement proportionnelle au carré de la distance.

Avec les notations de ma Note du 10 février 1913 introduisons, au lieu de R, z et t, les nouvelles variables u, v, σ, définies par les équations [2]

$$R = e^u \cos v, \qquad z = e^u \sin v, \qquad dt = e^{2u}\, d\sigma.$$

[1] Voir *Comptes rendus*, t. 155, 1912, p. 1073; t. 156, 1913, p. 450 et 536.

[2] Cas particulier des transformations isogonales de M. Goursat.

Alors un calcul facile donne, pour le mouvement du corpuscule, le système d'équations suivant :

$$\frac{d\varphi}{d\sigma} = C\cos^{-2}v - a\mathrm{M}e^{-u},$$

$$\frac{d^2u}{d\sigma^2} = \frac{1}{2}\frac{\partial \mathrm{P}}{\partial u}, \qquad \frac{d^2v}{d\sigma^2} = \frac{1}{2}\frac{\partial \mathrm{P}}{\partial v}, \qquad \left(\frac{du}{d\sigma}\right)^2 + \left(\frac{dv}{d\sigma}\right)^2 = \mathrm{P},$$

$$\mathrm{P} = C_1 e^{2u} - 2bme^u + 2Ca\mathrm{M}e^{-u} - C^2\cos^{-2}v - a^2\mathrm{M}^2e^{-2u}\cos^2 v.$$

Nous distinguerons deux cas : 1° *on néglige tous les termes contenant* $a^2\mathrm{M}^2$ *en facteur*; 2° *dans le terme en* $a^2\mathrm{M}^2$ *on remplace* $\cos^2 v$ *par* 1. Dans les deux cas, *on obtient un système intégrable par des quadratures*. En effet, P devient alors somme d'une fonction U de u et d'une fonction V de v, cas de Liouville; on trouve, γ étant une constante d'intégration,

$$\left(\frac{du}{d\sigma}\right)^2 = \mathrm{U} - \gamma, \qquad \left(\frac{dv}{d\sigma}\right)^2 = \mathrm{V} + \gamma,$$

$$\int \frac{du}{\sqrt{\mathrm{U}-\gamma}} = \sigma + C', \qquad \int \frac{dv}{\sqrt{\mathrm{V}+\gamma}} = \sigma + C'',$$

C' et C'' étant des constantes. En substituant ici les valeurs

$$\mathrm{U} = C_1e^{2u} - 2bme^u + 2Ca\mathrm{M}e^{-u} - a^2\mathrm{M}^2e^{-2u}, \qquad \mathrm{V} = -C^2\cos^{-2}v,$$

la première intégrale se réduit à *une intégrale elliptique* par la substitution $e^{-u} = \rho$ et la seconde peut être effectuée immédiatement. u et v étant ainsi trouvées comme fonctions de σ, on obtient t et φ par deux nouvelles quadratures, ce qui achève l'intégration.

Cette approximation peut s'appliquer aux régions de l'espace où l'action électromagnétique est assez petite ou bien la force centrale assez grande. Le résultat a beaucoup d'intérêt aussi bien pour la physique cosmique que pour la physique atomistique, quand il s'agit de calculer la dispersion des rayons corpusculaires autour des atomes.

Premier cas (on néglige $a^2\mathrm{M}^2$). — Pour effectuer les intégrations on simplifie d'abord les équations différentielles en introduisant les nouvelles variables R_1, z_1 et τ définies par

$$\mathrm{R} = \alpha\mathrm{R}_1, \qquad z = \alpha z_1, \qquad t = \beta\tau$$

où l'on emploie les mêmes notations que dans ma Note du 10 février 1913. On a

$$\frac{d\varphi}{d\tau} = \mathrm{U},$$

$$\frac{d^2\mathrm{R}_1}{d\tau^2} = \frac{1}{2}\frac{\partial \mathrm{Q}_1}{\partial \mathrm{R}_1}, \qquad \frac{d^2z_1}{d\tau^2} = \frac{1}{2}\frac{\partial \mathrm{Q}_1}{\partial z_1}, \qquad \left(\frac{d\mathrm{R}_1}{d\tau}\right)^2 + \left(\frac{dz_1}{d\tau}\right)^2 = \mathrm{Q}_1 + h.$$

Ici les lettres α, β, h, D et U ont la même signification que dans la Note citée, mais dans la fonction Q_1 manque le terme $R_1^2 r_1^{-6}$.

Dans l'interprétation mécanique correspondante des équations en R_1 et z_1 on aura aussi des positions d'équilibre sur l'axe des R_1 et en dehors de cet axe. Pour les premières, dans les formules donnant D, M, A', B' et C', il manque partout le dernier terme contenant ξ^{-1} à la puissance la plus élevée. Les secondes positions d'équilibre n'existent que pour C et D négatifs et D plus grand que $6+\frac{4}{3}\sqrt{21}$ en valeur absolue.

Cela posé, l'intégration donne pour le cas $C>0$:

$$R_1=\frac{6\sqrt{1-\frac{\gamma-1}{\gamma}\sin^2(\sigma-\sigma_1)\sqrt{\gamma}}}{\gamma+6p\left(\frac{\sigma-\sigma_0}{\sqrt{2}}\right)},\qquad z_1=\frac{6\sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\sin(\sigma-\sigma_1)\sqrt{\gamma}}{\gamma+6p\left(\frac{\sigma-\sigma_0}{\sqrt{2}}\right)},$$

$$\varphi=\varphi_0-\frac{\gamma}{6}\sigma+\operatorname{arc\,tang}\left[\frac{\operatorname{tang}(\sigma-\sigma_1)\sqrt{\gamma}}{\sqrt{\gamma}}\right]-\sqrt{2}\zeta\left(\frac{\sigma-\sigma_0}{\sqrt{2}}\right).$$

Ici γ, σ_0, σ_1 et φ_0 sont des constantes d'intégration, $\zeta(u)$ et $p(u)$ sont les fonctions de Weierstrass aux invariants

$$g_2=2D+\frac{\gamma^2}{3},\qquad g_3=-2h+\frac{D\gamma}{3}+\frac{\gamma^3}{27}.$$

La variable σ est liée à τ par la relation

$$d\tau=(R_1^2+z_1^2)\,d\sigma.$$

On obtient les formules correspondant au cas $C<0$ en changeant le signe de D dans les formules pour g_2 et g_3, et les signes de l'expression donnant r_1 et de l'arc tangente dans la formule pour φ.

Ce qui donne un intérêt particulier à ces formules, c'est qu'elles permettent de contrôler les résultats auxquels conduit l'interprétation mécanique des équations différentielles en R_1 et z_1 et d'en prévoir d'autres; comme les champs de force $Q_1=$ const. sont assez pareils dans le cas simplifié et dans le cas général, cela conduira par analogie à des résultats intéressants.

Deuxième cas. — *Les trajectoires dans le plan équatorial de l'aimant élémentaire sont identiques à celles trouvées dans le cas général et l'approximation est d'autant plus grande que la distance à ce plan est plus petite.*

Avec les notations de ma Note du 10 février 1913, le terme $R_1^2 r_1^{-6}$ dans la fonction Q_1 est remplacé par r_1^{-4}. Quant aux positions d'équilibre se rapportant à l'interprétation mécanique des expressions de R_1 et de z_1, il n'y en aura pas en dehors de l'axe des R_1. Sur cet axe, elles sont les mêmes que dans le cas général; aussi les formules donnant D, M, A' et B' sont-elles

les mêmes, mais dans la formule pour C' le terme ξ^{-6} manque et C' est nul dans le cas $C = 0$. Cette intégration approchée sera surtout importante si l'on veut étudier les trajectoires dans le voisinage du plan équatorial de l'aimant élémentaire, ce qui aura lieu dans les applications aux problèmes de la physique cosmique.

Pour les applications physiques il est nécessaire de connaître les valeurs des produits constants aM et bm. En adoptant le système d'unités (centimètre, gramme, seconde) et le système électrostatique pour les charges, on trouve

$$a\mathrm{M} = \frac{|\varepsilon|\mathrm{M}}{3.10^{10}\mu}, \qquad bm = -\frac{(1-\lambda)\mathrm{S}}{1,15.10^{7}} + \frac{\varepsilon \mathrm{E}}{\mu}.$$

Ici M est le moment de l'aimant élémentaire dont le pôle sud ou le pôle nord pointe vers les z positifs selon que la charge des corpuscules est positive ou négative; ε est la charge, $|\varepsilon|$ sa valeur absolue, et μ la masse du corpuscule. La force centrale est supposée être la résultante de la *gravitation* due à une masse S, de *la force répulsive de la lumière*, supposée être en rapport constant λ avec la gravitation, et de l'*action électrostatique* due à une charge E. Ce sont les mêmes actions que j'ai supposé émaner du Soleil, dans mon premier Mémoire, en 1906 (1).

PHYSIQUE. — *Constatation d'un troisième* effet Volta *et confirmation expérimentale de l'explication donnée.* Note de MM. **Ed. Sarasin** et **Th. Tommasina.**

Des faits énoncés dans notre dernière Note (2) il résultait nettement que deux des trois parois de notre chambre à ionisation ABCDEFGH (*fig.* 1) pouvaient jouer le rôle des électrodes d'une pile, dont l'électrolyte est l'air ionisé par la radioactivité induite. Pour obtenir notre premier *effet Volta*, le plateau de laiton noirci p de l'électroscope servait de support à la cloche radioactive ABCD et à la cloche-écran trouée EFGH. Mais, bien que constituant ainsi le fond de la cuve électrolytique radioactive, il n'intervenait dans la production du phénomène que comme un conducteur quelconque fermant le circuit entre l'écran et la cloche. Dans notre deuxième

(1) Voir *Sur un problème relatif au mouvement des corpuscules électriques dans l'espace cosmique* (*Videnskabsselskabets Skrifter*, 1907, Christiania).

(2) *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 291.

effet Volta c'est au contraire le plateau, support direct de l'écran et de la cloche, qui avec cette dernière forme le couple voltaïque; mais en ce cas c'est l'écran qui cesse de fonctionner comme électrode; c'est pourquoi nous avons pu utiliser un écran troué en carton. Il nous restait à vérifier si, comme il était probable, un troisième effet Volta se produirait lorsque, la cloche radioactivée n'étant pas métallique, l'écran et le plateau deviendraient les électrodes de la nouvelle pile à air ionisé. C'est ce que nous avons obtenu à l'aide d'une cloche en verre soit radioactivée, soit contenant de l'émanation radioactive qu'on y a versée, soit recouvrant simplement un godet *r*, avec une trace de sel de radium, placé entre l'écran et la cloche (*fig.* 1). Ce dernier dispositif a l'avantage de permettre d'utiliser immédiatement, sans radioactivation préalable, toutes sortes de cloches et de faire durer l'expérience aussi longtemps qu'on le désire : les courbes des décharges étant horizontales au lieu de s'abaisser de plus en plus après quelques heures par suite de l'affaiblissement rapide de la radioactivité induite.

Nous obtenons le troisième effet Volta en plaçant sur le plateau *p* de l'électroscope, comme dans le dispositif pour le deuxième effet Volta, un disque isolant *i* et sur celui-ci un disque *d* du métal qu'on veut étudier par rapport au métal de l'écran (*fig.* 1).

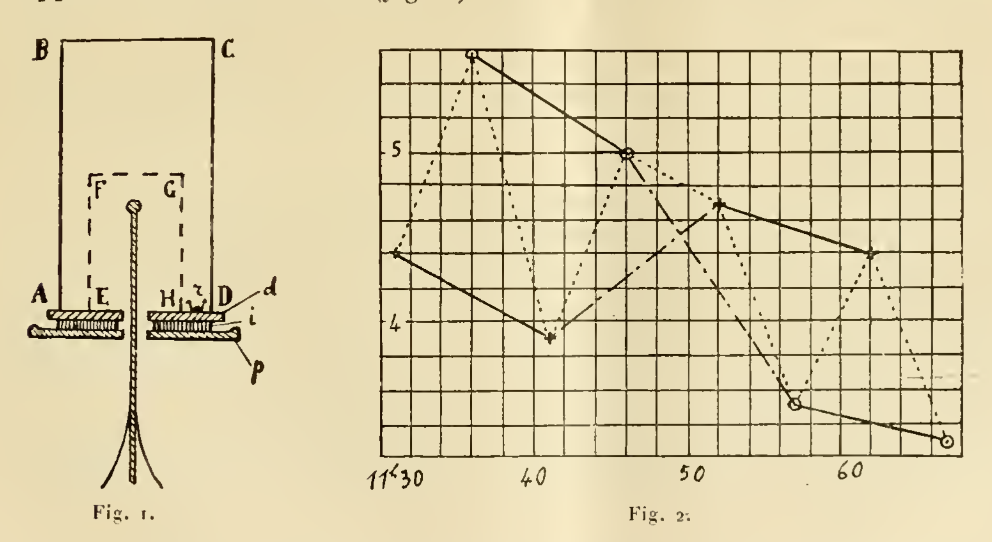


Fig. 1.

Fig. 2.

Notre *effet pile* décrit dans la Note du 21 février nous a également fourni l'explication du troisième effet Volta, celui-ci se rattachant aux autres, surtout au deuxième, mais en outre il nous a permis d'entreprendre des expériences nouvelles, dont les résultats, que nous avons l'honneur de

présenter à l'Académie, confirment en tous points les explications théoriques que nous avons données.

Pour ces expériences au lieu de nous servir, comme pour l'étude de l'effet pile, d'une cloche et d'un écran du même métal, nous avons utilisé soit une cloche en cuivre avec l'écran en zinc donnant l'effet Volta *a*, soit une cloche en zinc avec l'écran en cuivre donnant l'effet Volta *b*. Or, si notre explication théorique était exacte, ayant dans ce dispositif les deux effets réunis, on devait, en changeant le sens du courant, obtenir l'addition ou la soustraction de l'effet pile et de l'effet Volta.

Le résultat a été celui que nous avions prévu. Les graphiques qui illustrent cette Note, obtenus d'après les chiffres indiquant les chutes du potentiel des charges de l'électroscope alternativement de signe opposé, constituent la confirmation expérimentale de nos vues théoriques.

La distance séparant les deux courbes de désactivation a diminué lorsque l'effet pile agissait en sens opposé de l'effet Volta ; elle a augmenté lorsque les deux effets agissaient dans le même sens.

Le dispositif qui a donné le diagramme de la figure 2 produit l'effet Volta *a*, car il est constitué par une cloche Cu radioactivée et un écran Zn, les deux placés sur un disque en celluloïde et reliés par un fil conducteur aux électrodes de la pile. Le graphique des quatre premières lectures montre

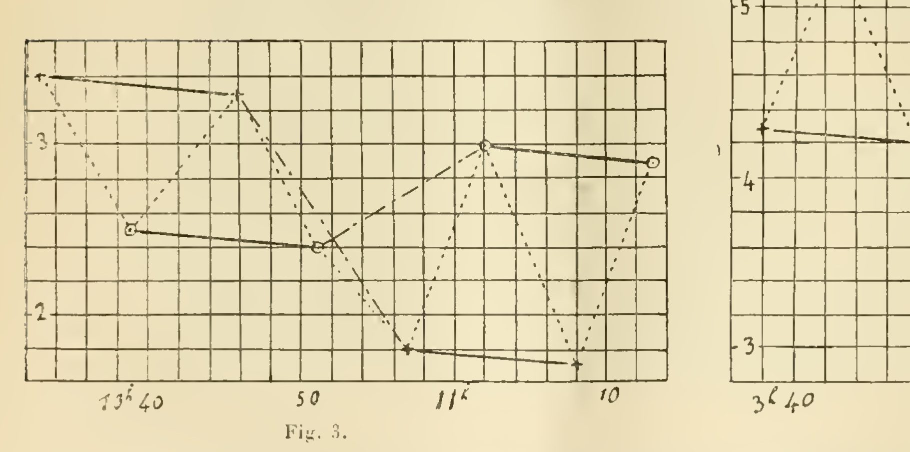


Fig. 3.

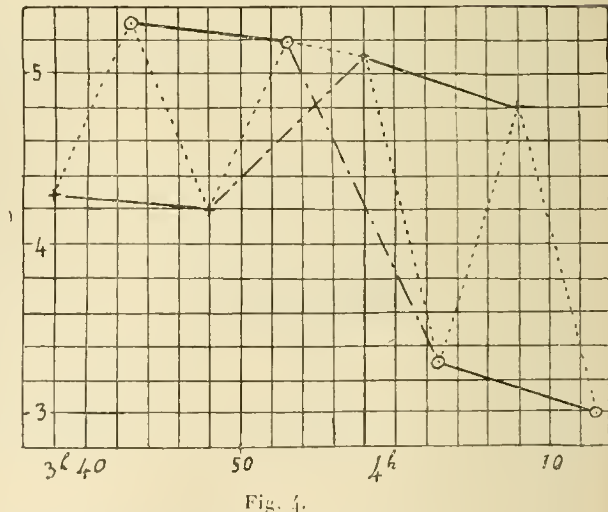


Fig. 4.

l'effet *b* pile au lieu de l'effet *a* Volta, la cloche étant reliée au pôle + et l'écran au pôle — ; la distance entre les courbes représente la soustraction et indique que l'effet pile est plus fort que l'effet Volta. Les quatre lectures suivantes, faites après le renversement du courant, montrent le renverse-

ment des courbes et en outre que leur distance a augmenté : elle représente l'addition des deux effets, la pile donnant l'effet *a*, elle aussi.

Dans le dispositif qui a fourni le diagramme de la figure 3, on avait une cloche Zn et un écran Cu, produisant l'effet Volta *b*. Les quatre premières lectures donnent ici deux courbes dont celle des décharges positives est la plus élevée. C'est donc l'effet *a* pile, la cloche étant reliée au pôle — et l'écran au pôle +. La distance des courbes représente la soustraction des deux effets. Les quatre lectures faites après le renversement du courant montrent encore le renversement des courbes et leur distance plus grande indique l'addition des deux effets *b*.

La figure 4 sert de comparaison, indiquant comment varie la distance des courbes avant et après le renversement lorsque, cloche et écran étant du même métal (Zn), on a l'effet pile et point d'effet Volta. Le rapprochement des courbes est régulier comme si aucun renversement n'avait lieu; il montre la marche de la désactivation de la cloche radioactivée.

Ces nouveaux résultats expérimentaux démontrent que l'effet Volta et l'effet pile, qui modifient tous les deux la conductibilité du milieu ionisé, sont non seulement de même nature, mais encore de même ordre de grandeur au point de vue de leur potentiel.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Sur les relations qui existent entre les angles des cristaux mixtes et ceux de leurs composants.* Note de M. **Ferruccio Zambonini.**

Il y a bien des années, Beudant (¹) tira de ses recherches la conclusion que les angles des cristaux mixtes formés par deux composants représentent, en général, « la moyenne des angles propres à chaque substance, proportionnellement à la quantité de l'une et de l'autre ». Plus récemment, M. Dufet, en étudiant les cristaux mixtes de $ZnSO^4.7H^2O$ et $MgSO^4.7H^2O$ a montré qu'il y a une proportionnalité directe entre la composition et les valeurs des angles homologues. Cette proportionnalité ne se vérifie pourtant pas toujours : on pense, toutefois, que, en général, les angles des cristaux mixtes sont compris entre les valeurs présentées par les composés purs et varient régulièrement avec la composition. On connaît aussi des exceptions, comme celle présentée par les cristaux mixtes de $KClO^4$ et $KMnO^4$, étudiés par M. Groth. On peut expliquer les observations de ce savant, en admettant, comme l'ont

(¹) *Traité élémentaire de Minéralogie*, 2ᵉ édition, t. I, 1830, p. 16. C'est seulement 25 ans plus tard que M. Schröder a énoncé une loi approximativement analogue ne concernant que les substances rhomboédriques.

pensé M. Groth lui-même et M. Barker, que dans ces cristaux il y avaient des faces vicinales et non des faces typiques : en effet, ni M. Barker, ni M. Muthmann n'ont pu retrouver les anomalies très considérables signalées par M. Groth. Toutefois, les mesures très exactes de M. Barker ont montré que les constantes cristallographiques des cristaux mixtes de $KClO^4$ et de $KMnO^4$ ne varient pas régulièrement avec la composition et les recherches de M. Stibing sur les cristaux mixtes de K^2SO^4 et de K^2CrO^4 permettent de voir que, pour plusieurs concentrations, les rapports paramétriques des cristaux mixtes ne sont pas compris entre ceux des sels purs. On peut aussi mentionner que M. Barker a trouvé, pour le dithionate dihydraté de sodium, $mm = 89°33'$ et pour le sel correspondant d'argent 89°20', tandis que les cristaux mixtes avec 32 pour 100 d'argent lui ont donné 89°1'. Tous ces faits, auxquels on pourrait en ajouter d'autres, n'ont pas attiré beaucoup l'attention des cristallographes.

Au cours de mes recherches sur les cristaux mixtes que les composés des terres rares forment avec les composés du calcium, du strontium, du baryum et du plomb, j'ai eu l'occasion de mesurer nombre de cristaux mixtes très régulièrement formés, qui se prêtent bien à l'étude des relations existant entre les angles des cristaux mixtes et ceux de leurs constituants. Dans les lignes qui suivent je résume les résultats obtenus, en me bornant aux mesures les plus exactes, prises sur des cristaux mixtes très beaux, sans anomalies géométriques.

$PbMoO^4 — Ce^2(MoO^4)^3$.

$Ce^2(MoO^4)^3$ $b^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}} = (111):(1\bar{1}1)$	80°13' calc. (80°8' mes.)
77-78 p. 100	80. 8 mes.
60 »	80.19,5
40 »	80.17
20 »	80.23
$PbMoO^4$	80.22 Dauber (crist. nat.)

$CaMoO^4 — Ce^2(MoO^4)^3$.

$Ce^2(MoO^4)^3$ $= (111):(11\bar{1})$	48°42'
59,1 p. 100	49. 1
6,5 »	49. 4
$CaMoO^4$	49. 0,5

$SrMoO^4 — Ce^2(MoO^4)^3$.

$Ce^2(MoO^4)^3$ $= (111):(11\bar{1})$	48°,42'
39,7 p. 100	48,50
2,4 »	48,30
$SrMoO^4$	48,23 Hiortdahl.

$PbMoO^4 - Di^2(MoO^4)^3$.

$Di^2(MoO^4)^3 = (111):(1\bar{1}1)$	80°. 4′
90 p. 100	80. 0
80 »	80.10
60 »	80.11,5
20 »	80.18
$PbMoO^4$	80.22

$CaMoO^4 - Di^2(MoO^4)^3$.

$Di^2(MoO^4)^3 = (111):(11\bar{1})$	49°. 4′,5
38,8 p. 100	49.17
$CaMoO^4$	49. 0,5

$CaMoO^4 - Y^2(MoO^4)^3 - Ce^2(MoO^4)^3$.

$CaMoO^4 = (111):(11\bar{1})$	49°. 0′,5
21 p. 100 $Ce^2(MoO^4)^3$ — 24,7 $Y^2(MoO^4)^3$.	49.13,5
$Y^2(MoO^4)^3$	49.16
$Ce^2(MoO^4)^3$	48.42

$CaWO^4 - Ce^2(WO^4)^3$.

$CaWO^4 = (111):(1\bar{1}1)$	79°.51′ $\frac{3}{4}$
10,3 p. 100 $Ce^2(WO^4)^3$	79.55
2,5 » »	79.55
$Ce^2(WO^4)^3$	79.49 env.

On voit de suite que dans presque tous les cristaux mixtes étudiés il n'y a aucune relation précise entre la valeur des angles et la composition : il y a même souvent des cristaux mixtes dont les angles ne sont pas compris entre les valeurs trouvées pour les sels purs. Il est digne de remarque que dans les cristaux mixtes des molybdates de calcium, yttrium, cérium l'angle $b^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}$ est très voisin de la valeur trouvée pour le composé d'yttrium pur, bien que celui-ci n'entre que pour 25 pour 100 environ dans la composition des cristaux mixtes.

Comme conclusion, je pense qu'il existe sans doute des cas, comme celui étudié par M. Dufet, dans lesquels il y a dans les cristaux mixtes proportionalité entre la composition et les valeurs des angles, mais que bien plus souvent, quelle qu'en soit la raison, les angles des cristaux mixtes ne sont pas nécessairement une fonction de leur composition et ils peuvent même n'être pas compris entre les valeurs trouvées pour les composants purs, sans qu'on puisse invoquer l'influence d'anomalies de structure ou de formation.

GÉOLOGIE. — *Sur la présence de l'Aptien dans la Sierra de Majorque (Baléares).* Note (¹) de M. **Paul Fallot.**

Après avoir étudié en 1910 (²) les fossiles albiens recueillis par Nolan à Lloseta et San Muntauer (Majorque), j'avais signalé, d'après cet auteur, un « hiatus stratigraphique » entre le Barrémien et le Gault moyen. Depuis lors j'ai découvert, au cours de mes *recherches personnelles*, dans l'extrémité nord-ouest de la Sierra de Majorque, des marnes, à faune pyriteuse, dont l'attribution à l'Aptien semble nettement indiquée.

Les gisements sont groupés autour d'Andraitx : à Sa Racó et à Cala Blanca de Camp del Ma. Ils font partie de l'ensemble sédimentaire dont j'ai signalé en 1914 (³) la nature charriée, et appartiennent sauf erreur à la série inférieure qui, s'abaissant vers l'Ouest depuis le massif du Ram, vient constituer la majeure partie de la côte de l'île, entre la Sierra Burgesa et Dragonera. L'Albien de San Muntauer (et. plus à l'Est, de Lloseta) fait partie d'un élément tectonique supérieur, séparé du précédent, comme je l'ai dit, par la ligne de contact anormal de Valldurgent, et qui n'a laissé dans la région qui nous occupe que des témoins tels que la Sierra de Garrafa et le Peñon de Son Orlandis (entre Audraitx et son port).

Sous les marnes de Cala Blanca et de Sa Raco on observe la série stratigraphique continue du Tithonique au Barrémien inférieur. Les marnes elles-mêmes contiennent une faune très riche dans laquelle un premier examen permet de distinguer les espèces suivantes :

Bel. (*Hibolites*) *Minaret* Raspail, *Aptychus angulicostatus* Pict. et de Lor., *Silesites Seranonis* d'Orb. sp., *Phylloceras semisulcatum* d'Orb. sp., *Phyll. Tethys* d'Orb. sp., *Phyll. Calypso* d'Orb. sp., *Uhligella Seguenzæ* Sayn. sp., qui sont des formes soit néocomiennes, soit plus spécialement barrémiennes (*Sil. Seranonis* d'Orb. sp.).

Bel. (*Neohibolites*) *semicanaliculatus* Blainv., *Bel.* (*Neohibolites*) *aptiensis* (Stoll) Kilian, var. *Strombeckiformis* Stoll., *Gaudryceras strangulatum* d'Orb. sp., *Gaudryceras numidum* Coq. sp., *Tetragonites Duvalianum* d'Orb. sp., *Tetr. Timotheanum* Pict. sp., *Jaubertella Jauberti* d'Orb. sp., *Ptychoceras Laere* d'Orb., *Phylloceras Rouyanum* d'Orb. sp., *Ph. Rouyanum* d'Orb. sp. var. *Baborense* Coq., *Ph. Guettardi* Rasp. sp. em. d'Orb., *Ph.* aff. *Micipsa* Coq., *Phyll.* aff. *Goreti* Kil., *Ph. Morelianum* d'Orb. sp., *Uhligella Monicæ* Coq. sp., *Uhligella impressa* d'Orb. sp., *Latidorsella*

(¹) Séance du 22 mai 1916.

(²) Paul Fallot, *Sur quelques fossiles pyriteux du Gault des Baléares* (*Travaux du Laboratoire de Géologie de l'Université de Grenoble*, 1910).

(³) Paul Fallot, *Sur la stratigraphie de la Sierra de Majorque* (*Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 817).

cf. *Melchioris* Tietze sp., *Latidorsella Emerici* Rasp. sp., *Puzosia Angladei* Sayn., *P. Angladei* Sayn. var. *Ibrahim* Coq., *P. Getulina* Coq. sp., *Silesites seranonis* d'Orb. var. *interpositus* Coq., *Paraoplites* du groupe *Weissi-Consobrinus*, *Acanthoplites* sp., espèces plus spécialement aptiennes, encore que quelques-unes d'entre elles remontent dans le Barrémien, alors que d'autres atteignent le Gault.

Kossmatella Agassiziana d'Orb. sp., *Tetragonites Kiliani* Jacob, *Desmoceras Revoili* Perd., *Uhligella Zurcheri* Jacob, *Latidorsella latidorsata* Mich. sp. s. tr. et var. *complanata* Jacob, *Puzosia Mayoriana* Bayle em. Jacob s. str. et var. *africana* Kilian, formes caractéristiques du Gault.

Au-dessus de ces marnes, des marno-calcaires du Gault supérieur contiennent : *Puzosia Mayoriana* Bayle em. Jacob, *Mortoniceras inflatum* Sow. sp., *Mort. Candollianum* Pict. sp., *Hamulina* aff. *Royeriana* d'Orb.

Outre ces espèces qui précisent le niveau étudié, il convient de citer plusieurs formes nouvelles de *Phylloceras*, *Uhligella*, *Puzosia*, et une grande abondance de Gastropodes et de Pélécypodes, ainsi que quelques Polypiers, indéterminables, mais qu'il est intéressant de retrouver à Majorque dans les dépôts bathyaux de l'Aptien, comme dans les formations du même âge du sud-est de la France et de l'Algérie.

L'épaisseur totale des marnes n'excède pas 20^{m}. Le Gault qui n'en forme qu'une partie est donc moins puissant qu'à San Muntaner. La faune, tout en présentant les mêmes caractères, est moins riche dans la région d'Audraitx. Je n'y ai point trouvé les formes indoues (*Gaudr. politissimum*, etc.) ni les *Puzosia* gr. *Kiliani-Nolani* P. Fall., si abondantes et si caractéristiques de l'Albien de l'élément tectonique de la Sierra Burgesa. Toutefois les analogies de ces formations ainsi qu'un gisement intermédiaire à Santa Ponza permettent jusqu'ici de considérer que ces couches se sont déposées dans un même géosynclinal.

Des faits qui précèdent on peut conclure à un approfondissement graduel de la mer depuis le Tithonique jusqu'à l'Aptien et au Gault inférieur. Au Gault moyen et supérieur nous voyons réapparaître des formes ornées, déjà annoncées par les très rares *Parahoplites* et *Acanthoplites* de l'Aptien supérieur, témoignant de la tendance à l'unification des faciès qui trouvera au Cénomanien sa pleine réalisation.

La faune de l'Aptien de Majorque montre plus d'analogies avec celle d'Algérie et de Tunisie qu'avec celle du continent.

Peut-être l'évaluation plus exacte de l'amplitude des charriages baléares montrera-t-elle une relation entre ce fait et l'origine méridionale des nappes étudiées. Comme en Tunisie, les *Pulchellia* et les *Holcodiscus* sont rares (Hermite en signale toutefois dans le Barrémien marno-calcaire de Beudinet), alors qu'apparaissent les Paranoplètes du groupe *Weissi* N. et U. sp. — *Consobrinus* d'Orb. sp. Par contre, même dans les dépôts les plus bathyaux des régions d'Alicante et de Malaga, des groupes entiers

sont restés introuvables jusqu'à présent, tel celui des *silésites* si richement représenté à Majorque et à Ibiza ([1])

Il convient d'attendre, pour préciser les rapports de ces régions entre elles, l'examen détaillé des faunes recueillies par le capitaine Nolan et par moi-même à Ibiza, ainsi que la mise au point des coupes de cette île, précisant les rapports, entre elles et avec les charriages de Majorque, des deux ou trois écailles superposées qui, poussées du Sud-Est, semblent en constituer l'ossature.

CRYPTOGAMIE. — *Sur la sexualité hétérogamique d'une Laminaire* (Alaria esculenta). Note de M. C. Sauvageau, présentée par M. Guignard.

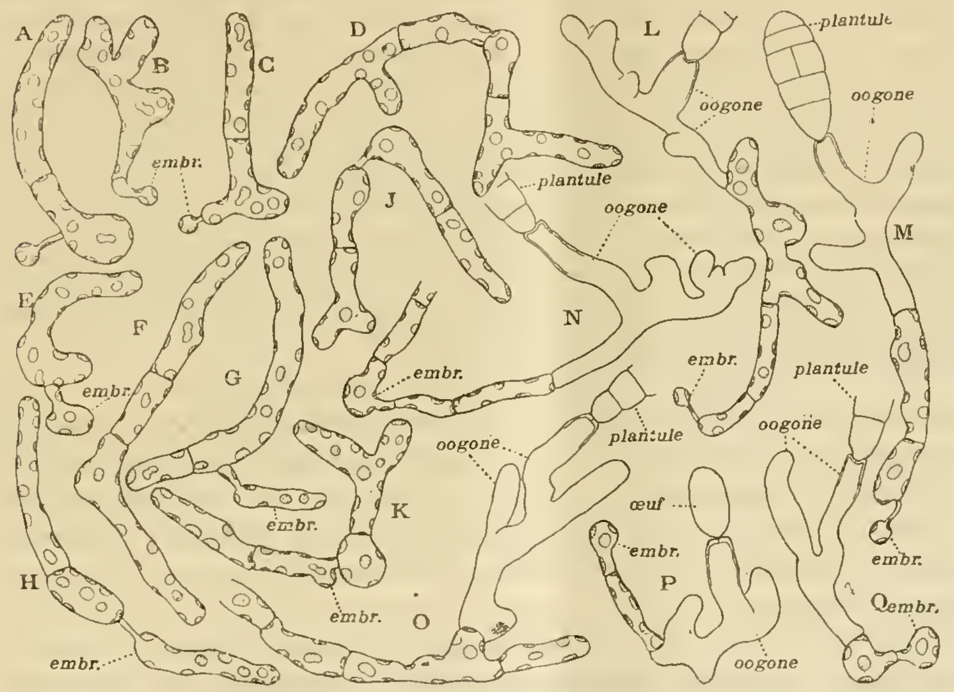
Le genre *Alaria*, qui appartient à une autre tribu que les trois Laminaires précédemment étudiées, renferme une vingtaine d'espèces, toutes septentrionales, dont une seule, *Alaria esculenta*, descend jusque sur les côtes françaises de la Manche où elle est d'ailleurs rare; elle croît à Roscoff (Finistère) sur des îlots rocheux exposés, abordables seulement par une mer calme. Des exemplaires, que M. Delage, directeur du Laboratoire de Roscoff, a bien voulu me faire parvenir, m'ont permis d'en réaliser des cultures.

Comme les *Saccorhiza* et *Laminaria*, l'*Alaria* fournit des prothalles mâles ou femelles, en nombre égal, que leur largeur différente distingue les uns des autres d'assez bonne heure. L'embryospore, d'environ 5^{μ} de diamètre, germe en tube étroit, dont l'extrémité renflée s'isole par une cloison, comme chez les *L. saccharina* et *flexicaulis*. Toutefois, au lieu de dégénérer et de disparaître, le noyau resté en arrière continue à vivre entouré d'un peu de protoplasme avec un chromatophore ou un fragment de chromatophore. L'embryospore, avec la partie proximale du tube de germination, ne se détache donc pas de la cellule distale qui, chez les *L. saccharina* et *flexicaulis*, devient le prothalle. Néanmoins, le sort ultérieur de ces deux cellules sœurs issues de la zoospore est généralement inégal, et les variations qu'on observe sous ce rapport ne dépendent point des conditions extérieures, car les figures A à K, qui les représentent sur de jeunes prothalles femelles, ont été prises sur une même lamelle, en culture du 8 au 25 février, où elles se trouvaient par centaines et provenaient de déhiscences simultanées.

Souvent l'embryospore conserve son diamètre ou l'augmente à peine (*fig.* A, C), divisant seulement son chromatophore une ou deux fois; elle se distingue alors facile-

([1]) Où j'ai trouvé *Silesites seranonis* var. *interpositus*.

ment du prothalle proprement dit, large de 8^{μ} à 10^{μ} et se maintiendra ainsi sans se cloisonner ni s'allonger (*fig.* L, M); ou bien elle grandit sans atteindre le même développement que le prothalle et, bien que son tube s'élargisse (*fig.* E, G), elle reste facilement reconnaissable (*fig.* P, Q); ou bien elle se développe de suite autant ou presque autant que lui, les deux parties constituantes se différenciant par un léger rétrécissement correspondant au tube insuffisamment élargi et par la place de la cloison de séparation (*fig.* D, K, N); cette minime différence peut même manquer (*fig.* F), et les deux cellules sœurs concourent également à former le gamétophyte. D'autres fois, enfin, tandis que l'embryospore s'allonge en filament, le tube conserve ses dimensions primitives et s'isole tôt ou tard par une cloison (*fig.* H, J); étant privé de



Prothalles femelles d'*Alaria esculenta*. Gr. 400.

noyau, le tube meurt; la germination de la zoospore produit alors deux prothalles indépendants et d'égale valeur.

Ces mêmes variations se suivent moins facilement sur les embryospores qui évoluent en prothalles mâles, car le filament rampant, dont le diamètre ne dépasse guère 4^{μ}, émet de bonne heure des branches dressées qui gênent l'observation. La protandrie est aussi marquée que chez les espèces précédemment étudiées; j'ai même vu d'anciennes embryospores, n'ayant point augmenté de volume, se garnir d'anthéridies sessiles, alors que le prothalle proprement dit était encore stérile. A part cela, l'appareil mâle s'établit comme il a été dit à propos des *L. saccharina* et *L. flexicaulis*.

Par contre, le prothalle femelle diffère quelque peu de celui de ces espèces; ses

cellules sont plus longues et leur contenu est moins dense; en outre, toutes n'ont pas la même valeur, car certaines conservent l'état végétatif. Les cellules qui deviendront des oogones émettent des prolongements en cul-de-sac inégaux, dressés dans des directions variées (*fig.* B), et la déhiscence s'effectue par le sommet de l'un d'eux dont les bords refermés et ressoudés supportent l'oosphère dense, ovoïde, uninucléée et relativement peu volumineuse (*fig.* P), puis la plantule (*fig.* L, M, N, O, Q); une forte contraction du contenu de l'oogone précède donc nécessairement la déhiscence; d'ailleurs, la cavité de l'oogone renferme souvent quelques gouttelettes résiduelles éparses de protoplasme qui se détruisent ultérieurement, tandis que la plantule se développe.

Le prothalle femelle réduit à une seule cellule (outre l'embryospore) se transforme directement en oogone (*fig.* B); il en comprend plus souvent deux à quatre et transforme alors sa cellule terminale (*fig.* L, M, P, Q) et parfois, mais assez rarement, la cellule contiguë devient un second oogone (*fig.* L). Dans les prothalles plus longs, le rôle sexué échoit à la cellule terminale ou à toute autre. Les cellules non transformées en oogone peuvent ensuite émettre des branches rampantes se comportant de même. D'une manière générale, les germinations éloignées de leurs congénères produisent des prothalles courts et promptement sexués, tandis que les germinations rapprochées ou accumulées produisent des prothalles longs; parfois même le gamétophyte, gêné dans son développement ou soumis à d'autres conditions défavorables, après avoir commencé à évoluer vers l'état sexué, repasse tout entier à l'état végétatif, chaque protubérance d'un jeune oogone se séparant par une cloison et s'allongeant en filament rampant; certains dépassent ainsi 1^{mm}.

Les prothalles mâles et femelles de l'*Alaria esculenta* diffèrent donc des prothalles des *L. flexicaulis* et *L. saccharina* par la persistance et le rôle éventuel de l'embryospore; en outre, les prothalles femelles diffèrent par la forme de l'oogone et par la non-transformation de toutes les cellules en oogones; par suite, le nombre des plantules fournies est moindre que chez ces deux espèces.

La démonstration d'une alternance des générations sexuée et asexuée chez l'*Alaria esculenta* est particulièrement intéressante parce que cette espèce est l'unique représentant, sur nos côtes, de la tribu des *Costatæ* répandue surtout (d'après Setchell) dans les mers arctiques et le nord du Pacifique. Yendo et Okamura regrettaient que l'absence de sexualité des Laminaires ne permît pas d'expliquer, par une hybridation, les caractères intermédiaires de l'espèce japonaise *Undaria* (*Hirome*) *undarioides* de la même tribu des *Costatæ*. Cette explication, désormais possible, sera sans doute valable pour d'autres cas et permettra de dissiper certaines obscurités dans la distinction spécifique des Laminaires.

ÉNERGÉTIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *Valeur fonctionnelle des moignons.* Note de M. **Jules Amar**, présentée par M. Laveran.

Généralement, on se borne à *apprécier* la perte de *force* résultant de l'amputation; on ne pousse pas plus loin l'analyse des conséquences que celle-ci entraîne, et des moyens qui pourraient permettre de les enrayer. Il faut se dire, en effet, que l'amputation ne fait pas que réduire l'*action musculaire*, considérée dans ses facteurs mécaniques : la force des muscles et le bras de levier squelettique. Elle a une répercussion profonde sur l'*évolution histo-physiologique* de tout le membre, cela dans les circonstances les plus normales, en dehors de toutes complications. Elle atteint, en particulier, le *domaine sensitif* dont on sait l'étroite solidarité avec le domaine moteur. Il s'ensuit une diminution de la capacité fonctionnelle, que personne encore n'a cherché à évaluer. Elle importe, cependant, pour guider la prothèse et la *réadaptation des mutilés au travail*, surtout, si l'on admet, comme nous le verrons ultérieurement, que la *sensibilité* des moignons est susceptible d'*éducation* à un degré absolument insoupçonné.

Puissance des moignons. — Tout d'abord, avons-nous dit, l'amputation diminue la puissance motrice. Le bras de levier, depuis le centre de l'articulation proximale, est raccourci; la force musculaire s'abaisse du fait de l'atrophie, et de l'immobilité à laquelle est condamné le patient, souvent plus qu'il ne faudrait.

Mais dans quelles proportions varie la puissance du moignon eu égard à sa longueur? Sans doute, plus il se rapprochera de la longueur normale du segment, plus il donnera de prise, d'adhérence à l'appareil prothétique; et, en même temps, il assurera une intervention supérieure de la synergie musculaire du membre. Il n'en est pas moins vrai que ces deux avantages ne progressent pas régulièrement avec les dimensions du moignon. Un exemple va le montrer.

Soit l'action des muscles fléchisseurs de l'avant-bras sur le bras; elle s'exerce à $0^{m},035$ de l'articulation du coude, à peu près, et surmonte la résistance totale de l'avant-bras et de la main, dont l'effet agit au centre de gravité, environ à $0^{m},16$ de la même articulation. Il est clair que si l'amputation respecte l'insertion des muscles qui réalisent les mouvements utiles; si, dans notre exemple, elle laisse un moignon de 4^{cm} au minimum, ce dernier aura une valeur physiologique totale, qu'il appartient à la prothèse scientifique d'utiliser habilement. Or, précisément, cette *mesure*

anatomique est insuffisante; car, d'une part, il n'existe pas de mouvement auquel ne collabore pas tout un *groupe musculaire*, avec ses éléments en apparence opposés; dans les courts moignons, cette synergie qui est physiologique et non pas anatomique, se trouve compromise ou restreinte. D'autre part, il faut compter avec *la solidité et la stabilité* de fixation de l'appareil de prothèse, qui dépendent de la longueur du moignon. Les deux facteurs sont également importants dans le cas des amputations de *membre inférieur*, vu le poids et la force vive du corps pendant la marche. Tandis que, pour le *membre supérieur*, la stabilité constitue le facteur principal; elle a pour but d'autoriser des mouvements sûrs et rapides.

Il semblerait, cependant, qu'avec des moignons juste assez longs pour réaliser leur fonction, la prothèse offrirait un avantage sur la Nature : elle remplace le segment amputé par un segment *plus robuste et plus léger*. Mais ce n'est point là un avantage, car une amputation trop haute fait disparaître des éléments musculaires dont la force eût compensé l'inertie de l'organe; elle affaiblit les phénomènes de nutrition et la vitalité cellulaires; et, par contre, favorise l'atrophie et la dégénération. Nous reviendrons sur ce point.

Le chirurgien pourrait, toutefois, se rallier à un mode opératoire qui sacrifie la longueur du moignon pour mieux étoffer celui-ci à la base, et lui épargner toutes causes d'ulcérations et de douleur.

De ces brèves considérations, il résulte, en toute évidence, que la chirurgie, la prothèse et la rééducation professionnelle doivent se guider sur la *mesure exacte de la puissance des moignons*. Bornons, ici, notre exposé au dispositif expérimental propre à ces mesures.

Technique pour mesurer la puissance des moignons. — La technique est très simple. On évalue en degrés l'amplitude des mouvements angulaires du moignon sur son articulation, et aussi la force absolue des muscles qui en déterminent la flexion. En les comparant à la force et à l'amplitude du membre sain, on calcule le taux de la perte résultant de l'amputation.

Pour de telles mesures, on peut employer l'*arthrodynamomètre*, instrument déjà décrit (¹). Mais pour nous rapprocher des conditions mêmes où s'exerce l'activité d'un moignon, nous avons adopté l'instrument appelé *cycle ergométrique*, dont la *gouttière* nous sert, depuis 18 mois, à rééduquer les membres amputés (²).

(¹) Voir *Comptes rendus*, t. 160, 1915, p. 730.

(²) Voir *Journal de Physiologie*, 1915, p. 847.

La gouttière est en métal, avec partie en feutre munie de courroies; elle se monte sur un arbre relié à l'axe d'un volant au moyen de roues dentées et d'une chaîne de transmission. Le moignon s'engage dans la gouttière, l'articulation exactement au niveau de l'arbre; on lui imprime *sa plus grande oscillation*, de l'adduction à l'abduction extrêmes, et dans ce mouvement, l'arbre entraîne une aiguille qui passe devant un cadran gradué (*fig.* 1).



Fig. 1. — Gouttière jambière.

D'autre part, un ruban d'acier frotte sur le volant : on le tend avec des poids, ce qui permet de régler le frottement et de créer une résistance à vaincre, variable à volonté, et d'ailleurs marquée sur un dynamomètre. Le parcours du volant et le frottement donnent, par leur produit, le *travail effectué*. Connaissant la durée de cette oscillation, la plus rapide et la plus ample, on calcule *la puissance par minute* [1].

Cette puissance fonctionnelle des moignons change suivant les sujets. Aussi, doit-on comparer le membre sain et le membre amputé, effectuer les mêmes démonstrations sur plusieurs personnes, et en déduire des *valeurs moyennes*. C'est d'après l'observation de 200 amputés, de bras, avant-bras, cuisse ou jambe, que nous avons calculé la puissance fonction-

[1] Il est inutile de faire observer que le travail et la longueur du moignon permettent de calculer la *force* que celui-ci développe.

nelle d'un moignon de longueur donnée, celle du segment normal étant supposée égale à 100 (*fig.* 2).



Fig. 2. — Gouttière brachiale.

RÉSULTATS DES MESURES DE PUISSANCE DES MOIGNONS.

	Amplitude en degrés antérieure.	postérieure.	totale.	Puissance utile.
A. — Membre supérieur.				
a. Bras (¹) :				
32 cm à 13 cm	140°	90°	230°	100
12 à 7	100	52	152	64
6 à 5	85	45	130	44
4	55	25	80	9
b. Avant-bras (²) :				
24 cm à 12 cm	flexion de 140°			100
11 à 7	» 125			68
6 à 4	» 95			40
4 et au-dessous	» 90			négligeable
B. — Membre inférieur.				
a. Cuisse (³) :				
40 cm à 18 cm	110°	40°	150°	100
17 à 10	70	32	102	62
9 à 6	55	30	85	38
5	40	28	68	24
4 et au-dessous		inutilisable.		

(¹) Longueur à partir du niveau de l'aisselle.

(²) Longueur à partir du pli de flexion du coude.

(³) Longueur à partir du pli inguinal.

MEMBRE INFÉRIEUR (*suite*).

	Amplitude.	Puissance utile.
b. Jambe (1) :		
38 cm à 17 cm	flexion de 125°	100
16 à 7	» 110	73
6	» 90	négligeable

Les valeurs indiquées dans ce Tableau présentent une certaine analogie, et comportent divers enseignements.

ZOOLOGIE. — *Sur la faune actinienne de l'île San Thomé (golfe de Guinée).* Note de M. **Ch.-J. Gravier**, présentée par M. Edmond Perrier.

En poursuivant l'étude des Actinies draguées dans les grands fonds de l'Atlantique, au cours des nombreuses croisières du Prince de Monaco, je me suis occupé de celles que j'ai recueillies moi-même, en 1906, à l'île portugaise de San Thomé, située au fond du golfe de Guinée, à l'équateur, à 260km du point le plus rapproché de la côte du Congo français. Cette île a été explorée depuis la seconde moitié du XIXe siècle par plusieurs naturalistes : Carl Weiss, F. Welwitsch, G. Mann, R. Greeff, A. Chevalier et par les deux voyageurs portugais Frederico Moller et Francisco Newton. Richard Greeff, qui fut professeur à l'Université de Marburg, séjourna en 1880 à San Thomé et au petit îlot tout voisin des Pigeons (Ilheu das Rolas) située au sud de l'équateur. Il fit un riche butin d'organismes pélagiques dans le canal étroit qui sépare ces deux terres et qui est parfaitement protégé contre les vents soufflant presque continuellement dans ces parages, suivant une direction sensiblement constante, sud ou sud-ouest. Parmi les autres animaux qu'il rapporta, les Hexactiniaires furent étudiés quelques années plus tard par W. Koch (1886); il n'y avait, parmi eux, aucune Actinie proprement dite, mais seulement des Zoanthidæ des genres *Zoanthus* et *Palythoa*.

A la suite de son étude des « Anthozoa » de l'expédition de L. Schultze dans le sud-ouest africain allemand, F. Pax a dressé la liste des Actiniaires connus sur toutes les côtes de l'Afrique occidentale et des îles voisines. Il a été frappé par le caractère spécial que paraissait offrir la faune actinienne des îles du golfe de Guinée. Ce n'est pas du tout par hasard, fait-il remarquer, que les Actinies recueillies par R. Greeff sur les rives des îles de San

(1) Longueur à partir de l'articulation fémoro-tibiale.

Thomé et de Rolas appartiennent exclusivement à la famille des Zoanthidæ. De plus, les espèces d'Actinies coloniales vivant dans ces îles ne sont connues que là; cependant, ajoute-t-il, il est probable qu'on les retrouvera aux Antilles, quand la faune des Zoanthidæ de cette région sera mieux connue.

Or, en 1906, au cours de ma mission scientifique à San Thomé, j'ai pu faire quelques recherches à marée basse aux plages de Fernão Dias et Bella Vista, au nord de l'île, de São João dos Angolares, au sud-est et enfin à Porto Alegre, au sud, à moins de 4^{km} de l'îlot des Pigeons. J'ai trouvé en ces divers points, outre deux espèces de *Palythoa* (*P. canalifera* Koch et *P. guinensis* Koch), quatre espèces d'Actinies, dont trois étaient déjà connues : *Aiptasia Couchii* (Cocks), *Cribrina* (*Bunodes*) *Listeri* (Johnson) et *Actinia equina* L. L'*Aiptasia Couchii*, des côtes européennes de l'océan Atlantique, des mers tributaires de ce dernier et notamment de la Méditerranée, fut trouvé par Johnson à Madère et, longtemps après, par W. May à Gomera (Canaries) qui paraissait marquer la limite sud de son aire de répartition. Le *Cribrina Listeri* n'avait été, jusqu'ici, récolté qu'à Madère. L'*Actinia equina* vit sur les côtes d'Europe, depuis la Norvège, jusqu'à celles d'Afrique, à Madère, aux Canaries et aux îles du Cap Vert; il existe donc au moins jusqu'à l'équateur, puisque je l'ai recueilli à San Thomé.

Les spécimens de San Thomé appartenant à ces deux dernières espèces contenaient presque tous des embryons et de jeunes individus dans leur cavité gastrovasculaire. Bien que plusieurs espèces du genre *Cribrina* (*Bunodes*) soient incubatrices (*B. gemmacea*, *B. verrucosa*, etc.), il n'en est pas moins intéressant de retrouver la même particularité biologique chez une forme qui vit à l'équateur. J.-Y. Johnson ne paraît pas l'avoir observé chez les individus de Madère qu'il a étudiés; comme il ne décrit dans son Mémoire que les caractères externes, peut-être n'a-t-il pas examiné les caractères anatomiques de l'Actinie en question.

Avec ses aconties si développées, son sphincter inclus dans la mésoglée et ses six cloisons macrentériques, le nouveau genre *Telmatactis* [1] se range dans la famille des Sagartidæ. Par les sillons longitudinaux de ses tentacules et par la consistance de sa colonne, il rappelle les Boloceridæ. Le puissant développement des fanons cannelés des cloisons du premier

---

[1] Cf. *Bull. Mus. Hist. natur.*, t. 22, 1916, n° 3. Une étude approfondie de ces Actinies de San Thomé, avec planches et figures dans le texte, sera publiée prochainement.

cycle ne se retrouve à un pareil degré que chez les Actinies pivotantes, dont certaines formes du genre *Halianthella* Kwietniewski ont 12 paires de cloisons et un sphincter mésogléique. Par ce trait d'organisation, de même que par le faible développement des cloisons des second, troisième et quatrième cycles, il se sépare nettement de tous les genres décrits jusqu'ici, appartenant à la famille des Sagartidæ.

Je n'ai pu explorer que très sommairement les côtes de San Thomé, car la mission qu'on m'avait confiée là-bas avait un tout autre objet; il me paraît hors de doute que, malgré la pauvreté de la faune côtière de cette terre équatoriale presque constamment battue avec violence par les vagues, où la zone découverte à marée basse est étroite, de nouvelles recherches feraient connaître d'autres éléments de sa faune actinienne. Quoi qu'il en soit, ce qui précède montre combien la prudence est nécessaire dans les considérations d'ordre zoogéographique, surtout lorsqu'il s'agit d'une faune aussi incomplètement connue que celle de l'Afrique occidentale.

Dans la mer des Antilles, la tribu des Stichodactylines, caractéristique des mers tropicales, est largement représentée par des formes appartenant aux genres *Rhodactis*, *Discosoma*, *Phymanthus*, *Oulactis*, etc. Jusqu'ici on ne connaît aucune espèce de cette tribu dans la partie orientale de l'océan Atlantique. L'absence ou, en tout cas, la grande rareté des formes de cet important groupe d'Actinies dans les parages de l'Afrique est, me semble-t-il, à rapprocher du fait qu'il n'y existe pas de vrais récifs de Coraux, lieu de prédilection des Stichodactylines, bien que les Madréporaires n'y fassent pas défaut, ainsi que j'ai eu l'occasion de le faire remarquer ici même [1].

BACTÉRIOLOGIE. — *Étude de quelques facteurs exerçant une influence sur la rapidité de l'évolution du B. typhique dans le lait.* Note de MM. **A. Trillat** et **M. Fouassier**, présentée par M. Roux.

Nous avons montré dans une précédente Note (*Comptes rendus*, t. 156, 1913, p. 1936) que le B. typhique dilué dans l'eau ou le bouillon à des doses extraordinairement faibles échappant à l'examen bactériologique, pouvait cependant, lorsqu'il était ensemencé dans le lait, y proliférer après un temps plus ou moins long. On a vu, par exemple, que pour un poids humide de 1^{cg}

---

[1] Cf. *Comptes rendus*, t. 143, 1906, p. 929.

de bacilles typhiques dilués au $\frac{1}{5000000000}$, la multiplication se déclanchait subitement suivant une courbe atteignant rapidement l'infini après une période d'incubation d'environ 24 heures à la température de 30°.

La présente Note a pour but d'élargir nos connaissances au sujet de cette même question, en faisant intervenir dans l'étude du phénomène divers facteurs tels que l'importance de l'ensemencement, les influences de l'acidification, de la coagulation, de l'écrémage, etc., ainsi que l'influence des microbes étrangers.

I. L'ensemencement à partir d'une dose plus élevée supprime la période d'incubation que nous avions observée antérieurement et pendant laquelle le B. typhique n'était pas décelable dans les conditions ordinaires de l'analyse. Dans ce cas le développement de la multiplication commence immédiatement après l'ensemencement. Ainsi les résultats suivants ont été obtenus en ensemençant le lait stérilisé avec une goutte d'une émulsion faite au moment de l'expérience de 5^{mg} du raclage de la partie superficielle d'une culture sur gélose dans 10$^{cm^3}$ d'eau stérile. Les prélèvements ont été faits après des temps variables, mais rapprochés :

Prélèvements.	Lait (col. par cm³).	Bouillon (col. par cm³).
1 (après 5 minutes)...........	$>$ 4000	$<$ 3000
2 (» 10 »)...........	7000	3000
3 (» 20 »)...........	8500	3000
4 (» 40 »)...........	9000	3000
5 (» 1 heure)...........	∞	3000

Pour mieux fixer les idées, nous avons comparé le développement du B. typhique dans le lait avec celui pratiqué dans le bouillon ordinaire. Pour un ensemencement suffisamment large, mais qui peut se produire encore accidentellement dans la pratique, la multiplication a pour ainsi dire été instantanée, sans période d'incubation ; elle atteignait l'infini après une heure, alors qu'après le même laps de temps on n'avait pu constater aucune prolifération dans le bouillon. Ce n'est qu'au bout de 24 heures que, dans nos conditions d'expérience, le développement s'est manifesté dans le bouillon.

II. L'influence de l'acidification du lait sur la rapidité du développement du B. typhique et qui provient de l'ensemencement du lait par des ferments atmosphériques a été étudiée, pour faciliter l'étude en dehors de la présence des germes, en additionnant directement le lait de doses connues d'acide lactique.

Le même lait, ensemencé de B. typhique et réparti dans des tubes, était additionné de doses croissantes d'acide lactique. On a pratiqué la numération des colonies après une heure de contact à la température de 20°.

	Acide lactique.	Colonies par centimètre cube.
Témoin.	0	10000
1...	$\frac{1}{2000}$	10000
2	$\frac{1}{1000}$	10000
3	$\frac{1}{400}$	10000
4	$\frac{1}{200}$	9000
5	$\frac{1}{120}$	8500
6	$\frac{1}{80}$	150
7	$\frac{1}{50}$	80

Les chiffres de ce Tableau font ressortir que l'acide lactique jouit de propriétés faiblement microbicides vis-à-vis le B. typhique, puisque à la dose de $\frac{1}{1000}$ son influence ne s'était pas fait sentir au bout d'une heure et qu'il faut dépasser la dose de $\frac{1}{400}$ pour observer une diminution notable des colonies. Ces résultats sont à rapprocher de ceux obtenus par l'acide chlorhydrique qui, d'après les auteurs, tue rapidement le B. typhique à ces mêmes doses.

On peut conclure de ces essais qu'au moment de la coagulation lactique du lait, l'acidification entrave la rapidité du développement du B. typhique, sans cependant le détruire. La coagulation lactique est donc un agent défavorable pour la prolifération rapide du B. typhique.

III. La coagulation produite sous l'influence de la présure n'arrête pas le développement du B. typhique qui continue à se multiplier. Nous avons mis en évidence cette influence en soumettant divers échantillons de lait préalablement ensemencé de B. typhique, à une coagulation rapide obtenue en 10 minutes à 40° par l'addition d'une petite quantité de présure. Après une heure de contact, temps après lequel nous avions observé une notable diminution des germes dans le cas d'une semblable coagulation par l'acide lactique servant de témoin, nous avons séparé aseptiquement le sérum du coagulum et avons pratiqué des ensemencements comparatifs.

	Colonies par centimètre cube.
Lait témoin non emprésuré.....................	1350
Lait coagulé par la présure :	
Coagulum................................	1080
Sérum......	750
Total........	1830

Ces chiffres, que nous donnons comme exemple d'une de nos expériences, montrent que la coagulation par la présure n'a pas entravé la rapide évolution du B. typhique, et que le coagulum a pour ainsi dire drainé la majorité des germes qui, malgré leur enrobage, cultivent à nouveau abondamment si on les ensemence dans du lait. Ce fait a son importance si on le rapproche de ce qui se passe dans l'estomac où la coagulation du lait ingéré est soumise, à l'influence prédominante de l'acidité ou d'une présure selon les circonstances.

IV. L'écrémage et la dilution du lait ne semblent pas avoir grande influence sur le développement rapide du B. typhique, à condition toutefois que l'eau additionnée soit exempte de germes étrangers.

V. Nos essais se rapportent seulement au lait stérilisé, mais ils sont susceptibles d'être interprétés pour le lait non stérilisé. Les facteurs qui influent sur l'ensemencement du B. typhique dans le lait avec le caractère de développement rapide que nous avons fait ressortir, dépendent de l'importance de l'ensemencement et du degré de neutralité du lait : ceux-ci dépendent à leur tour des germes étrangers renfermés dans le lait et qui s'attaquent soit au lactose avec formation d'acide lactique, soit à la caséine avec formation de produits de dégradation dont l'alcalinité vient en déduction de l'acidité précédente comme nous l'avons établi (*Ann. de l'Institut Pasteur*, avril 1905).

A côté de la nature de ces germes qui contaminent accidentellement le lait et qui jouent le rôle d'agents paralysant ou favorisant le développement du B. typhique, en agissant sur la neutralité, il y a encore le facteur important de la concurrence vitale : de ce facteur dépend en effet, comme l'a montré Duclaux, la prédominance ou la diminution d'une des races en présence.

En résumé, il résulte de ces considérations que, pour qu'un lait se trouve dans des conditions telles que le B. typhique s'y développe avec le caractère foudroyant que nous avons indiqué dans notre première Note, il faut une superposition de divers facteurs qui en limitent les cas.

La séance est levée à 16 heures un quart.

G. D.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 5 JUIN 1916.

PRÉSIDENCE DE M. CAMILLE JORDAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce qu'en raison des fêtes de la Pentecôte la prochaine séance hebdomadaire aura lieu le mardi 13 juin au lieu du lundi 12.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la dévitrification du cristal.* Note de M. **Henry Le Chatelier**.

M. le lieutenant Aubry, sous-directeur des usines de Baccarat, me signalait, il y a quelque temps, un cas extrêmement curieux de dévitrification du cristal. Jusqu'ici, la cristallisation des verres par recuit prolongé n'avait été observée que dans les verres calcaires. Il se forme alors le silicate monocalcique SiO^2CaO qui, suivant les cas, se présente sous l'une ou sous l'autre de ses deux variétés dimorphiques : en lamelles hexagonales de pseudo-wollastonite, dans les verres très calcaires qui commencent à cristalliser à haute température, et en fines aiguilles de wollastonite ordinaire, par recuit aux températures inférieures à 1000°. On n'avait pas encore signalé la dévitrification du cristal, verre exempt de chaux.

Sur ma demande, M. Bardinet, directeur des usines, voulut bien m'envoyer quelques échantillons et me donner des détails sur les conditions de production de ce nouveau phénomène. Les renseignements suivants sont empruntés à la Note qu'il m'a remise.

On fabrique, dans les usines de Baccarat, deux variétés de cristal : le cristal normal à base de potasse, destiné à la confection de tous les articles de luxe, et une seconde variété, dite *quinquet*, servant pour la confection des appareils d'éclairage. La composition des mélanges soumis à la fusion

pour obtenir ces deux sortes de produits est la suivante :

	Cristal.	Quinquet.
	kg	kg
Sable de Fontainebleau................	300	300
Bicarbonate de soude Solvay...........	»	76
Carbonate de potasse à 20 pour 100 d'eau.	97	14
Minium............................	200	200
Nitrate de potasse..................	3	4
Acide arsénieux....................	1	4
Os calcinés........................	0,5	»
Groisil............................	1500	2500

La dévitrification a été observée seulement avec la seconde variété, dite *quinquet ;* il ne s'est rien produit dans le cristal proprement dit, bien qu'il ait été soumis aux mêmes conditions.

Les Allemands commencèrent le bombardement de l'usine le 24 août 1914. Les fours cependant n'eurent pas trop à souffrir parce que les projectiles éclataient en traversant la toiture. Le lendemain, on se battit dans l'usine dont une partie fut incendiée. A partir de ce moment la fabrication fut arrêtée; mais les fours ne furent pas complètement éteints; on espérait toujours pouvoir les remettre rapidement en marche. La consommation de combustible fut réduite au tiers de sa valeur normale et la température des pots tomba aux environs de 800°. Au moment de l'arrêt du travail, le cristal en cours de fabrication était déjà complètement fondu et porté à la température de 1350°.

Les choses restèrent en l'état pendant 20 jours. Le 15 septembre les Allemands évacuèrent l'usine. L'examen des bâtiments et de la toiture montra qu'il n'était pas possible de reprendre immédiatement le travail, comme on l'avait espéré, et l'on se décida à laisser éteindre le four.

Lorsqu'on brisa les creusets refroidis, on trouva au fond de ceux qui renfermaient la composition « quinquet », des cristaux feutrés ayant la forme de lamelles hexagonales très minces. A la partie supérieure, la masse vitreuse était restée transparente, mais tenait en suspension des cristaux les uns isolés, sous formes de petites lamelles ne dépassant pas 5^{mm}, les autres beaucoup plus volumineux, ayant parfois jusqu'à 20^{mm} de diamètre groupés ensemble de façon à former des sphérolithes plus ou moins réguliers.

Ces cristaux sont constitués par de la silice sous l'une de ses variétés à faible densité, la tridymite. C'est le premier exemple précis d'une cristallisation de silice dans la dévitrification d'un verre. On savait bien que les

silicates plombeux riches en silice, renfermant par exemple plus de trois molécules de silice pour une d'oxyde, donnent par fusion une masse blanche porcelanique, ayant l'aspect d'un verre dévitrifié. J'avais essayé à plusieurs reprises d'obtenir par ce procédé la cristallisation de la silice à faible densité; mais je n'avais réussi à préparer ainsi que des cristaux trop petits pour se prêter à une identification certaine.

Cette observation relative à la cristallisation de la tridymite vers la température de 800°, dans des conditions de durée de chauffage qui ont dû permettre d'arriver à un état d'équilibre, semble indiquer que cette variété de silice devient stable dès qu'on a dépassé la température à laquelle le quartz peut subsister. Par conséquent la cristobalite serait à toute température une variété métastable de la silice, on ne pourrait l'obtenir qu'en cours de transformation incomplète. Cela expliquerait son peu d'abondance dans la nature et, en même temps, la facilité avec laquelle on l'obtient par la dévitrification rapide de la silice fondue.

MICROBIOLOGIE PATHOGÉNIQUE ET HYGIÈNE SOCIALE. — *Le docteur Lucien Jacquet et la tuberculose du personnel des débits de vin dans le milieu parisien. Importantes conséquences hygiéniques des faits nouveaux consignés dans cette étude.* Note de M. A. CHAUVEAU.

L'effroyable fléau de l'alcoolisme a rencontré dans les frères Louis et Lucien Jacquet deux redoutables adversaires, envers lesquels l'hygiène sociale a contracté une grosse dette de reconnaissance. En 1912, Louis Jacquet, ingénieur des arts et manufactures, publiait un livre admirablement documenté, qui constitue le plus virulent et le plus efficace des réquisitoires qui aient été lancés contre les méfaits de l'alcool. Et Lucien Jacquet, médecin tout particulièrement éclairé sur les questions de morbidité et de mortalité, était associé aux mérites de son frère, dans la préface consacrée, par le Dr Georges Clémenceau, à l'éloge de l'auteur du beau livre : L'ALCOOL. *Étude économique générale. Ses rapports avec l'agriculture, l'industrie, le commerce, la législation, l'impôt, l'hygiène individuelle et sociale* (1).

(1) Édité par la Librairie Masson, 120, boulevard Saint-Germain.

Dès la première page de cette préface, qui emprunte à la qualité de son auteur la plus haute autorité, on lit, en effet, ce qui suit :

Il est définitivement acquis que l'alcool, à la dose où un trop grand nombre de nos contemporains ont l'habitude de l'ingérer, EST UN POISON : *un poison destructeur de l'énergie humaine et, par là, de toute société.*

« *L'alcool, observe l'auteur du présent Ouvrage, exerce ses ravages dans la population ouvrière qui absorbe environ les $\frac{4}{5}$ de l'alcool livré à la consommation, et, dans ce milieu social, il devient* UN FACTEUR IMPORTANT DE LA TUBERCULOSE, DE LA CRIMINALITÉ, DE LA FOLIE ET DE LA MORTALITÉ. »

Et le Dr Lucien Jacquet, médecin de l'hôpital Saint-Antoine : « *L'alcoolisation,* TOUTES CHOSES EGALES D'AILLEURS, *augmente la morbidité et la mortalité totales en des proportions énormes.... L'alcool est le grand pourvoyeur de la souffrance et de la misère humaines : l'alcool est un des facteurs souverains de la douleur mondiale.* »

A l'avance, j'acquiesçais à cette dure condamnation de l'alcool, et l'auteur du Livre le savait bien. Il y cite, en effet, en traitant la question de l'*alcool-aliment*, mes expériences sur la substitution de l'alcool aux sources habituelles de l'énergie nécessaire à l'accomplissement du travail mécanique des muscles : expériences dont les désastreux résultats ont fait de moi l'un des ennemis les plus acharnés de l'*alcool-aliment*. A cette occasion, M. Louis Jacquet a bien eu soin de mettre en relief la protestation d'Atwater contre la signification *indue* que les partisans de l'*alcool-aliment* voulaient donner à ses expériences. Atwater m'avait, du reste, transmis directement sa protestation. Il connaissait très bien, pour l'avoir vu fonctionner, le calorimètre qui avait servi à mes études de substitutions alimentaires chez le chien qui travaille. Et, pour se rendre plus intimement compte du mécanisme de mon instrumentation, il avait tenu à travailler lui-même dans celui de mes calorimètres qui est destiné aux études sur l'homme.

Mais c'est de l'*alcool-poison* qu'il s'agit en la présente circonstance : *alcool-poison* qui, à ses méfaits propres, ajouterait celui d'être un *créateur de tuberculose*. A l'époque où M. Clémenceau écrivait sa remarquable Préface du Livre de M. Louis Jacquet, c'est-à-dire en 1912, mes expériences de 1868, prouvant qu'aucun bovin, si florissant que soit son état de santé, si parfaites les conditions hygiéniques de son existence, n'échappe à l'infection tuberculeuse effectuée par la voie digestive, n'avaient pas encore été rappelées devant l'Académie de Médecine. Ces expériences y étaient pour ainsi dire oubliées. On y considérait généralement les sujets sains et

vigoureux comme étant naturellement réfractaires à l'infection tuberculeuse. La contagion, pensait-on couramment, n'avait de prise que sur les sujets mis en état de misère physiologique par une mauvaise hygiène et surtout par l'alcoolisation. Je n'ai pas à revenir ici sur le sensationnel rappel qui fut fait de ces expériences.

Lucien Jacquet, qui avait dénoncé la fréquence de la tuberculose chez le personnel des débits de vin parisiens, personnel préparé, selon lui, à cette infection par l'alcoolisme, ne put, en sa qualité de spécialiste averti, qu'être frappé de l'importance des documents contraires à sa thèse signalés dans ce rappel à l'Académie de Médecine. Mais il fut surtout impressionné par les trois communications que je fis ensuite à l'Académie des Sciences, d'abord en 1913, le 22 septembre (1), et le 6 octobre (2), puis en 1914, le 14 novembre (3).

Après cette dernière Communication, Lucien Jacquet, qui m'avait prié de lui faire parvenir toutes les indications bibliographiques relatives à mes expériences de 1868, me faisait la gracieuseté de m'adresser la lettre suivante, en réponse à l'envoi d'un exemplaire longuement annoté de mes titres scientifiques :

Monsieur et éminent Maître,

Je mettrai demain sous pli recommandé, à votre adresse, l'exposé de titres que vous m'avez fait l'honneur de me confier. Permettez-moi, en vous remerciant bien vivement, de vous exprimer mon admiration pour cette magnifique moisson de découvertes et de travaux.

Je vous serai bien reconnaissant de me faire parvenir l'exemplaire de remplacement promis pour moi à mon ami Léauté. Je compte, en effet, lire dans le texte original toutes vos expériences sur la tuberculose. Mais dès maintenant il est avéré pour moi, de par vos recherches, que chez les bovins, *et très certainement aussi*

---

(1) A. Chauveau, *Comparaison des organismes vigoureux et des organismes débiles, au point de vue de leur aptitude à cultiver les microbes virulents* (*Comptes rendus*, t. 157, p. 477).

(2) A. Chauveau, *Peut-il exister une différence entre l'espèce humaine et l'espèce bovine, au point de vue de l'aptitude innée ou spécifique à recevoir et à cultiver le microbe de la tuberculose ?* (*Comptes rendus*, t. 157, p. 524).

(3) A. Chauveau, *Sur la moindre résistance des organismes débiles à l'action destructive du germe tuberculeux* (*Comptes rendus*, t. 159, p. 670).

De ces trois Notes, c'est la seconde qui fournit les enseignements les plus significatifs. Ils éclairent vivement la genèse de la tuberculose dans l'espèce humaine et donnent les plus importantes indications pour le succès de la lutte antituberculeuse.

chez l'homme, le bacille de Koch peut, en certaines conditions, atteindre et ruiner les plus beaux organismes.

Dans quelques mois, j'espère, j'aurai l'occasion de confronter vos résultats avec ceux d'où découle de façon non moins sûre la fréquence de la tuberculose sur terrain alcoolisé, et de montrer qu'il n'y a, entre ces deux ordres de notions, nulle opposition, nulle incompatibilité, bien au contraire. Il faudra, dans la lutte antituberculeuse qui s'impose, tenir également compte de ces deux données, comme aussi d'ailleurs de certaines autres, car plus on étudie la question, plus, ainsi que toute autre, elle apparaît complexe.

Veuillez agréer, etc.

JACQUET.

Très malheureusement, l'auteur de cette lettre succombait fort peu de temps après son envoi. Il n'a donc pu se livrer à la confrontation qu'il avait projetée. Je suis aux regrets de l'avoir laissé s'éteindre sans qu'il ait été initié aux faits extrêmement précis, depuis longtemps en ma possession, qui éclairent d'un jour nouveau la question de la tuberculose du personnel des débits de vin pasisiens.

Cette question, au lieu de se compliquer, comme le présumait Lucien Jacquet, se simplifie de la plus remarquable manière. Il en résulte d'importantes conséquences, au point de vue de l'hygiène sociale, dans la charge qui lui incombe d'organiser la lutte contre l'alcoolisme et la tuberculose.

J'ai l'impérieux devoir de signaler cette simplification au public, au moment où les pouvoirs publics se préparent à codifier les mesures propres à supprimer l'alcoolisme et la misère physiologique qu'il entraîne.

Expliquons-nous, en mettant de suite en présence la conclusion première de Lucien Jacquet et celle que les faits nouveaux auxquels il vient d'être fait allusion m'imposent l'obligation d'y substituer.

Lucien Jacquet, dans son réquisitoire primitif, incrimine en premier lieu les déplorables conditions hygiéniques des étroits logements des ouvriers. Aux heures du repos, ils se hâtent de fuir ces tristes abris, pour se réfugier au cabaret, ce *salon du pauvre* (selon la qualification même de Lucien Jacquet), où ils trouvent rassemblés et agrémentés de leurs plus funestes attraits tous les éléments de l'empoisonnement alcoolique, prélude nécessaire, si l'on en croyait mon très honorable correspondant, de l'infection tuberculeuse observée chez les exploitants des *Alcool-Palaces*.

Or, ces prétendus lieux de délices, recherchés par les ouvriers, se trouvent infiniment plus malsains que les bouges où, sous prétexte de se procurer un repos plus réconfortant, ils abandonnent leur famille (quand

ils ne l'entraînent pas avec eux!). En effet, l'*Alcool-Palace* n'attire pas que les sujets bien portants. Ceux qui sont tarés physiquement, surtout les tuberculeux, y foisonnent. L'homme vigoureux n'a pas besoin de s'y alcooliser pour devenir tuberculeux. Il n'a qu'à se laisser vivre dans ce milieu contaminé, où certains de ses compagnons, touchés par la maladie, abandonnent autour d'eux, dans l'air, sur le sol, les meubles, la vaisselle, etc., leurs dangereux germes infectants.

Et, s'il en est ainsi, la constatation de la tuberculose sur le personnel des débits de vin ne saurait être considérée comme un infaillible témoignage de son alcoolisation préparatoire, ce personnel, en effet, pouvant s'infecter en restant dans un état d'impeccable sobriété. J'ai eu l'occasion d'en constater d'exceptionnels mais bien remarquables exemples. Pour le moment, je n'en citerai que deux, observées dans des conditions tout à fait particulières, garantissant que les sujets qui ont fourni ces exemples étaient à l'abri du plus léger soupçon d'intoxication alcoolique.

Observations. — Les deux exemples que j'ai à produire ont été constatés dans un débit bien achalandé, tenu par un allié de ma parenté, que j'ai pu suivre de très près pendant plusieurs années, dans l'exercice de sa profession. Il était issu d'une bonne famille de marchands de vins de la province, en détail et en gros, où la sobriété était de règle, parce que l'usage immodéré des boissons alcooliques affaiblit singulièrement la finesse du goût et trouble de façon fâcheuse l'exercice si important, pour un marchand de vins, de son rôle de dégustateur. Notre homme avait hérité de cette précieuse qualité. Jamais il ne buvait avec le client, et, aux repas de la famille, il ne dépassait jamais la quantité de vin, extrêmement modérée, qu'il avait adoptée pour sa consommation habituelle. C'était la réalisation d'une hygiène absolument exemplaire. Je n'en eus pas moins le grand chagrin de voir ce modèle contracter des lésions tuberculeuses graves, dans les deux poumons, dépérir lentement et ensuite s'éteindre avec une rapidité inattendue.

Cette histoire se répète, à peu de chose près, dans celle du deuxième sujet, employé du premier : un superbe jeune homme, envoyé à Paris par son père, commerçant en gros de la province, pour s'initier à toutes les particularités du commerce du détail. Reçu et traité dans le débit comme l'enfant de la maison, suivant en tous points l'exemple de son patron, il donnait au même degré que lui l'impression d'une sécurité absolue, au point de vue de l'usage des boissons capables de provoquer l'empoisonnement alcoolique. Cette parfaite sobriété ne l'empêcha pas d'avoir, au bout d'un temps assez court, l'un de ses sommets pulmonaires envahi par des lésions tuberculeuses peu étendues, mais nettement caractérisées, qui le firent rappeler auprès de ses parents.

Ainsi dans les débits de vin, SALONS DU PAUVRE, *où les clients malades sèment*

d'abondants germes tuberculeux, les sujets sains qui veulent et savent se soustraire à l'intoxication alcoolique s'infectent tout aussi bien que les malheureux qu'elle a profondément débilités.

La thèse qui posait en principe la nécessité de cette débilitation, pour la réalisation de l'infection tuberculeuse, n'est donc plus soutenable.

Ce qui persiste des acquisitions relatives à l'influence néfaste qu'exerce l'alcoolisation sur les ravages de la tuberculose, c'est la démonstration de la plus grande fragilité des tuberculeux alcooliques [1]. *Il reste établi que la tuberculose née sur les organismes débilités par l'empoisonnement alcoolique présente toujours des caractères particuliers de gravité, en raison de l'état de moindre résistance à l'action destructive de la maladie, imposé à ces organismes par l'alcoolisation.*

Conclusions au profit de l'hygiène sociale. — Pour conclure, proclamons hautement que les faits qui viennent d'être exposés détruisent définitivement la légende d'une tuberculisation qui serait préparée par l'empoisonnement alcoolique. « *La fréquence de la tuberculose sur terrain alcoolisé* », dont se réclamait Lucien Jacquet, est indéniable. Mais l'interprétation qu'il en a donnée manque d'exactitude. En effet, que le personnel des débits de vin parisiens soit ou ne soit pas alcoolisé, il encourt les mêmes risques de devenir tuberculeux, dans les locaux infectés par les porteurs de bacilles qu'attirent ces débits.

Cette proposition a pu être établie grâce à la constatation des cas, présentement signalés, dans le personnel d'un débit de vin, sur des sujets restés constamment à l'abri de toute intoxication alcoolique. Il est étonnant que Lucien Jacquet n'ait rencontré aucun cas de même nature. Peut-être son attention était-elle instinctivement détournée de l'examen de la question de l'existence possible de ces cas. Peut-être aussi ne s'est-il jamais trouvé en présence d'un fait assez net pour permettre d'affirmer, sans la moindre hésitation, que la tuberculose rencontrée chez le personnel d'un débit s'était développée sur un terrain absolument indemne de toute alcoolisation préparatoire. Ne sait-on pas, en effet, qu'en pareil cas, l'observation

---

[1] Voir la Note : *Sur la moindre résistance des organismes débiles à l'action destructive des germes tuberculeux* (*Comptes rendus*, t. 159, 1914, p. 670).

C'est en 1913 que j'ai signalé cette question, pour la première fois, au cours de mon intervention dans la discussion sur la déclaration obligatoire de la tuberculose, à l'Académie de Médecine.

clinique a bien de la peine à se renseigner exactement sur les antécédents des sujets observés, quand ils ne sont pas depuis longtemps connus de l'observateur?

De nouveaux faits, sans doute, n'eussent pas été sans intérêt. Mais la proposition établie sur les miens n'a nullement besoin d'être contrôlée, tant sont précises les indications qu'ils fournissent. Le contrôle ici apparaît comme si négligeable qu'on se sent pleinement autorisé à donner de suite à ladite proposition cette autre forme, à la fois plus simple, plus nette, plus significative : *La transmission de la tuberculose*, DANS LES SALONS DU PAUVRE, *où abondent les germes de la maladie, est complètement indépendante de toute action préparatoire de l'*ALCOOL-POISON.

*La conséquence de cette indépendance, au point de vue de l'hygiène, surtout l'*HYGIÈNE SOCIALE, *c'est qu'il faut renoncer à réaliser la* LUTTE ANTITUBERCULEUSE *avec la seule institution de la* LUTTE ANTIALCOOLIQUE. *Elles doivent, à l'occasion s'ajouter l'une à l'autre, chacune fonctionnant avec ses moyens propres. La guerre aux germes infectants et aux porteurs de germes constitue, en somme, le seul moyen de défendre contre eux les individus bien portants : règle générale à laquelle il faut bien se garder de manquer, si l'on veut faire profiter l'hygiène sociale des enseignements des sciences microbiologiques.*

OPTIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *Comparaison, au point de vue de la portée, des signaux lumineux brefs produits, au moyen d'un appareil rotatif, par des sources de lumière donnant des durées d'impression différentes. Conditions d'efficacité maxima du flux lumineux utilisé.* Note (¹) de MM. **André Blondel** et **J. Rey**.

Nous avons établi, il y a quelques années, la loi qui détermine la portée des lumières brèves (²). Cette loi n'est pas une loi de sensation, mais une loi régissant les quantités d'éclairement (produits de l'éclairement E par sa durée t) nécessaires pour obtenir le seuil de la sensation visuelle d'un point lumineux. Elle s'écrit sous les formes suivantes équivalentes :

(1) $$Et = E_0\,t + K \qquad (E_0 \text{ et } K \text{ étant des constantes})$$

(¹) Séance du 29 mai 1916.

(²) Cf. A. Blondel et J. Rey, *Sur la perception des lumières brèves à la limite de leur portée* (*Comptes rendus*, t. 153, 1911, p. 54), et un Mémoire plus détaillé (*Journal de Physique*, juillet-août 1911).

ou

$$(2) \qquad Et = E_0(t + a) \qquad (a \text{ étant une constante de temps})$$

au lieu de l'ancienne loi de Bloch $Et = K$.

M. J.-L. Hoorweg [1] a signalé que notre loi (1) est exactement de la même forme que la loi du seuil de l'excitation des muscles suivant la quantité d'électricité d'une décharge électrique [2]. Il semble donc qu'il s'agisse là d'un cas particulier d'une loi plus générale, applicable au système nerveux de l'homme et dont les constantes seules doivent différer suivant la nature de la sensation. Elle doit s'appliquer aussi au seuil de l'audition, mais le temps maximum d'addition doit être bien plus court pour les sensations auditives que pour les sensations visuelles, puisque l'oreille sépare des sons distants de bien moins de $\frac{1}{1000}$ de seconde, tandis que l'œil sépare difficilement des lumières faibles distantes de moins de $\frac{3}{10}$ de seconde.

Les expériences suivantes ont été réalisées pour montrer qu'à flux égal (Et constant), les signaux les plus longs sont les plus efficaces.

Expériences faites en laboratoire (méthode de M. A. Blondel). — L'appareil décrit dans une précédente Note [3] nous a permis de réaliser des éclats de flux lumineux égaux et dont les durées pouvaient varier de 0,5 à 1,6 seconde quand l'appareil fait un tour en 30 secondes, et de 0,015 à 0,52 seconde quand l'appareil fait un tour en 10 secondes. Les essais ont été faits par les procédés et avec les précautions indiquées dans une précédente Note et, malgré le faible degré de précision dans les mesures du seuil de la vision ponctuelle, on a pu obtenir des résultats parfaitement probants [4] :

1° Si l'on place un verre affaiblisseur assez peu teinté pour continuer à voir tous les éclats facilement, c'est-à-dire de façon que le plus faible dépasse légèrement le seuil de la sensation, tous les expérimentateurs exercés, ou non, constatent aisément que leur intensité apparente va en croissant, d'autant plus que leur durée est plus courte. Cet effet est si

---

(1) Hoorweg, *Sur la perception des lumières brèves* (*Journal de Physique*, 5e série, t. 2, mars 1912, p. 177).

(2) Cette dernière loi résulte des travaux de MM. Hoorweg, J. Weiss, Cluset, Lapicque, Doumer, etc.

(3) Cf. *Comptes rendus*, t. 168, 1916, p. 587.

(4) Les expériences ont été faites par six expérimentateurs avec l'assistance de M. Touly; les séries les plus concordantes ont été celles de M. Blondel.

franchement marqué qu'il met hors de conteste la supériorité des éclats brefs sur les éclats longs contenant même flux; cela est très sensible en particulier, quand on compare des éclats longs de $\frac{1}{200}$ de seconde à 2 secondes; quand on renforce l'intensité de la source ponctuelle, la supériorité des éclats très brefs est plus accusée encore [1].

2° Tous les observateurs constatent également que les éclats durant 0,5 seconde et au-dessous présentent le même aspect instantané, tandis que pour les éclats d'une durée plus longue, et surtout à partir d'une seconde et au delà, on a une sensation de durée, surtout si l'intensité dépasse notablement le seuil de la sensation. Au voisinage du seuil de la sensation, on ne sent pas une différence de durée appréciable entre les éclats de $\frac{1}{200}$ de seconde et ceux de 0,5 seconde. Dans ces limites, il n'y a donc pas d'avantage à allonger la durée de l'éclat.

3° Les points obtenus par un expérimentateur exercé, en ramenant successivement au seuil de la sensation les éclats de durée décroissante, se placent sur l'épure sensiblement au voisinage d'une droite, conformément à la formule (1) et avec des écarts relatifs d'autant plus faibles en général que les éclats sont plus brefs [2].

Voici à titre d'exemple comment se présente une série de lectures ainsi effectuées [3], puis transformées en les rapportant, comme unités, à l'éclairement E_1 donnant le seuil de la sensation pour $t_1 = 0,1$ seconde. Les points se groupent autour d'une droite représentant une loi théorique de la forme

$$Et = E_0(0,17 + t). \qquad (2)$$

---

(1) Cela s'explique facilement par le fait qu'aux fortes intensités, tous les éclats durant $\frac{1}{10}$ de seconde et au delà étant perçus avec leurs *intensités* absolues, les intensités qui correspondent à l'égalité de flux se classeront en proportion inverse des durées; l'éclat de 1 seconde sera alors 10 fois plus intense que l'éclat de $\frac{1}{10}$ de seconde. Les efficacités varient donc plus vite que dans le Tableau ci-après.

(2) Ce fait s'explique facilement par la mobilité de l'œil dans l'obscurité; comme nous l'avons signalé dans notre travail de 1911, *Journal de Physique* (*loc. cit.*), d'après une remarque de M. Georges Guy, cette mobilité fait que, plus le flux lumineux est concentré dans une courte durée, plus son action sur la rétine se trouve localisée et par conséquent plus l'effet produit se rapproche de son maximum d'efficacité. Les résultats des présentes expériences confirment l'importance de cette considération.

(3) On a déterminé les valeurs Et simplement en valeurs relatives quelconques, car la connaissance de la constante E_0 en valeur absolue n'a pas d'intérêt dans le cas présent.

D'où le rapport, que nous appellerons *coefficient de majoration* (¹) :

$$M = \frac{Et}{E_1 t_1} = \frac{0,17 + t}{0,27}$$

(quatrième colonne du Tableau I).

TABLEAU I.

Durée t.	Et.	$E_1 t_1$.	Coefficient de majoration $M = \left(\frac{Et}{E_1 t_1}\right)$.	Valeur théorique.	Coefficient A d'efficacité du flux.	Erreur relative en pour 100.
0,909....	2,32	»	4,64	4,05	0,25	+14,5
0,681....	1,37	»	2,74	3,10	0,32	−11
0,386....	1,00	»	2,00	2,02	0,56	− 2,4
0,226....	0,73	»	1,45	1,45	0,69	0
0,113....	0,51	»	1,02	1,05	0,95	− 2,8

Si la loi était celle de Bloch, les chiffres de la quatrième colonne seraient tous voisins de 1,00; l'expérience est donc un *experimentum crucis* contre cette loi.

4° La constante caractéristique a, qui figure dans la relation $\frac{E}{E_1} t = a + t$, a pour valeur moyenne le chiffre 0,21 que nous avons indiqué antérieurement comme résultant des lectures de 17 expérimentateurs, mais suivant l'observateur a peut varier de 0,15 à 0,30; il peut aussi varier pour un même expérimentateur suivant les jours ou les circonstances de l'expérimentation; pour l'un de nous, par exemple, nous avons trouvé des valeurs variant de 0,17 à 0,27; l'abscisse à l'origine de la droite moyenne, menée sur l'épure à travers les points d'une série de lectures faites consécutivement, varie donc entre les points $t = -0,17$ seconde et $t = -0,27$ seconde. On constate aussi des variations de la constante E_0 (proportionnelle au coefficient angulaire) de cette droite [équation (1)].

5° Le rapport des effets utiles, obtenu par un même flux lumineux dépensé dans des durées t et t_1, est mesuré par le rapport A des affaiblissements nécessaires pour atteindre le seuil et dont la valeur théorique est $\frac{a + t_1}{a + t}$. Ce coefficient d'efficacité dépend de a et de la durée t_1 prise

(¹) Le coefficient de majoration mesure le facteur par lequel il faut multiplier le flux contenu dans l'éclat pour obtenir même portée quand l'éclat dure plus longtemps que l'éclat normal de durée t_1 (ici $t_1 = \frac{1}{10}$ de seconde). Le coefficient t est l'inverse de M.

comme unité de comparaison. Si l'on prend comme durée normale $a = 0,20$, cette formule montre que l'efficacité d'un éclat de 0,10 seconde sera quatre fois plus grande que celle d'un éclat de 1 seconde. Dans le Tableau I, qui correspond à la valeur $a = 0,17$, on a pris comme durée d'éclat normal la durée de 0,10 seconde.

Ce Tableau fait ressortir la rapide réduction de l'efficacité d'un flux donné en fonction de l'augmentation de sa durée et montre, en même temps, qu'il n'y a pas grand intérêt à descendre au-dessous de 0,1 seconde; 0,05 est d'ailleurs un minimum difficilement réalisable en pratique à cause de la divergence artificielle résiduelle de tous les appareils optiques résultant d'imperfections inévitables de fabrication.

Expériences exécutées en plein air au moyen d'appareils industriels (méthode de M. Jean Rey). — On s'est proposé de vérifier que l'on peut, en utilisant dans un appareil optique industriel une source lumineuse très étroite et très haute, obtenir dans le plan horizontal la même portée qu'avec une source lumineuse de puissance sensiblement égale, à éclat plus faible, mais moins haute et beaucoup plus large.

Les deux sources utilisées étaient :

1° Une lampe Osram, à filament de tungstène en spirale, diamètre 2^{mm}, hauteur 180^{mm}; puissance mesurée dans un plan normal au filament, 2700 bougies Violle.

2° Un manchon à incandescence par la vapeur de pétrole, diamètre 85^{mm}, hauteur 90^{mm}; puissance mesurée dans un plan normal à l'axe du manchon, 2500 à 2900 bougies Violle.

L'appareil optique, placé sur une tour à l'avenue de Suffren, était constitué par deux tiers de miroir doré de $1^{m},500$, calés à 90° l'un par rapport à l'autre. La vitesse de rotation étant de un tour en 3 secondes, on avait des éclats espacés de 0,75 seconde et des intervalles entre groupes de 2,25 secondes. La durée des éclats était inférieure, dans les deux cas, à $\frac{1}{10}$ de seconde et était extrêmement brève dans le cas du filament en tungstène.

Les éclats étaient observés à 7^{km} sur la route qui conduit au monument de Chatillon en un endroit où l'on découvre très bien Paris, et l'on avait produit l'extinction apparente de chaque feu en interposant devant l'œil un nombre variable de glaces planes à faces parallèles dont le pouvoir affai-

blisseur avait été taré d'avance [1]. Trois observateurs [2], dont deux nullement prévenus, ont reconnu sans hésitation que les éclats du feu électrique étaient au moins aussi brillants que ceux du feu à pétrole et que tous deux semblaient avoir la même durée très courte mais pourtant appréciable. A $10^h 20^m$ du soir pour le feu électrique, tous les éclats étaient perçus avec 19 glaces interposées; l'interposition de 24 glaces réduisait de moitié le nombre des éclats perçus, une 25e glace éteignait tous les éclats.

Si l'on remarque que, par suite de la différence de hauteur des deux sources de lumière, le flux utilisé dans le plan horizontal où se trouvaient les observateurs était moitié moins fort dans le cas du feu électrique que dans le cas du feu à pétrole, on voit que la réduction de durée du feu électrique assurait à celui-ci une efficacité au moins double, à égalité de flux lumineux, de celle du feu à pétrole.

Conclusions et conséquences. — Les résultats de nos expériences ont établi d'une manière indiscutable que l'utilisation d'une source de lumière pour la production d'éclats lumineux se succédant à intervalles fixés d'avance et produits par la rotation d'un appareil optique, est d'autant meilleure que les éclats sont plus courts et qu'il y a intérêt à descendre autant que possible jusqu'à $\frac{1}{10}$ de seconde, sinon au-dessous; la majoration de l'intensité apparente obtenue peut être considérable.

L'utilisation des filaments à incandescence électrique permet de réaliser des éclats extrêmement brefs. Si l'on emploie des filaments très longs, on peut augmenter ainsi à portée égale la divergence dans le sens vertical, ce qui est un bénéfice net fort utile pour les appareils signalisateurs destinés à la navigation aérienne.

Si, au contraire, on limite les faisceaux juste à la faible divergence verticale suffisante pour balayer l'horizon, on peut disposer côte à côte plusieurs filaments, tout en réalisant une source beaucoup plus concentrée que les sources à incandescence par le pétrole. Comme d'autre part les filaments de tungstène incandescents dans l'azote réalisent des intensités surfaciques beaucoup plus élevées et avec une dépense de 0,6 watt environ par bougie

---

(1) Le feu fixe, constitué par la source elle-même et qui aurait pu gêner les observations, car elle reste visible entre les éclats, paraissait éteint dès qu'on interposait deux ou trois glaces; celles-ci ne permettaient de voir aucune autre lumière sur Paris, ni même le faisceau du projecteur de la Tour Eiffel.

(2) Ces trois observateurs étaient des ingénieurs des établissements Sautter-Harlé : M. Marsat, qui avait organisé l'essai, MM. Vautard et Batifoulier.

(mesurées perpendiculairement à l'axe des filaments), on peut théoriquement obtenir des signaux de portée beaucoup plus grands, à égale consommation de pétrole, en utilisant ce pétrole dans un moteur actionnant une dynamo qui porte à incandescence le filament, qu'en le vaporisant dans une lampe à manchon incandescent par la vapeur de pétrole.

M. Émile Picard, en présentant à l'Académie le Tome I des *Œuvres de G.-H. Halphen*, s'exprime en ces termes :

Je dépose sur le bureau de l'Académie le premier Volume des Œuvres de Georges Halphen. Mme Halphen, ayant résolu de rassembler les œuvres de son mari, a bien voulu nous charger, M. Jordan, Henri Poincaré et moi, de surveiller cette publication. Nous avons été heureux, en cette circonstance, d'avoir le concours de M. Vessiot qui, avec Charles Halphen, un des fils de notre regretté confrère, a procédé avec soin à la revision du texte et à la correction des épreuves. Ce Volume était presque entièrement imprimé au commencement de la guerre. Charles Halphen malheureusement ne sera plus là pour s'occuper des volumes suivants ; il est tombé au champ d'honneur, près d'Arras, l'été dernier.

Les géomètres remercieront Mme Halphen de son heureuse initiative. Voici vingt-sept ans que Halphen a été enlevé à la Science française dans tout l'éclat de son talent. Rien n'a vieilli dans ses écrits, d'une admirable perfection, et dont toutes les parties sont des œuvres d'art dignes d'être proposées comme modèles à ceux qui cultivent les sciences mathématiques.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'une Commission de six Membres, qui, sous la présidence du Président de l'Académie, assisté par le Vice-Président, sera chargée d'étudier les moyens de développer l'action extérieure de l'Académie.

MM. Lippmann, Émile Picard, Haller, A. Lacroix, Le Chatelier, Tisserand réunissent la majorité des suffrages.

CORRESPONDANCE.

Mme G. **Vasseur** fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage posthume de son mari, intitulé : *L'origine de Marseille.*

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur certaines classes de fonctions de variables réelles.* Note de M. **Arnaud Denjoy**, présentée par M. Émile Picard.

Convenons de dire qu'une fonction $\psi(x)$ possède : 1° la propriété (α) si ψ *est la somme d'une série de fonctions continues ;* 2° la propriété (β) si, *quels que soient a et b,* ψ *prend entre a et b toute valeur comprise entre* $\psi(a)$ *et* $\psi(b)$; 3° la propriété (γ) si *l'ensemble* $A < \psi < B$ *est épais* (ou de mesure positive) *quand il existe.*

Les propriétés (α) et (β) sont descriptives, c'est-à-dire se conservent par une transformation continue croissante quelconque effectuée sur la variable indépendante. La propriété (γ) est métrique. Elle ne se maintient pas dans toute transformation $y(x)$ du type précédent, mais elle persiste moyennant que y soit doué de nombres dérivés finis en tout point.

Toute fonction de l'une des catégories suivantes possède la propriété (α) :

1° Une fonction ψ_1 *approximativement continue*, c'est-à-dire remplissant cette condition que, pour toute valeur de λ, les ensembles $\psi_1 < \lambda$, $\psi_1 > \lambda$ ont l'épaisseur bilatérale 1 en chacun de leurs points; et même une fonction χ_1 *à continuité approximative unilatérale* POUR UN CÔTÉ INVARIABLE, c'est-à-dire telle que les ensembles $\chi_1 < \lambda$ et $\chi_1 > \lambda$ aient respectivement en chacun de leurs points une épaisseur droite (ou en chacun de leurs points une épaisseur gauche) égale à 1, quel que soit λ.

2° Plus généralement une fonction ψ_2 *à continuité prépondérante*, c'est-à-dire telle que les ensembles $\psi_2 < \lambda$ et $\psi_2 > \lambda$ aient en chacun de leurs points une épaisseur minimum (la plus petite de leurs deux épaisseurs inférieures, droite et gauche) supérieure à 1 : 2; et même une fonction χ_2 *à continuité prépondérante unilatérale* POUR UN CÔTÉ INVARIABLE (les ensembles $\chi_2 < \lambda$ et $\chi_2 > \lambda$ auront par exemple l'épaisseur inférieure droite plus grande que 1 : 2 en chacun de leurs propres points).

3° Une *dérivée approximative* ψ_3, c'est-à-dire une fonction rattachée à une fonction continue $f(x)$ de manière que, si $\mathrm{VR}(f, a, b) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$, pour toute valeur positive de ε, l'ensemble $\mathrm{E}(x_0, \varepsilon)$ des points x ainsi définis : $|\mathrm{VR}(f, x_0, x) - \psi(x_0)| < \varepsilon$, ait au point x_0 l'épaisseur bilatérale 1, cette propriété de $\mathrm{E}(x_0, \varepsilon)$ étant vraie pour tout point x_0; et même une *dérivée approximative unilatérale* POUR UN CÔTÉ INVARIABLE $\chi_3(x)$ [l'ensemble $|\mathrm{VR}(f, x_0, x) - \chi_3(x_0)| < \varepsilon$ possède en x_0 l'épaisseur 1 d'un certain côté indépendant de x_0].

4° Plus généralement *une dérivée* ψ_4 *valant en tout point sur une épaisseur supérieure à* 1 : 2, à savoir une fonction $\psi_4(x)$ liée à une fonction continue $f(x)$ de façon que $\mathrm{VR}(f, x_0, x)$ tende vers $\psi_4(x_0)$ quand x tend indifféremment vers x_0 sans quitter un certain ensemble ayant en x_0 une épaisseur définie supérieure à 1 : 2; et même *une dérivée unilatérale* ψ_4 *valant en tout point et* POUR UN CÔTÉ INVARIABLE *sur une épaisseur* (*unilatérale*) *supérieure à* 1 : 2.

5° Plus généralement *un nombre dérivé* (médian ou extrême) *bilatéral prépondérant* ψ_5, c'est-à-dire une fonction $\psi_5(x)$ se rattachant à une fonction continue f de manière que les ensembles

$$\mathrm{VR}(f, x_0, x) > \psi(x_0) - \varepsilon \quad \text{et} \quad \mathrm{VR}(f, x_0, x) < \psi(x_0) + \varepsilon$$

aient l'un et l'autre une épaisseur minimum supérieure à 1 : 2 en x_0, quel que soit ε positif; et de même *un nombre dérivé bilatéral prépondérant* POUR UN CÔTÉ INVARIABLE $\psi_5(x)$ ainsi conditionné que les ensembles

$$\mathrm{VR}(f, x_0, x) > \chi_5(x_0) - \varepsilon \quad \text{et} \quad \mathrm{VR}(f, x_0, x) < \chi_5(x_0) + \varepsilon$$

aient l'un et l'autre en x_0 du côté considéré leurs épaisseurs inférieures plus grandes que 1 : 2.

Une fonction f ne saurait admettre en un point deux nombres dérivés distincts remplissant les conditions bilatérales de ψ_3, ψ_4 ou ψ_5 ni celles de χ_3, χ_4, χ_5 pour le côté considéré. D'ailleurs, ces six dernières fonctions sont totalisables (voir *Comptes rendus*, 13 mars 1916) et leur primitive, qui est une fonction résoluble, est leur totale indéfinie (au sens élargi donné à la totalisation dans cette même Note).

6° Un *nombre dérivé bilatéral* $\psi_6(x)$ *supposé unique en tout point* x. ψ_6 est évidemment dérivé extrême bilatéral ou dérivée exacte unilatérale. Or on sait (voir la même Note) qu'un dérivé extrême fini en tout point de côté et de rang inconnus et variables est totalisable et que sa primitive est résoluble

et coïncide avec sa totale indéfinie. Les mêmes propriétés appartiennent *a fortiori* à ψ_0.

Les propriétés (β) *et* (γ) *appartiennent aux fonctions* ψ_i ($i = 1, \ldots, 6$). *A fortiori* la propriété (γ) appartient-elle aux fonctions dérivées ordinaires?

La propriété (β) *appartient en outre :* 1° *à toute fonction* ψ_7 *nombre dérivé bilatéral*, médian ou extrême, fini ou infini, mais déterminé en chaque point, et déduit d'une fonction continue f; 2° *à toute fonction* ψ_8 *de classe* 1 (c'est-à-dire possédant la propriété α), *telle que les ensembles* $\psi_8 < \lambda$, $\psi_8 > \lambda$ *admettent chacun de leurs points bilatéralement pour point limite* (ou encore : soient denses en eux-mêmes et ne possèdent que des points de seconde espèce).

Tout nombre dérivé bilatéral possédant la propriété (α), *tout nombre dérivé unilatéral relatif à un côté invariable et possédant les propriétés* (α) *et* (β) *possèdent aussi la propriété* (γ).

La démonstration des résultats énoncés pour les fonctions

$$\psi_1, \chi_1, \psi_2, \chi_2, \psi_8$$

a déjà paru au *Bull. de la Soc. math.*, 1915, p. 184, en note. Les propositions nouvelles contenues dans la présente Note seront établies dans un autre Recueil.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'équivalence de deux propriétés fondamentales des ensembles linéaires.* Note de M. **Maurice Fréchet**, présentée par M. J. Hadamard.

Le théorème suivant a été démontré par M. Borel, lorsque la classe d'éléments considérée est celle des points d'une droite :

« Soit E un ensemble compact et fermé. Si $\mathcal{F}$ est une famille dénombrable d'ensembles I telle que tout élément de E est intérieur à l'un au moins des I, alors on peut extraire de $\mathcal{F}$ une famille $\mathcal{F}_1$ composée d'un nombre fini d'ensembles I et qui jouira de la même propriété que $\mathcal{F}$. »

Un ensemble est dit *compact* lorsque, de toute infinité de ses éléments, on peut extraire une suite convergente, la limite appartenant ou non à l'ensemble. (Si les éléments sont des points, *compact* équivaut à *borné*.)

Un élément A est *intérieur* à un ensemble E s'il appartient à E sans être limite d'une suite d'éléments n'appartenant pas à E.

On connaît, d'autre part, cette propriété des ensembles linéaires :

Tout ensemble dérivé est fermé.

Les énoncés précédents conservent un sens lorsque la classe d'éléments considérée n'est plus la suite des points d'une droite, mais une classe ($\mathcal{L}$) abstraite, d'éléments de nature quelconque où les suites convergentes et leurs limites sont définies. Mais ces énoncés ne sont plus nécessairement exacts. Il est intéressant de rechercher quelles sont les classes les plus générales auxquelles s'appliquent ces deux énoncés. On aboutit alors au résultat suivant :

Les classes ($\mathcal{L}$) *les plus générales auxquelles le théorème de Borel est applicable sont les mêmes que les classes les plus générales où tout ensemble dérivé est fermé.*

On voit facilement, du reste, que ces classes sont plus générales que celles où la limite est définie par l'intermédiaire d'une notion analogue à celle de distance, la notion de voisinage.

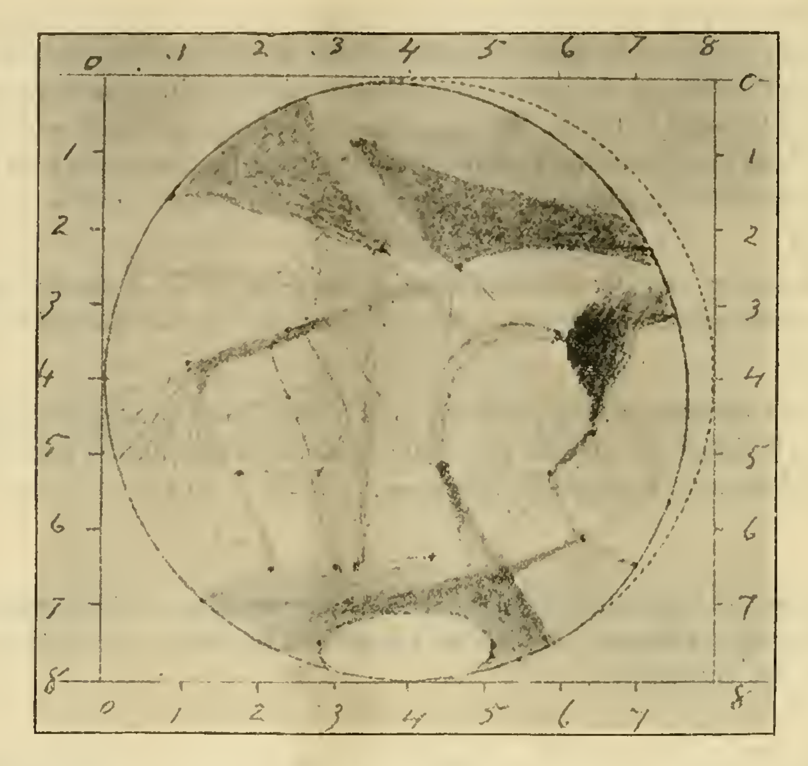
ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Étude de la planète Mars à l'Observatoire Flagstaff (Arizona).* Note de M. **Georges Hall-Hamilton**, présentée par M. Deslandres.

Après avoir fait, pendant 2 ans, des mesures difficiles à l'Observatoire d'Oxford, je me suis rendu aux États-Unis, à l'Observatoire Flagstaff (Arizona), où j'ai été admirablement reçu par le Directeur, le Dr Percival Lowell. Je me proposais de reconnaître avec mes yeux les phénomènes singuliers de la planète Mars, auquel l'Observatoire Flagstaff, depuis sa fondation, consacre une grande partie de son activité.

J'ai été frappé de la netteté et de la clarté avec laquelle apparaissent, sous le ciel de l'Arizona, les détails de la planète. Les canaux se révèlent par des lignes fines et nettes, et les oasis par des points noirs bien visibles.

Les photographies de la planète, faites pendant mon séjour à l'Observatoire, sont excellentes et montrent les principales particularités de l'observation oculaire. J'ai mesuré avec soin les détails les plus nets de l'épreuve qui sont reproduits dans le dessin ci-après, après avoir été représentés en longitudes et latitudes de la planète. Or ces détails correspondent exactement à ceux qui ont été relevés avec l'œil à Flagstaff, il y a onze années, et publiés dans les *Annales de l'Observatoire.*

La bonté des observations faites à Flagstaff tient à la qualité exceptionnelle du ciel de la station, à la valeur des instruments qui y sont réunis et



aussi à l'expérience acquise dans une étude continue des planètes poursuivie dans l'observatoire depuis vingt années.

ASTRONOMIE. — *Sur la construction de la galaxie.*
Note [1] de M. C.-V.-L. **Charlier**, présentée par M. B. Baillaud.

Ayant étudié, ces derniers mois, la répartition et les mouvements des étoiles du type spectral B, ou de l'hélium, de M. Pickering, j'ai obtenu des résultats d'un intérêt général que je m'empresse de communiquer à l'Académie.

La classe B, si l'on met à part des objets exceptionnels formant des subdivisions peu nombreuses, est constituée par les étoiles les plus grandes

(1) Séance du 15 mai 1916.

et les plus chaudes dans les cieux. Il a été possible, pour les investigateurs

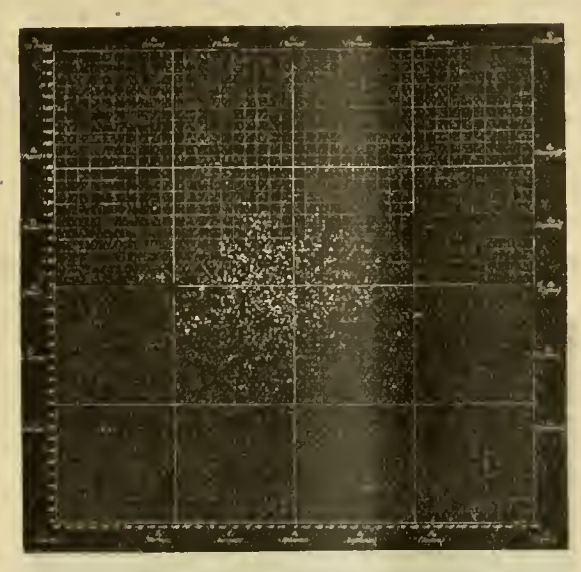


Fig. 1. — Projection de la galaxie des étoiles B dans la direction du Cygne (X).

infatigables de l'Observatoire de Harvard College, d'établir un catalogue

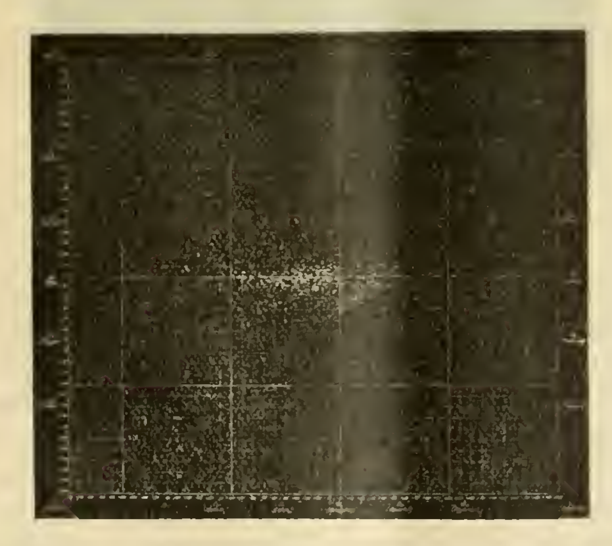


Fig. 2. — Projection de la galaxie des étoiles B dans la direction du Taureau (Y).

à peu près complet des étoiles de ce type intéressant. Le rayonnement lumineux de ces étoiles est, en effet, si grand qu'une étoile à la limite de

l'univers stellaire offre encore l'éclat apparent d'une étoile de la 8e grandeur. Me basant sur l'éclat individuel des étoiles, leurs mouvements propres et leurs vitesses radiales, autant qu'ils sont connus, j'ai déterminé la répartition et les mouvements absolus de ces étoiles. Les résultats seront donnés dans un autre Recueil; je donne ici seulement quelques traits principaux.

Les distances sont exprimées en siriomètres (un siriomètre égale 1 million de fois la distance du Soleil à la Terre).

L'étoile du type B la plus rapprochée est à 4 siriomètres du Soleil. C'est

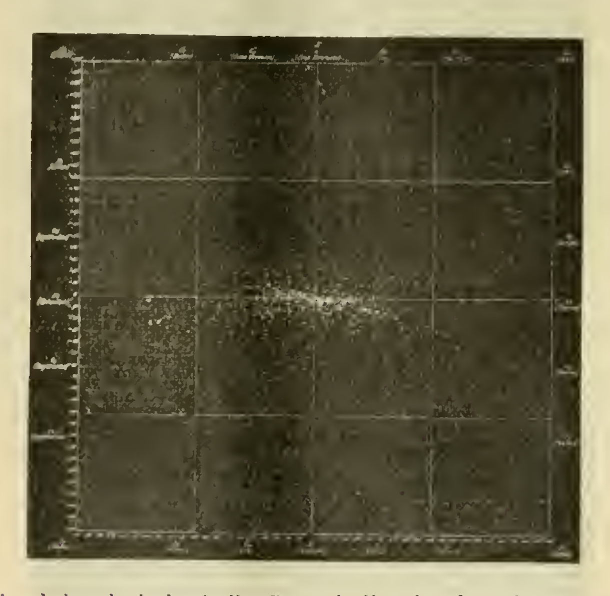


Fig. 3. — Projection de la galaxie des étoiles B vers la direction de la Chevelure de Bérénice (Z).

α Eridan, du ciel austral. La plus éloignée est à 250 siriomètres. La galaxie des étoiles du type B forme un amas d'étoiles bien défini qui, d'une densité relativement grande au centre, devient graduellement plus rare jusqu'à une distance de 200 siriomètres environ. Au delà de cette limite il n'a été enregistré qu'une étoile.

Le centre de cet amas qui, probablement, peut être identifié avec le centre de l'univers stellaire, est situé dans la direction $\alpha = 7^h,7$, $\delta = -55°,6$ dans la constellation de la Carène. C'est une partie du ciel signalée par Sir John Herschel comme une des plus brillantes régions du ciel.

Le Soleil est à 18 siriomètres du centre et se trouve à 4 siriomètres au nord du plan fondamental passant par le centre de la galaxie.

La loi de répartition des étoiles du type B est très simple. Elle est, en effet, très près de la forme normale pour trois variables bien connue dans la statistique mathématique. La dispersion dans le plan principal (le plan des X, Y) est 37,3 siriomètres ; elle est à peu près la même dans toutes les directions de ce plan. Perpendiculairement à ce plan la dispersion a la valeur 13,1 siriomètres. Ces nombres montrent que les deux tiers de toutes les étoiles du type B se trouvent en dedans d'un ellipsoïde de révolution ayant l'axe de révolution égal à 37,3 siriomètres, le petit à 13,1 siriomètres. L'extension de la galaxie est donc à peu près trois fois plus grande dans le plan principal que dans la direction perpendiculaire.

La densité monte à 0,0026 étoile, par siriomètre cube, dans le centre. La majorité prépondérante des étoiles B sont situées en dedans d'un ellipsoïde de révolution ayant les axes des X et des Y égaux à 150 siriomètres, l'axe des Z à 50 siriomètres. Les coordonnées de l'axe des Z sur la sphère sont $\alpha = 12^h,29$, $\delta = 28^\circ,74$, très près du point généralement regardé comme le pôle de la Voie lactée.

Je donne dans mon Mémoire un catalogue des étoiles du type B; j'y donne, en outre, des indications sur le spectre et la magnitude apparente empruntées aux admirables *Annales de l'Observatoire de Harvard*, et, pour chaque étoile individuelle, ses coordonnées galactiques et les composantes de sa vitesse absolue quand elles ont pu être déterminées. Il y a, en tout, 804 étoiles du type B; les composantes de la vitesse sont données pour 150 étoiles.

La discussion de ces vitesses confirme les résultats trouvés par M. Gyllenberg, de l'Observatoire de Lund, sur les mouvements de ces étoiles. La surface des vitesses est un ellipsoïde de révolution ayant le petit axe égal à 1,3 siriomètre par année stellaire égale à 1 million d'années tropiques, et dirigé vers le pôle de la galaxie. Le grand axe a la valeur 1,9 siriomètre. Les directions des mouvements de ces étoiles ne manifestent aucune préférence dans le plan de la Voie lactée, comme on l'a trouvé pour les autres types stellaires.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Formation de bases pyridiques par condensation de cétones et d'amides.* Note (¹) de MM. **Amé Pictet** et **Pierre Stehelin**, transmise par M. A. Gautier.

On sait que l'acétone soumise à l'action déshydratante de l'acide sulfurique est convertie en mésitylène :

$$\begin{array}{ccc} \begin{array}{c} \quad CH^3 \\ \quad | \\ CH^3CO - CH^3 \\ | \qquad\qquad \\ CH^3 - CO \quad CH^3 - CO - CH^3 \end{array} & = & \begin{array}{c} CH^3 \\ | \\ HC = C - CH \\ | \qquad\quad \| \\ CH^3 - C = CH - C - CH^3 \end{array} \quad + 3H^2O. \end{array}$$

Cette réaction, l'une des plus anciennes (Kane, 1837), est en même temps l'une des plus simples qui aient permis de passer d'un composé de la série grasse à un composé aromatique.

Étant donnée la grande analogie qui existe entre le noyau du benzène et celui de la pyridine, il nous a paru intéressant de rechercher si cette même réaction se prêterait à l'obtention de bases pyridiques. Il semblait suffire pour cela de remplacer l'une des trois molécules de cétone par une molécule d'amide. Partant de cette idée, nous avons cherché à réaliser la condensation de 2^{mol} d'acétone et de 1^{mol} d'acétamide, conformément à l'équation suivante :

$$\begin{array}{ccc} \begin{array}{c} \quad CH^3 \\ \quad | \\ CH^3CO - CH^3 \\ | \qquad\qquad \\ CH^3 - CO \quad NH^2 - CO - CH^3 \end{array} & = & \begin{array}{c} CH^3 \\ | \\ HC = C - CH \\ | \qquad\quad \| \\ CH^3 - C = N - C - CH^3 \end{array} \quad + 3H^2O. \end{array}$$

L'expérience nous a montré que cette condensation ne peut être effectuée à l'aide de déshydratants (H^2SO^4, P^2O^5, $ZnCl^2$); ceux-ci excercent tout d'abord leur action sur l'amide et la transforment en nitrile; mais on arrive au résultat voulu par l'emploi de la chaleur seule. En chauffant à 250°, en tubes scellés, un mélange d'acétamide et d'acétone, nous avons obtenu une base de formule $C^8H^{11}N$, possédant toutes les propriétés de la *triméthylpyridine symétrique* de Hantzsch (point d'ébullition 166°-168°, picrate fusible à 155°, chloraurate fusible à 112°). Le rendement est, il est vrai, très faible (2 à 3 pour 100) et de beaucoup inférieur à celui que fournit la synthèse du mésitylène (13 pour 100), mais cette différence

(¹) Séance du 29 mai 1916.

s'explique par le peu de stabilité de l'acétamide, comparée à celle de l'acétone.

Par une réaction toute semblable, la benzamide (1^{mol}) et l'acétophénone (2^{mol}), chauffées ensemble à 275°, nous ont donné un corps de la formule $C^{23}H^{17}N$, que nous avons trouvé identique à la *triphénylpyridine symétrique*, que Newmann a préparée en 1898 en faisant agir le chlorhydrate d'hydroxylamine sur la benzylidène-diacétophénone. Ici le rendement est un peu meilleur (9 pour 100).

La triphénylpyridine forme de beaux prismes incolores, fusibles à 137°; elle est presque entièrement dépourvue de propriétés basiques et cristallise sans altération dans l'acide chlorhydrique concentré. Nous avons pu cependant en préparer un *picrate*; ce sel prend naissance lorsqu'on mélange les solutions alcooliques chaudes de ses deux constituants, et se dépose par refroidissement en longues aiguilles jaune citron fusibles à 192°,5.

Nous avons cherché ensuite à remplacer, dans les réactions précédentes, les cétones par des adéhydes, et tout d'abord à réaliser une synthèse de la *pyridine* elle-même par condensation de la formamide et de l'aldéhyde acétique :

$$\begin{matrix} CH^3 & CHO-CH^3 \\ | & \\ CHO & NH^2-CHO \end{matrix} = \begin{matrix} HC=CH-CH \\ | \\ HC-N-CH \end{matrix} + 3H^2O,$$

mais malgré de nombreux essais, faits dans les conditions les plus variées, avec ou sans addition de déshydratants, et à différentes températures, nous n'avons pu constater la formation de pyridine; non plus qu'en remplaçant l'aldéhyde acétique par la paraldéhyde, l'acétal ou la trithioparaldéhyde, et la formamide par la thioformamide. En fait de produits basiques, nous n'avons obtenu que l'*aldéhydine* de Baeyer et Ador, qui se forme, comme on le sait, par l'action de l'ammoniaque sur l'aldéhyde acétique. Il y a donc, avant toute condensation, décomposition totale de la formamide.

En revanche, nous avons pu obtenir une petite quantité d'*α-picoline* en chauffant à 280° un mélange de paraldéhyde et d'acétamide. Point d'ébullition de la base 128°, point de fusion du picrate 180°, du chloraurate 164°. Ladenburg a montré que l'α-picoline s'unit à l'aldéhyde acétique pour former l'allylpiridine; il aurait donc pu se faire que cette dernière base eût pris aussi naissance dans les conditions de notre expérience. Étant donné qu'elle peut être transformée, par réduction, en conicine, cela nous aurait conduit à une nouvelle synthèse, extrêmement simple, de l'alcaloïde de la ciguë.

Mais nous ne sommes pas parvenus à reconnaître d'une manière certaine la présence de l'allylpyridine dans notre produit de condensation.

SISMOLOGIE. — *Sur la localisation de l'épicentre d'un tremblement de terre d'après les observations d'une seule station sismique.* Note [1] de M. B. Galitzine, présentée par M. Bigourdan.

Dans une Note précédente, insérée aux *Comptes rendus*, t. 150, 1910, p. 642, j'avais décrit une méthode spéciale, permettant (au moyen de deux pendules horizontaux apériodiques à enregistrement galvanométrique, installés à angle droit l'un par rapport à l'autre) de déterminer l'azimut α de l'épicentre d'un tremblement de terre, en mesurant les amplitudes du déplacement du point lumineux enregistreur au début de la première phase P d'un sisme, c'est-à-dire au moment d'arrivée des premières ondes sismiques longitudinales.

Désignons par l la longueur réduite du pendule, k le coefficient de transformation pour l'enregistrement galvanométrique, déterminant la sensibilité de l'appareil, et A_1 la longueur de rayon optique pour l'enregistrement photographique du mouvement correspondant du galvanomètre; alors la valeur de

$$C = \frac{\pi l}{k A_1}$$

représente, pour le sismographe, une constante caractéristique qui se laisse facilement déterminer *a priori* (voir mes *Leçons de sismométrie*, Chap. VII, Petrograd, 1912).

Appelons y_E et y_N les amplitudes du même maximum sur les sismogrammes au début de la phase P pour les composantes E-W et N-S, et C_E et C_N les valeurs des constantes des sismographes correspondants. Si les deux pendules et les deux galvanomètres correspondants sont installés à la limite de l'apériodicité, et possèdent tous la même période propre d'oscillation quand l'amortissement est supprimé, alors l'azimut cherché α se laisse facilement calculer au moyen de la formule suivante :

$$\text{tang}\,\alpha = \frac{C_E}{C_N}\frac{y_E}{y_N}. \tag{1}$$

---

[1] Séance du 29 mai 1916.

On attribue au déplacement du sol vers le Nord et l'Est le signe +, et vers le Sud et l'Ouest le signe —.

Si l'on se sert encore, comme auxiliaire, d'un sismographe à composante verticale, montrant si le premier mouvement du sol est dirigé vers le haut (onde de condensation) ou vers le bas (onde de raréfaction), alors l'azimut α se laisse déterminer sans aucune ambiguïté. En combinant la valeur de α avec la distance épicentrale Δ, obtenue au moyen des Tables bien connues, d'après la différence des moments d'arrivée des premières ondes transversales et longitudinales (S — P), on peut facilement calculer les coordonnées géographiques de l'épicentre au moyen des données *d'une seule station sismique*.

La formule (1) est tout à fait générale et ne présuppose guère, comme il est d'usage en sismométrie, que le mouvement vrai du sol correspond à un mouvement harmonique à période propre bien définie. Ce mouvement peut être complètement arbitraire (voir par exemple mes *Leçons de sismométrie*, Chap. X, *loc. cit.*), ce qui permet d'user, pour la détermination de α, de plusieurs maxima consécutifs au voisinage de P, et de prendre ensuite une moyenne.

Afin que cette méthode puisse donner de bons résultats, il faut que les sismographes en question possèdent une très haute sensibilité, et que chaque composante soit enregistrée par un instrument à part. Les sismographes apériodiques à enregistrement galvanométrique, du modèle de Pulkovo et des autres stations sismiques russes de premier ordre, sont particulièrement bien adaptés pour ce genre de recherches.

Évidemment et pour plusieurs raisons, il ne saurait être question de la détermination *exacte* des coordonnées géographiques φ et λ des épicentres, car : 1° l'épicentre n'est, en général, nullement un point déterminé, mais représente une surface plus ou moins étendue dans le voisinage du foyer de l'ébranlement sismique; 2° les courbes et Tables hodographiques servant à déterminer la distance épicentrale Δ sont encore, pour certaines distances, assez défectueuses, et nécessitent différentes corrections; 3° pour des sismes faibles et très éloignés, les amplitudes y_E et y_N sont parfois très petites, ce qui rend assez difficile la détermination exacte de l'azimut α, surtout si le sol est troublé par des mouvements microsismiques de premier ordre, qui se font surtout sentir en hiver; 4° les conditions physiques imposées aux sismographes, à savoir l'égalité de toutes les périodes et la limite de l'apériodicité, ne sont pas toujours strictement réalisées.

Néanmoins cette méthode peut très bien servir à déterminer la position

approchée de l'épicentre, d'autant plus que, pour des sismes éloignés, une erreur de 1° ou 2° ou même plus dans les valeurs de φ et λ n'est presque d'aucune importance pratique.

Cette méthode de localisation des épicentres des tremblements de terre a été depuis plusieurs années introduite dans la pratique, à la station sismique de Pulkovo. Elle a toujours donné, quand la phase P était assez nettement dessinée, de très bons résultats, comme on peut s'en convaincre en consultant les bulletins hebdomadaires de cette station.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Sur les déviations de la verticale à Paris.* Note [1] de M. L. Eblé, présentée par M. B. Baillaud.

D'après les observations faites par M. Hecker de 1902 à 1909, les déviations de la verticale à Potsdam correspondent à des déformations de l'écorce terrestre sous l'influence de la Lune et du Soleil relativement plus grandes suivant le parallèle que suivant le méridien. Dans le but de rechercher les causes de cette dissymétrie, l'Association internationale de Sismologie proposa à M. Angot, directeur du Bureau central météorologique, de reprendre les expériences à Paris, où les caves de l'Observatoire permettraient de maintenir l'appareil à une température invariable; M. le directeur de l'Observatoire voulut bien autoriser l'installation de l'appareil dans son établissement et M. Angot nous chargea d'assurer ces observations.

L'appareil, fourni par l'Association internationale de Sismologie, est installé dans une des caves de l'Observatoire et fonctionne depuis le milieu de l'année 1912. Il consiste en deux pendules horizontaux orientés dans les directions N-S et E-W, dont on enregistre les déplacements par un procédé photographique. Les constantes de réduction de l'appareil ont été déterminées avec soin et les déviations de la verticale sont connues à 0,01 de leur valeur.

L'appareil décompose les mouvements de la verticale en deux composantes, N-S et E-W; pour chacune d'elles nous avons séparé l'effet des attractions solaire et lunaire par le procédé employé couramment dans le calcul des marées. Nous avons alors établi, pour chaque mois et pour l'année entière, les variations diurnes moyennes de la déviation sous

(1) Séance du 29 mai 1916.

l'influence séparée du Soleil et de la Lune, et nous les avons représentées chacune par un développement en série harmonique. Nous avons ainsi obtenu pour l'année 1913 les développements suivants, où t désigne le temps exprimé en angle :

Attraction solaire :

$$S_N = 0'',00294 \cos(t - 117^\circ,2) + 0'',00145 \cos(2t - 353^\circ,1) + \ldots,$$
$$S_E = 0'',00316 \cos(t - 83^\circ,2) + 0'',00406 \cos(2t - 117^\circ,2) + \ldots.$$

Attraction lunaire :

$$L_N = 0'',00045 \cos(t - 153^\circ,8) + 0'',00537 \cos(2t - 59^\circ,6) + \ldots.$$
$$L_E = 0'',00086 \cos(t - 178^\circ,9) + 0'',01005 \cos(2t - 110^\circ,3) + \ldots.$$

Le calcul a été poussé jusqu'aux termes en $4t$, mais la petitesse des amplitudes des termes en $3t$ et $4t$, en même temps que l'extrême variabilité des phases d'un mois à l'autre, indique que ces termes ne représentent que des résidus de calcul. Au contraire, les termes en t ont une signification physique : ils tiennent à l'action de la température sur les couches superficielles et se trouvent presque complètement éliminés dans le calcul de l'attraction lunaire. Les seuls termes dus à l'attraction sont les termes à période semi-diurne que prévoit la théorie. Mais il est certain que l'action de la température trouble la déviation de la verticale due à l'attraction solaire dans une mesure trop considérable pour qu'il soit permis de tirer aucune conclusion de la forme des deux premiers développements.

Au contraire, on peut considérer l'action de l'attraction lunaire comme suffisamment exacte, et l'amplitude de la variation périodique correspondante comme égale à

0'',00537 pour la composante N-S

et

0'',01005 pour la composante E-W.

Le calcul établit que, si la Terre était absolument rigide, ces déviations devraient être

0'',00821 pour la composante N-S

et

0'',01091 pour la composante E-W;

le rapport de l'amplitude observée à l'amplitude calculée est donc

0,65 pour la composante N-S

et

0,92 pour la composante E-W.

De plus, le grand axe de la double ellipse décrite par le fil à plomb devrait être dirigé suivant le parallèle; il fait au contraire avec celui-ci un angle de 22°.

La moyenne des expériences de M. Hecker, à Potsdam, a donné pour valeur de ces rapports

0,43 pour la composante N-S

et

0,66 pour la composante E-W.

Les expériences, plus récentes, de M. Michelson, à Chicago, l'ont conduit à

0,52 pour la composante N-S

et

0,71 pour la composante E-W.

Dans tous les cas, la déviation observée se rapproche plus de la déviation théorique dans le sens du parallèle que dans le sens du méridien. Sans rien préjuger sur la rigidité *moyenne* du globe, il nous semble établi que *les déviations de la verticale se produisent comme si la Terre était beaucoup moins rigide dans le sens du méridien que dans le sens perpendiculaire; elles correspondent à une rigidité sensiblement plus forte à Paris qu'à Potsdam.*

Dans le but de vérifier ces résultats, nous avons effectué le même calcul sur les observations de l'année 1914, mais seulement pour la variation diurne moyenne de toute l'année, et obtenu les développements en série suivants :

Attraction solaire :

$$S_N = 0'',00335 \cos(t - 97°,7) + 0'',00122 \cos(2t - 350°,8) + .$$

$$S_E = 0'',00174 \cos(t - 30°,1) + 0'',00314 \cos(2t - 125°,7) + \ldots$$

Attraction lunaire :

$$L_N = 0'',00018 \cos(t - 324°,9) - 0'',00492 \cos(2t - 58°,4) + ,$$

$$L_E = 0'',00037 \cos(t - 284°,6) - 0'',01018 \cos(2t - 116°,8) + \ldots .$$

Les termes importants, c'est-à-dire ceux qui correspondent à l'attraction lunaire semi-diurne, conservent le même ordre de grandeur : l'amplitude observée représente

0,60 pour la composante N-S

et

0,93 pour la composante E-W

de l'amplitude théorique.

L'enregistrement des déviations de la verticale s'est poursuivi dans de bonnes conditions pendant l'année 1915 et la première moitié de 1916.

BOTANIQUE. — *Sur la flore bryologique de Kerguelen.* Note de M. J. Cardot, présentée par M. L. Mangin.

Les premières Mousses récoltées à Kerguelen le furent par le célèbre botaniste anglais J.-D. Hooker, en 1840, au cours du voyage de l'*Erebus* et du *Terror*. En 1874, un autre naturaliste anglais, H.-N. Moseley, faisant partie de l'expédition du *Challenger*, visita Kerguelen et en rapporta un certain nombre de Mousses. Presque à la même époque, trois missions scientifiques, anglaise, américaine et allemande, séjournèrent à Kerguelen pour y observer le passage de Vénus sur le Soleil, et les botanistes attachés à ces missions, Rév. A.-C. Eaton pour la mission anglaise, Dr Kidder pour la mission américaine et Dr Naumann pour la mission allemande, firent de nombreuses récoltes de plantes, dans lesquelles les Mousses se trouvèrent largement représentées. L'expédition antarctique allemande de 1901-1903 fit escale à Kerguelen et les savants qui en faisaient partie, MM. Drygalsky, Vanhöffen, Werth et Urbansky, y récoltèrent un assez grand nombre de Mousses. Enfin, de nouvelles récoltes bryologiques furent faites dans cette île par deux de nos compatriotes, M. Rallier du Baty, en 1907-1908 et 1913-1914, et M. Bossière, en 1913-1914.

L'étude de ces derniers matériaux, faite au laboratoire de Cryptogamie du Muséum, permet de fixer le chiffre total des Mousses actuellement constatées à Kerguelen à 160 espèces environ, réparties entre 14 familles et 41 genres. Comme dans toutes les flores australes, la proportion des Pleurocarpes est très faible et n'atteint pas le cinquième des espèces, alors que dans l'hémisphère boréal, même sous des latitudes beaucoup plus élevées, au Spitzberg et au Groënland par exemple, elle est encore du tiers ou du quart.

Les familles le mieux représentées à Kerguelen sont les *Grimmiacées*, avec une trentaine d'espèces, les *Bryacées* et les *Hypnacées*, avec 25 espèces environ pour chaque groupe, les *Pottiacées*, avec 16 espèces, les *Bartramiacées*, avec 12, les *Andraeacées* et les *Dicranacées*, représentées les unes et les autres par une dizaine d'espèces; viennent ensuite les *Weisiacées* (7 espèces), les *Orthotrichacées* et les *Polytrichacées* (6 espèces pour chaque famille), les *Ditrichacées* (5 espèces), les *Séligériacées* et les *Leskéacées*

(4 espèces pour chacun de ces deux groupes), enfin les *Fumariacées* (2 espèces).

La proportion des espèces endémiques est très élevée : les Mousses qui n'ont pas été, jusqu'ici, signalées en dehors de Kerguelen sont en effet au nombre de 88, ce qui représente plus de 55 pour 100 du total; c'est à peu près la même proportion que pour le Domaine magellanique. La majorité des autres espèces, une cinquantaine environ, jouissent d'une dispersion plus ou moins étendue dans les régions australes : 46 se retrouvent dans la région magellanique, 34 dans la région australo-néo-zélandaise, principalement à la Nouvelle-Zélande et dans les îles Auckland et Campbell; 21 à la Géorgie du Sud, 14 dans l'Antarctide, 11 à l'île Marion, et un même nombre dans le groupe des Crozet. L'élément boréal est représenté par 16 espèces, la plupart, d'ailleurs, cosmopolites ou subcosmopolites. Enfin, il faut mentionner spécialement cinq espèces des Andes, dont la présence à Kerguelen est assez surprenante et difficilement explicable; on peut toutefois supposer que ce sont des espèces ayant joui jadis d'une dispersion beaucoup plus étendue que celle qu'on leur connaît actuellement; il est possible encore qu'on les retrouve ultérieurement dans d'autres régions de la zone australe.

Si l'on compare la flore bryologique de Kerguelen avec celle de la Géorgie du Sud, on constate entre elles d'étroites analogies : la série des familles représentées est identiquement la même, à une seule exception près; dans les deux flores, l'abondance des *Grimmiacées* et des *Andraeacées* imprime à la végétation bryologique un cachet alpin très prononcé. Enfin, les Sphaignes font défaut à Kerguelen comme à la Géorgie du Sud, bien que les conditions géologiques et climatériques sembleraient devoir favoriser le développement des plantes de ce groupe dans ces deux îles; leur absence doit être probablement attribuée à l'isolement géographique de ces terres.

Au point de vue phytogéographique, Kerguelen forme, avec les îles Marion, du Prince Édouard, Crozet, Mac-Donald et Heard, un domaine floral propre, caractérisé par la présence de nombreux types endémiques, dont deux genres de Phanérogames (*Pringlea* et *Lyallia*), et présentant avec le domaine magellanique, d'une part, et le domaine australo-néo-zélandais, de l'autre, des affinités très marquées, qui fournissent une base sérieuse à l'hypothèse de l'unité d'origine de toutes les flores australes.

MÉDECINE. — *Forme prolongée de méningite cérébro-spinale et trépanation cérébrale.* Note de MM. **Neveu-Lemaire**, **Debeyre** et **Rouvière**, présentée par M. Ed. Perrier.

La gravité de la méningite cérébro-spinale à méningocoques a diminué d'une manière considérable depuis l'emploi du sérum curateur; toutefois, certaines variétés cliniques de l'affection réclament une thérapeutique appropriée. L'injection intra-rachidienne de sérum devient inefficace, quand celui-ci ne peut pénétrer dans toutes les cavités et espaces baignés par le liquide céphalo-rachidien. Tout obstacle à la libre circulation retentit principalement sur le drainage des ventricules latéraux du cerveau : il y a rétention de liquide dans ces cavités qui s'oblitèrent et se dilatent (hydrocéphalie ou pyocéphalie).

La seule intervention logique, à cette période grave de la maladie, est la ponction ventriculaire, suivie de l'injection intra-ventriculaire de sérum antiméningococcique. Cette opération nécessaire peut être suffisante, si on la pratique en temps opportun : nous en voulons pour seule preuve un cas d'autant plus intéressant que notre intervention fut suivie d'un plein succès. Si les bons résultats que l'opération compte à son actif sont encourageants, quoique peu nombreux, les constatations nécropsiques ont fait souvent regretter aux cliniciens l'abstention opératoire : ces regrets toujours amers seront notre seule excuse de tirer d'une observation des conclusions interventionnistes. Nous n'oublions pas que, dans certaines modalités plus complexes, il faudra faire davantage; pour l'instant, nous montrerons le bien-fondé et la nécessité, dans les *formes prolongées de méningite cérébro-spinale*, des *trépanojonction et injection ventriculaires*, préconisées par les maîtres français.

Il s'agit, dans notre observation, d'une fillette de 13 ans, entrée dans le service des méningites (médecin-major Neveu-Lemaire, hôpital 32bis). Sous l'influence de la sérothérapie, on assiste d'abord à une amélioration clinique graduelle, le liquide céphalo-rachidien se modifie peu à peu, de louche devient clair et l'on escompte bientôt une guérison à brève échéance. Mais la méningite se prolonge, l'amaigrissement continue, la céphalée s'accentue, les vomissements apparaissent et nous assistons à l'apparition des signes révélateurs d'une hypertension intra-cranienne. De nouveau on tente la ponction à différents niveaux du rachis, mais en vain; on n'obtient plus de liquide. Un mois après le début de l'affection, en pré-

sence de ces symptômes et de cris hydrencéphaliques le jour comme la nuit, on décide d'intervenir sur les ventricules cérébraux.

Au niveau du prolongement frontal du ventricule latéral droit, M. Debeyre, chirurgien de l'hôpital, aidé de M. Rouvière, pratique la trépanation, retire 35^{cm^3} de liquide clair ou à peine louche et injecte 15^{cm^3} de sérum antiméningococcique dans le ventricule. A partir de ce jour, l'état général s'améliore peu à peu, les cris cessent, la raideur de la nuque et des membres disparaît graduellement; bientôt commence la période de convalescence et, 3 mois après son entrée, la fillette quitte l'hôpital complètement guérie.

Technique. — Il faut d'abord repérer le bregma, puis choisir le point précis de la trépanation. C'est à 3^{cm} en avant du bregma et à 2^{cm}, en dehors, à droite du plan médio-frontal que M. Debeyre décide de pratiquer, à la fraise de 8^{mm}, l'orifice de trépanation. Avec M. Rouvière, il choisit cette zone, pour éviter, à coup sûr, le sinus longitudinal supérieur et la branche antérieure de l'artère méningée moyenne. Le sinus ne suit pas toujours exactement le plan sagittal et déborde sur le pariétal droit; quant à la branche antérieure de la méningée, très peu importante d'ordinaire au niveau du bregma, elle conserve parfois un certain calibre et peut suivre un trajet antérieur à la suture coronale [1].

Une aiguille de 8^{cm} de longueur traverse la dure-mère, obliquement de haut en bas, de dehors en dedans, sous un angle de 15° à 18° un peu d'avant en arrière; quand elle s'est enfoncée de 4^{cm} environ, le liquide vient sourdre à son extrémité libre. Il faut avoir soin de maintenir l'aiguille bien en place pour injecter le sérum dans la cavité de ponction.

Les repères établis, on peut mener à bien l'intervention en quelques minutes; elle paraît exempte de tout danger (on ne saurait en dire autant de l'abstention). Pratiquée devant les médecins de notre centre chirurgical, qui avec nous considéraient le cas comme désespéré, l'opération a paru à chacun logique et indiquée, le résultat obtenu, encourageant pour l'avenir de la trépano-ponction des ventricules du cerveau dans les formes prolongées de la méningite à méningocoques.

MÉDECINE. — *L'oxygène ozonisé dans le traitement des plaies de guerre.* Note de M. F. Bordas, présentée par M. d'Arsonval.

La chirurgie de guerre a recours à tout un arsenal de substances antiseptiques, non seulement pour le traitement des plaies, mais aussi pour

[1] Sur 50 crânes examinés, le sillon correspondant à la branche antérieure de la méningée moyenne était situé dans 13 cas en avant de la suture coronale à une distance variant entre $0^{cm},5$ et 1^{cm}.

combattre le développement ultérieur des germes ayant pénétré plus ou moins profondément dans les tissus.

Sans discuter ici sur les avantages ou les inconvénients d'antiseptiques dont la toxicité peut influer sur la vitalité des tissus soumis à leur action, il est évident que l'antiseptique idéal doit être doué d'un grand pouvoir microbicide, tout en ménageant le milieu cellulaire ambiant.

L'eau oxygénée semblait répondre dans une certaine mesure à ces desiderata, les succès obtenus dans la chirurgie du temps de paix avaient amené la généralisation de son emploi, et dès le début des hostilités on l'utilisait pour le traitement de la plupart des blessures de guerre.

Les insuccès constatés dans les grandes suppurations, malgré une technique rationnelle que nous n'avons pas à décrire ici, s'expliquent tout naturellement, si l'on veut bien se rappeler que le sang, le pus et la plupart des liquides de l'organisme décomposent presque instantanément l'eau oxygénée et que, dans ces conditions, le rôle actif de l'oxygène à l'état naissant est réduit à peu de chose.

Nous avons démontré que la décomposition de l'eau oxygénée au contact du sang n'était pas due à la présence d'une diastase spéciale, mais provoquée par l'état colloïdal de la matière albuminoïde du sang.

Il en résulte que le lavage des plaies avec l'eau oxygénée étendue est souvent inefficace, car la plupart du temps le dégagement d'oxygène se produit dès le contact du liquide avec les humeurs.

L'action microbicide sur laquelle on comptait se borne donc le plus souvent à l'effet d'un lavage avec une solution aseptique ayant contenu de l'oxygène.

Pour éviter ces inconvénients, nous avons songé à utiliser l'oxygène sous la forme la plus active, c'est-à-dire à l'état d'ozone, soit dissous dans l'eau et employé en abondantes irrigations pour aseptiser les plaies sans risquer de désorganiser le tissu cellulaire ambiant, soit à l'état gazeux, en mélange avec l'oxygène pur pour le traitement des plaies intéressant les grandes cavités, ou pour hâter la guérison des plaies superficielles en les plaçant dans une atmosphère spéciale dont l'effet peut être associé à celui de l'héliothérapie.

L'appareil qui nous a servi se compose d'un cylindre métallique contenant de l'oxygène sous pression et muni d'un détendeur; d'un tube en verre à large section rempli de coton pour arrêter les poussières entraînées par le courant d'oxygène; d'un ozoneur à plateau de Gaiffe, enfermé dans une caisse hermétiquement close, et d'un

récipient en verre de 25[1] contenant de l'eau distillée; enfin d'une petite trompe à eau alimentée par l'eau du récipient ci-dessus.

En employant l'oxygène ozonisé au lieu d'air ozonisé, on évite la formation de produits nitreux dont les propriétés irritantes pourraient présenter des inconvénients.

L'emploi de l'oxygène ozonisé gazeux offre des avantages lorsqu'il s'agit de plaies lentes à cicatriser. Les pansements, même espacés, ont souvent une tendance à aviver les tissus cicatriciels de formation récente.

On peut éviter ces inconvénients en entourant les plaies d'un cerceau recouvert de cellophane hermétiquement clos dans lequel on peut faire passer un courant gazeux d'oxygène pur ou d'oxygène ozonisé.

L'atmosphère de la cage étant ainsi renouvelée, on laisse les plaies sans pansement exposées aux radiations solaires.

Les résultats obtenus avec l'eau ozonisée ont été plus particulièrement satisfaisants dans les grands délabrements, là où les tissus sont envahis plus ou moins profondément par les produits septiques et les fermentations anaérobies.

Ces irrigations d'eau ozonisée peuvent être prolongées sans aucun inconvénient, permettant ainsi un nettoyage méthodique et efficace de tous les replis superficiels et profonds des tissus.

L'aspect général des plaies s'améliore rapidement, les odeurs fétides ne tardent pas à disparaître dès les premières applications du traitement.

ÉNERGÉTIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *Éducation sensitive et utilisation des moignons.* Note de M. **Jules Amar**, présentée par M. Laveran.

La puissance d'un moignon n'exprime pas toute sa *capacité fonctionnelle.* La solidarité des éléments nerveux, sensitifs et moteurs, s'y révèle de telle sorte que la moindre *hypoesthésie* diminue l'adresse des mouvements et le rendement des appareils de prothèse. Il convient, par conséquent, de savoir quels changements apporte l'amputation dans les conditions *histo-physiologiques* d'un moignon. Ce sont des *troubles trophiques* et des *troubles sensitifs.*

1° *Troubles trophiques dus à l'amputation.* — Des modifications trophiques, la plus rapide est celle des *fibres musculaires;* leur épaisseur se réduit, et celles qui ont été sectionnées forment de nouvelles insertions tendineuses aux dépens de leur substance contractile. Il en résulte un pou-

voir de raccourcissement plus limité, c'est-à-dire moins de force absolue, alors que, l'insertion s'étant rapprochée de l'articulation, un effort plus grand est nécessaire à l'exécution du mouvement.

Normalement, le raccourcissement du bras de levier des muscles aurait entraîné leur grossissement. Si cela ne s'observe pas sur les moignons d'amputés, c'est que les *éléments nerveux*, sans lesquels la vitalité des fibres musculaires s'efface, sont le siège d'une *dégénération* que favorise l'absence de mouvement. Cette dégénération s'accompagne *d'infiltrations graisseuses*, aussi bien dans les nerfs que dans toutes les cellules. La section transversale du moignon montre sur les bords, à l'endroit des lambeaux, quand il y en a, les signes très accentués de ces transformations histologiques. Elles sont très fâcheuses pour l'appareillage des mutilés, puisque les organes de prothèse y prennent *appui*, sans provoquer une sensibilité qu'on voudrait intégrale pour l'adresse des actes de la vie.

Plus lentement que les autres tissus, celui du *squelette* évolue à son tour. Nos observations, faites sur moignons de grenouille depuis 6 mois environ, n'ont permis de constater qu'une certaine *raréfaction osseuse*, une densité plus faible du fémur sectionné comparé au fémur sain. Toutefois, des recherches suivies plus longtemps et sur des espèces animales capables de grands efforts, avaient montré que les lamelles du tissu spongieux changent de disposition et réalisent un nouveau mode de résistance. Il faut donc avoir toujours sous les yeux la diminution de force du moignon et sa moindre vitalité.

2° *Troubles sensitifs dus à l'amputation.* — Du point de vue de l'évolution nerveuse, tout amputé possède un *champ de sensibilité réduit*. La somme des sensations, provenant de la surface cutanée du membre mutilé, ne suffit pas à entretenir la marche normale des réactions cellulaires, d'où les troubles trophiques constatés, car les phénomènes nutritifs sont indirectement stimulés par les impressions extérieures venant solliciter l'impulsion nerveuse motrice.

En outre, la *sensibilité* des moignons, au contact ou à la pression, est *affaiblie*, et les centres nerveux, séparés de leurs connexions anatomiques normales, traduisent faussement les sensations.

a. Sensibilité des moignons. — En effet, la section transversale d'un moignon est assez peu sensible au toucher. L'exploration, faite à l'*esthésiomètre* (type Weber, à deux pointes d'ivoire), montre qu'il faut écarter les pointes à 20^{mm} environ pour les rendre perceptibles, alors que sur les doigts

2^{mm} suffisent. Malgré cette *hypoesthésie* la section est plus sensible au voisinage de la *cicatrice* qu'à la surface latérale du moignon. Ainsi, un amputé de bras, au tiers moyen, donnera : près de la cicatrice, 17^{mm}; bords, 22^{mm}; surface latérale, 30^{mm}.

Quand il existe un *lambeau terminal*, sa sensibilité est confuse; elle est parfois négligeable, et c'est là que l'on constate de la dégénération grasse.

Un second trait important est celui du *rejet latéral*. On touche un point de la surface transversale; c'est en un point de la surface latérale, situé sur la génératrice voisine de l'endroit touché, que la sensation tactile est perçue. Elle est perçue d'autant plus loin de la section que l'amputation est plus récente et le moignon plus atrophié.

Le phénomène du rejet est constant chez les amputés de bras ou de jambes, mais point définitif.

L'*éducation et la réadaptation sensitives* des moignons corrigent les erreurs de localisation. On y arrive par des *exercices convenablement réglés*. L'amputé actionne, avec son moignon, la *gouttière du cycle ergométrique*, en surmontant des résistances graduellement variables. L'intelligence et l'attention aident à lui faire apprécier ces variations.

Au moyen d'un petit *dynamomètre de pression*, on reconnaît aussi que le moignon réagit diversement suivant les points impressionnés : au voisinage de la cicatrice, il suffira d'une pression inférieure de 20 *grammes*, en moyenne, à celle que réclament les bords, et de 75^{g} à celle que nécessite la surface latérale. Et le phénomène du rejet se manifeste tant que la valeur absolue de la pression ne dépasse pas 300^{g}. L'éducation sensitive a raison de cette hypoesthésie dynamique.

b. Phénomène de Weir-Mitchell. — Les amputés offrent une autre particularité, sur laquelle Weir-Mitchell a insisté le premier (1867). Il s'agit de l'*illusion* qu'ils ont tous de sentir encore et de posséder le segment de membre absent, qu'ils localisent *plus près* de leur moignon qu'il ne l'était dans la réalité; cette illusion est précédée par un « fourmillement » siégeant tout près de la cicatrice.

Admettant la *persistance*, *toute la vie*, de cette hallucination, le savant américain avait conclu que l'origine de tous nos actes est *centrale*, cérébrale et nullement périphérique. Nous décidons et concevons nos mouvements sans que rien, du dehors, les provoque; la sensibilité n'y a aucune part.

Mes expériences sont loin de confirmer les vues de Weir-Mitchell. Le

phénomène qu'il a décrit n'est pas permanent; la rééducation le fait disparaître en quelques mois, et le retour au travail quotidien en détruit les dernières traces.

C'est dans l'inaction, l'oisiveté attristée par les soucis, que se manifeste la sensation, parfois douloureuse, du membre « fantôme ». De plus, l'amputé sent *uniquement le segment terminal*, *main ou pied*, jamais un segment intermédiaire; et il les sent tels qu'ils étaient habituellement, *dans l'état dynamique*, la main serrant l'outil de travail, le pied orienté dans la position qu'exigeait le métier. Il n'éprouve pas de fourmillement la nuit, mais ce dernier s'avive au souvenir de la vie professionnelle, de sorte qu'il est déterminé par une *cause morale* et une *cause physiologique*.

Le phénomène de Weir-Mitchell ne vise que la première. Mais la seconde est plus essentielle, et se rapporte au *cycle sensitivo-moteur*. Par cela même que l'éducation sensitive du moignon met fin au rejet latéral et à l'illusion du membre absent, qu'elle corrige parfaitement l'extériorisation, il n'est point douteux que la sensibilité gouverne tous nos actes; la périphérie du corps est en relations physiologiques avec les centres nerveux.

Et la théorie du fourmillement serait la suivante :

La voie sensitive, par laquelle cheminent les impressions, est quelconque. Si, par exemple, la main est amputée, c'est du bras et de l'avant-bras que les impressions parviennent aux centres. La réaction motrice, émanant de ces derniers, s'arrêtera au terme du trajet moteur, ici interrompu par l'amputation. Or la section créée par cette amputation est une surface dont tous les éléments nerveux sont obtus, le plus souvent dégénérés; une telle surface fait *écran*, et alors la réaction motrice met en branle des *fibres récurrentes*, ce qui engendre un fourmillement spécial.

L'expérience démontre que la *rééducation des moignons* améliore leur état physiologique, les réadapte et combat la menace d'une dégénération nerveuse. Elle leur permet d'agir sur les appareils de prothèse avec une force parfaitement nuancée. Cela est très important pour les amputés doubles et les aveugles mutilés.

A ces avantages, précieux pour la chirurgie orthopédique, s'ajoute l'avantage moral de donner aux blessés comme un sentiment de leur force et d'espérance en l'avenir.

La séance est levée à 16 heures trois quarts.

A. Lx.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans les séances de février 1916 (*suite et fin*).

University of Cincinnati. *Publications of the Cincinnati Observatory*, n° 18, Part I, *Catalogue of Proper Motion Stars*. Published by the University, 1915; 1 fasc. in-4°.

University of Nebraska. *Twenty-Eighth annual report of the Agricultural Experiment Station of Nebraska*. Lincoln, Nebraska, U. S. A., 1915; 1 fasc. in-8°.

U. S. A. Department of Commerce. *Geodesy*, special publication, n° 24 : *Triangulation in Alabama and Mississipi*, by Walter F. Reynolds; n° 28 : *Application of the Theory of Least Squares to the Adjustement of Triangulation*, by Oscar S. Adams. Washington, Government printing Office, 1915; 2 vol. in-8° et in-4°.

Observatory of Columbia University. *The Field of 61 Cygni*, by Mary Murray Hopkins. New-York, 1915; 1 fasc. in-8°.

U. S. A. National Academy of Sciences. *Memoirs*, Vol. XII and XIII. Washington, 1915; 2 vol. in-4°.

ERRATA.

(Séance du 22 mai 1916.)

Note de M. *Manne Siegbahn*, Sur l'existence d'un nouveau groupe de lignes, etc. :

Page 787, dernière ligne du deuxième alinéa, *au lieu de* au moins deux, *lire* au moins onze.

(Séance du 29 mai 1916.)

Note de MM. *Sarasin* et *Tommasina*, Constatation d'un troisième effet Volta et confirmation expérimentale de l'explication donnée :

Pages 833 et 834, par suite d'une erreur dans le classement de deux diagrammes, il faut intervertir l'ordre des figures 2 et 4, qui deviennent ainsi respectivement les figures 4 et 2.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU MARDI 13 JUIN 1916.

PRÉSIDENCE DE M. CAMILLE JORDAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ASTRONOMIE. — *Sur la découverte de la visibilité des astres en plein jour et sur les travaux de Gassendi.* Note de M. G. BIGOURDAN.

J'ai montré récemment (¹) que la découverte de la visibilité des astres en plein jour paraît due à J. Gaultier, en m'appuyant sur ce que De Zach avait relevé dans les manuscrits de Peiresc. Un examen de ces manuscrits m'a permis de retrouver le passage sur lequel se basait cette opinion : le voici tel qu'il se trouve en haut du f° 195 du manuscrit 1803 de Carpentras :

1 *Martii Martis.* 1611. *Mercurius hora* $6\frac{1}{2}$ *exiguus quidē sed benè* [?] *rotundus apparuit.*

La conclusion, conforme à celle tirée de là par De Zach, est que l'auteur de cette Note a vu, en effet, Mercure en plein jour au moyen d'une lunette, en 1611. Mais cet auteur n'est pas J. Gaultier : c'est Peiresc; car cela se trouve dans ce qui est manifestement le *Journal* de celui-ci, et l'écriture en est la même que celle de tout le reste; la même aussi que celle des *Observationes parisienses* faites du 15 mai au 21 juin 1612 (f°s 241-244).

En outre, une observation du f° 193, v°, est ainsi indiquée :

Observāo D. Galterii. — Ce n'est donc pas Gaultier, mais Peiresc qui écrit; il est donc l'auteur du *Journal* et de l'observation du 1er mars 1611.

L'indication relevée par De Zach n'est d'ailleurs pas la seule à montrer que le même observateur suivait les planètes en plein jour, car à la date

---

(¹) Voir page 809 de ce Volume.

du 21 septembre 1611, on lit dans le même manuscrit 1803 (f° 203, v°) : *Hora 6. Veneris corpus multò minus affermit* [?] *qūd Jovis in F. V. p̄spicillo, idq̄ p̄fectæ rotunditatis.*

L'erreur de De Zach s'explique d'ailleurs bien facilement par l'état assez informe et entremêlé de diverses parties du manuscrit, tel qu'il est relié.

Les travaux d'observation de Gassendi, faits également à Aix pour la majeure partie, sont presque aussi oubliés que ceux de Peiresc et de J. Gaultier, surtout pour ce qui concerne la partie instrumentale ; car chez lui la réputation du philosophe a beaucoup nui à celle de l'astronome ; aussi nous allons rappeler ces travaux pour faire suite à ceux de ses deux amis.

Pierre *Gassend*, connu sous le nom latinisé de *Gassendi* ([1]), naquit à Champtercier, près de Digne, le 22 janvier 1592, dans une famille très modeste. Il eut toujours une santé délicate, fut un enfant prodige et fit successivement ses études dans son village jusqu'à 8 ou 10 ans, puis à Riez, à Digne et enfin à Aix.

A 16 ans il obtint au concours la place de professeur de rhétorique du collège de Digne, mais il ne l'occupa qu'une année : ayant pris, en effet, le parti d'embrasser l'état ecclésiastique, il se rendit à Aix pour étudier la théologie, le grec et l'hébreu ; il fut ordonné en 1617.

A 20 ans il fut quelque temps théologal de Forcalquier, puis de Digne en 1614. Dans la suite il fut élu prévôt de l'église de Digne et le resta jusqu'à la fin de sa vie.

Les chaires de théologie et de philosophie de l'Université d'Aix étant devenues vacantes, il concourut pour l'une et l'autre et les obtint toutes deux ; mais il ne conserva que la dernière ; et c'est ainsi qu'il fit à Aix, en

---

([1]) [Le P. Bougerel], *Vie de Pierre Gassendi*, prévôt de l'église de Digne... Paris, 1737 ; 1 vol. in-12 de 16 + 486 pages.

Samuel Sorbière, *De Vita, et Moribus Petri Gassendi*, en tête du Tome I des *Œuvres de Gassendi*. Lyon, 1658.

De Camburat, *Abrégé de la vie et du système de Gassendi*, 1770.

Abbé A. Martin, *Histoire de la vie et des écrits de Gassendi*. Paris, 1853 ; in-12.

Fr. Bernier, *Abrégé de la philosophie de Pierre Gassendi*. 7 vol. in-12.

Ph. Tamizey de Larroque, *Documents inédits sur Gassendi* (*Revue des Questions historiques*, 1877).

Voir aussi la *Biographie de Michaud* (article de De Gérando) et celle de *F. Hœffer* (article d'Auré), ainsi que Bailly, *Histoire de l'Astronomie moderne*, t. II, p. 151 ; Delambre, *Ibid.*, p. 335.

1616, un cours public de philosophie qui attira un grand nombre d'auditeurs.

En 1618 ([1]), il entra en relation avec J. Gaultier qui le poussa vivement aux observations astronomiques, l'assurant qu'il ne pouvait rendre un plus grand service à la postérité; et c'est, en effet, l'année où commence son *Journal* d'observations.

Après avoir continué de professer à Aix jusqu'à 1822, il se retire à Digne et fait divers voyages à Grenoble (1623, 1624), à Paris (1625, 1628, 1630-1632), en Hollande (1629). Puis il ne quitte plus la Provence qu'après la mort de Peiresc, avec lequel il est alors intimement lié; alors il observe alternativement à Aix et à Digne.

Quelque temps encore, il est retenu en Provence par l'affectueuse confiance du nouveau gouverneur, le prince Louis de Valois; mais à partir de 1641 il se fixe à Paris, et en 1645 il accepte une chaire de Mathématiques au Collège de France, sans être astreint à la résidence; sa faible poitrine, en effet, résistait mal aux fatigues des cours publics, et malgré les attentions de Luillier dont il était l'hôte, il dut aller de 1648 à 1653 demander à l'air natal le rétablissement de sa santé. Revenu ensuite à Paris, il trouva chez H.-L. Habert de Montmor, son ami dévoué, les soins que réclamèrent ses deux dernières années : il mourut le 24 octobre 1655.

Il est le premier astronome français dont le *Journal* des observations ait été publié *in extenso*, et ce Journal, sous le titre de *Commentarii de rebus cœlestis,* forme la majeure partie (p. 75-480, ...) du Tome IV de ses *Opera omnia*, en 6 volumes in-f°.

Instruments et modes d'observation. — Dans la préface de son *Journal*, Gassendi nous dit que c'est par les conseils de Joseph Gaultier, et avec le Rayon astronomique qu'il lui prête, qu'il s'adonne aux observations. Ainsi ce sont les instruments du Prieur qu'il employa d'abord.

Sa manière de procéder au début, pour les mesures de distances angulaires au moyen du Rayon, est sans doute celle que préconisait J. Gaultier; il la conserva d'ailleurs toute sa vie sans modification essentielle : le traversier était laissé fixe, et l'on déplaçait seulement les deux pinnules qu'il portait;

([1]) *Documents inédits sur Gassendi*, p. 10. — Ces documents (p. 12) placent à 1624 l'époque où il fit connaissance avec Peiresc, à Paris. Mais Peiresc était alors à Aix. T. de Larroque est porté à penser qu'il entra en relations avec Peiresc vers 1616, la même année qu'avec J. Gaultier, d'après Bougerel; mais il paraît probable que ce fut plus tard.

même le plus souvent l'une d'elles était maintenue à la même division.

Pour contrôler l'instrument et sa division, Gassendi mesurait des distances angulaires d'étoiles, et il comparait les résultats aux distances des mêmes étoiles conclues des positions données par Tycho. Ainsi, il ne faisait que des déterminations relatives.

Dans la suite, il eut ses propres instruments [1]. Voici ceux qu'il employait à Digne en 1623 :

I. Un *Quadrant* de bois de noyer, de 5 pieds de rayon, divisé en minutes par transversales.

II. Un *Quarré* de 2 pieds, dont les côtés ou ombres étaient divisés en millièmes par transversales. On le contrôlait parfois par comparaison avec le Quadrant.

III. Un grand *Rayon* astronomique dont les dimensions indiquées sont tantôt 6 pieds, tantôt une toise, ou enfin 5 pieds $4\frac{1}{2}$ pouces; son traversier avait 3 pieds 10 pouces et était fixe à l'extrémité de la flèche. Gassendi avait tracé et vérifié lui-même les divisions.

IV. Des *lunettes*, dont le nombre s'augmenta évidemment peu à peu : en 1634 il en avait cinq, qui furent employées à Digne dans l'observation de l'éclipse de Lune du 14 mars de cette année.

En 1636 il en reçut une de Galilée lui-même qu'il distingue par le nom de *Tubum maximum* ou encore *Galileanum telescopium*, et qui fut longtemps la plus puissante, la meilleure de celles qu'il possédait : c'est celle qui servit à Aix pour les dessins de la Lune.

Plus tard, en 1643, il emploie à Paris :

V. Un *Rayon* astronomique de 4 pieds.

VI. Un *Quadrant* [2] de 2 pieds, divisé par Agarrat.

VII. En 1648, il reçut une *lunette* de $4\frac{1}{2}$ pieds de long, dont les verres avaient été polis par Hévélius lui-même; et en 1653 il en avait une autre faite par Eustache de Divinis.

(1) Il ne parle jamais qu'accidentellement de ses instruments, de leurs dimensions, etc.; aussi notre liste peut être non seulement incomplète, mais encore avoir des erreurs.

(2) En 1630 il parle à Schickard du Quadrant de bronze de 2 pieds de rayon que W. Snellius lui a fait construire et qu'il compte emporter à Constantinople, dans un voyage projeté avec l'ambassadeur de France.

Enfin il hérita des instruments de mathématiques de Hardy, au sujet desquels nous n'avons aucune donnée.

Vers la fin de la vie de Peiresc, Gassendi fit à Aix un assez grand nombre de mesures de diamètres du Soleil et de la Lune; il employait pour cela une longue poutre (*trabes*) de 4 toises, avec deux pinnules, le tout rappelant la dioptre d'Archimède. Mais le procédé ne comportait pas une précision suffisante. Sans doute il entrevoyait là le moyen de reconnaître la forme encore discutée des orbites solaire et lunaire.

Pour l'observation des éclipses, des taches solaires, etc., il opérait par projection, et il avait imaginé une sorte de pied équatorial qui ne semble pas différer essentiellement de celui de Scheiner; mais il dut l'inventer indépendamment, sans doute avant la publication de la *Rosa Ursina* (1630).

Les instants des diverses phases d'une éclipse, d'un passage, d'une occultation, étaient déduits immédiatement d'une hauteur d'un astre connu. Il est à noter que généralement les astronomes de l'école d'Aix n'employaient pas de garde-temps, de sorte qu'il fallait un observateur spécial se tenant constamment au Quadrant, et déterminant la hauteur à chaque signal qu'on lui donnait.

Cependant en 1633 Gassendi mentionne une horloge (*horologium automaton*) qu'il rectifie; puis en 1635 il emploie comme garde-temps un pendule libre dont un aide, Agarrat, compte les oscillations.

Il utilise aussi parfois un cadran solaire, comme le faisaient encore en 1666 les académiciens de Paris.

Observations. — Les observations de Gassendi commencent en 1618 (comète de cette année), et il les continua jusqu'à 1655, l'année même de sa mort; mais il ne les poussa bien activement que dans les années 1633-1637, à Aix et à Digne (¹); par ces dates on reconnaît l'influence des encouragements de Peiresc et des facilités que donnait son Observatoire.

Elles sont aussi variées que le permettait l'état de la Science et des instruments de l'époque. Ce sont surtout des mesures de position, mais il ne

(¹) La tradition astronomique avait déjà débuté à Digne avec Wendelin (1601).

A partir de 1623 elle fut continuée par Gassendi, qui observa aussi un peu à Tanaron.

A Digne il se transporta souvent à Saint-Vincent, couvent des environs immédiats, au-dessus de la ville, où son horizon était moins limité par les montagnes voisines; là

néglige aucune observation physique ou météorologique. Les phénomènes d'optique atmosphérique (halos, couronnes, etc.) l'occupèrent spécialement. Il explora beaucoup le Soleil pour en surveiller les taches, et il a ainsi contribué à la détermination de leur cycle. Aucune observation accidentelle (éclipses, passages, occultations, etc.) ne lui échappait, et, sur les traces de J. Gaultier, il fit des observations de la déclinaison magnétique. Il fut même des premiers à reconnaître sa variation séculaire, sinon à l'annoncer.

Les aurores *boréales* attirèrent aussi son attention, et c'est lui qui leur a donné ce nom, remplacé aujourd'hui par celui d'aurores *polaires*. Il fit aussi beaucoup d'observations pour la réfraction astronomique, pour la libration de la Lune, et il eut une grande part à la sélénographie entreprise par Peiresc.

Mais, comme nous l'avons dit, les mesures de position de la Lune et des planètes sont les plus nombreuses, et, par des distances prises au Rayon astronomique, il rapportait ces astres mobiles à des étoiles connues. Parmi les planètes il suivit surtout attentivement Mercure, dont les Tables présentaient alors de très grandes erreurs. Pingré (*Ann. Cél.*) a calculé un assez grand nombre de ces observations de planètes.

Comme le fait remarquer un peu sèchement Delambre, ces distances angulaires n'ont jamais été utilisées; mais il est bon d'en indiquer la cause : c'est que peu après eut lieu une révolution énorme, produite par l'application des lunettes aux quarts de cercle; la précision des observations se trouva plus que décuplée ainsi, et celles qui, faites antérieurement, n'avaient pas déjà été utilisées pour l'avancement de l'Astronomie, se trouvèrent à peu près inutiles.

De toutes les observations de Gassendi, la plus connue est celle du passage de Mercure qu'il observa le 7 novembre 1631.

Il ne rendit pas moins de services en mettant l'Astronomie à la mode par son cours du Collège de France, et en achevant la déroute de l'Astrologie.

---

il eut parfois pour assistants l'abbé Tornator (Le Tourneur) et un certain frère Georges Planus.

Il y dressa aux observations le chanoine Bollon, le docteur Lautaret, Étienne Richer, etc., qui lui aidèrent parfois et qui même ensuite firent seuls des observations. Ainsi Bollon et Lautaret observèrent à Digne l'éclipse de Lune du 3 mars 1635.

Parfois il fut assisté lui-même par un nouveau secrétaire, Antoine de la Poterie. Dans l'éclipse de Soleil du 8 avril 1652, il avait ainsi cinq aides différents, au nombre desquels était le jeune Fr. Bernier, qui prenait les hauteurs.

M. B. **Baillaud**, au sujet de la *détermination de la différence de longitude entre les Observatoires de Paris et Washington*, s'exprime en ces termes :

Dans une Communication précédente (¹), faite, comme la présente, au nom du Bureau des Longitudes et rédigée par M. Renan, nous avons indiqué comme résultat des discussions de M. Renan les nombres suivants :

	h m s
1re Partie	5.17.36,62
2e Partie	5.17.36,84
Moyenne pondérée	5.17.36,76

Par suite de petites corrections apportées à quelques-unes des séries d'observations de la seconde partie, ces valeurs ont été quelque peu modifiées, et nous adoptons :

	h m s
1re Partie	5.17.36,621
2e Partie	5.17.36,809
Moyenne pondérée	5.17.36,740

Depuis l'époque de cette Communication, M. Renan a pu utiliser un nouvel élément d'une importance capitale.

On sait que, pendant l'exécution du travail, M. Abraham, professeur à la Faculté des Sciences de Paris, organisa à Paris et à Arlington une série d'expériences d'enregistrement photographique des signaux de T. S. F. émis par la Tour Eiffel.

En appliquant aux résultats de ces mesures les corrections des pendules déduites de nos observations, nous obtenons des valeurs de la différence de longitude.

Il est facile de concevoir que l'enregistrement à Arlington était la partie la plus difficile à réussir, puisque la réception bien nette des signaux dans cette station éloignée du point d'émission pouvait être gênée à la fois par les conditions atmosphériques et par les transmissions étrangères; à Paris, l'opération était en réalité beaucoup plus facile.

Pendant la période du 11 décembre au 27 février, 23 enregistrements fort utilisables ont pu être obtenus à Arlington; malheureusement, par suite de regrettables malentendus entre les deux stations, sept des bandes photographiques de Paris n'ont pu être retrouvées, ou bien n'ont pu servir.

(¹) *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 240.

Sur les seize enregistrements restants, quatre ont été obtenus pendant la première partie de nos observations astronomiques, et quatre pendant la seconde. Les huit autres correspondent à la période de temps où l'échange des observateurs avait interrompu nos opérations. Au moyen de renseignements fournis par les deux observatoires, nous avons bien pu calculer un état des pendules, pour l'instant de ces signaux; mais l'incertitude résultant de cette manière de procéder est trop grande, pour qu'il soit permis d'en tenir compte, et, dans tout ce qui va suivre, nous ne parlerons que des mesures faites pendant nos périodes d'observations.

Les quatre enregistrements de la première partie ont été obtenus en des soirées où les observateurs aux téléphones avaient pu obtenir un nombre suffisant de coïncidences relatives aux émissions de Paris; trois seulement des enregistrements de la deuxième partie se trouvent dans les mêmes conditions.

Si nous comparons les nombres obtenus dans chacune de ces sept soirées, par les émissions de Paris, au moyen de la méthode téléphonique, à ceux que donne la méthode photographique, les résultats ainsi trouvés seront absolument indépendants des observations astronomiques, puisque nous n'avons à emprunter à ces dernières que les valeurs des marches des deux pendules pendant le court intervalle de temps qui sépare les signaux comparés. Les différences entre les nombres obtenus ne peuvent donc être attribuées qu'aux erreurs provenant des observations de coïncidences.

Voici le relevé de ces sept comparaisons :

	Méthode A.	Méthode des coïncidences.	Différence.
Première Partie.			
1913 Décembre 11	36,788 s	36,664 s	−0,124 s
» » 16	36,751	36,689	−0,062
» » 19	36,752	36,678	−0,074
» » 22	36,721	36,596	−0,125
Deuxième Partie.			
1914 Janvier 29	36,769 s	36,759 s	−0,010 s
» » 31	36,768	36,763	−0,005
» Février 20	36,837	36,827	−0,010

Ces nombres mettent immédiatement en évidence la grandeur de ces

erreurs et leur variabilité, au moins dans la première partie, et la très grande influence de l'échange des observateurs.

Mais nous pouvons aller plus loin.

La moyenne des quatre enregistrements de la première partie donne une longitude égale à $5^h 17^m 36^s,753$; la moyenne des quatre derniers donne $5^h 17^m 36^s,789$. D'autre part, les mesures faites sur la vitesse des ondes hertziennes permettent d'adopter, en toute sécurité, le nombre $0^s,021$ pour le temps de leur transmission de Paris à Arlington.

Les mesures desquelles nous avons déduit les valeurs précédentes de la longitude sont, il est vrai, peu nombreuses; mais leur accord très remarquable, puisque l'erreur probable du résultat définitif n'atteint pas $0^s,007$, permet, au moins pour l'étude que nous avons en vue, de regarder ces valeurs comme rigoureusement exactes.

En acceptant cela, nous commencerons par faire remarquer que, les valeurs déduites des mesures de M. Abraham étant absolument indépendantes de toute erreur personnelle des comparaisons des pendules, elles ne peuvent être influencées que par les erreurs accidentelles des observations astronomiques et par la différence des équations personnelles des deux astronomes. Nous arrivons ainsi aux conclusions suivantes :

1° La différence d'équation personnelle entre MM. Simonin et Viennet est la très petite quantite $0^s,018$;

2° La différence de longitude cherchée est égale à $5^h 17^m 36^s,771$.

En appliquant alors la correction $\pm 0^s,018$ aux valeurs trouvées pour les deux parties par la méthode des coïncidences, nous réduisons leur différence de $0^s,188$ à $0^s,152$; ce dernier nombre ne peut plus provenir que des erreurs des comparaisons téléphoniques.

Appelons ε le temps nécessaire à la transmission des ondes hertziennes entre Arlington et Paris, l la longitude exacte, A la valeur de cette longitude que l'on déduirait des seules émissions d'Arlington, P celle qui serait donnée par les émissions de Paris, si bien que l'on ait

$$A = l + \varepsilon, \qquad P = l - \varepsilon.$$

Soient encore A_1 une valeur de la longitude obtenue dans une soirée de la première partie, au moyen des émissions d'Arlington, et u_A^1 la différence des erreurs personnelles des deux observateurs téléphoniques relatives à cette valeur; P_1 et u_P^1 les mêmes quantités pour les émissions de Paris dans cette même soirée. Désignons enfin par A_2 et u_A^2, P_2 et u_P^2 les valeurs des quantités

analogues pour une soirée de la deuxième partie. Nous commençons par corriger les valeurs trouvées pour A_1, P_1, A_2, P_2 de l'équation personnelle astronomique $\pm 0^s,018$; nous obtenons, par les valeurs ainsi corrigées,

$$(1) \qquad A_1 = A + u_A^1, \qquad B_1 = P + u_P^1, \qquad A_2 = A + u_A^2, \qquad P_2 = P + u_P^2.$$

Chaque fois que, dans une soirée quelconque, nous aurons pu obtenir une valeur de A_1, de P_1, de A_2 ou de P_2, puisque nous connaissons A et P, nous aurons la valeur correspondante de l'une des quantités u.

Remarquons que dans chaque soirée on a pu calculer autant de valeurs de l'une des quantités u qu'il y a eu d'interruptions correspondantes déterminées simultanément dans les deux stations.

Nous avons ainsi obtenu 175 valeurs de u_A^1, 194 de u_P^1, 283 valeurs de u_A^2 et 321 valeurs de u_P^2.

Désignons maintenant par u_A^1, u_P^1, u_A^2, u_P^2 les moyennes de chacune de ces séries de valeurs, nous trouvons

$$u_A^1 = -0^s,151, \qquad u_P^1 = -0^s,117, \qquad u_A^2 = +0^s,021, \qquad u_P^2 = +0^s,019.$$

Si l'on réunit en un seul groupe les valeurs obtenues dans chaque soirée, pour l'une des quantités u, et si l'on prend la moyenne de ces valeurs, on a une valeur moyenne correspondant à la soirée considérée, et les nombres ci-dessus ne sont autre chose que les moyennes pondérées de ces valeurs. Les valeurs moyennes des diverses soirées diffèrent assez considérablement de la moyenne générale, surtout dans la première partie. Nous donnons ici l'écart maximum :

Pour u_A^1.....	$0^s,109$	Pour u_A^2.....	$0^s,061$
Pour u_P^1.....	$0^s,106$	Pour u_P^2.....	$0^s,050$

Cette grande variabilité des nombres précédents ne nous permet donc pas de les considérer comme de véritables équations personnelles dont, chez des observateurs exercés, on admet en général la fixité, au moins pendant une certaine période de temps. On peut croire que, dans chacun d'eux, une partie provient d'erreurs accidentelles, très grandes à cause de la difficulté de ce genre d'observations et du manque d'exercice des observateurs, et que l'autre provient d'erreurs systématiques, propres à chaque observateur et qui, à proprement parler, constituent leurs différences d'équations personnelles. Comme, de plus, les valeurs données plus haut sont des moyennes de beaucoup de nombres, il est possible d'admettre que, dans une certaine limite, on a ainsi éliminé les erreurs accidentelles, et peut-être,

à ce point de vue, peut-on les appeler des *équations personnelles*. Il ne faut d'ailleurs pas s'étonner des grandes différences qui existent entre les nombres de la première et de la deuxième partie; les émissions radiotélégraphiques de Paris et d'Arlington n'étant pas du tout de même nature, les observateurs après leur échange ne se sont pas trouvés dans les mêmes conditions. Il est possible aussi que l'éducation de leur oreille se soit faite pendant les opérations, ce qui expliquerait la grande diminution d'une partie à l'autre.

La conclusion légitime de ce que nous venons de dire semble bien être qu'il est fort difficile de compter sur quelque précision, lorsqu'il s'agit d'apprécier des coïncidences de sons de longueurs très différentes, comme dans le cas qui nous occupe (des points avec des traits d'une demi-seconde). Il en résulte que, pour des déterminations de longitudes à de très grandes distances, c'est-à-dire dans le cas où des sons très courts ne sont pas perçus d'une station à l'autre, la seule méthode qui, dans l'état actuel des choses, puisse être employée avec succès, est celle de l'enregistrement photographique.

Si l'on remarque que, pendant la première partie de nos observations, du 11 au 31 décembre 1913, période pendant laquelle cet enregistrement a été fait avec quelque régularité, 10 séries très utilisables ont été réussies à Arlington, on voit que, pendant ces 21 soirées, nous aurions eu au moins dix déterminations de la longitude, ce qui nous permet d'estimer que cette méthode est absolument possible et pratique.

En terminant, nous rapprochons les trois résultats obtenus ramenés aux méridiens fondamentaux :

Observation des coïncidences.	Mission américaine..........	$36^s,658$
	Mission française...........	36,651
Enregistrement photographique par le procédé de M. Abraham.		36,682

Observations sur la Note de M. A. Chauveau, par M. **L. Landouzy**.

La Note présentée dans la dernière séance [1] par M. **A. Chauveau** est d'une extrême importance : elle montre, à propos des rapports unissant l'alcoolisme à la bacillo-tuberculose, combien, si la pathogénie de la maladie sociale est complexe, son étiologie est simple : le déterminisme de la tuber-

[1] *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 855.

culose résidant uniquement dans la contagion; comme l'une des causes occasionnelles dans l'intoxication.

La Note de M. A. Chauveau fait la lumière sur cette question que tant de discussions ont obscurcie. Beaucoup d'auteurs ne tirent-ils pas de faits vrais des conclusions fautives. Qu'il existe des rapports entre l'intoxication par les spiritueux et l'évolution de la tuberculose, la chose est certaine; mais si l'alcoolisme, suivant une expression qui m'est familière, *fait le lit à la tuberculose*, encore faut-il que la tuberculose vienne s'y coucher; encore faut-il que, d'à côté du lit, viennent les bacilles. Alcoolisé ou non, pour que l'un quelconque d'entre nous devînt tuberculeux, il suffirait qu'il y mît le prix et le temps; c'est-à-dire que, d'une part, il vive dans un milieu de condensation bacillaire, et que, d'autre part, il y ait vécu longuement, souvent, avec persistance. En pareilles conditions tout homme sobre, à la longue, *à l'ancienneté*, pourrait-on dire, prendra la tuberculose; à ses côtés, l'alcoolisé arrivera *au choix*, et non seulement il sera plus facilement et plus vite contaminé, mais encore la tuberculose (du fait des troubles organiques et des troubles fonctionnels dus à l'alcool imprégnant humeurs et tissus) aura des manières d'apparaître et d'évoluer assez particulières.

A cela se bornent les rapports, assurément non négligeables, unissant l'infection bacillaire à l'intoxication alcoolique; la preuve en est que, dans les cafés, dans les cabarets, dans les débits où l'on boit et où l'on mange; dans les estaminets où l'on fume et joue plus qu'on ne boit, on voit les patrons et les employés les plus sobres de ces établissements, comme les plus forts consommateurs devenir tuberculeux. C'est l'observation que je faisais, il y a longtemps déjà, quand je remarquais le rapport (dans ceux de nos départements comptant à la fois le plus grand nombre de décès par tuberculose et le plus de cabarets), existant entre la maladie sociale et l'alcoolisme. Ce qui dans l'espèce, au point de vue étiologique, est à considérer, c'est le milieu représenté par le cabaret plus que les consommations qui s'y prennent; c'est le temps, puis la manière qu'y vivent : et les gens qui boivent peu ou rarement, patrons, femmes de patrons et caissières, filles de service, employés; et les consommateurs qui, matin et soir, s'attablant longuement dans les cabarets, y mangent, boivent et respirent, en pleine promiscuité, dans une atmosphère bacillifère faite des *excreta* et des *respirata* des fumeurs, des tousseurs et des cracheurs, porteurs de germes. De tous les milieux collectifs, de tous les établissements publics, maints estaminets et cafés-restaurants (dans lesquels on fume, on boit, on mange, on tousse et l'on crache) ne sont-ils pas, parmi les établissements insalubres,

les plus délétères, aucune mesure d'hygiène n'y étant ni prescrite, ni appliquée. C'est pourquoi, à propos de certaines statistiques anglaises de mortalité tuberculeuse imputée à l'alcoolisme, dans lesquelles, au premier rang, figuraient cabaretiers et garçons de café, je réclamais contre l'interprétation étiologique proposée. Là, où l'on prétendait voir dans l'*intoxication* le déterminisme de la tuberculose, j'invoquais *le milieu collectif* où venaient, séjournaient, passaient et repassaient tant de consommateurs parmi les porteurs de germes. Il en est, disais-je, des collectivités qui hantent les cabarets, les cafés et les estaminets, comme de toutes les collectivités; comme il en est des tuberculoses professionnelles (tuberculoses des infirmiers hospitaliers; des gardiens de la paix; des agents des postes; des blanchisseurs, etc.) développées dans les milieux où, par le passage incessant du public tousseur et cracheur, se fait le plus de condensation de poussières bacillifères.

Les arguments décisifs démontrant péremptoirement que c'est *le milieu*, et non l'intoxication alcoolique qui donne la tuberculose, ne sont pas seulement les observations citées par M. A. Chauveau, de gens vigoureux et absolument sobres, qui, dans l'atmosphère des buveurs, prennent la tuberculose; c'est encore l'enseignement du professeur Gabriel Petit, sur la fréquence de la tuberculose canine relevée à la clinique d'Alfort. L'enquête faite sur l'origine et la provenance des chiens soignés ou autopsiés à l'École vétérinaire pour tuberculose, montre que la très grande majorité des animaux tuberculeux sont des chiens provenant des cabarets, des estaminets, des débits de vins et liqueurs, des cafés-restaurants de la banlieue parisienne. Parmi les clients de ces établissements se trouvent beaucoup de consommateurs qui toussent et crachent sans précautions de propreté; tables, dalles et parquets, essuyés ou balayés à sec, se trouvent ainsi maculés de débris d'aliments mêlés aux crachats...; l'appétit vorace des chiens, trouvant à se satisfaire parmi de semblables déchets, explique la contagion par l'ingestion de matières tuberculeuses, d'où infection du chien dans laquelle n'a rien à voir l'intoxication alcoolique.

Ici encore, comme dans les fameuses expériences de tuberculisation par *ingesta*, faites en 1868 par M. A. Chauveau, le chien du cabaretier se charge de démontrer que *le milieu* tuberculisé, tuberculisant, et non *le poison* a donné la tuberculose...; nouvelle preuve que la tuberculose, elle aussi, *se prenant* dans les cabarets plus intensivement que dans maints autres milieux collectifs, non seulement le nombre des cabarets doit être limité, mais encore leur hygiène sévèrement réglementée.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur une classe particulière de congruences de cercles.* Note de M. C. GUICHARD.

Je suppose que la congruence de cercles fait partie de ces congruences spéciales étudiées par M. Darboux (*Leçons*, 2e Partie, Chap. XV). Je vais chercher dans quel cas il est possible de choisir, sur chaque cercle de la congruence, un point M de telle sorte que les lignes de courbure de la surface (M) correspondent aux lignes principales de la congruence. La congruence étant rapportée à ses lignes principales, on pourra faire correspondre au système de cercles un réseau (N) de l'espace à cinq dimensions. Soient NS et NT les tangentes de ce réseau; $\xi_1, \ldots, \xi_5$ les paramètres directeurs de NS; $\eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_5$ ceux de NT. La loi d'orthogonalité des éléments fait correspondre au réseau (N) une congruence G; soient F et F' ses foyers; L et L' les tangentes, autres que G, aux réseaux F et F'; X_1, $X_2, \ldots, X_5$ les paramètres de G. Les quantités X_i sont des solutions d'une équation de la forme

$$(1) \qquad \frac{\partial^2 X}{\partial u\, \partial v} + a\frac{\partial X}{\partial u} + b\frac{\partial X}{\partial v} + cX = 0.$$

Je me placerai dans le cas où *cette équation n'est pas intégrable par la méthode de Laplace*. On a, en outre, les relations

$$(2) \qquad \left\{ \begin{array}{lll} \Sigma \xi_i X_i = 0, & \Sigma \xi_i \dfrac{\partial X_i}{\partial u} = 0, & \Sigma \xi_i \dfrac{\partial X_i}{\partial v} = 0, \\ \Sigma \eta_i X_i = 0, & \Sigma \eta_i \dfrac{\partial X_i}{\partial u} = 0, & \Sigma \eta_i \dfrac{\partial X_i}{\partial v} = 0. \end{array} \right.$$

Il résulte de là que si une droite D de paramètres $Y_1, Y_2, \ldots, Y_5$ est perpendiculaire aux tangentes NS et NT, c'est-à-dire si l'on a

$$(3) \qquad \Sigma Y_i \xi_i = 0, \qquad \Sigma Y_i \eta_i = 0,$$

on pourra poser

$$(4) \qquad Y_i = A X_i + B\frac{\partial X_i}{\partial u} + C\frac{\partial X_i}{\partial v},$$

A, B, C étant des fonctions de u et v.

Cela posé, si le point M décrit une surface rapportée à ses lignes de courbure, les cinq coordonnées pentasphériques de M($Y_1, \ldots, Y_5$) sont

solutions d'une équation de la forme

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial u \partial v} + P\frac{\partial Y}{\partial u} + Q\frac{\partial Y}{\partial v} + RY = 0. \tag{5}$$

D'autre part, le point M étant sur le cercle, les quantités Y_i satisfont aux conditions (3), c'est-à-dire qu'elles ont la forme (4). On a, en outre,

$$\sum Y_i^2 = 0. \tag{6}$$

Or, si dans le premier membre de l'équation (5) on remplace Y par

$$Y = AX + B\frac{\partial X}{\partial u} + C\frac{\partial X}{\partial v} \tag{7}$$

et si l'on tient compte de l'équation (1), on obtiendra soit un résultat identiquement nul, soit ce que M. Darboux appelle une *expression* (2,2) (*Leçons*, 2e Partie, Chap. VIII). Dans ce dernier cas, cette expression devrait être nulle quand on y remplace X par chacune des cinq quantités X_i. Or, on établit facilement le théorème suivant :

Si une équation de la forme (1) *n'est pas intégrable par la méthode de Laplace, une expression* (m, n) *ne peut pas être nulle pour plus de* $m + n$ *solutions linéairement distinctes de cette équation.*

Il résulte de là que la substitution (7) fait correspondre à chaque solution X de l'équation (1) une solution Y de l'équation (5). De telles substitutions ont été étudiées complètement par M. Darboux (*loc. cit.*). En interprétant géométriquement les résultats de M. Darboux, on peut dire :

Il existe une droite D, ayant pour paramètres directeurs les quantités Y_i; cette droite D décrit une congruence, congruence qui est I à cause de la condition (6). Cette congruence (D) peut avoir l'une des quatre positions suivantes :

1° Elle coïncide avec G.
2° C'est une des congruences L ou L'.
3° Elle est harmonique à l'un des réseaux F ou F'.
4° Elle est harmonique à un réseau H conjugué à G.

Je vais examiner successivement ces quatre cas :

I. *La congruence* G *est* I. — Le réseau N sera I; on a donc un système de cercles I; ce système est formé de cercles points dont les courbes décrivent

une surface rapportée à ses lignes de courbure, le plan du cercle étant le plan tangent à la surface.

II. *La congruence* L *est* I. — Le réseau N se déduit d'un réseau I par une transformation de Laplace. Le système de cercles est formé par les cercles osculateurs à une série de lignes de courbure d'une surface.

III. *La congruence* D *est harmonique au réseau* F. — Le réseau F étant harmonique à une congruence I sera I ou 2I. De là deux cas :

1° Le réseau F est I : le réseau N aura une tangente isotrope. Le système est formé de cercles points dont les centres décrivent une surface rapportée à ses lignes de courbure, le plan du cercle étant un plan principal de la surface.

2° Le réseau F est 2I : le réseau N aura une tangente qui décrit une congruence 2I. L'une des sphères focales du cercle N est 2I. Or les sphères 2I sont ces sphères étudiées par M. Darboux, qui sont telles que les lignes de courbure se correspondent sur les deux nappes de l'enveloppe. Dans ce cas, sur chaque cercle il y a deux points qui satisfont à la condition demandée.

IV. *La congruence* D *est harmonique à un réseau* H *conjugué à* G. — Le réseau H, étant harmonique à une congruence I, sera I ou 2I; par suite la congruence G qui lui est conjuguée sera O ou 2O; le réseau N est donc O ou 2O. De là deux cas à distinguer :

1° Le réseau N est O : le système de cercles correspondants est bien connu, ce sont les cercles normaux à une famille de surfaces. Dans ce cas il y a sur chaque cercle de la congruence une infinité de points M qui répondent à la question.

2° Le réseau N est 2O : on sait qu'il y a ∞^2 congruences 2I conjuguées à un réseau 2O. Il y a donc une double infinité de sphères 2I conjuguées à la congruence de cercles. Or, quand un cercle et une sphère décrivent des congruences conjuguées, le cercle passe par les points où la sphère touche son enveloppe. Ici, ces points décrivent des surfaces rapportées à leurs lignes de courbure.

Remarque. — Il peut se faire, dans certains cas particuliers, qu'une même congruence de cercles possède deux des propriétés indiquées. Ainsi, par exemple, il existe des surfaces particulières telles que les cercles osculateurs aux lignes de courbure d'une série forment un système 2O.

CORRESPONDANCE.

M. le Secrétaire perpétuel signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Les Volumes V et XII (2e série) des *Atti dell' Istituto botanico dell' Università di Pavia*, redatti da Giovanni Briosi.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fondements de la théorie de l'intégration.* Note (1) de M. W.-H. Young, présentée par M. Hadamard.

1. La théorie de l'intégration au sens de M. Lebesgue peut être tirée, ainsi que je l'ai montré, de celle de l'intégration des fonctions *semi-continues* de M. Baire, sans avoir recours à la théorie des ensembles. Il suffit de suivre pas à pas Cauchy et M. Darboux : leurs idées conduisent tout naturellement à l'intégrale des fonctions semi-continues.

Pour abréger, nous appellerons *fonction* L une fonction semi-continue inférieurement et *fonction* U une fonction semi-continue supérieurement. L'intégrale d'une fonction L sera ce que M. Darboux a appelé l'intégrale par défaut de cette fonction et l'intégrale d'une fonction U ne sera pas autre chose que l'intégrale par excès de la fonction U considérée.

Pour définir l'intégrale d'une fonction L, $f(x)$, on part de la somme des aires des rectangles employée par M. Darboux pour obtenir la définition de l'intégrale par défaut. On démontre ensuite facilement que la *courbe* $y = f(x)$ est la limite des polygones formés par les frontières de ces rectangles. L'intégrale par défaut est ainsi la mesure tout indiquée de l'aire limitée par $y = f(x)$.

Les intégrales des fonctions U seront définies de la même façon : il suffit de remplacer partout le mot *inférieur* par *supérieur*, le signe $<$ par $>$.

2. On retrouve facilement pour les intégrales des fonctions semi-continues les propriétés des intégrales élémentaires. Nous utilisons, dans la démonstration du théorème fondamental (n° 3), les suivantes :

(1) Séance du 5 juin 1916.

a. La fonction qui, en chaque point, est égale à la plus petite des deux valeurs des fonctions $f(x)$ et $g(x)$, $f(x)$ et $g(x)$ étant toutes deux des fonctions L *(ou toutes deux des fonctions* U*) est une fonction du même type.*

b. Quand on a une suite monotone non décroissante de fonctions L

$$b_1(x) \leqq b_2(x) \leqq \ldots \leqq b_n(x) \leqq \ldots,$$

la limite $B(x)$ *de la suite est fonction* L, *et l'on peut intégrer terme à terme :*

$$\int_a^b B(x)\,dx = \lim_{n=\infty} \int_a^b b_n(x)\,dx.$$

c. On a la formule

$$\int_a^b [f(x) \pm g(x)]\,dx = \int_a^b f(x)\,dx \pm \int_a^b g(x)\,dx.$$

d. Si $f(x) \leqq g(x)$, *on a*

$$\int_a^b f(x)\,dx \leqq \int_a^b g(x)\,dx.$$

3. Théorème fondamental. — *Si $f(x)$ est limite d'une suite monotone de fonctions $f_1(x), f_2(x), \ldots$, ayant chacune la propriété que la borne supérieure des intégrales des fonctions* U *plus petites qu'elle, est égale à la borne inférieure des intégrales des fonctions* L *plus grandes qu'elle, $f(x)$ a la même propriété.*

Démontrons-le, pour une suite monotone non décroissante de fonctions

$$(1) \qquad f_1(x) \leqq f_2(x) \leqq \ldots \leqq f_n(x) \leqq \ldots.$$

Il résulte de l'hypothèse qu'à toute valeur de n, on peut faire correspondre une fonction U, $A_n(x)$, et une fonction L, $B_n(x)$, telles qu'on a

$$(2) \qquad A_n(x) < f_n(x) < B_n(x), \qquad \int_a^b B_n(x)\,dx \leqq \int_a^b A_n(x)\,dx + e.2^{-n-1}.$$

Remplaçons les deux suites de fonctions A_n et B_n par deux nouvelles suites de fonctions, a_n et b_n, satisfaisant aux conditions précédentes, les deux nouvelles suites étant non décroissantes. Nous obtiendrons ce résultat en définissant par récurrence $a_n(x) (n > 1)$ comme la fonction qui, en chaque point du domaine, est égale à la plus grande des deux valeurs de $a_{n-1}(x)$ et $A_n(x)$; $b_n(x)$ sera défini de la même manière.

Nous aurons donc les suites monotones de fonctions U, L respectivement

$$(3) \qquad a_1(x) \leqq a_2(x) \leqq \ldots,$$

$$(4) \qquad b_1(x) \leqq b_2(x) \leqq \ldots.$$

telles que

(5) $$a_n(x) < f_n(x) < b_n(x) \ldots.$$

D'après la construction de ces fonctions auxiliaires, nous avons

$$b_2(x) - a_2(x) \leqq B_1(x) - A_1(x), \qquad \text{ou bien} \qquad \leqq B_2(x) - A_2(x).$$

Il en résulte

$$b_2(x) - a_2(x) \leqq [B_1(x) - A_1(x)] + [B_2(x) - A_2(x)].$$

En utilisant les propriétés c et d du n° 2, il vient

$$\int_a^b b_2(x)\,dx - \int_a^b a_2(x)\,dx$$
$$= \int_a^b B_1(x)\,dx - \int_a^b A_1(x)\,dx + \int_a^b B_2(x)\,dx - \int_a^b A_2(x)\,dx \leqq e(2^{-2} + 2^{-3}) < \frac{1}{2}e.$$

On aura de même pour chaque entier n,

(6) $$\int_a^b b_n(x)\,dx - \int_a^b a_n(x)\,dx < \frac{1}{2}e.$$

Or, d'une part, la limite de $\int_b^a b_n(x)\,dx$, quand n croît indéfiniment, est, d'après b, l'intégrale de la fonction $B(x)$, limite de la suite (4); d'autre part, $\int_a^b a_n(x)\,dx$ reste toujours $\leqq (U)$, où (U) est la borne supérieure des intégrales des fonctions U plus petites que $f(x)$. Donc

(7) $$\int_a^b B(x)\,dx - U \leqq \frac{1}{2}e.$$

Mais, d'après (5), $f(x) \leqq B(x)$. Par suite la fonction $\left[\frac{B(x) + e}{(b-a)}\right]$ est une fonction L plus grande que $f(x)$ et son intégrale est plus petite que $(U) + e$.

Ceci démontre que la borne inférieure des intégrales des fonctions L plus grandes que $f(x)$ est $\leqq (U) + e$, et, par suite, $\leqq (U)$, car e est une quantité positive aussi petite qu'on veut.

Mais, d'après d, cette borne inférieure ne peut pas être plus petite que (U). Donc elle est égale à (U). Notre théorème est démontré.

4. Une fonction semi-continue $f(x)$ possède la propriété en question. En effet, supposons que $f(x)$ soit une fonction L. D'une part, $f(x) + 2^{-n}$ est une fonction L plus grande que $f(x)$, dont l'intégrale diffère de celle de $f(x)$ d'aussi peu qu'on veut; il suffit pour cela de choisir l'entier n assez grand. D'autre part (n° 1) $f(x)$ est la limite d'une suite monotone ascen-

dante de fonctions U simples, dont les représentations géométriques constituent les frontières des rectangles définissant l'intégrale de $f(x)$. Les intégrales de ces fonctions U simples ont l'intégrale de $f(x)$ pour limite. De ces deux faits résulte immédiatement que l'intégrale de $f(x)$ est elle-même à la fois la borne inférieure des intégrales des fonctions L plus grandes que $f(x)$ et la borne supérieure des intégrales des fonctions U plus petites que $f(x)$.

5. Il résulte de notre théorème fondamental, que toute fonction qui peut être obtenue, en partant de fonctions semi-continues, à l'aide de suites monotones, possède la propriété indiquée dans le théorème fondamental. Mais toutes les fonctions représentables analytiquement rentrent dans cette catégorie. Nous pouvons donc définir l'intégrale d'une telle fonction comme égale à notre borne commune, pourvu que celle-ci soit finie.

Les difficultés de la théorie sont vaincues; tous les théorèmes classiques de M. Lebesgue peuvent maintenant être obtenus en quelques lignes et s'étendent aux intégrales dans lesquelles la variable d'intégration est remplacée par une fonction monotone.

PHYSIQUE. — *Sur une balance densimétrique à lecture directe.* Note de M. C. Chéneveau, présentée par M. E. Bouty.

Cette balance permet d'obtenir instantanément, par une simple lecture, la densité d'un liquide comprise entre 0 et 2,5 à une unité près du troisième ordre décimal.

Elle consiste, en principe, en un fléau coudé, sur lequel l'action d'un poids équilibreur compense les effets combinés du poids d'un flotteur en verre, de 10^{cm^3}, plongeant dans le liquide dont on veut déterminer la densité, et de la poussée qu'il subit. L'une des extrémités du fléau porte un plateau, l'autre extrémité une aiguille qui se déplace sur un cadran, divisé en 100 parties égales, dont les limites correspondent à la position d'équilibre dans l'air (0) ou dans l'eau à 15° (1).

La théorie de la balance montre que, lorsque le flotteur plonge dans un liquide de densité D, l'inclinaison α du fléau est telle que

$$D = \frac{A}{\frac{B}{\tan g \alpha} + C}. \tag{1}$$

Si l'on considère le rapport de la densité D à l'arc Ra qui en donnera la mesure (R, longueur du bras du fléau portant l'aiguille), on a

$$\frac{D}{Ra} = \frac{1}{R} \times \frac{D}{\operatorname{tang} a} \times \frac{\operatorname{tang} a}{a}.$$

Or, d'après la formule (1), le rapport $\frac{D}{\operatorname{tang} a}$ décroît quand a augmente, et l'on sait, au contraire, que le rapport $\frac{\operatorname{tang} a}{a}$ diminue. Pour un déplacement angulaire total convenable, les indications de l'appareil seront donc proportionnelles aux densités si l'on ne désire pas une précision plus grande que 0,01 ou 0,005. Le cadran divisé qui permet de déterminer les densités de 0 à 1 sert alors aussi à obtenir les densités de 1 à 2 et de 2 à 2,5, en ajoutant pour chaque nouvelle partie de l'échelle un poids de 10^g du côté du flotteur.

Si l'on veut la précision du millième, dont la lecture se fera par estimation, la théorie et l'expérience concordent pour indiquer que l'échelle est toujours exacte dans ses parties extrêmes; on peut facilement la rendre rigoureuse dans la région moyenne, en remplaçant l'un des poids de 10^g par une masse légèrement différente afin d'établir la compensation.

L'emploi de l'appareil est donc des plus simples, puisqu'il suffit de placer sur le plateau un poids qui donnera le chiffre des unités de la densité; la position de l'aiguille sur le cadran indiquera de suite la partie décimale.

L'influence des phénomènes capillaires au contact du fil est inférieure à la limite de précision indiquée.

Étant donnée son échelle étendue, la balance densimétrique, qui ne demande qu'un volume minimum de 25^{cm^3} de liquide, se prête à toutes les mesures courantes de densités de liquides très variés. Avec des dispositifs convenables, on pourra mesurer la densité de gaz liquéfiés, de liquides émettant des vapeurs, de liquides très visqueux comme les glycérines, les huiles, etc.

Enfin, l'appareil se prêtera également à la mesure de la densité d'un corps solide; cette détermination se fera par deux opérations successives, en plaçant le corps dans le plateau, et en le suspendant par un crin dans l'eau à côté du flotteur. Pour un minéral de densité 3, on peut compter sur une précision de ± 1 unité du deuxième chiffre décimal.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la synthèse de l'ammoniac.* Note [1] de M. **Zenghelis**, présentée par M. Georges Lemoine.

Pour effectuer la synthèse de l'ammoniac par ses éléments, il faut ou des températures extrêmement élevées, ou des procédés catalytiques qui facilitent cette combinaison à des températures modérées, mais avec des pressions importantes [2]. En effet la synthèse par l'étincelle, ou l'effluve, ou l'arc voltaïque est due à leur température très élevée [3].

Le but de nos recherches a été la synthèse de l'ammoniac à la température ordinaire ou peu élevée par l'azote et l'hydrogène pris à l'état atomique (état naissant ou occlusion de l'hydrogène par les métaux).

I. *Synthèse de l'ammoniac par l'hydrogène pris à l'état atomique.* — La combinaison de l'azote et de l'hydrogène, traversant même au rouge le platine ou le palladium très divisés, n'a donné que des résultats négatifs; cependant nous avons cherché à effectuer cette combinaison par les mêmes moyens, mais en faisant passer le mélange de trois volumes d'hydrogène et d'un volume d'azote dans un tube contenant 10^{cm^3} d'eau chauffée à 90°, et un métal comme catalyseur. Nous avons appliqué avec succès ce procédé pour démontrer l'occlusion de l'hydrogène et ses propriétés [4].

Chaque essai durait 90 minutes; le volume du mélange des gaz, soigneusement purifiés, était environ 2200^{cm^3}. Les mêmes expériences ont été répétées en acidulant l'eau par l'acide sulfurique.

---

(1) Séance du 5 juin 1916.

(2) Procédé Haber et Rossignol.

(3) Mettler a bien étudié cette synthèse (*Recherches sur la formation du gaz ammoniac*, Genève, 1908, p. 48 et 50). Il admet qu'un certain nombre de molécules H^2 et Az^2 se dissocient en atomes qui se combinent. — Swing Langmuir (*Journ. Amer. Chem. Soc.*, t. 34, p. 860) a calculé la proportion des molécules dissociées.

(4) Zenghelis, *Zeitschrift für analyt. Chemie*, t. 42, p. 730.

Métaux catalyseurs.	Quantité.	AzH^3 produite en cm^3 d'une solution $\frac{1}{100}$ N — dans l'eau simple.	dans l'eau acidulée.	L'eau est acidulée par 2^{cm^3} d'acide.
Mousse de platine	1 g	0,1	0,15	$\frac{1}{2}$ N
Noir de platine	1	traces	traces	»
Platine colloïdal de Paal (¹)	1	0,15	1,7	»
Mousse de palladium	1	0,4	0,6	»
Palladium colloïdal de Paal (¹)	1	0,3	14,4	»
Argent colloïdal de Carea-Lea (²)	0,1	1,10	32,4	$\frac{1}{20}$ N
Cuivre colloïdal de Lottermoser	0,1	traces	0,4	»
Mercure colloïdal de Lottermoser	0,1	0,40	5,9	»
Or colloïdal rouge	»	0,35	6,2	»

Le platine et le palladium de Paal, acidulés et distillés avec addition de NaOH, ont donné de très petites quantités de AzH^3 provenant de la décomposition de l'albumine contenue : les deux chiffres devraient donc être un peu moindres.

L'ammoniaque formée était titrée avec le méthylrot comme indicateur. Dans le cas où cette quantité était inférieure à $0^{cm^3},2\ \frac{1}{100}$ N, nous avons chassé AzH^3 en distillant avec NaOH et nous l'avons déterminé de nouveau calorimétriquement par le réactif Nessler. Les résultats étaient les mêmes.

Nous avons essayé aussi l'hydrogène préparé à l'état atomique par dissolution d'un métal ou par électrolyse.

Un courant d'azote passait 90 minutes dans un tube contenant 10^{cm^3} d'acide sulfurique 2 N et 3^g de zinc en poudre, chauffé à 90°. Il se forma $3^{cm^3},6$ d'ammoniaque $\frac{1}{100}$ N. En substituant KOH à SO^4H^2, on n'a eu aucune trace de AzH^3.

L'étain en flocons avec de l'acide chlorhydrique concentré, n'a donné, dans les mêmes conditions, que des quantités minimes d'ammoniaque $\left(0^{cm^3},35\ \frac{1}{100}\ \text{N}\right)$.

Nous avons aussi essayé l'hydrogène formé par l'électrolyse de l'acide sulfurique (1 N), un fil d'or servant de cathode. Après le passage de l'azote pendant 90 minutes, il se forma des traces d'ammoniaque démontrées par le réactif Nessler.

(¹) *Berichte*, t. XXXVII, 1904, p. 134.

(²) *American Journ. Sci.* (Sill.), t. 38, p. 47.

II. *Synthèse de l'ammoniac par l'azote pris à l'état atomique.* — Nous avons expérimenté dans ce sens avec l'azote produit par la réaction d'une solution de nitrite de soude sur une solution de chlorhydrate d'ammoniaque. Cette réaction est un peu compliquée, car outre l'azote il se forme un peu d'oxydes d'azote et même de l'ammoniaque. Nous avons constaté par une série d'essais les quantités de ces produits secondaires qui pourraient se produire dans les mêmes circonstances que les nôtres : elles sont loin d'influencer les résultats obtenus.

Un fort courant d'hydrogène passant dans une solution contenant pour 10^{cm^3} d'eau $1^g,32$ de AzH^4Cl et de $1^g,72$ de AzO^2Na pendant 4 heures 30 minutes donne 26^{cm^3} d'ammoniaque $\frac{1}{100}$ N. La température était d'abord 65° et elle augmenta progressivement jusqu'à 80°. Alors, si aucun courant d'hydrogène ne traverse la solution, les produits gazeux de la réaction sont légèrement acides.

III. *Synthèse de l'ammoniac par l'hydrogène et l'azote pris tous les deux en état atomique.* — L'hydrogène qui passait dans la solution précédente, se trouvait en présence d'un catalyseur métallique. L'azote contenu dans cette réaction, s'il avait été transformé totalement en ammoniac, aurait dû produire 5 litres d'une solution d'ammoniaque $\frac{1}{100}$ N.

Catalyseur.	Durée en minutes.	Température.	AzH^3 produite en cm^3 $\frac{1}{100}$ N.
Toile de platine	200	70°-80°	52
Toile de palladium	200	70-80	139
Mousse de palladium	200	70-80	329
Mercure colloïdal	200	70-90	88
Or colloïdal	240	70-90	29
Argent colloïdal	240	70-90	47
Platine colloïdal ($0^g,5$ contenant en métal 28,60 pour 100)	660	70-99	1755
Palladium colloïdal ($0^g,1$ contenant en métal 29,22 pour 100)	700	70-99	1025
Palladium colloïdal ($0^g,5$)	820	70-99	2060

Le volume d'hydrogène qui passait par la solution était environ $1^l,5$ par heure.

On voit que la quantité d'ammoniaque produite dans ces expériences est beaucoup plus considérable que dans les précédentes.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'emplacement de la martensite dans le diagramme fer-carbone*. Note de M. **Witold Broniewski**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Sur le diagramme fer-carbone actuellement admis, la martensite n'a pas trouvé d'emplacement. On la considère comme un état de transition, alors que sa structure nettement cristalline permettrait de supposer en elle un corps bien défini et stable dans un certain domaine de températures.

Il m'a donc paru intéressant de rechercher les conditions d'une stabilité éventuelle de la martensite.

Suivant Osmond [1] la chaleur de dissolution de la martensite est supérieure à celle de l'acier recuit. Mais la chaleur de dissolution n'indique que l'énergie totale, alors que le domaine des températures où un corps est stable dépend de son énergie libre. Pour déterminer celle-ci, nous avons eu recours à la force électromotrice de dissolution.

Les aciers avaient la forme de barrettes longues de 40cm environ, dont une extrémité était recuite et l'autre trempée vers 900°. La composition de ces aciers avait été indiquée dans un Mémoire précédent [2]. Comme électrolyte servait une solution normale de sulfate ferreux. Dans la première série d'expériences, l'anode était constituée par du charbon graphité dépolarisé par du bioxyde de manganèse, dans la deuxième série la cathode était formée par de l'acier extra doux. La mesure de la force électromotrice se faisait par un électromètre à quadrants calibré par un élément Weston. Ce dispositif permettait d'obtenir un potentiel stable au bout de 15 à 20 minutes.

Les résultats suivants ont été obtenus :

Force électromotrice en volts.

	I. Anode en charbon.			II. Cathode en fer.		
Pour 100 de carbone.	Recuit.	Trempé.	Différence en millivolts.	Recuit.	Trempé.	Différence en millivolts.
0,07...	1,112	»	»	»	»	»
0,24...	1,099	1,093	6	—0,014	—0,021	7
0,44...	1,097	1,088	9	—0,017	—0,027	10
0,79...	1,110	1,096	16	0	—0,014	14
1,12...	1,091	1,068	23	—0,016	—0,038	22

(1) Osmond, *Comptes rendus*, t. 100, 1885, p. 1228.

(2) Broniewski, *Comptes rendus*, t. 156, 1913, p. 1983.

Nous voyons que la force électromotrice de dissolution de la martensite est inférieure à celle de l'élément le plus actif des aciers recuits. Cet élément est la ferrite qui soutient le travail de la pile, la cémentite pouvant être isolée par une attaque électrolytique. La différence entre la force électromotrice de divers aciers recuits provient probablement de leurs impuretés et particulièrement du manganèse.

Ainsi la dissolution du carbone sous la forme de martensite diminue l'énergie libre de la ferrite. En admettant que les coefficients de température de nos piles ne diffèrent que peu entre eux, on peut fixer suivant la formule de Helmholtz ([1]) l'ordre de grandeur de cette diminution de l'énergie libre à 16^{cal} par pour 100 de carbone dissous dans 1^g de fer. Il est probable que la différence entre l'énergie totale de la martensite et son énergie libre se trouve surtout liée au changement de volume qui accompagne sa décomposition.

Ces résultats paraissent indiquer que le domaine des températures où la martensite est stable ne peut se trouver qu'au-dessous de celui des aciers recuits.

La martensite serait ainsi une solution solide du carbone (ou de la cémentite) dans le fer α, ce qui se trouve d'accord avec la définition qu'en a donnée M. Henry Le Chatelier. La limite de cette solution solide très faible à la température ordinaire (inférieure à 0,05 pour 100 de carbone) s'élargirait avec l'abaissement de la température comme le montre schématiquement la figure ci-contre. Il est probable que la martensite obtenue par la trempe ne se trouverait stabilisée que vers la température de l'air liquide où Osmond (1901) avait observé une tendance si puissante de l'austénite à se transformer en martensite.

Afin d'expliquer l'apparition de la martensite par la trempe à l'état d'équilibre instable, il nous faudra faire appel à la loi de Bankroft-Ostwald ([2]) disant que dans tous les phénomènes chimiques l'état qui se réalise d'abord n'est pas le plus stable, mais le plus voisin. Ainsi, par exemple, l'iodure de mercure précipité par l'eau de sa solution alcoolique apparaît sous sa forme jaune, alors que c'est la forme rouge qui est stable à la température ordinaire.

La martensite apparaît donc après l'austénite comme l'état le plus voisin

---

([1]) Helmholtz, *Ber. Akad. Wiss.*, Berlin, 1882, p. 22 et 825.

([2]) Bankroft, *Journ. phys. Chem.*, t. 1, 1896, p. 142. — Ostwald, *Zs. phys. Chem.*, t. 22, 1897, p. 283.

d'elle : 1° par sa structure de solution solide et 2° par son énergie totale supérieure à celle de l'acier recuit (¹). De sorte que l'austénite, en se trans-

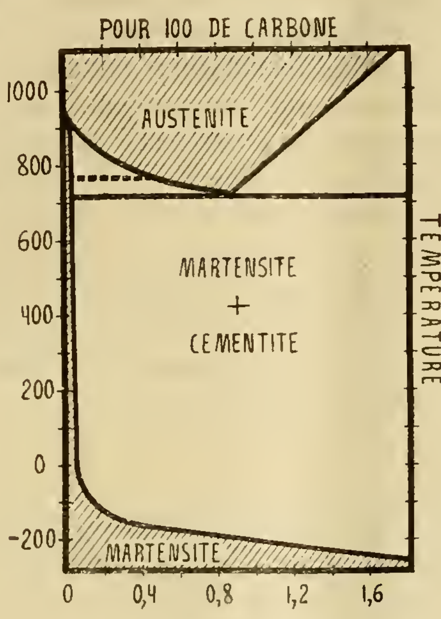


Diagramme fer-carbone. La martensite à très faible teneur en carbone s'y confond avec la ferrite.

formant en martensite, modifie moins sa structure et dégage moins de chaleur que pour une transformation directe en ferrite et cémentite.

Ainsi, suivant notre hypothèse, la martensite serait une solution solide du carbone dans le fer α, stable à basse température, mais apparaissant aussi à l'état d'équilibre instable comme forme la plus voisine de l'austénite.

MINÉRALOGIE. — *Quelques observations sur la composition des apatites.* Note (²) de M. **Ferruccio Zambonini.**

Par fusion du phosphate tricalcique avec le chlorure de calcium, on obtient des cristaux d'apatite chlorée, qui répond à la formule

$$3Ca^3(PO^4)^2.CaCl^2;$$

(¹) M. Ostwald donne comme critérium du « voisinage » l'énergie libre et non pas l'énergie totale du système.

(²) Séance du 5 juin 1916.

elle est caractérisée par sa biréfringence très faible, qui permet de la reconnaître aisément au microscope.

J'ai obtenu des cristaux possédant des caractères très différents, en reproduisant l'apatite par la méthode de Forchhammer, c'est-à-dire en fondant le phosphate tricalcique avec le chlorure de sodium. J'ai fait plusieurs expériences, en chauffant chaque fois pendant 5 heures 2^g de phosphate de calcium, mêlés avec un excès de chlorure de sodium, dans un creuset de platine sur une grande lampe Mecker. Après lessivage du produit de la fusion, on obtient une poudre cristalline, blanche, dans laquelle on reconnaît à l'œil nu des cristaux prismatiques, transparents, d'apatite, qui atteignent rarement $0^{mm},5$ de longueur. Au microscope, on voit que la poudre est formée en petite partie par des cristaux d'apatite très courts et surtout par des cristaux allongés suivant l'axe sénaire. J'ai observé le prisme $m(10\bar{1}0)$ et quelquefois aussi de petites faces du prisme $h^2(21\bar{3}0)$: la bipyramide $b^1(10\bar{1}1)$ présente toujours des faces très petites, qui n'ont pas permis des mesures précises.

Tous ces cristaux se distinguent aisément de ceux de l'apatite chlorée obtenus par l'autre méthode grâce à leur biréfringence qui est plus élevée : j'ai trouvé avec le compensateur de Babinet $(\omega - \varepsilon)_{Na} = 0,0050$ à $0,0058$ et, comme moyenne de nombreuses mesures, 0,0053. Cette biréfringence est plus forte que celle de l'apatite fluorée (0,003). Dans quelques préparations, j'ai observé des cristaux doués d'une biréfringence plus faible, qui constituent des termes de passage à l'apatite chlorée ordinaire.

L'analyse des cristaux obtenus, en fondant avec le chlorure de sodium des quantités plus considérables de phosphate tricalcique, a donné les nombres qui suivent :

PO^4	56,52	0,595		4,24
Ca....................	37,19	0,928	0,962	7,03
Na....................	1,56	0,034		
Cl....................	4,85	0,137		1
	100,12			

De ces nombres on déduit la formule 14,06 Ca, 8,68 PO^4, Cl^2, c'est-à-dire 13,06 Ca, 8,68 PO^4, $CaCl^2$ ou $4,34\,[Ca^3(PO^4)^2].CaCl^2$.

Les cristaux que j'ai obtenus sont sodiques, mais ce qui les caractérise au point de vue chimique c'est leur faible teneur en chlore.

En s'appuyant sur les recherches de M. Carnot, on a admis pour l'apatite la formule générale $3Ca^3(PO^4)^2.Ca[O, (OH)^2, Cl^2, F^2, CO^3]$, mais les

cristaux que j'ai préparés montrent en outre que le sel double caractéristique du groupe de l'apatite peut former des solutions solides avec au moins un de ses composants, comme le font un grand nombre de sels doubles.

De nombreuses apatites ont, comme l'a montré M. Carnot, une composition qui s'accorde parfaitement avec la formule indiquée plus haut : on peut appeler *normales* ces apatites. D'autres analyses conduisent au contraire à une formule $m\mathrm{Ca}^3(\mathrm{PO}^4)^2.\mathrm{Ca}[\mathrm{O}, (\mathrm{OH})^2, \mathrm{Cl}^2, \mathrm{F}^2, \mathrm{CO}^3]$, avec $m > 3$ et présentent encore un excès considérable de CaO, comme il résulte du Tableau suivant :

	P^2O^5.	RO.	(F, Cl, OH) = X.
Apatite de Ceylan (Jannasch et Locke)...	3,52	12,68	2
» de Minot (J.-E. Wolff)..........	3,50	12,00	2
» d'Epprechstein (K. Walter)......	3,44	11,92	2
» de Luxullian (K. Walter)........	3,26	11,34	2
» »	3,16	11,04	2
» »	3,16	11,04	2

On calcule les formules

$$3,52[\mathrm{Ca}^3(\mathrm{PO}^4)^2].\mathrm{CaX}^2.1,12\mathrm{CaO} - 3,50[\mathrm{Ca}^3(\mathrm{PO}^4)^2].\mathrm{CaX}^2.0,5\ \mathrm{CaO},$$
$$3,44[\mathrm{Ca}^3(\mathrm{PO}^4)^2].\mathrm{CaX}^2.0,6\ \mathrm{CaO} - 3,26[\mathrm{Ca}^3(\mathrm{PO}^4)^2].\mathrm{CaX}^2.0,56\mathrm{CaO},$$
$$3,16[\mathrm{Ca}^3(\mathrm{PO}^4)^2].\mathrm{CaX}^2.0,56\mathrm{CaO},$$

qui diffèrent beaucoup de celle typique du groupe de l'apatite. On ne peut pas expliquer l'excès de CaO par des erreurs d'analyse, parce qu'il s'agit de quantité trop considérable. Par exemple, pour que l'analyse de Jannasch et Locke donne les rapports théoriques de la formule typique on devrait avoir 3,52 phosphate, 1,17 $\mathrm{Ca}(\mathrm{X}^2, \mathrm{X})$ au lieu de 3,52 phosphate, 2,12 $\mathrm{Ca}(\mathrm{X}^2, \mathrm{O})$, ce qui demanderait que la quantité de CaO fût, dans l'analyse, plus petite de 4,32 pour 100. Dans les autres analyses l'erreur dans la détermination de CaO serait toujours un peu plus forte que 2 pour 100.

HISTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur les « glandes à mucilage » de certaines Laminaires.* Note de M. C. SAUVAGEAU, présentée par M. Guignard.

Les canaux mucifères des Laminaires sont bien connus grâce au travail de Guignard sur leur développement, leur structure et leur distribution; on suppose qu'ils produisent le vernis mucilagineux de ces plantes. Certaines espèces, comme celles du genre japonais *Undaria*, manquent de canaux mucifères et possèdent néanmoins un vernis superficiel mucilagi-

neux. Or, Okamura a signalé chez l'*Undaria (Laminaria) Peterseniana* de très nombreuses cellules brunes qu'il croyait être excrétrices; Miyabe les a retrouvées chez l'*U. pinnatifida* et Yendo chez l'*U.* (*Hirome*) *undarioides*. Puis, Yendo, les étudiant chez l'*U. pinnatifida* et supposant qu'elles remplacent les canaux mucifères dans leurs fonctions, les nomma *glandes à mucilage* (¹), désignation adoptée ensuite par Okamura (²).

D'après Yendo, ces glandes unicellulaires sont constituées par la moitié profonde d'une cellule épidermique divisée tangentiellement. Sur les échantillons secs ou conservés dans le formol, ou dans les parties âgées, elles renferment une matière brune. Sur le vivant, au contraire, elles sont incolores et renferment de si nombreux grains hyalins qu'elles rappellent des cellules de Pomme de terre remplies d'amidon; ce contenu se transforme parfois spontanément en une masse homogène, et c'est ainsi qu'il se présente sur les matériaux fixés dans l'acide picrique; il retient alors fortement le bleu d'aniline ou l'hématoxyline de Delafield, après différenciation par l'alcool acidulé.

De semblables glandes n'ont été signalées chez aucune autre Laminaire. Je les ai retrouvées sur des plantules monostromatiques d'*Alaria esculenta* obtenues en culture. Toutes les plantules nées et cultivées côte à côte n'en étaient point pourvues, mais la plupart en possédaient quand elles atteignaient 400^{μ} à 500^{μ} de longueur; ces *glandes* sont isolées ou groupées par deux ou trois contiguës, de même taille que leurs voisines, ou plus grandes parce que, à l'inverse de celles-ci, elles ont perdu la propriété de se diviser. En réalité, ce sont des réservoirs de fucosane.

Les cellules ordinaires de la plantule renferment quelques chromatophores et de nombreux globules de fucosane, mesurant moins de 1^{μ}. Les glandes paraissent plus réfringentes et presque incolores parce que, outre leurs chromatophores et les petits globules de fucosane identiques aux précédents, elles sont comme bourrées de globules plus gros et très réfringents mesurant 2^{μ} à 4^{μ}. Le formol contracte leur contenu en une masse amorphe brunâtre pâle. Sur les plantules fixées par l'acide picrique, puis colorées par le bleu d'aniline, l'hémalun ou l'hématoxyline de Delafield, les glandes gonflées débordent légèrement les cellules contiguës, et leur contenu est transformé en une masse amorphe fortement teintée. Elles correspondent donc bien aux glandes à mucilage de Yendo.

J'ai soumis les plantules d'*Alaria* aux réactifs de la fucosane recommandés par Kylin (³). Une solution très diluée de bleu de méthylène ou de violet de méthyle, employée sur le vivant, colore avec la même intensité les petits globules de fucosane et les gros globules des glandes. La vanilline chlorhydrique colore instantanément

---

(¹) K. Yendo, *On the Mucilage Glands of* Undaria (*Annals of Botany*, t. 23, Londres, 1909); *The Development of* Costaria, Undaria *and* Laminaria (*Ibid.*, t. 25, 1911).

(²) K. Okamura, Undaria *and its Species* (*The Botanical Magazine*, t. 20, Tokyo, 1915).

(³) Harold Kylin, *Ueber die Inhaltskörper der Fucoideen* (*Arkiv för Botanik*, t. 11, Stockholm, 1912).

les petits globules de fucosane en rouge; les gros globules des glandes deviennent du même rouge seulement après quelques instants d'action. L'acide osmique à 1 pour 100 fait éclater et disparaître les petits globules; les gros se gonflent, éclatent en laissant visible une sorte de réticulum noirâtre correspondant aux surfaces de contact mutuel des globules gonflés. L'eau distillée agit plus rapidement sur les gros globules que sur les petits; elle les gonfle si brusquement que le contenu de la glande, rompant les parois, est lancé dans les cellules contiguës, où la vanilline chlorhydrique le décèle sous forme de traînées irrégulières, consistantes, d'abord rouge brique, puis rouge foncé. Les gros globules sont donc constitués aussi par de la fucosane et, si l'eau distillée fait éclater les parois de la glande, c'est à cause de leur abondance dans sa cavité.

Mes cultures, établies le 8 février dernier, fournissaient encore de nouvelles plantules dans la première quinzaine de mai et les anciennes croissaient lentement, lorsque la forte élévation de température de la troisième semaine eut une influence désastreuse. Le 22 mai, les plantules étaient partiellement mortes; très peu de lames possédaient encore des réservoirs de fucosane; aussi bien dans une portion morte que dans une portion vivante, des cellules avaient transformé leur contenu en une masse brune, foncée, compacte, contractée, ressemblant au composé tannique que j'ai signalé chez diverses Phéosporées. Ainsi, une lame de 1300^{μ} sur 280^{μ} de plus grande largeur possédait 15 cellules brunes; une autre, de 1250^{μ} sur 200^{μ} de plus grande largeur, en possédait 13 et 3 réservoirs de fucosane. Certaines sont composées de grains plus ou moins soudés, séparables par compression; les autres, d'une masse amorphe avec tous les intermédiaires. La matière brune absorbe le bleu de méthylène et fixe l'hématoxyline après action de l'acide picrique. L'eau distillée ne la dissout pas. La vanilline chlorhydrique n'agit plus sur les régions mortes; dans les régions vivantes, elle colore en rouge les globules de fucosane, petits ou gros, et aussi la matière brune. Ces cellules brunes qui, à n'en pas douter, sont des réservoirs de fucosane transformés, semblent indiquer que la fucosane en gros globules ne sera pas utilisée par la plante; toutefois, j'ignore si cette transformation est normale ou si de fâcheuses conditions d'existence l'ont avancée ou provoquée.

Les réservoirs de fucosane, et plus tard les cellules à contenu brun, se localisaient dans la portion monostromatique de la lame; la portion basilaire, distromatique, en était encore indemne. Wille, auteur d'une monographie anatomo-physiologique de l'*Alaria esculenta* (¹), signale un tissu mécanique profond emmagasinant de la fucosane, sans mentionner aucun élément comparable aux glandes à mucilage. Si celles-ci n'ont pas passé inaperçues, elles seraient donc limitées aux jeunes plantules, à l'inverse de ce qui arrive chez l'*Undaria pinnatifida*, où Yendo ne les a pas vues sur des plantules possédant moins de $7^{mm},5$ de longueur. C'est en partie dans l'intention de rechercher comment les cellules à fucosane se distribuent sur les plantules d'*Alaria*, dans la nature, que j'ai séjourné au Laboratoire de Roscoff durant la seconde quinzaine d'avril, mais l'état de la mer ne me permit pas d'approcher de la station de cette

(¹) N. Wille, *Beiträge zur physiologischen Anatomie der Laminariaceen*, Christiania, 1897.

plante rare. Toutefois, bien que je dispose seulement de matériaux imparfaitement conservés, je suis tenté de croire que les jeunes sporophylles d'*Alaria* abritent des organes semblables, de situation sous-épidermique.

Les *glandes à mucilage* des *Undaria* sont donc des réservoirs de fucosane comme celles de l'*Alaria esculenta* et, bien que la transformation possible de la fucosane en mucilage ne soit point prouvée, malgré l'identité d'action de certains réactifs colorants, la présence de ces cellules particulières, précisément chez quatre espèces privées de canaux mucifères, est néanmoins digne d'attention.

La séance est levée à 15 heures trois quarts.

A. Lx.

ERRATA.

(Séance du 5 juin 1916.)

Note de M. *F. Bordas*, L'oxygène ozonisé dans le traitement des plaies de guerre :

Page 888, ligne 10, *au lieu de* colophane, *lire* célophane.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 19 JUIN 1916.

PRÉSIDENCE DE M. CAMILLE JORDAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ASTRONOMIE. — *Sur Honoré Gaultier et sur quelques confusions qui se sont produites à son sujet.* Note de M. G. **Bigourdan**.

Riccioli ([1]), rapportant les observations de l'éclipse du Soleil du 8 avril 1652, en indique deux faites à Aix, l'une par Roquefeuille et l'autre par Honoratus Gautier. Comme Honoré Gaultier était prieur de Roquefeuille, il y a là une erreur évidente.

De Zach ([2]) paraît croire que *Le Prieur* est le nom de cet astronome, et diverses publications estimées font des confusions analogues. Pour les dissiper je vais résumer le peu que j'ai trouvé sur cet astronome et sur ses successeurs à Aix.

Honoré Gaultier, prieur de Roquefeuille et neveu de Joseph Gaultier, hérita des instruments de son oncle et de son goût pour les Sciences.

En 1645, puis en 1649 et 1661, il répéta à Aix, avec les mêmes instruments et sur la même méridienne que son oncle, les observations de la déclinaison magnétique.

En 1652 (décembre 18), à Aix, il aperçut le premier la belle comète qui se montra alors, et il l'observa presque tous les jours, jusqu'au 6 janvier 1653 inclus ([3]). Sa maison n'étant pas commodément placée, il ne put déterminer la position de la comète avec le Rayon, et il dut se borner à marquer

---

([1]) *Astronomia Reformata*, p. 146.

([2]) *Corresp. Astr.*, t. 3, p. 326 et 335.

([3]) Ses observations, assez grossières d'ailleurs, ont été rapportées par Gassendi (*Op.*, t. IV, p. 481 et suiv.), avec celles de divers autres astronomes.

sa route par rapport aux étoiles voisines, identifiées au moyen d'un globe qui portait les étoiles déterminées par Tycho. Mais il eut soin d'examiner l'astre avec une lunette et d'en faire un dessin, qui a été reproduit par Gassendi (*Op.*, t. IV, p. 481).

Honoré Gaultier fit à Aix aussi un certain nombre d'observations d'éclipses, en 1648, 1649, 1652, 1654, 1655, 1684 et 1685 (1), toutes rapportées par Pingré (*Ann. célestes*), généralement d'après Gassendi.

Avec H. Gaultier la tradition astronomique se perd à Aix à peu près complètement. Cependant un de ses contemporains, le P. Henri-Ignace Regis, y fit, en 1661 et en 1666, deux observations d'éclipses, rapportées également par Pingré.

Quelques années plus tard, F. Brochier, prêtre, devenu en 1699 Correspondant de l'Académie des Sciences (2), fit aussi à Aix diverses observations. Sans doute il eut pour maître le prieur de Roquefeuille, car c'est comme son collaborateur qu'il fit la première observation que nous connaissions de lui, celle de l'éclipse de Lune du 10 décembre 1685 (3) (*Anc. Mém.*, t. X, p. 506).

Les autres observations de Brochier paraissent être restées inédites; celles de trois éclipses de Lune de 1696 et de 1697 se trouvent dans quatre lettres manuscrites de Brochier aux Cassini (*Arch. de l'Obs. de Paris*, B., 4, 9); il dit aussi qu'en raison de son travail ordinaire il ne s'occupe d'Astronomie qu'en passant. Il fait à l'avance le calcul des phases et détermine les heures en mesurant la hauteur d'un astre connu, au moyen d'un quart de cercle, qui malheureusement est fort petit. Il ajoute qu'à Aix il ne se trouve personne pour le conseiller.

Ainsi les traditions astronomiques établies dans cette ville au commencement du siècle étaient déjà perdues; car dans la suite nous ne trouvons plus à y mentionner que l'observation de l'éclipse de Soleil du 1er mars 1737 et quelques vagues indications sur la position de la comète de 1757 (4) :

---

(1) Dans les observations de 1648 et de 1649 il avait Gabriel Roverius comme collaborateur.

L'éclipse de Lune du 10 février 1645 fut observée à Aix, par Mathurin de Neuré, dans la maison de Peiresc.

(2) *Mém. Acad.*, 1701, p. 87, et *Anc. Mém. Acad.*, t. X, p. 506.

(3) La même éclipse fut observée d'une manière indépendante à Aix par un autre astronome, le P. Pothier (*Anc. Mém.*, t. X, p. 506).

(4) D'autres observations astronomiques faites accidentellement dans la capitale de la Provence ou aux environs peuvent se rattacher à l'histoire de l'Astronomie à Aix.

Quand, à la fin du XVIIIe siècle, les astronomes de l'Académie furent chargés de

l'observation de cette éclipse fut faite par de Montvallon et de Bœuf avec des lunettes de 6 et de 15 pieds (*Mém. Acad.*, 1737, M, p. 139). Quant à la comète, elle fut découverte et observée pendant quatre jours par un Chartreux anonyme qui manquait d'instruments pour fixer sa position avec précision (*Mém. Acad.*, 1757, H, p. 109 et 183; M, p. 98). L'Académie décida que les observations de ce Chartreux seraient insérées dans les *Mémoires des Savants étrangers*, mais elles ont été rapportées par Pingré (*Mém. Acad.*, 1757, p. 98).

Quand l'Astronomie eut cessé de fleurir à Aix, la Météorologie la remplaça quelque temps, car de Montvallon, conseiller au Parlement de Provence, y fit des observations de la pluie, du baromètre, etc., de 1728 à 1734 (¹). En outre, il détermina expérimentalement la différence de la hauteur barométrique entre Aix et le niveau de la mer; il s'occupa aussi de l'emploi du baromètre pour la détermination des altitudes.

Après lui, la Météorologie fut négligée à son tour; dans la suite on ne trouve que l'indication de quelques observations de température faites au commencement de 1776 par un « M. Morin, professeur de Physique à Aix » et rapportées par Messier (²).

Depuis longtemps déjà le mouvement astronomique de Provence avait passé d'Aix à Marseille, où il s'est toujours conservé depuis.

---

perfectionner la géographie de la France, Ph. de la Hire vint à Aix en 1682 et en détermina la latitude.

En 1694, Cassini I se rendant en Italie avec son fils, s'y arrêta et détermina de nouveau cette latitude.

Lors des mesures faites pour la vérification de la méridienne de France, en 1739, Cassini III et Lacaille déterminèrent la longueur d'un degré de latitude entre le mont Sainte-Victoire, près d'Aix, et la montagne de Cette; ils employèrent à cet effet des signaux de feu; on dit même souvent que cette méthode fut alors employée pour la première fois, quoique Picard en eût fait usage en Danemark.

Enfin De Zach, séjournant en Provence dans le cours des années 1804, 1805, 1808, fit à Aix et aux environs des observations astronomiques et géodésiques dont il a donné le détail dans sa *Monatliche Corresp.*, t. XIII, p. 72 et plus tard, avec des rectifications, dans sa *Corresp. astr.*, t. III, p. 318 et suiv.

(¹) Celles de 1728-1730, discutées par Cassini II et Maraldi, se trouvent réunies dans les *Mémoires de l'Académie* (1728, p. 427; 1730, p. 1; 1731, p. 1).

Celles des années 1731-1734 paraissent être restées manuscrites et se trouvent aux Archives de l'Observatoire de Paris (A, 4. 1, f°s 319-322).

Montvallon fit aussi à Aix, en 1730, des déterminations de la déclinaison magnétique.

(²) *Mémoire sur le froid extraordinaire*. . de 1776 (*Mém. Acad.*, 1776; H, 1-14 et M, 1-155).

PHYSIQUE. — *Sur la propagation du son à grande distance dans l'atmosphère libre.* Note de M. G. BIGOURDAN.

L'observation montre que dans l'atmosphère libre les bruits intenses, tels que ceux produits par des explosions, ne se propagent pas toujours régulièrement autour de la source sonore. Même il est aujourd'hui établi qu'après une première zone de silence (I_s), entourant la région (I_b) où se trouve cette source, il existe parfois une seconde zone d'audition II_b. Et l'on ignore s'il existe ensuite d'autres zones alternatives II_s, III_b, III_s, ... de silence et d'audition, ou si la zone II_s se prolonge indéfiniment.

Ce fait a reçu des explications diverses qu'il serait utile de soumettre au contrôle de l'expérience. Et c'est ce qu'on peut faire aujourd'hui sur une vaste échelle, car parfois la canonnade du front s'entend jusqu'assez loin au sud de Paris.

Par exemple, le dimanche 11 juin (Pentecôte), j'ai pu l'entendre pendant plusieurs heures d'un point situé en Seine-et-Oise, à Wissous, à 10^{km} au sud de Paris. Tout le monde l'entendait, et même il a dû en être ainsi beaucoup plus loin vers le Sud.

Pour faire des observations utiles, en vue de la vérification proposée, il paraît indispensable de suivre un programme dont je voudrais indiquer les lignes principales.

Le phénomène, tel que je l'ai entendu, consistait en des coups dont les intensités et les intervalles étaient variables, ceux-ci passant de 10 à 2 secondes par exemple; même parfois plusieurs coups se produisaient à la fois.

Pour identifier le même coup en plusieurs stations il est donc indispensable d'en noter l'*heure* aussi exactement que possible. Une montre ordinaire à secondes, dont on déterminera la correction, sera suffisante. Si les coups sont assez espacés, on marquera donc l'heure de chacun d'eux à la seconde près; s'ils sont plus serrés, on notera : aussi à la seconde, les instants des plus intenses; et dans les intervalles on dénombrera seulement les autres.

En l'absence d'une échelle d'intensité absolue, on notera l'*intensité relative* de 1 à 10, ce dernier nombre correspondant aux coups les plus forts : un bon observateur se formera aisément une telle échelle en quelques minutes.

Le lieu d'observation sera indiqué par le nom du lieu dit, de la localité,

du canton, du département, auxquels on joindra autant que possible les coordonnées géographiques exactes, longitude, latitude et altitude, prises sur la Carte de l'État-Major ou sur celle du Ministère de l'Intérieur.

On notera aussi les directions d'où les coups paraissent venir; cette estimation sera faite loin de tout obstacle.

A ces données essentielles on joindra l'indication de toutes les circonstances utiles à la discussion des observations, notamment celles touchant à la météorologie et à la topographie.

Pour la première, on indiquera la force et la direction du vent, celle-ci étant fournie à terre par une bonne girouette et, dans les régions supérieures, par la marche des nuages (¹). La nature de ceux-ci et leur quantité seront marquées également, ainsi que les influences qui pourraient leur être attribuées sur la propagation et l'intensité des coups.

Ce n'est pas toujours en plein champ qu'on entend le mieux; ainsi, dans l'observation citée du 11 juin, avec vent variable atteignant la force 3 (maximum : 10), l'audition était bien meilleure à l'abri du vent, derrière une maison : en dehors d'un abri, le bruissement des plantes gênait beaucoup l'audition quand le vent les agitait.

On s'attachera surtout à la *qualité* des observations plutôt qu'à la quantité. Par exemple, on observera 5 minutes; on se reposera ensuite le temps nécessaire, et ainsi de suite.

Il importe que les observations soient écrites immédiatement et que l'on indique clairement toute addition faite ultérieurement.

Il importe d'éviter toute confusion entre l'heure d'été et l'heure antérieure ou de Greenwich. Comme tout le monde emploie le temps moyen,

---

(¹) Si la direction Nord-Sud n'a pas été déterminée à l'avance, par exemple par les étoiles, on pourra la marquer par une bonne boussole, ou encore par l'ombre, au moment de midi vrai, d'un bâton long et droit placé bien vertical, d'un fil à plomb formé d'une grosse corde tendue par une pierre. Voici, pour plus de deux mois, les heures du passage du Soleil au méridien de Paris en 1916 et en *temps d'été*, de 10 jours en 10 jours. Des parties proportionnelles permettent de les avoir pour chaque jour :

	h m s		h m s		h m s
1916. Juin 21..	13. 1.30	1916. Juillet 21.	13. 6.12	1916. Août 20.	13. 3.18
Juillet 1..	13. 3.35	» 31.	13. 6.13	» 30.	13. 0.36
» 11.	13. 5.16	Août 10..	13. 5.14	Sept. 9.	12.57.20

Pour les lieux situés à l'Est du méridien de Paris on diminuera ces heures à raison de 4 minutes par degré de longitude. Au contraire, on les augmentera pour les lieux situés à l'Ouest.

réglé sur un certain fuseau horaire, il serait commode d'indiquer ce fuseau par un numéro d'ordre, ce qui serait plus court que la désignation ordinaire (ex. : « temps de l'Europe centrale » serait remplacé par *t. m.* I, ...). Il n'y aurait pas d'ambiguïté, car partout on fait augmenter ce numéro en allant vers l'Est. Ainsi l'heure française d'été serait notée *t. m.* I (temps moyen du fuseau I) et celle d'hiver *t. m.* 0. Cela suppose les fuseaux notés de 0 à 23, ce qui est assez général; ceux qui les noteraient de 1 à 24 écriraient ainsi notre heure d'été : *t. m.* I (0-23) ou *t. m.* 2 (1-24).

La même notation s'appliquerait évidemment aux demi-fuseaux. Ainsi l'heure de l'Inde serait notée *t. m.* 5-6 (0-23) [1].

Il est manifestement avantageux de noter aussi les heures de la journée de 0 à 23; on évitera d'employer les termes de *midi*, de *minuit*, de *temps légal*, dont le sens est devenu ambigu.

En résumé, le tableau des observations renfermerait les indications suivantes :

Date, *jour* de la semaine, *heure* employée, comme *t. m.* I (0-23).

Lieu d'observation : lieu dit, localité, canton, département; longitude, latitude, altitude. Topographie générale de la région : plate, accidentée, etc.

Observateur : M. X., Mme Y., ..., suivi de l'adresse. Finesse de l'oreille.

Échelle d'intensité relative pour l'estimation de la force des coups (maximum : 10).

Correction de la montre ou de la pendule garde-temps, sur laquelle on note les heures. On indiquera comment cette correction a été déterminée.

Pour chaque coup ou groupe de coups : heure notée, heure corrigée, intensité.

Circonstances météorologiques et toutes remarques jugées utiles.

Pour faciliter la discussion il sera bon de consacrer une feuille séparée à chaque observateur et à chaque jour d'observations. Les feuilles d'un même observateur recevront un numérotage continu : 1, 2, 3, ...

---

[1] Si l'usage de l'heure d'été devenait définitif, il serait désirable de le distinguer par une abréviation empruntée à la langue latine, comme celles déjà employées de *t. m.*, *t. c.*, afin qu'elle pût devenir universelle. Par exemple on noterait *t. m. æ.* (*t. m. æstivum*).

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur le maximum de solubilité du sulfate de chaux.* Note de M. **Henry Le Chatelier.**

Avec une persévérance inlassable, M. Colson cherche à battre en brèche les lois de la mécanique chimique que j'ai fait connaître, il y a trente ans, et que tous les savants ont admis depuis comme présentant une certitude indiscutable. Il emploie toujours la même méthode, assez originale; il reprend précisément les expériences que j'ai données pour illustrer ces lois, leur suppose une précision infinie et attribue les divergences résultant des incertitudes expérimentales, à l'inexactitude des lois. La même méthode permettrait de démontrer la fausseté de la loi de l'attraction universelle de Newton, en invoquant n'importe quelle observation astronomique.

J'ai montré que la solubilité d'un sel reste invariable aux températures pour lesquelles la chaleur de dissolution à saturation est nulle et j'avais donné comme exemple la solubilité du sulfate de chaux. Les expériences de Poggiale, Shenstone et de Marignac ont montré l'existence d'un maximum de solubilité entre 30° et 40°. D'autre part, Berthelot a fait voir que la chaleur de dissolution de ce sel devait s'annuler au voisinage des mêmes températures. J'avais admis que les incertitudes multiples des expériences suffisaient pour expliquer de légères divergences dans les températures des phénomènes correspondants. M. Colson [1] indique un écart de 10° et en conclut à l'inexactitude de la loi. Il fait là une confusion grave. Si de Marignac a bien étudié la solubilité du sulfate de chaux dans l'eau pure, Berthelot n'a jamais mesuré la chaleur de dissolution de ce sel dans les mêmes conditions. Il a opéré en présence de solutions de chlorure de sodium, ce qui change du tout au tout les conditions du phénomène. Il a eu d'ailleurs bien soin d'indiquer que, dans la dissolution, tout le sulfate de chaux possible ne s'est pas formé, il reste du chlorure de calcium et du sulfate de soude. Pour déduire de cette expérience la chaleur de dissolution du sulfate de chaux, il faudrait connaître exactement les conditions de partage des acides et des bases. Or, nous ne possédons pas cette donnée. Admettons, pour permettre le calcul, que ce partage se fasse à égalité, nous aurons alors pour la chaleur de dissolution du sulfate de chaux, d'après les expériences mêmes de Berthelot :

---

[1] *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 753.

14°	$0{,}360^{\text{cal}}$	+	$0{,}210^{\text{cal}}$	=	$0{,}570^{\text{cal}}$
23,7	0,000	+	0,240	=	0,240
31,2	— 0,240	+	0,270	=	0,030

C'est-à-dire que la chaleur de dissolution du sulfate de chaux s'annulerait vers 32°, c'est-à-dire exactement à la température correspondant au maximum de solubilité observé par de Marignac.

Je ne crois pas nécessaire de discuter la partie théorique. M. Colson préfère une analyse faite de sentiment aux calculs rigoureux de la Thermodynamique. Il vaut mieux ne discuter ni des goûts, ni des couleurs. Je ferai cependant remarquer que, contrairement à ce que croit mon honorable contradicteur, la démonstration de la loi contestée ne s'appuie aucunement sur les lois de Mariotte et de Gay-Lussac et ne nécessite la suppression d'aucun terme des formules classiques.

MICROBIOLOGIE PATHOGÉNIQUE ET HYGIÈNE SOCIALE. — *Précisions nécessaires à faire ressortir dans l'étude de la tuberculose du personnel des débits de vin parisiens.* Note de M. **A. Chauveau.**

Le dernier numéro des *Comptes rendus* contient les observations que M. Landouzy a présentées [1] sur ma Note du 5 juin dernier. Je le remercie très cordialement de s'être prononcé aussi chaleureusement qu'il l'a fait contre la déplorable insalubrité des débits de vin, infestés de germes tuberculeux et pour l'application énergique des moyens propres à lutter contre les graves dangers de cette insalubrité.

Là-dessus nous ne pouvions que nous entendre parfaitement.

Mais cet accord entre nous ne s'accompagne pas d'une communauté de vues sur le rôle de l'*alcool-poison* dans la genèse de la tuberculose du personnel de ces débits. Les précisions que j'ai introduites dans cette genèse, en les exposant avec une assurance absolument intransigeante, sont remplacées, dans l'argumentation de M. Landouzy, par les vues aventureuses d'un croyant à l'existence de *candidats spéciaux à la tuberculisation :* sujets lamentablement privilégiés, fatalement voués à la contagion tuberculeuse, au nombre desquels les intoxiqués alcooliques tiendraient le premier rang.

Ce sont là des vues d'antan, auxquelles je pensais que M. Landouzy avait

---

[1] *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 903.

complètement renoncé, en m'autorisant d'un passage de sa Communication, celui où il parle des observations si intéressantes du professeur Petit, d'Alfort, sur la fréquence de la tuberculose chez les chiens des cabaretiers de la banlieue parisienne. Je devais en parler moi-même dans ma prochaine Note, où ces observations avaient un rôle utile à remplir. Il est très heureux que M. Landouzy aït songé à s'en servir aujourd'hui. Voici comment il s'exprime sur ce sujet :

Les arguments décisifs démontrant péremptoirement que c'est le *milieu* et non l'intoxication alcoolique qui donne la tuberculose, ne sont pas seulement les observations, citées par M. A. Chauveau, de gens vigoureux et absolument sobres, qui, dans l'atmosphère des buveurs, prennent la tuberculose; c'est encore l'enseignement du professeur Gabriel Petit, sur la fréquence de la tuberculose canine relevée à la clinique d'Alfort. L'enquête faite sur l'origine et la provenance des chiens soignés ou autopsiés à l'École vétérinaire pour tuberculose montre que la très grande majorité des animaux tuberculeux sont des chiens provenant des cabarets, des estaminets, des débits de vin et liqueurs, des cafés-restaurants de la banlieue parisienne. Parmi les clients de ces établissements se trouvent beaucoup de consommateurs qui toussent et crachent sans précautions de propreté; tables, dalles et parquets, essuyés ou balayés à sec, se trouvent ainsi maculés de débris d'aliments mêlés aux crachats, etc.; l'appétit vorace des chiens, trouvant à se satisfaire parmi de semblables déchets, explique la contagion par l'ingestion de matières tuberculeuses, *d'où infection du chien dans laquelle n'a rien à voir l'*INTOXICATION ALCOOLIQUE.

D'après cette citation, ne semble-t-il pas que M. Landouzy (et il convient de l'en féliciter) se soit rallié sans restriction au principe qui dénie toute action préparatoire de *l'alcool-poison* sur l'éclosion de la tuberculose.

Mais un autre passage de la Communication de M. Landouzy démontre qu'il n'a point entièrement dépouillé le vieil homme, et qu'il croit toujours au privilège spécial des sujets qu'il a désignés sous le nom de CANDIDATS A LA TUBERCULOSE. Je cite :

Qu'il existe des rapports entre l'intoxication par les spiritueux et l'évolution de la tuberculose, la chose est certaine; mais si l'alcoolisme, suivant une expression qui m'est familière, *fait le lit à la tuberculose*, encore faut-il que la tuberculose vienne s'y coucher; encore faut-il que, d'à côté du lit, viennent les bacilles. Alcoolisé ou non, pour que l'un quelconque d'entre nous devînt tuberculeux, il suffirait qu'il y mît le prix et le temps; c'est-à-dire que, d'une part, il vive dans un milieu de condensation bacillaire, et que, d'autre part, il y ait vécu longuement, souvent, avec persistance. En pareilles conditions tout homme sobre, à la longue, *à l'ancienneté*, pourrait-on dire, prendra la tuberculose; à ses côtés l'alcoolisé arrivera au *choix*, et non seulement il sera plus facilement et plus vite contaminé, mais encore la tuberculose (du fait des troubles organiques et des troubles fonctionnels dus à l'alcool imprégnant humeurs et tissus) aura des manières d'apparaître et d'évoluer assez particulières.

Cette citation est si fortement imprégnée de l'esprit auquel nous devons la création des *candidats à la tuberculose* qu'il n'y a pas lieu de chercher à montrer les erreurs de faits auxquelles il aboutit; elles sautent aux yeux : telle la tuberculose prise, dans les milieux contaminés, très tardivement, donc *à l'ancienneté*, par les sujets vigoureux non alcooliques, très rapidement, donc *au choix*, par les sujets intoxiqués. Il suffit, pour la constatation de ces erreurs, de se rappeler les faits nouveaux que ma Note du 5 juin avait surtout pour but d'introduire dans l'étude de la question de la tuberculose du personnel des débits parisiens. Qu'on y ajoute les démonstrations expérimentales, que j'ai eu l'occasion de signaler, soit à l'Académie de Médecine, soit à l'Académie des Sciences, sur la possession du même degré d'aptitude à s'infecter, par les sujets vigoureux et les sujets en état de profonde misère physiologique.

Qu'on se rappelle enfin que *les manières assez particulières d'apparaître et d'évoluer* de la tuberculose, née sur les intoxiqués alcooliques, représentent purement et simplement les caractères de très grande fragilité de ces sujets mis en état de moindre résistance à l'action destructive du virus tuberculeux.

Propositions finales.

Pour présenter toutes ces précisions de la façon la plus simple, il convient de reproduire ici l'ensemble des propositions qui découlent de mon étude du 5 juin, telles qu'elles figureront prochainement sur la couverture des tirés à part de cette étude, destinés à des Commissions parlementaires, municipales, hygiéniques, etc., qui auront à s'occuper des mesures propres à entreprendre fructueusement les *luttes antialcoolique et antituberculeuse*.

1. L'alcoolisme est sans influence sur l'éclosion de la tuberculose.

2. En effet, les cas constatés chez le personnel des débits de vin se rencontrent sur les sujets qui ont *voulu* et *su* se prémunir contre tout empoisonnement alcoolique, aussi bien que sur ceux qui ont été profondément débilités par l'alcoolisation.

3. Mais la tuberculose implantée sur ces derniers sujets s'y montre particulièrement grave, en raison de leur état de moindre résistance à l'action destructive du virus tuberculeux.

4. La tuberculose qui sévit sur les exploitants des débits est due à l'action

des germes dont sont infestés tous ces débits, les plus riches comme les plus humbles : germes semés en grande quantité par les clients tuberculeux qui y foisonnent et créent, dans ces *salons du pauvre*, une déplorable insalubrité.

5. En prouvant que l'infection tuberculeuse est *indépendante* de l'alcoolisation, ces faits établissent l'*indépendance* réciproque des deux *luttes antialcoolique* et *antituberculeuse*.

Cette *indépendance* est absolue. Aussi les plus beaux succès de la *lutte antialcoolique* ne sauraient-ils contribuer, en quoi que ce soit, à l'extinction de la tuberculose.

Pour assurer la conservation de la santé des sujets bien portants, appelés à vivre dans des locaux *contaminés*, une *lutte antituberculeuse* spéciale s'impose, dans tous les cas sans exception, visant les agents *contaminants*, germes et porte-germes, qui surabondent dans lesdits locaux.

Contre la désastreuse insalubrité de ces funestes locaux, il y a donc lieu d'organiser, d'urgence, une inlassable guerre de défense, avec les armes efficaces que les hygiénistes ont déjà entre les mains.

ASTRONOMIE. — *Procédé nouveau pour l'étude des traits d'un cercle.* Note (¹) de M. A. Verschaffel.

Il est admis et démontré que, dans l'étude des traits d'un cercle, on peut prendre deux traits quelconques diamétralement opposés (un diamètre), comme origine sans erreur des divisions, à condition de lire toujours deux microscopes opposés.

Il n'est pas à ma connaissance qu'on ait démontré qu'on peut prendre, comme étant sans erreur, autant de diamètres qu'on a de paires de microscopes installées sur le cercle, à condition cette fois de lire toujours autant de paires de microscopes qu'on veut se garantir de diamètres sans erreur.

Prenons un cercle muni de trois paires de microscopes et choisissons pour notre triple origine sans erreur les diamètres 0°-180°, 60°-240° et 120°-300°, que nous désignerons plus simplement par 0°, 60° et 120°.

Supposons que le trait 60° soit en réalité en erreur de e par rapport au trait 0°, que nous regarderons comme une *origine absolue*, et que le trait 120° soit en erreur de e' par rapport au même trait 0°. La moyenne

(¹) Séance du 13 juin 1916.

des lectures des trois traits 0°, 60° et 120° donnera, par rapport au trait 0°, un écart qui sera égal à

$$\frac{0+e+e'}{3}. \tag{1}$$

Étudions tous les traits en les rapportant au trait 0° et consacrons à cette étude un tiers du travail total prévu pour l'étude des traits. Les résultats seront affectés d'erreurs accidentelles, mais l'ensemble des traits ne sera pas affecté d'erreur systématique par rapport au trait 0°.

Consacrons le deuxième tiers du travail total à l'étude des traits rapportés au trait 60°. Chaque détermination sera affectée d'une certaine erreur accidentelle par rapport au trait 60°, et l'ensemble des déterminations sera affecté d'une erreur systématique e, par rapport au trait 0°, parce que e est l'erreur du trait 60° par rapport au trait 0°.

Enfin, dans la troisième partie du travail, où l'on fait la comparaison de tous les traits avec le trait 120°, il y aura, à côté des erreurs accidentelles, une erreur systématique de l'ensemble des traits égale à e', vis-à-vis du trait 0°, parce que l'origine 120° employée dans cette partie est affectée de l'erreur e' par rapport à 0°.

Tous les traits dans cette triple étude *ont conservé ou ont reçu* les erreurs systématiques suivantes par rapport à 0° :

Dans la première détermination.............	0
Dans la deuxième détermination............	e
Dans la troisième détermination............	e'
Somme.........	$0+e+e'$
Moyenne........	$\frac{0+e+e'}{3}$

C'est l'écart systématique déjà trouvé (1) pour la moyenne des trois traits principaux choisis comme origines sans erreur.

Ainsi tous les traits, y compris les traits 0°, 60° et 120°, sont affectés, après correction, d'un écart systématique vis-à-vis de l'origine absolue, 0° *non corrigée*, égal à $\frac{0+e+e'}{3}$. Ils ne sont donc affectés d'aucun écart systématique entre eux, seules les erreurs accidentelles les affectent.

Dans ces conditions le cercle peut être employé avec une, deux et trois paires de microscopes, comme tout cercle étudié avec une origine unique.

Mais il n'y a aucun trait dont nous pouvons affirmer avec certitude que sa position corrigée s'écarte rigoureusement de l'origine absolue, 0° *non corrigée*, de la quantité (1) $\frac{0+e+e'}{3}$.

Nous savons, par contre, que la *moyenne* des trois traits 0°, 60° et 120°, *non corrigés*, s'écarte exactement de l'origine absolue 0° de la quantité $\frac{0+e+e'}{3}$, puisque cette quantité n'est autre chose que l'expression des *écarts réels* de ces traits vis-à-vis de l'origine absolue 0. C'est là le fait qui constitue le privilège de la moyenne des trois traits choisis comme origine multiple.

Nous connaissons une quantité approchée de $\frac{0+e+e'}{3}$: c'est la moyenne des trois corrections trouvées pour les traits 0°, 60° et 120°, soit $\frac{c_0+c_{60}+c_{120}}{3}$. Il ne faut pas faire usage de cette moyenne approchée pour l'appliquer à la moyenne des trois lectures faites sur 0°, 60° et 120°; il faut lui substituer la *valeur rigoureuse* de la correction de l'ensemble de ces trois traits, ce que nous pouvons faire en prenant lesdits trois traits *sans corrections*.

Il faut, au contraire, appliquer les corrections trouvées c_0, c_{60} et c_{120} si on les emploie isolément ou seulement deux à deux. Mais alors ces traits, pris isolément, ou seulement deux à deux, ne jouissent plus d'aucun privilège sur les autres. Ce n'est que la *moyenne* des trois traits que nous avons choisis, et sur la base desquels nous avons étudié les autres traits, qui jouit du privilège d'être à la fois exempte d'erreur systématique et d'erreurs accidentelles vis-à-vis de l'ensemble des traits. Le privilège se réduit donc aux seuls cas où l'on peut lire les trois traits dans la même mesure.

Il est facile de faire ressortir les avantages de ces conditions. Si l'erreur probable moyenne d'un diamètre d'un cercle est e, toute lecture faite sur trois diamètres sera affectée d'une erreur probable de

$$(2) \qquad \frac{\sqrt{3e^2}}{3}.$$

La différence de deux lectures, faites dans la même hypothèse, sera affectée d'une erreur probable E_p, dont l'expression est

$$(3) \qquad E_p = \frac{\sqrt{3e^2+3e^2}}{3}.$$

Si l'une des deux directions est celle des trois traits origines sans erreur, l'un des termes sous le radical dans l'expression (3) disparaît, et l'erreur probable de la différence des lectures faites dans les deux directions se

réduit à l'expression :

$$(4)\qquad E'_p = \frac{\sqrt{3e^2}}{3}.$$

Elle est réduite dans le rapport de $\frac{1}{\sqrt{2}}$ et est égale à l'erreur probable (2).

Si l'on compare la précision obtenue dans la détermination de la latitude d'un lieu avec un cercle à triple origine, dont les origines sont orientées sur le nadir, avec la précision obtenue dans la même opération avec un cercle étudié sur une origine unique, on constate dès la première opération l'avantage de la triple origine.

Si l'on cherche la limite inférieure E_l que peut atteindre l'erreur probable du résultat fourni par les deux instruments, on trouve avec un cercle à origine simple non orientée :

$$E_l = \frac{\sqrt{3e^2}}{3}.$$

C'est juste l'expression de l'erreur probable (4) du résultat obtenu dès la première opération avec un cercle à triple origine orientée dans la direction qu'on cherche à fixer avec précision. La limite inférieure de l'erreur probable E'_l qu'on peut atteindre avec un cercle à triple origine descend à o.

Avec un cercle ordinaire la lecture du nadir est affectée d'une erreur systématique précisément égale à l'expression (2) et c'est cette erreur systématique, que la répétition des opérations ne peut pas faire disparaître, qui fixe la limite inférieure de l'erreur probable. Un cercle à triple origine ne présente pas d'erreur systématique dans la direction de cette origine. Il n'y a donc pas, dans ces conditions, de limite inférieure à l'erreur probable de la détermination de la latitude, les autres causes d'erreurs pouvant se compenser par la répétition de l'opération et, surtout, pouvant se réduire à une quantité négligeable par la division du résidu des erreurs accidentelles par le nombre des répétitions de l'opération.

Il semble donc qu'il convienne d'étudier les divisions d'un cercle en prenant autant d'origines qu'il y a de paires de microscopes installées sur le cercle, toutes les fois qu'un cercle doit être employé à la détermination de la latitude d'un lieu ou, d'une manière générale, à fixer avec précision une direction particulière par comparaison avec de multiples directions situées un peu partout.

Il serait désirable que les constructeurs pussent fournir des instruments munis de cercles mobiles, c'est-à-dire auxquels on puisse facilement

imprimer un mouvement de rotation autour de l'axe et les y fixer dans les directions désirées, sans risque de les déformer. Cette faculté rendrait ces instruments très utiles.

Ce nouveau procédé de l'étude des traits n'exige pas plus de mesures d'angles que l'étude avec une seule origine, et n'exige pas non plus d'autre installation : une seule paire de microscopes auxiliaires suffit. Le procédé des calculs ne diffère en rien de celui des calculs dans l'étude à une origine unique. Il y a seulement la moyenne à faire des trois corrections partielles trouvées pour chaque trait.

NOMINATIONS.

M. L.-E. Bertin est désigné pour faire, au nom de l'Académie, une Lecture dans la prochaine Séance publique solennelle des cinq Académies.

CORRESPONDANCE.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Étude de l'intégrale générale de l'équation* (VI) *de M. Painlevé dans le voisinage de ses singularités transcendantes.* Note de M. René Garnier, présentée par M. Hadamard.

1. On sait que, parmi les six équations nouvelles dues aux méthodes de M. Painlevé, il en est une, à savoir l'équation

$$(\mathrm{VI})\quad \lambda'' = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda - 1} + \frac{1}{\lambda - t}\right)\lambda'^2 - \left(\frac{1}{t} + \frac{1}{t-1} - \frac{1}{t-\lambda}\right)\lambda' + 2\,\frac{\lambda(\lambda-1)(\lambda-t)}{t^2(t-1)^2}$$
$$\times\left[a + b + c + d + 1 - \left(a + \frac{1}{4}\right)\frac{t}{\lambda^2} + \left(b + \frac{1}{4}\right)\frac{t-1}{(\lambda-1)^2} - c\,\frac{t(t-1)}{(\lambda-t)^2}\right],$$

qui reproduit les cinq autres par dégénérescence. M. Painlevé a montré d'abord que les intégrales de (VI) sont méromorphes en tout point t distinct de 0, 1, ∞, et, de plus, que pour a, b, c, d choisis arbitrairement, (VI) est irréductible au sens de M. J. Drach. Jusqu'à présent, on ne connaissait aucune autre propriété de ces intégrales.

A vrai dire, dans un Mémoire des *Mathematische Annalen* (t. 75, 1914), M. Richard Fuchs a étudié l'allure des intégrales de (VI) dans le voisinage de leurs singularités transcendantes; mais sa méthode est sans valeur et ses conclusions sont inexactes. Entre autres graves erreurs, qu'il me suffise de citer son point de départ. Après avoir supposé *a priori* qu'il existe des intégrales telles que, pour ([1]) $t = 0$, $\lambda = 0 = t\lambda'$, il s'efforce de montrer, par la méthode des majorantes, qu'il existe *des* intégrales dépendant de deux constantes arbitraires et vérifiant ces conditions; puis il en conclut que *toutes* les intégrales de (VI) satisfont aux mêmes conditions.

En définitive, on ignorait donc jusqu'ici l'allure des intégrales de (VI) dans le voisinage de $t = 0, 1, \infty$; c'est cette étude que j'ai approfondie et dont je résumerai ici les résultats.

2. Tout d'abord, les points $0, 1, \infty$ s'échangeant dans les transformations de (VI) en elle-même, on peut se borner à étudier le premier. Soit alors η un nombre positif arbitrairement petit; posons $T = \log t_0^{-1} t$ ($|t_0| < 1$) et envisageons la région $\mathcal{R}$ du plan T dont les points ont leurs arguments compris entre $\frac{\pi}{2} + \eta$ et $\frac{3\pi}{2} - \eta$. En modifiant légèrement une dénomination de M. P. Boutroux, j'appellerai *caractéristique* de (VI) toute branche d'intégrale suivie le long d'un rayon OΔ de $\mathcal{R}$. Ceci posé, le problème que j'ai traité peut être subdivisé en trois étapes successives :

1° *Construction par approximations successives de caractéristiques vérifiant* (VI) (en général, les expressions qui les représentent ne sont valables que dans une partie de $\mathcal{R}$).

2° *Démonstration que les caractéristiques obtenues sont les seules possibles* (c'est la partie la plus cachée du problème).

3° *Représentation d'une intégrale dans $\mathcal{R}$ au moyen de caractéristiques convenablement assemblées* [cette *synthèse* de l'intégrale une fois achevée, les singularités de (VI) apparaissent comme d'un type absolument nouveau]. Dans cette Note, je me bornerai à quelques indications sur une partie des résultats du 1°.

3. Les caractéristiques que j'ai obtenues sont de *deux espèces distinctes*, les théories de ces deux espèces étant identiques, je me limiterai à celles de

([1]) L'auteur ne précise pas le chemin suivant lequel il fait tendre t vers 0; pratiquement, il opère comme si ce chemin était *rectiligne*.

la première espèce. Pour les définir, je remplace (VI) par le système

$$(1)\quad \begin{cases} \dfrac{t^2(t-1)^2\lambda'^2}{\lambda^2(\lambda-1)^2(\lambda-t)^2} = \dfrac{4a+1}{\lambda^2} + \dfrac{4b+1}{(\lambda-1)^2} + \dfrac{4c}{(\lambda-t)^2} + \dfrac{4\alpha}{\lambda(\lambda-1)(\lambda-t)}, \\ (\lambda-t)^2\alpha' = -\alpha(\lambda-t) - 2c\lambda(\lambda-1) \end{cases}$$

dont toutes les intégrales $\lambda(t)$, non constantes, appartiennent à (VI).

Soit ω un nombre positif ou nul, inférieur à 1 ; proposons-nous de déterminer une caractéristique de (VI) telle que, t tendant vers zéro suivant la spirale correspondant à $O\Delta$, $t^\omega : \lambda$ reste borné supérieurement et α tende vers la valeur bornée α_0, tandis que, en t_0, λ prenne la valeur λ_0. Pour cela, je poserai

$$4a + c + 1 - 4\alpha_0 = s^2$$

et

$$P(\lambda) = 4(a+b+c+d+1)\lambda(\lambda-1) + (4b+1)\lambda - s^2(\lambda-1);$$

de plus, dans cette Note, je supposerai $P(\lambda) \not\equiv 0$ et sans racine double. J'appellerai *caractéristiques de la première espèce et du type général* celles qui viennent d'être définies, réservant l'appellation de *caractéristiques exceptionnelles* à celles qui correspondent aux deux cas exclus. Ainsi, nous pourrons poser

$$(2)\quad \int_{\lambda_0}^{\lambda} \frac{d\lambda}{\lambda\sqrt{P(\lambda)}} = \mu,$$

et cette transformation changera (1) en

$$(3)\quad \begin{cases} t\mu' = 1 + F(\mu, \alpha-\alpha_0, t), \\ \alpha' = \alpha\varphi(\mu, t) + \psi(\mu, t), \end{cases}$$

où $|F|$ est très petit avec $|t|$ et $|\alpha - \alpha_0|$; de plus, F, φ et ψ sont holomorphes en μ, $\alpha - \alpha_0$ et t lorsque ces variables satisfont à diverses conditions qu'il serait trop long d'indiquer. Cela étant, je fais les approximations suivantes :

$$\mu_0 = \int_{t_0}^{t} \frac{dt}{t}$$

et

$$\alpha_{n+1} = \alpha_0 + \int_0^t [\alpha_n\varphi(\mu_n, t) + \psi(\mu_n, t)]\,dt, \qquad \mu_{n+1} = \int_{t_0}^{t} \frac{1 + F(\mu_n, \alpha_{n+1}-\alpha_0, t)}{t}\,dt,$$

où $n = 0, 1, \ldots$ et où les intégrales sont prises le long de la spirale correspondant à $O\Delta$. *Ces approximations convergent uniformément vers un couple d'intégrales de* (3) *lorsque*, $|t_0|$ étant suffisamment petit, $T = \log t_0^{-1} t$ *appar-*

tient à un secteur indéfini $\Delta_1 O \Delta_2$ dont les frontières $O\Delta_1$ et $O\Delta_2$ ne dépendent que de α_0.

4. Il est aisé de préciser l'allure d'une caractéristique le long d'un rayon $O\Delta$ de ce secteur; à l'aide d'une construction géométrique très simple, j'associe à $O\Delta$ deux nombres positifs : *l'exposant d'indétermination* ω ($0 \leqq \omega < 1$) et *la pseudo-période* Ω; ces nombres sont tels que, *pour une infinité de points situés sur* $O\Delta$ *à des intervalles de* Ω, *le rapport* $t^{\omega}\lambda^{-1}$ *prend une infinité de valeurs, toutes très peu différentes* si $|t_0|$ est assez petit. De plus, on peut toujours trouver une parallèle à $O\Delta$ sur laquelle $t^{\omega}\lambda^{-1}$ prend des valeurs différant très peu de toute quantité donnée, finie et non nulle, et cela en une infinité de points équidistants de Ω; enfin, *pour toute valeur de* k ($\neq 0$ et ∞) *l'équation* $\lambda - kt^{\omega} = 0$ *a une infinité de racines*, dont les affixes (dans le plan T) s'éloignent indéfiniment dans une direction tendant vers $O\Delta$ et avec des distances mutuelles convergeant vers Ω.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Calcul de la poussée exercée sur un mur de soutènement à parement intérieur plan par un massif pulvérulent à surface libre plane.* Note [1] de M. E. Baticle, présentée par M. C. Jordan.

Nous avons précédemment montré [2] qu'on pouvait tracer, à partir du pied du mur, une courbe telle qu'en chaque point les poussées élémentaires qu'elle subit passent par le point d'intersection des profils de la surface libre et du parement. Dans la pratique on peut toujours supposer l'angle de frottement sur le mur égal à l'angle de frottement intérieur φ du massif; la courbe en question se compose alors : 1° d'une ellipse, dont l'équation en coordonnées polaires est

$$\frac{1}{\rho^2} = \alpha \cos^2(\theta - \psi) + \beta \sin^2(\theta - \psi),$$

l'origine des angles polaires étant l'horizontale OX menée vers l'intérieur du massif; 2° d'une spirale logarithmique $\rho = l e^{(\theta - \Theta)\tan\varphi}$, l étant la longueur du profil du parement, Θ l'angle polaire de ce parement. Les deux courbes se raccordent sur le rayon vecteur de l'ellipse, qui fait avec la tangente l'angle $\frac{\pi}{2} - \varphi$, c'est-à-dire sur le rayon d'angle polaire : $\psi + \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$.

---

(1) Séance du 13 juin 1916.

(2) *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 632.

L'angle ψ est l'angle du grand axe de l'ellipse avec OX. Il se détermine par la condition que la surface libre $(\theta = -i)$ et la verticale $\left(\theta = \frac{\pi}{2}\right)$ sont conjuguées; ce qui s'exprime par la relation

$$\operatorname{tang}(-i-\psi)\cot\psi + \operatorname{tang}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) = 0,$$

relation qui peut être remplacée par la suivante :

$$\sin 2\psi . \sin\varphi + \cos 2\psi . \operatorname{tang} i + \operatorname{tang} i . \sin\varphi = 0.$$

Si l'on pose $x = \sin 2\psi$, $y = \cos 2\psi$, on a

$$-\frac{y}{\sin\varphi} - \frac{x}{\operatorname{tang} i} = 1,$$

équation d'une droite qui, par son intersection avec le cercle $x^2 + y^2 = 1$, donne les deux valeurs de l'angle 2ψ vérifiant la relation ci-dessus. L'angle ψ à choisir est celui qui correspond à l'équilibre limite par affaissement : c'est celui qui se rapproche le plus de la verticale.

Pour déterminer α et β, déjà liés par la relation d'équilibre limite de Rankine : $\frac{\alpha}{\beta} = \operatorname{tang}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$, on a la condition de raccordement avec la spirale logarithmique. On trouve aisément :

$$a = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} = l e^{\left(\psi + \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} - \Theta\right)\operatorname{tang}\varphi} \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right),$$

$$b = \frac{1}{\sqrt{\beta}} = l e^{\left(\psi + \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} - \Theta\right)\operatorname{tang}\varphi} \sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right).$$

a et b sont les deux axes de l'ellipse.

Le moment de la poussée par rapport au point O, égal au moment du poids du prisme délimité par le contour dont les éléments subissent des poussées convergentes, est exprimé au moyen de l'intégrale

$$\mu = \int \frac{\Delta}{3} \rho^3 \cos\theta \, d\theta.$$

Les valeurs de ρ données ci-dessus permettent d'effectuer les quadratures. On trouve pour l'ellipse

$$\mu_0 = \frac{\Delta}{3} \left| \frac{b^2 \cos(\theta - \psi)\sin\varphi + a^2 \sin(\theta - \psi)\cos\psi}{\left[\frac{\cos^2(\theta - \psi)}{a^2} + \frac{\sin^2(\theta - \psi)}{b^2}\right]^{\frac{1}{2}}} \right|_{\theta_0 = -i}^{\theta_1 = \varphi + \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}}$$

et pour la spirale logarithmique

$$\mu_1 = \frac{\Delta l^3}{3}\left|\frac{3\,\text{tang}\,\varphi\cos\theta + \sin\theta}{9\,\text{tang}^2\varphi - 1}e^{3(\theta-\Theta)\,\text{tang}\,\varphi}\right|_{\varphi+\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}}^{\Theta}.$$

La poussée S, dont la direction fait avec le parement l'angle $\frac{\pi}{2} - \varphi$ et dont le point d'application est aux deux tiers du parement, à partir du point O, a pour expression

$$S = \frac{\mu_0 + \mu_1}{\frac{2}{3}l\cos\varphi}.$$

Dans le cas où $\Theta < \psi + \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$ la spirale logarithmique ne peut être construite. Comme nous l'avons dit, cela veut dire qu'on ne peut supposer à la fois que le massif est dans l'état d'équilibre limite et que le glissement est sur le point de se produire sur la surface du mur. Pratiquement, on pourra supposer que, dans ce cas, le mur n'amène aucune perturbation dans l'état d'équilibre du massif. La valeur du moment de la poussée est alors donnée par l'intégrale μ_0 prise entre $-i$ et Θ; quant à la direction Θ' de la poussée, elle est conjuguée de Θ et donnée par la relation

$$\text{tang}(\Theta' - \psi)\,\text{tang}(\Theta - \psi) + \text{tang}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) = 0;$$

les valeurs de a et de b se déterminent, d'ailleurs, pour le calcul de μ_0, par la condition que l'ellipse passe par le pied du mur, soit par le point $\theta = \Theta$, $\rho = l$, jointe à la relation $b = a\,\text{tang}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les isomères $T_{7.8}$ et $T_{5.6}$ de l'acide stéarolique.* Note de M. S. **Posternak**, présentée par M. L. Maquenne.

Des seize acides acétyléniques $C^{18}H^{32}O^2$ à chaîne normale que prévoit la théorie, on n'a décrit jusqu'ici que quatre : l'acide stéarolique $T_{9.10}$ (¹), l'acide taririque $T_{6.7}$ (²), les acides $T_{10.11}$ et $T_{8.9}$ (³). La connaissance de

(¹) Overbeck, *Annalen der Chemie*, Bd. 140, 1866, p. 41.

(²) Arnaud, *Comptes rendus*, t. 114, 1892, p. 79; t. 122, 1896, p. 1000; t. 134, 1902, p. 473.

(³) Arnaud et Posternak, *Ibid.*, t. 150, 1910, p. 1245.

toute la longue série de ces isomères et de leurs nombreux dérivés bien cristallisés pouvant être d'une grande utilité pour l'étude des rapports entre la constitution chimique et les propriétés physiques de ces corps, je me suis appliqué à en préparer un certain nombre.

Le procédé qui m'a servi pour la préparation des acides stéaroliques $T_{7.8}$ et $T_{5.6}$ est analogue à celui que nous avons employé, mon bien regretté maître et ami M. Arnaud et moi, en 1910, pour les isomères $T_{10.11}$ et $T_{8.9}$. Il est basé, comme on se le rappelle, sur l'isomérisation par déplacement de la triple liaison, à droite et à gauche, lors du traitement des dérivés diiodhydriques d'un acide stéarolique par la potasse alcoolique.

280^g d'acide taririque (1^{mol}) sont fondus dans un ballon à fond plat. On y fait arriver un courant d'acide iodhydrique sec jusqu'à ce que le poids du ballon augmente de 256^g (2^{mol} HI). La fixation du gaz est lente à la fin de l'opération et il est nécessaire d'agiter énergiquement. On dissout l'huile lourde et brune ainsi obtenue dans 800$^{cm^3}$ de potasse alcoolique à 30 pour 100 et l'on fait bouillir au bain-marie pendant 3 heures. On filtre alors à chaud l'iodure de potassium déposé, on distille l'alcool et l'on décompose les savons en solution dans l'eau bouillante avec de l'acide sulfurique dilué. Après refroidissement, on obtient un gâteau cristallin imbibé d'une matière huileuse. Cette dernière représente un peu plus d'un tiers du poids du gâteau et est formée par des acides monoiodoléiques qu'il est impossible de désioder avec la potasse alcoolique même à la température de 175°. Les cristaux sont constitués par un mélange de trois isomères stéaroliques $T_{7.8}$, $T_{6.7}$ et $T_{5.6}$. Il s'agit maintenant de séparer les unes des autres toutes ces substances.

Pour débarrasser les acides solides de la matière huileuse qui les imbibe on dissout le tout dans 3^{vol} d'alcool et l'on ajoute 400$^{cm^3}$ de soude alcoolique normale. Les sels acides de sodium des trois isomères cristallisent rapidement et sont essorés au bout de 24 heures. Les eaux mères concentrées déposent encore des cristaux. En décomposant les sels acides réunis par de l'acide sulfurique étendu, on obtient en tout 153^g d'acides solides. Une simple cristallisation dans 5^{vol} d'alcool permet d'en enlever une soixantaine de grammes d'acide taririque presque pur. La séparation de l'isomère $T_{7.8}$ se fait sous forme de dérivé diiodé. Pour cela on transforme le restant du mélange en dérivés diiodés en liqueur acétique suivant la méthode décrite antérieurement ([1]) et on les dissout dans 3^{vol} d'alcool. C'est l'acide *diiodo-7.8-élaïdique* qui cristallise le premier à basse température. Après plusieurs recristallisations qui l'amènent à un point de fusion de 68°, on le désiode en solution dans l'alcool absolu à l'aide de sodium métallique, pour régénérer l'acide stéarolique $T_{7.8}$.

La séparation de l'isomère $T_{5.6}$ est plus compliquée. On désiode les eaux mères diiodées, on dissout les acides régénérés dans l'alcool et l'on ajoute par fractions de la soude normale alcoolique de façon à faire cristalliser les sels acides de sodium en fractions de 8^g à 10^g. Chaque fraction est partagée de la même manière en portions de 1^g à 2^g. L'acide libre est mis en liberté dans chacune de ces fractions et recristallisé.

([1]) *Comptes rendus*, t. 149, 1909, p. 220.

On met de côté les fractions fondant au-dessus de 44° et qui triturées avec un poids égal d'acide taririque baissent leur point de fusion. En recristallisant plusieurs fois ces fractions réunies dans l'alcool, on obtient l'acide $T_{5.6}$ à l'état de pureté.

Le rendement en acides purs fut de 17^g environ pour l'isomère $T_{7.8}$ et de 7^g pour l'acide $T_{5.6}$. La séparation est loin d'être quantitative.

Acide stéarolique $T_{7.8}$. — Prismes incolores rappelant à s'y méprendre l'acide $T_{9.10}$. Fondu et refigé sur l'eau, il présente le même aspect étoilé qui est si caractéristique pour l'acide d'Overbeck. F. 49°,25.

Oxydé par trois fois son poids d'acide azotique fumant, il fournit entre autres de l'*acide pimélique* $C^7H^{12}O^4$ fondant à 103° dont furent analysés le sel de baryte et l'acide libre. Des produits d'oxydation on a pu isoler encore l'*acide stéaroxylique* 7.8 $C^{18}H^{32}O^4$, cristallisant en lamelles jaunes micacées. F. 86°,5.

De l'acide *diïodo*-7.8-*élaïdique* $C^{18}H^{32}I^2O^2$. Lamelles nacrées fondant à 68°,25 et peu solubles dans l'alcool froid.

Par addition d'une molécule HI et réduction au moyen de la poudre de zinc en liqueur acétique, l'acide stéarolique $T_{7.8}$ fournit *l'acide élaïdique* $\Delta_{7.8}$ $C^{18}H^{34}O^2$: minces lames oblongues, semblables aux cristaux de l'acide élaïdique ordinaire $\Delta_{9.10}$. F. 45°,5.

L'*acide* (7.8 *cis*) *dioxystéarique* $C^{18}H^{36}O^4$: aiguilles fondant à 96°,5.

Acide stéarolique $T_{5.6}$. — Lamelles nacrées rappelant l'acide stéarique, solubles dans tous les dissolvants des acides gras. F. 52°,5.

Des produits d'oxydation par l'acide azotique fumant on a isolé *l'acide tridécylique* $C^{13}H^{26}O^2$ fondant à 39° et l'acide stéaroxylique 5.6 $C^{18}H^{32}O^4$. F. 94°.

Avec l'acide stéarolique $T_{5.6}$ on a préparé :

L'*acide diïodo*-5.6-*élaïdique* $C^{18}H^{32}I^2O^2$, longues aiguilles fines ne donnant pas, à l'encontre de l'acide taririque, de solutions sursaturées dans l'alcool. F. 52°.

L'*acide élaïdique* $\Delta_{5.6}$ $C^{18}H^{34}O^2$: lamelles rhombiques, F. 47°,5, et l'*acide dioxy*-5.6-*stéarique* $C^{18}H^{36}O^4$, cristallisant en aiguilles dans l'éther, F. 94°.

Dans le Tableau ci-dessous on a juxtaposé les points de fusion des six isomères stéaroliques connus et de quelques-uns de leurs dérivés. La comparaison de ces chiffres fait ressortir déjà un certain nombre de régularités.

Indices.	R-C≡C-R'.	R-CI=CI-R'.	R-CO-CO-R'.	R-CH=CH-R'.	R-COH-COH-R'.
10.11	47°	45°	»	52°	97°
9.10	48	51	86	45	95,5
8.9	47,5	67	»	53	98,5
7.8	49,25	68,25	86,5	45,5	96,5
6.7	51,5	48	98	54 (¹)	117,5
5.6	52,5	52	94	47,5	94 (?)

(¹) Par une erreur d'impression, corrigée déjà sur les tirés à part, ce point de fusion ut indiqué 52° (*Comptes rendus*, t. 150, 1911, p. 1131).

GÉOLOGIE. — *Le Bartonien marin dans les Pyrénées.* Note de M. **Dalloni**, présentée par M. H. Douvillé.

En décrivant le Nummulitique des Pyrénées aragonaises ([1]) j'ai indiqué que les couches marines les plus élevées qui affleurent sur le versant espagnol, dans la partie centrale de la chaîne, appartiennent au Lutétien supérieur. Entre les vallées de l'Ara et du Gallego, des bancs de conglomérats commencent à alterner vers le sommet de l'étage avec les marnes bleues très fossilifères; ils prennent graduellement une importance plus grande et passent rapidement à la masse des poudingues suprанummulitiques, à la base desquels s'intercalent des calcaires lacustres bartoniens à *Planorbis castrensis* Noulet, *Ischyrostoma formosum* Boubée var. *minuta* Noulet, *Helix janthinoides* Noulet.

A l'ouest de Jaca, sur les confins de la Navarre, M. L. Carez a rencontré, à la partie supérieure des marnes bleues, des couches marines plus récentes que le Lutétien, caractérisées par *Nummulites striatus* Brug., *Orthophragmina* (Discocyclina) *Pratti* Mich., *O.* (Asterodiscus) *stellata* d'Arch; les calcaires lacustres bartoniens n'étant pas connus dans cette région, cette assise peut en être considérée comme un équivalent et elle se développe vraisemblablement vers l'Ouest, par où le synclinal sous-pyrénéen devait communiquer avec le bassin nummulitique de la province de Santander et la fosse de l'Adour.

D'autre part, les calcaires lacustres ne se poursuivent pas vers l'Est au delà de la Noguera Ribagorzana. En Catalogne, les poudingues recouvrent de nouveau directement des couches marines dont les plus récentes appartiennent au Bartonien. Dans le petit bassin d'Oliana, au sud de la Seo d'Urgel, l'étage est bien représenté par des couches gréseuses très fossilifères, surmontant les marnes bleues que traverse le Sègre près de Peramola ([2]); elles sont peu épaisses et ne peuvent correspondre qu'à un horizon paléontologique unique; avec des polypiers et des bryozoaires variés, j'ai recueilli de nombreux fossiles :

Operculina granulosa Leym., *Nummulites striatus* Brug., *N. Fabianii* Prever,

([1]) M. Dalloni, *Étude géologique des Pyrénées de l'Aragon*, 1910.

([2]) Ces marnes bleues, comme celles observées par M. L. Carez à l'ouest de Jaca, sont sans doute auversiennes; mais j'ai montré que le même faciès débute en Aragon dès le Lutétien inférieur (couches à *Assilina præspira* H. Douv.).

Orthophragmina (Discocyclina) *Archiaci* Schlumb. et variété *Bartholomei* Schlumb., *O.* (Asterodiscus) *stellata* d'Arch., *O.* (Asterodiscus) *radians* d'Arch., *Pentacrinus didactylus* d'Orb., *Cidaris subularis* d'Arch., *C. striatogranosa* d'Arch., *Chlamys* sp., *Crassatella lapurdensis* Tourn., *Cardita* (Venericardia) sp., *Trochus* sp., *Cerithium Johannæ* Tourn., *Potamides* (Trechestoma) *Vidali* Cossm., *Bittium* sp., *Turritella* cf. *Trempina* Carez, *Vermetus inscriptus* d'Arch., etc.

La plupart de ces espèces se retrouvent à Biarritz, où elles caractérisent plus spécialement les couches immédiatement supérieures au Lutétien (Auversien et Bartonien); la présence de *Nummulites Fabianii* Prever, localisée dans le Priabonien dans le bassin de l'Adour, le Vicentin et les Alpes, accentue le caractère relativement récent de la faune d'Oliana.

Le Bartonien présente le même faciès au sud de la chaîne, où des marnes et des grès à *Nummulites striatus* Brug. ont été signalés en divers points du synclinal catalan. La mer s'étendait donc largement à cette époque au pied des Pyrénées et communiquait sans doute vers l'Est avec les régions méditerranéennes.

Les conglomérats qui surmontent, à Oliana, les dernières couches marines, ne peuvent appartenir qu'à l'Éocène supérieur; ils sont donc plus récents que ceux qui affleurent dans la partie centrale de la chaîne, dont les mouvements orogéniques ont amené la surrection et, par contre-coup, la formation des poudingues supranummulitiques dès le Lutétien. Les Pyrénées françaises, auxquelles s'était soudé le massif aragonais, étaient complètement émergées après cette époque; sur le versant espagnol, les restes morcelés du bassin nummulitique ont persisté jusqu'à la fin de l'Éocène moyen.

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. — *Les anciennes lignes de Rivage du bassin de la Somme et leur concordance avec celles de la Méditerranée occidentale.* Note de M. de Lamothe.

Pendant un long séjour, l'an dernier, dans la région d'Amiens, j'ai étudié les formations quaternaires du bassin de la Somme, et cette étude m'a conduit à cette conclusion que, dans la Manche comme dans la Méditerranée occidentale, la même cause générale avait déterminé la succession des phénomènes de creusement et de remblai observés dans les vallées de la Somme, du Rhône et de l'Isser (Algérie) et l'évolution des formes topographiques. Cette cause a été, dans les deux mers, l'abaissement de la

ligne de Rivage par une série de mouvements *synchroniques* négatifs, interrompus par des mouvements positifs d'amplitude moindre.

Je résume brièvement mes observations :

1° Il y a dans la Somme, en aval de Longueau, des traces de trois anciennes nappes alluviales, parallèles entre elles et à la *Vieille-Somme;* leur pente est environ de 0,025 pour 100. Ce sont : la *nappe de Montières*, représentée par les terrasses de Montières, de Longpré, de Mautord, de Menchecourt et de Saigneville; la *nappe de Saint-Acheul*, représentée par celles du bois de Rancroy, de Saint-Acheul, du cimetière de Montières, de Picquigny, de la ferme Quesnot, de Caubert, d'Abbeville, de Saint-Valéry, auxquelles il faut probablement ajouter les terrasses de Bourdon, de Mareuil et du plateau de Saigneville; la *nappe de la ferme de Grâce*, représentée par les cailloutis du bois des Cailloux, du mamelon de Saint-Acheul, de la ferme de Grâce, et du camp de César, près de Duncq.

Les altitudes de ces trois nappes au-dessus de la *Vieille-Somme* sont respectivement de 11^m-12^m, 29^m-32^m, 49^m-51^m; leurs épaisseurs indiquent qu'elles correspondent à des périodes de relèvement du niveau de base.

2° Pendant la formation de ces nappes, l'embouchure du fleuve a subi des déplacements dont l'amplitude en projection horizontale a atteint 40^{km}. A l'époque de la nappe de 50^m, elle se trouvait près de Long; elle s'est avancée jusqu'à Saint-Valéry à l'époque de la nappe de 30^m et a rétrogradé au moins jusqu'à Pont-Rémy à l'époque de la nappe de 11^m-12^m; elle est ensuite descendue à 28^m en dessous du niveau actuel, au Hourdel, pour rétrograder de nouveau jusqu'à Pont-Rémy, à une époque où le niveau de la mer était déjà à peu près le même qu'aujourd'hui: finalement, elle est revenue près du Hourdel.

Les altitudes ci-dessus doivent, par suite, pour être comparables entre elles et pouvoir être comparées avec celles des nappes alluviales de bassins éloignés, être augmentées d'une quantité variable, égale pour chaque nappe à la hauteur du lit actuel au-dessus du niveau de la mer, mesurée sur la verticale de l'embouchure contemporaine de la nappe. La correction est de 5^m-6^m pour la nappe de Montières, de 7^m-8^m pour celle de la ferme de Grâce. Les altitudes relatives des nappes sont alors données par les nombres 16^m-18^m, 32^m, 56^m-59^m qui représentent, à très peu près, les altitudes des lignes de Rivage correspondantes.

3° Au-dessus de la nappe de 50^m, on observe, sur les deux versants, entre Pont-Rémy et Corbie, c'est-à-dire sur près de 60^{km}, une série de

replats dont les altitudes se maintiennent avec une remarquable régularité au voisinage de 103^m. Cette particularité topographique s'observe également sur la rive gauche de la Somme dans la direction de Péronne, et en amont de Longueau, sur les deux rives de l'Avre et de la Noye.

Ces faits ne peuvent s'expliquer qu'en admettant que les replats sont les débris de plates-formes littorales créées par la mer à une époque où son niveau était très voisin de 103^m, et de plaines côtières contemporaines.

Des plates-formes de même altitude se montrent d'ailleurs entre Ault, Pont-Rémy et la vallée de la Canche; leur inclinaison vers la mer et leur disposition suivant une grande courbe concave vers le Nord ne peuvent laisser aucun doute sur leur origine marine : elles marquent le pourtour d'un ancien golfe qui pénétrait profondément dans les terres.

En dehors de la Somme, j'ai observé des plates-formes semblables dans les vallées de la Troesne et du Thérain, et j'ai trouvé des témoins d'un ancien rivage de 103^m environ, à Cherbourg (Nacqueville et les Capelains) et à Sangatte (Noires Mottes).

4° Il y a donc dans le bassin de la Somme des preuves de l'existence de quatre lignes de Rivage dont les altitudes sont représentées approximativement par les nombres 103^m, 56^m-59^m, 32^m et 16^m-18^m. A chacune des trois dernières correspond une nappe alluviale distincte. Ces lignes de Rivage sont identiques à celles dont j'ai démontré l'existence en Algérie et dont j'ai fixé les altitudes approximatives à 103^m, 60^m, 31^m et 18^m, les écarts très faibles rentrant dans les limites admissibles en pareille matière. Aux lignes de Rivage d'Algérie correspond, dans l'Isser, un système de terrasses dont j'ai établi la concordance avec celui des terrasses de la vallée du Rhône; les trois plus basses apparaissent aux mêmes altitudes que dans la Somme.

J'ajouterai que dans la Manche, notamment à Wissant, on a trouvé des traces d'un rivage de 15^m-20^m et que l'établissement du niveau actuel y a été précédé, comme en Algérie, par un grand mouvement négatif qui a abaissé la ligne de Rivage à 30^m environ en dessous de ce niveau (soudages de Quillebœuf, du Hourdel et d'Étaples).

Cet ensemble de données, dont la concordance remarquable ne peut être attribuée au hasard, conduit à admettre que, dans la Manche comme dans la Méditerranée, la mer, pendant le Post-Pliocène, a été notablement plus élevée qu'aujourd'hui, et que l'abaissement de la ligne de Rivage jusqu'au niveau actuel s'est effectué, du moins à partir du niveau de 103^m, par une série d'oscillations *eustatiques*, alternativement positives et négatives; *le rythme a été le même dans les deux mers*. Les mouvements négatifs ont été instantanés ou très rapides, les mouvements positifs extrêmement

lents; ces derniers sont dus très probablement, comme je l'ai montré, au relèvement du niveau général des mers par les apports continentaux. Ce sont ces oscillations qui ont déterminé, dans la zone du profil d'équilibre, des alternatives de creusement et de remblai. A chaque période de remblai correspond une nappe *principale*; les nappes principales les plus récentes sont partiellement emboîtées jusqu'à une certaine distance de l'embouchure, et cet emboîtement explique la superposition dans une même nappe (Montières) de graviers à *El. primigenius* sur des graviers à *El. antiquus*.

5° Un certain nombre de faits paraissent démontrer que le synchronisme des oscillations de la ligne de Rivage s'est manifesté dans les deux mers dès le niveau de 204^m.

GÉOPHYSIQUE. — *La dissymétrie du Pacifique, la loi des antipodes et les formes générales profondes de la Terre dans l'hypothèse d'un déluge austral primitif*. Note de M. Émile Belot, présentée par M. Bigourdan.

Dans deux Notes insérées aux *Comptes rendus* (1914, t. 158, p. 647, et t. 159, p. 89) j'ai développé l'hypothèse, suggérée par la Cosmogonie, d'un déluge primitif tombant sur l'Antarctide, première saillie du noyau anhydre où la température s'abaissa au-dessous de 364° (température critique de l'eau). Il importe d'expliquer comment, dans cette hypothèse, le pôle de l'eau marine n'est pas le pôle Sud, mais un point situé, d'après A. Berget, vers les îles Antipodes par 47° 24′ de latitude Sud. Autour de ce pôle règne un hémisphère contenant 89 pour 100 de surface marine. Admettons que l'Antarctide primitive ait été un cône régulier ayant son sommet au pôle Sud : l'eau n'a pu se répandre uniformément sur tous les méridiens; celui où l'eau d'abord se sera le plus étendue vers le Nord continuera à recevoir le maximum de précipitation. En effet la surface aqueuse forme écran pour les calories du noyau qu'elle refroidit à partir de 1200° environ. Ainsi l'océan austral primitif, devenu surface de condensation, se déplacera vers le Nord-Est (en raison de la rotation de la Terre) dans la direction où elle aura commencé à prédominer. C'est là l'origine de la *dissymétrie du Pacifique*, phénomène dû à la pesanteur et analogue à ceux qui dépendent d'un équilibre instable autour d'une pointe.

Mais la précipitation unilatérale de l'eau sur la croûte anhydre explique par une double action *la loi des antipodes*. Cette loi est bien réelle : car les terres occupent 0,29 de la surface totale; il devrait donc y avoir 29 pour 100 de chances de trouver à un point continental un antipode ter-

restre. Or il n'y a que 4,5 pour 100 de terres dans ce cas. L'effet antipodique est produit d'abord par la compensation hydrostatique qui fait surgir dans la région diamétralement opposée à la masse d'eau de l'océan austral une masse d'écorce équivalente en poids; puis par la convergence des sédiments poussés par les courants océaniques et qui tendent évidemment à se réunir dans la région diamétralement opposée à celle d'où émanent ces courants.

Les soubassements continentaux de la région boréale vont donc fournir un repère relativement fixe permettant de préciser, par l'effet antipodique, la région du Pacifique où s'est produit le premier envahissement de l'eau. Considérons une calotte sphérique dont la surface soit le quart de celle de la Terre et ayant par suite comme rayon polaire le rayon terrestre. On trouve qu'en plaçant près de Petrograd le pôle de cette calotte sphérique, elle contiendra 71,4 pour 100 de terres comprenant toute l'Europe, presque toute l'Asie, presque toute l'Afrique au nord de l'Équateur et l'Amérique du Nord au nord d'une ligne allant de Boston au mont Saint-Élie, c'est-à-dire avec les trois boucliers archéens du Canada, de la Scandinavie et de la Sibérie, tous les seuils continentaux peu ennoyés du nord Atlantique et de l'océan Arctique. L'antipode de cette région de forte concentration terrestre correspond dans le Pacifique sud à un pôle marin situé à 60° de latitude Sud et 150° de longitude Ouest Gr.

La dissymétrie boréale de l'Eurasie est donc bien la contre-partie de la dissymétrie du Pacifique, qui est la surface marine dépourvue d'îles la plus grande que l'on connaisse, soit parce que le fond est le plus anciennement consolidé, soit parce qu'il a été le plus balayé par les courants océaniques primitifs. Ces courants ont dû former des *fleuves torrentiels océaniques*. Comme le Niagara creuse son lit vers l'amont, le torrent océanique alimentant le Sud-Pacifique creusera l'Antarctide vers le pôle Sud : c'est la mer de Ross située, comme on pouvait le prévoir, au sud-ouest du pôle marin défini plus haut. A 180° de longitude du bassin Sud-Pacifique qui représente le maximum du déluge primitif, on devra trouver le minimum, c'est-à-dire aucune échancrure profonde de l'Antarctide et aucun océan débouchant vers le pôle Nord : c'est bien en effet ce que l'on constate pour l'océan Indien, d'ailleurs fermé vers le Nord par la dissymétrie boréale des soubassements continentaux.

Par contre, l'océan Atlantique, provenant du torrent marin qui a creusé en amont la mer de George IV dans l'Antarctide, présente au plus haut point le faciès de fleuve océanique puisqu'au niveau -2000^{m} sa largeur de 5000^{km} mesurée sur les parallèles est la même aux latitudes de Rio, du

cap Saint-Roch, des petites Antilles et de New-York, ce qui semble bien montrer la permanence de la cuvette profonde de cet océan.

On voit que tous les traits profonds de l'architecture terrestre sont interdépendants et reliés par des causes physiques très simples dès qu'on admet la notion du déluge austral primitif.

D'après Hayford, le niveau de compensation isostatique au-dessus duquel existent des différences systématiques de densité, entre les continents et les fonds sous-marins, est à une profondeur d'environ 114^{km}, double de celle où les matériaux terrestres sont en fusion : à cette première difficulté s'ajoute l'impossibilité de concevoir une action géologique s'étendant à une telle profondeur. La notion du déluge austral à 364° résout ces difficultés. En effet le transport par les courants océaniques des matériaux érodés et leur surimposition à la croûte boréale a pu être assez rapide pour qu'ils s'enfoncent à l'état solide jusqu'à -114^{km}, plus vite que la chaleur transmise à leur partie inférieure par le noyau ne pouvait les fondre. Ainsi c'est seulement sous les océans que la croûte, avec le temps, aurait augmenté d'épaisseur tandis que dans les soubassements continentaux l'écorce solide, d'abord de 114^{km} d'épaisseur, aurait diminué jusqu'à l'époque actuelle.

Une hauteur hypo-continentale de 114^{km} de matériaux sédimentaires correspond à 34^{km} sur toute la surface du globe. Les matériaux de l'écorce anhydre de chaleur spécifique 0,28 et de densité 2,70 se sont refroidis à la surface de 1000° entre 1200° et 200° en recevant le déluge primitif. Admettons qu'il en ait été ainsi jusqu'à 34^{km} de profondeur. Les calories enlevées à ces matériaux par l'eau diluvienne auraient suffi à vaporiser 33 fois la masse d'eau des océans correspondant à 3^{km} d'épaisseur moyenne. C'est comme s'il était tombé $33 \times 3 = 99^{km}$ d'épaisseur moyenne d'eau sur la Terre, ce qui explique facilement que cette masse diluvienne ait pu éroder 34^{km} d'épaisseur d'écorce solide.

Enfin la surimposition à la surface continentale de matériaux d'érosion lourds et métallifères, situés primitivement à la profondeur de 34^{km}, et la présence originelle de sédiments saturés d'eau et de minéralisateurs à la profondeur -114^{km} ont dû produire dans l'ère primaire une distillation intense vers la surface suivant les vues de MM. Termier et De Launay. Les bancs de roches imperméables formant toit du gigantesque alambic naturel ont ainsi concentré les gîtes métallifères seulement en certaines régions de la Terre, comme ils concentrent encore sur un petit nombre de cratères volcaniques les gaz et vapeurs des fumerolles provenant d'une grande aire souterraine.

SISMOLOGIE. — *Sur la localisation de l'épicentre d'un tremblement de terre.* Note (1) de M. B. Galitzine, présentée par M. Bigourdan.

La méthode que j'ai exposée récemment (2) à l'Académie, et qui permet de fixer la position de l'épicentre d'un tremblement de terre d'après les observations d'une seule station sismique, suscite encore quelque méfiance de la part de certains sismologues étrangers, qui ne l'estiment applicable qu'à des cas tout à fait exceptionnels et rares où la phase P est particulièrement développée.

C'est là une opinion tout à fait erronée, car tout dépend des appareils dont on se sert pour le but proposé.

C'est ce que montre le Tableau suivant où l'on donne :

1° Le nombre total de tremblements de terre (forts ou faibles) observés à Poulkovo pendant les quatre années 1912, 1913, 1914, 1915;

2° Le nombre de fois où l'on a pu déterminer l'azimut α et par suite, en connaissant Δ, localiser l'épicentre;

3° Le rapport des deux nombres en centièmes.

Année.	Total des tremblements de terre enregistrés.	Nombre de cas avec α.	Rapport.
1912	671	137	20 pour 100
1913	576	103	18 »
1914	475	72	15 »
1915	454	88	19 »

On voit que, en moyenne, pour 18 pour 100 de tous les tremblements de terre enregistrés à Pulkovo on a pu déterminer l'azimut. Il est difficile dès lors de prétendre que ce soient là des cas plutôt exceptionnels.

Le grand nombre de sismes observés chaque année à Pulkovo, loin de tout foyer sismique, montre, de plus, la grande sensibilité des appareils qui y sont installés; souvent le nombre de cas où l'on a pu déterminer l'azimut α dépasse *le nombre total* de sismes enregistrés dans certaines stations sismiques de l'étranger.

Dans ces dernières années, la Commission russe de Sismologie a entrepris une réorganisation complète de son réseau sismique; cette réorganisation

(1) Séance du 13 juin 1916.

(2) Voir p. 878 de ce Volume.

est presque terminée. Les stations simisques de premier ordre Tiflis (Tf), Taskent (Ts), Irkutsk (I), Ekaterinburg (E) et Makeevka (M) sont munies de sismographes apériodiques du même modèle que ceux de Pulkovo, et l'on y détermine tout à fait indépendamment la position des épicentres d'après la méthode décrite plus haut.

Date.	Rég. épicentrale.	Station.	φ.	λ.
1914. 5 mars.	Arménie.	P.	37° N	40° E
		E.	39	42
		Ts.	38	41
		Tf.	37	41
14 mars.	Japon.	P.	39° N	140° E
		E.	40	141
		I.	39	138
		Ts.	40	141
		M.	40	140
26 mai..	Près de la Nouvelle-Guinée.	P.	0° S	139° E
		E.	1	141
		I.	1	143
		Ts.	3	140
25 juin..	Sumatra.	P.	2° S	100° E
		E.	2	101
		I.	0	104
		Ts.	3	101
4 juillet	Au sud-est du Japon.	P.	20° N	138° E
		E.	20	137
		Ts.	20	137
4 août.	Tian-Chan.	P.	45° N	93° E
		E.	45	93
		I.	43	91
		Ts.	45	93
		Tf.	43	92
11 oct...	Baie de Bengale.	P.	13° N	95° E
		E.	13	95
		Tf.	13	93
17 oct...	Grèce.	P.	39° N	23° E
		E.	38	23
		Ts.	38	23
		Tf.	38	22
		M.	39	22
1915. 5 janv..	Près de Formose.	P.	28° N	122° E
		E.	28	122
		I.	28	122
13 janv..	Italie centrale. Avezzano.	P.	42° N	14° E
		E.	43	14
		I.	42	13
		Tf.	42	13
10 mars.	Célèbes.	P.	0° S	120° E
		E.	1° S	120
		I.	1° N	120
		Ts.	3° S	121
18 mars.	Abyssinie.	P.	16° N	37° E
		E.	16	40
		Ts.	17	39
		M.	16	38
4 juin..	Japon.	P.	41° N	144° E
		E.	42	144
		Tf.	40	147
22 juin..	Philippines.	P	11° N	120° E
		E.	11	123
		Ts.	9	122
3 août.	Nouvelle-Guinée.	P.	1° S	131° E
		E.	2	134
7 août.	Mer Ionienne.	P.	40° N	19° E
		E.	39	21
		Tf.	39	20
11 août..	Mer Ionienne.	P.	40° N	18° E
		E.	38	20
		Tf.	49	19

Afin de pouvoir juger de l'efficacité de cette méthode, je donne comme exemple, dans le Tableau précédent, les coordonnées des épicentres de

différents sismes observés pendant les années 1914 et 1915, telles qu'elles ont été déterminées individuellement par chaque station, et en me bornant aux cas où la première phase a été très nettement dessinée.

La première colonne donne la date du sisme, la deuxième la région épicentrale, la troisième le nom de la station sismique, la quatrième la latitude φ et la cinquième la longitude λ (à partir de Greenwich) de l'épicentre correspondant.

En consultant les chiffres de ce Tableau, nous voyons que, malgré l'extrême diversité d'origine des sismes observés, depuis la mer Ionienne, l'Arménie, le Turkestan, les îles de la Sonde, le Japon, etc., jusqu'à la Nouvelle-Guinée, à une distance d'environ 12000^{km} de Pulkovo, l'accord entre les valeurs de φ et λ données par différentes stations est en général des plus satisfaisants. Pour certains sismes, la concordance des résultats est parfois exceptionnellement bonne.

On peut donc en conclure qu'il ne saurait y avoir aucun doute sur l'applicabilité de cette méthode pour localiser les épicentres, si toutefois on dispose d'appareils adaptés à ce genre de recherches. Comme méthode tout à fait simple et d'un assez haut degré d'exactitude, elle peut manifestement rendre de bons services dans la sismométrie pratique.

PHYSIOLOGIE. — *Mesures de résistances par les décharges de condensateurs, en se servant d'un milliampèremètre sensible comme galvanomètre balistique.* Note [1] de M. G. BOURGUIGNON, présentée par M. Dastre.

I. Dans une série de recherches antérieures publiées dans les *Comptes rendus de la Société de Biologie* et ici même, j'ai montré que l'échec des tentatives de mesure de la chronaxie chez l'homme, à travers les téguments, était dû à la difficulté d'agir sur une résistance constante. Bien qu'en mettant une résistance additionnelle, d'environ 5000$^{\omega}$, en série avec le sujet, on trouve avec le courant continu une loi des voltages qui est une droite et s'écrit $V = a + bi$ [2], on ne peut corriger la résistance avec certitude pour l'emploi des condensateurs.

Pour éviter les modifications des tissus causées par la trop longue durée

---

[1] Séance du 22 mai 1916.

[2] G. BOURGUIGNON, *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 262.

du passage du courant continu, j'ai songé à lui substituer, pour la mesure de la résistance, la décharge des condensateurs.

II. *Conditions instrumentales.* — La table, le sujet et l'opérateur sont isolés du sol par des supports en porcelaine. Tous les instruments sont isolés sur ébonite. Tous les fils sont sous caoutchouc; ils ne forment aucune boucle, pour éliminer la self le plus possible. La source est une batterie d'accumulateurs de 200 volts. Le réducteur de potentiel est sans self.

Le milliampèremètre à cadran de Chauvin et Arnoux, construit spécialement, est gradué en 150 divisions, et possède trois sensibilités : 3, 15 et 75 milliampères.

Des solutions de SO^4Cu de 0,5 à 3 pour 100, contenues dans des tubes en U avec électrodes en cuivre électrolytique, constituent les résistances additionnelles sans self.

Trois jeux de ces résistances liquides forment, grâce à trois combinateurs, de véritables boîtes de résistances liquides. Par une combinaison très simple de commutateurs, on peut à volonté constituer un circuit simple ou un circuit dérivé. Le premier jeu de résistances liquides peut se mettre en série entre la source et la dérivation. Le deuxième jeu de résistances liquides constitue l'une des branches de la dérivation. L'autre branche est constituée par le sujet : le troisième jeu de résistances liquides peut à volonté s'ajouter dans la branche du sujet.

Dans chacune des trois portions du circuit on peut introduire ou retirer le galvanomètre; une résistance liquide égale à lui le remplace dans la portion d'où il est retiré. La résistance totale et celle de chaque branche de la dérivation restent donc constantes.

Deux boîtes de résistances étalon permettent de vérifier les résistances liquides et peuvent leur être substituées.

Ce dispositif permet de démontrer, sans faire aucun calcul de correction, à 0,01 de milliampère près sur 3 milliampères, ou à 0,05 de milliampère sur 15 milliampères toutes les lois des courants continus en circuit simple et en circuit dérivé. Les résistances liquides décrites ci-dessus se comportent comme des résistances métalliques.

III. *Emploi du milliampèremètre en balistique.* — Mis dans le circuit d'une bobine induite, le milliampèremètre donne rigoureusement la même déviation avec l'onde de fermeture et avec l'onde d'ouverture. On peut lire facilement la demi-division.

Ayant étalonné la bobine induite en quantités avec un galvanomètre balistique, je me servis de cette bobine pour étalonner le galvanomètre à cadran. Il ne faut pas se servir de déviations supérieures à 50 divisions, soit $\frac{1}{3}$ de l'échelle.

Connaissant l'intensité de l'inducteur et la résistance de l'induit, lors de l'étalonnage de la bobine, j'ai calculé le coefficient α de la formule

$$Q = \alpha \frac{I}{R}.$$

Il était possible ensuite de calculer Q pour l'intensité de l'inducteur et la résistance de l'induit choisies d'ailleurs aussi voisines que possible de celles qui avaient été employées lors de l'étalonnage de la bobine. La valeur de chaque division est de 4 mc.

Distance des bobines.	α.	I (inducteur).	R (induit).	$Q = \alpha \frac{I}{R}$.	Δ (nombre de divisions). F.	O.	$\frac{Q}{\Delta}$.
cm		amp	ω				mc
5......	0,640	1,4	8450	107,2	26	26	4,1
10......	0,173	1,4	8450	28,16	7	7	4,02
10......	0,173	1,4	3450	68,9	17	17	4,05

La vérification avec des condensateurs a donné des résultats concordants, ne dépassant pas 10000^{ω} de résistance et 4 mf :

Capacités.	Voltages.	R du circuit de décharge.	Δ (nombre de divisions).	$\frac{Q}{\Delta}$.
mf	v	ω		mc
2	100	150	50	4
1	100	10 000	25	4
0,2	100	5 000	5	4
2	50,5	10 000	26	4

IV. *Mesures de résistances avec les condensateurs.* — *a.* Préalablement, j'ai essayé de mesurer des résistances avec le courant induit, en tirant R de la formule $Q = \alpha \frac{I}{R}$.

Employant des résistances étalonnées, connaissant la résistance de la bobine (3300^{ω}) et celle du milliampèremètre (150^{ω}), j'ai retrouvé la valeur de la résistance du circuit induit à 2 pour 100 près.

b. Avec les condensateurs, on met deux résistances connues en dérivation. Introduisant le milliampèremètre successivement dans chaque branche, en y compensant sa résistance, les déviations sont inversement proportionnelles aux résistances. Considérant alternativement la résistance de chaque branche comme inconnue, on peut calculer l'autre par le rapport des déviations. L'erreur maxima a été de 4 pour 100.

C.	V.	Galvanomètre entre la source et la dérivation.	Première branche de dérivation. R.	Δ.	Deuxième branche de dérivation. R.	Δ.	R prise comme inconnue.	R calculée.
mf			ω	ω	ω	ω	ω	ω
4.....	32	32	5000	16	5000	16	5000	5000
4.....	32	32	10000	5,5	2000	26,5	10 000	9600
							2 000	2070

En faisant la même expérience avec les résistances liquides impolarisables, on constate qu'elles se comportent comme des résistances métalliques.

En intercalant dans le circuit les électrodes impolarisables en Ag et AgCl que j'ai proposées pour l'homme (Société de Biologie, 1913), on constate que, en prenant la précaution de faire toujours autant de passages dans un sens que dans l'autre, elles se comportent comme un conducteur métallique.

De cette étude, faite sans sujet dans le circuit, on peut tirer les conclusions suivantes :

1° Il est possible de faire des mesures de résistances avec une erreur maxima de 4 pour 100, au moyen des condensateurs et d'un milliampèremètre à cadran utilisé comme balistique, pourvu qu'il soit très sensible et employé dans les limites déterminées par l'expérience.

2° Les résistances liquides impolarisables et les électrodes impolarisables n'apportent, dans les conditions indiquées, aucune cause d'erreur dans la mesure des résistances par le procédé que je viens de décrire.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Pouvoir anticoagulant des colorants acides d'aniline vis-à-vis des matières albuminoïdes.* Note [1] de M. **A.-Ch. Hollande**, présentée par M. Henneguy.

Lorsqu'on ajoute à froid, à un sérum sanguin d'un animal, une solution aqueuse d'un colorant d'aniline, on constate que le colorant se comporte de façons différentes suivant qu'il est basique ou acide : il se forme dans le premier cas un abondant précipité ; dans le second cas, il ne se produit pas de précipité ou seulement un léger louche.

De plus, en additionnant un sérum d'une quantité suffisante d'un colorant acide, soit par exemple en mélangeant parties égales de sérum de bœuf et de rouge Congo en solution aqueuse à 2 pour 100, les albuminoïdes du sérum ne se coagulent plus à l'ébullition du liquide ; on peut même stériliser à l'autoclave à 120° sans que le milieu se coagule. Au contraire, avec un colorant basique, le précipité formé à froid au contact du sérum augmente par la chaleur et les albuminoïdes donnent naissance à un coagulum abondant.

D'autre part, lorsqu'on introduit dans un volume donné de sérum la

---

[1] Séance du 13 juin 1916.

quantité de colorant acide juste suffisante pour que les matières albuminoïdes ne se coagulent pas par l'ébullition du liquide, on remarque que, après refroidissement, le sérum se prend en une gelée transparente.

On obtient les mêmes résultats en traitant par des colorants acides des milieux albuminoïdes différents : ascite, liquides céphalo-rachidiens riches en albuminoïdes, liquides pleuraux, ovalbumine de la poule, etc.

Les colorants acides ne présentent pas tous le même pouvoir anticoagulant et il faut parfois, pour obtenir la non-coagulation à l'ébullition, ajouter à 1^{cm^3} d'un même sérum une dose deux fois plus forte d'un colorant par rapport à un autre; parmi ces colorants, je citerai par ordre de valeur : l'éosine soluble à l'eau, l'orange G, l'uranine, le rouge Congo, le vert lumière, etc.

La spécificité d'une substance albuminoïde en présence d'un colorant acide est modifiée lorsqu'on porte le liquide à l'ébullition : ainsi, on constate que des injections hypodermiques répétées à un lapin d'un mélange de blanc d'œuf (2^{cm^3}) et de rouge Congo (8^{cm^3}), portés à l'ébullition 10 minutes, ne déterminent pas l'apparition dans le sérum du lapin des précipitines spécifiques de l'ovalbumine comme le feraient les injections de l'ovalbumine pure et non chauffée.

Les agglutinines (sérum des typhiques, anti-sérums), les hémolysines (sérum de lapin anti-mouton), l'alexine (sérums humain, de cobaye) ne sont pas détruites par l'adjonction à froid d'un colorant acide.

Les combinaisons obtenues par l'action des colorants acides sur les matières albuminoïdes présentent des caractères propres; elles sont précipitées à froid par l'alcool éthylique à 90°, par l'acide azotique, par la solution de formol à 40 pour 100; l'acide acétique au dixième fournit un précipité rapidement soluble dans un excès de réactif; la soude décinormale ne détermine pas de précipité. Après saturation du mélange par le chlorure de sodium, on obtient un léger louche; avec le sulfate d'ammoniaque en excès, il se produit un abondant précipité. Dans ces différents cas, les précipités formés présentent la couleur du colorant acide et les liquides qui surnagent sont à peine teintés.

Ces diverses réactions indiquent que les colorants acides d'aniline se combinent réellement avec les matières albuminoïdes pour former des *acido-albumines* colorées de la couleur du colorant employé et non précipitables par la chaleur.

Le pouvoir anticoagulant des colorants acides vis-à-vis des matières albuminoïdes trouve son application dans la technique bactériologique.

En effet, l'emploi de colorants acides non toxiques, le rouge Congo par exemple, permet de stériliser les sérums à l'autoclave à 120° et de les utiliser comme milieux liquides pour les cultures microbiennes. Par l'addition de 1^{vol} d'une solution aqueuse à 2 pour 100 de rouge Congo à 2^{vol} de sérum, on obtient un mélange qui se gélifie au bout de quelques minutes à la température de 100°; ce mélange constitue un milieu de culture qui peut être stérilisé à l'autoclave à 120° sans perdre sa transparence.

Par suite de la non-coagulation du sérum, il devient également possible de déterminer d'une façon précise la température à laquelle sont détruits certains ferments et les diverses toxines qui, ordinairement, préexistent après la coagulation des matières albuminoïdes du sérum et dont l'étude est par cela même rendue souvent malaisée.

Outre ces divers résultats que procurent l'adjonction d'un colorant acide à une substance albuminoïde liquide, la formation d'acido-albumines avec les colorants acides d'aniline permet de supposer que, au cours de l'emploi des méthodes histologiques, les colorations obtenues avec l'éosine, l'orange G, etc., ne doivent pas toujours être considérées comme de simples phénomènes physiques (adsorption, dissolution, précipitation, etc.), mais aussi comme le résultat de la combinaison chimique de certaines matières albuminoïdes de la cellule avec le colorant acide employé.

En résumé, les colorants acides d'aniline peuvent se combiner avec les substances albuminoïdes en formant des acido-albumines colorées; celles-ci ne sont pas coagulées à la température de l'ébullition, ni même après stérilisation à l'autoclave à 120°, pendant 20 minutes. En mélangeant une matière albuminoïde soluble en proportion déterminée à un colorant acide, on obtient par l'action de la chaleur non plus un milieu liquide, mais une gelée transparente qui peut être portée à 120° sans changer de caractère. Le choix d'un colorant acide non toxique permet d'obtenir ainsi des milieux de culture utilisables en bactériologie.

Enfin, la propriété qu'ont les colorants acides de se combiner avec les matières albuminoïdes tend à faire admettre que les colorations obtenues en histologie avec ces derniers doivent être considérées comme le résultat de réactions physico-chimiques (éosinophilie, acidophilie) et non comme un phénomène purement physique (adsorption, dissolution, etc.).

HYGIÈNE. — *Sur un procédé colorimétrique utilisé par les Romains pour caractériser les eaux douces.* Note de M. **Michel Stephanides**.

La question qui vient de faire l'objet d'une Note de M. Trillat (¹) a déjà été traitée dans le paragraphe intitulé : *Essai des eaux par le vin*, à la page 400 de la brochure *Sur les eaux potables chez les anciens au point de vue physique et chimique* (²), que j'ai eu l'honneur d'adresser à l'Académie.

Sur la base des expériences concernant l'influence des diverses eaux sur le vin rouge, j'ai donné alors l'explication scientifique suivante du même passage d'Hippocrate (*Des airs*, etc., III, XXXVI) : « Αὐτὰ γὰρ (τὰ ὕδατα) ἐστι γλυκεὰ καὶ λευκὰ, καὶ τὸν οἶνον φέρειν ὀλίγον οἷά τέ ἐστι ». La couleur rouge du vin est due à l'œnocyanine, qui, en présence des substances alcalines, acquiert une coloration verte. C'est pour cela qu'une eau douce, c'est-à-dire une eau qui ne contient pas de substances alcalines, se colore facilement en rouge par le mélange de quelques gouttes de vin (καὶ τὸν οἶνον φέρειν ὀλίγον οἷά τέ ἐστι), tandis que l'eau dure en a besoin d'un plus grand nombre, et cela parce que les substances alcalines contenues décolorent une partie du vin, correspondante à leur quantité, ce qui donne à l'eau une légère teinte verte. J'ai signalé aussi cette ancienne méthode colorimétrique (qui est le premier pas de l'analyse volumétrique de la Chimie), comme un essai provisoire concernant les eaux potables. Le même essai est entendu probablement par Plutarque, quand, dans *Fr.*, XI, 59, il dit que « la meilleure eau est celle qui se mêle facilement avec le vin » (voir aussi *Athénée*, II, 46 *c*).

A 15 heures trois quarts l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 17 heures.

G. D.

(¹) *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 486.

(²) Extrait de la Revue Ἀθηνᾶ, t. II, 1901, p. 327-416, de la Société scientifique d'Athènes; voir encore la petite critique s'y rattachant, dans les Comptes rendus bibliographiques de la *Revue des Études grecques*, Paris, 1903, p. 296.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans les séances de mars 1916.

Essai d'interprétation d'une gravure mégalithique. Le grand support orné de la « Tables des Marchands », par Alf. Devoir. Extrait du *Bulletin de la Société archéologique du Finistère*, t. XXXVIII. Quimper, Cotonnec-Leprince, 1911; 1 fasc. in-8°. (Présenté par M. Villard.)

Témoins mégalithiques des variations des lignes des rivages armoricains, par Alf. Devoir. Extrait du *Bulletin de la Société archéologique du Finistère*, t. XXXIX. Quimper, Cotonnec-Leprince, 1912; 1 fasc. in-8°. (Présenté par M. Villard.)

Études de Lépidoptérologie comparée, par Charles Oberthür, fasc. XI (texte et portraits). Rennes, Oberthür, 1916; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. Villard.)

L'œuvre de Philippe van Tieghem, par Gaston Bonnier, Membre de l'Institut. Extrait de la *Revue générale de Botanique*, t. 26, 1914, p. 353. Nemours, imprimerie Henri Bouloi, 1915; 1 fasc. in-8°. (Présenté par l'auteur.)

Notes biographiques sur les chimistes ayant pris part à la fondation de la Société helvétique des Sciences naturelles, par Frédéric Reverdin. Genève, Société générale d'imprimerie, 1916; 1 fasc. in-12. (Présenté par M. Haller.)

Étude sur le mouvement d'une droite mobile dont trois points décrivent les trois faces d'un angle trièdre, par M. Gaston Darboux. Extrait du *Bulletin des Sciences mathématiques*, janvier et février 1916.

Travaux du laboratoire de Géologie de la Faculté des Sciences de Grenoble (1914-1915), t. XI, fasc. I. Grenoble, Allier frères, 1916; 1 fasc. in-8°.

Ministère de l'Intérieur; direction de l'Assistance et de l'Hygiène publiques. *Statistique sanitaire de la France pour l'année* 1910; *Rapport présenté au Ministre de l'Intérieur par le directeur de l'Assistance et de l'Hygiène publiques;— Id. pour l'année* 1911. Extraits du *Journal officiel* des 20 septembre 1912 et 11 décembre 1913; deux feuilles in-8°. — *Statistique sanitaire de la France* (2e Partie), *communes de moins de 5000 habitants et France entière*: année 1912. Melun, imprimerie administrative, 1915; 1 fasc. in-4°.

La résolution de l'équation de traction d'un véhicule en mouvement par le « puissance-mètre », par J. Carlier. Paris, *Le Génie civil*, 1915; 1 fasc. in-8°.

Royal Society of London. *Philosophical Transactions :* series B, vol. 207, p. 221-310; *The spread of the excitatory process in the vertebrate heart*, Parts I-V, by Thomas Lewis; — series B, vol. 207, p. 311-374; *The monotreme skull : a contribution to mammalian morphogenesis*, by D. M. S. Watson. London, published by the Royal Society, 1916; 2 fasc. in-4°.

Canada, Department of the interior. *Publications of the Dominion Observatory Ottawa*, Vol. II, nos 10, 11, 12, 13, 14. Ottawa, Government printing bureau, 1915; 5 fasc. in-4°.

Memoirs of the geological Survey of India. New series, Vol. VI, Memoir n° 1, Plates I to XII, *Supplementary Memoir on new ordovician and silurian fossils from the northern shan states*, by F. R. COWPER REED. Calcutta, sold at the office of the Geological Survey, 1915; 1 fasc. in-4°.

Geschichte der geologischen Kommission der schweizerischen naturforschenden Gesellschaft, von Dr AUGUST AEPPLI. Zürich, Zürcher und Furrer, 1915; 1 fasc. in-4°.

Beiträge zur geologischen Karte der Schweiz. Neue folge, XLIV. lieferung, des ganzen werkes 74. lieferung : *Monographie der Engadiner Dolomiten zwischen Schuls, Scanfs und dem Stilfserjoch*, von ALBRECHT SPITZ und GÜNTER DYHRENFURTH. Bern, A. Francke, 1915; 1 vol. in-4°.

Universidad nacional de la Plata Museo (Facultad de Ciencias naturales). *Revista del Museo de la Plata*, director SAMUEL A. LAFONE QUEVEDO, t. XIX, XX, XXII. Buenos-Aires, imprenta de Coni Hermanos, 1913; 3 vol. in-8°.

Boletin del Instituto geologico de Mexico, n° 32 : *La zona megaseismica Acambay-Tixmadedje, Estado de Mexico*, por FERNANDO URBINA y HERIBERTO CAMACHO. Mexico, imprenta y fototypia de la secretaria de fomento, 1913; 1 vol. in-4°.

The University of Minnesota. Bulletin n° 4 : *Bibliography of Minnesota Mining and Geology*, by WINIFRED GREGORY. Minneapolis, 1915; 1 fasc. in-8°.

Carnegie Institution of Washington. *Annual report of the director of the department of terrestrial magnetism.* Extracted from *Year-Book*, n° 14, *for the year* 1915, p. 311-342; 1 fasc. in-8°.

Cloacal Morphology in its Relation to Genito-Urinary and Rectal Diseases, by BENJAMIN MERRILL RICKETTS. Cincinnati, Ohio, 1916; 1 fasc. in-8°.

Transactions of the american philosophical Society, new series, Vol. XXII, Part 3. Philadelphia, 1915; 1 fasc. in-4°.

Journal of the Academy of natural Sciences of Philadelphia, second series, Vol. XVI, Part 2. Philadelphia, published by the Academy, 1915; 1 vol. in-4°.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 26 JUIN 1916.

PRÉSIDENCE DE M. CAMILLE JORDAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

PHYSIQUE. — *Sur la propagation du son à grande distance.* Note de M. G. BIGOURDAN.

J'ai signalé récemment [1] la possibilité d'entendre, de la banlieue sud de Paris, la canonnade du front. Cette indication m'a valu, d'un grand nombre de correspondants bénévoles que je m'empresse de remercier, des observations analogues, d'où il résulte que cette canonnade est perçue très loin.

On l'entend, en effet, jusque dans les localités suivantes, en allant du Nord au Sud et de l'Ouest à l'Est :

Fécamp, Le Havre, Villers-sur-Mer, Pont-l'Évêque, Argentan, Alençon, Châteaudun, environs d'Orléans, Cravant au sud d'Auxerre, Semur (Côte-d'Or), Dijon et même jusque dans la Nièvre.

On n'a pu identifier le point de départ du bruit sur le front, et moins encore son origine propre; néanmoins il résulte de là que ce bruit s'entend au moins à 200^{km} et parfois à 250.

Beaucoup d'observateurs se refusaient d'abord à placer aussi loin l'origine des bruits qu'ils ont notés; sans doute d'ailleurs le plus souvent ces bruits ont été d'abord entendus fortuitement; aussi peut-on porter sans crainte à 250^{km} et peut-être notablement plus loin, la distance à laquelle on entendrait normalement cette canonnade, en l'écoutant attentivement; et il serait intéressant de savoir si elle n'est pas encore sensible jusque sur des

---

[1] Voir page 928 de ce Volume. Les passages du Soleil au méridien, donnés au bas de la page 929, sont relatifs au méridien de Greenwich, et non de Paris.

lignes enveloppant la précédente et dont l'une passerait, par exemple, par Bayeux, Laval, Tours, Bourges, Nevers, le Creusot, etc.

Des observateurs assez nombreux pensent que ce bruit s'est propagé par le sol ou par les eaux.

Il est possible, probable même, qu'une partie de ce bruit se propage par le sol et une autre par l'air. Parmi les causes, on peut, en effet, citer les suivantes :

1° L'explosion de la charge du canon;

2° L'onde de choc produite par l'obus sillonnant l'air;

3° L'explosion de l'obus à une grande hauteur, comme dans le tir contre avion;

4°, 5°, 6° L'explosion de l'obus à la fin de sa course, soit dans l'air et près du sol, soit à la surface même, soit enfin à plusieurs mètres de profondeur;

7° L'explosion de mines.

Pour les observateurs qui veulent faire des observations scientifiquement utilisables, il est indispensable d'éviter les indications vagues; beaucoup disent, par exemple, qu'ils entendent très souvent, depuis plusieurs mois, etc. : cela est manifestement insuffisant.

BOTANIQUE. — *Origine historique de la canne à sucre et du sucre de canne.* Note de M. **Armand Gautier**.

De l'Ouvrage du Dr Teizo Iwai, médecin de la Cour impériale, traduit du japonais par le Dr Le Goff, Ouvrage que nous présentons aujourd'hui à l'Académie, nous extrayons la plupart des renseignements suivants relatifs à l'origine d'un produit de consommation devenu universel.

La Chine a été l'un des premiers pays où la canne à sucre fut cultivée et le sucre produit; il était obtenu en exposant le suc de canne au soleil.

Les conquêtes d'Alexandre le firent connaître aux Grecs, et Dioscoride, au premier siècle de notre ère, cite déjà le *saccharon* dans sa *Matière médicale*.

C'est de l'Inde et de la Chine que ce produit se répandit dans l'Extrême-Orient; la culture de la canne à sucre y avait été importée de l'Inde et particulièrement du Bengale au temps de l'empereur T'ai-tsong de la dynastie des T'ang, en l'an 627 de l'ère chrétienne.

Marco-Polo, qui voyageait dans ces contrées vers 1250, constate que le Bengale est le pays des épices, du gingembre et de la *canne à sucre*.

Le sucre de canne était déjà consommé en Chine sous le règne de l'impératrice Kô-Ken en 749 de notre ère, de là le sucre fut introduit au Japon plus de 100 ans après. Mais il ne fut importé en Europe que bien plus tard, après les croisades.

Les Européens plantèrent la canne à sucre, venue par les galères vénitiennes, en Italie, en Sicile, à Madère; en 1566, Pierre d'Arrança la transporta à Hispaniola et Saint-Domingue d'où elle passa rapidement dans toute l'Amérique espagnole.

Avant le sucre de canne, et encore aujourd'hui, on sucrait les aliments au Japon avec l'*Amé* préparé par fermentation sucrée de l'orge et du riz; le *Mitsu* ou miel, employé aussi chez nous, et l'*Amatsura*, sirop de macération dans l'eau de certaines plantes sucrées : le *Gynostemma pentaphylla* (Cucurbitacées) et les jeunes pousses d'*Amatcha* (*Hydrangea Hortensia*) (Saxifragées).

MÉDECINE. — *Prédispositions, innées ou acquises, en matière de contagion tuberculeuse.* Note de M. L. LANDOUZY.

Dans le dernier numéro des *Comptes rendus*, notre Maître à tous, M. A. Chauveau ([1]), fait la remarque, d'après ma Communication du 13 juin 1916 ([2]), que, « n'ayant point entièrement dépouillé le vieil homme, je crois toujours au privilège des sujets que j'ai désignés sous le nom de *candidats à la tuberculose*, ou de prédisposés ».

Je confesse croire et, qui pis est, enseigner qu'il y a des « candidats à la tuberculose », si, par cette expression on entend que, parmi cent individus de même race, de même âge, de mêmes apparences de santé, vivant de même manière et le même temps dans les mêmes milieux bacillisés-tuberculisants; il en est, parmi cette centaine d'individus, certains qui souscriront quasi fatalement à la bacillose, tandis que d'autres y échapperont avec autant de bonne chance que les premiers individus auront eu de malchance de contagion. Ces malchanceux sont, du reste, pour nous reconnaissables à certains indices, humoraux ou tissulaires, qui « signent »

([1]) *Microbiologie pathogénique et Hygiène sociale* (*Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 952).

([2]) *Observation sur la Note de M. A. Chauveau* (*Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 903).



la facilité relative plus grande qu'ont les humeurs de ces néo-tuberculeux à cultiver le bacille de Koch, et muer leur bacillose en tuberculose.

En Phtisiologie humaine, cette facilité plus grande d'être infecté s'observe assez fréquemment, soit innée, soit acquise. La facilité plus grande (il ne s'agit, bien entendu, que d'une question de degré) des « prédisposés » est l'apanage d'états organiques et fonctionnels justement appréciables à quelques particularités innées ou acquises des individus.

Certaines particularités *acquises*, c'est-à-dire certaines viciations organiques et fonctionnelles, sont l'apanage de l'alcoolique, en tant qu'intoxiqué. L'élément *pathogénique* est bel et bien l'intoxication; c'est pourquoi nous avons dit, le professeur Hayem « *la tuberculose se prend sur le zinc* », et moi « *l'alcoolisme fait le lit à la tuberculose* ».

Au premier rang des viciations organiques et fonctionnelles, apparaissent la dyspepsie gastro-intestinale, les lésions dégénératives nerveuses, vasculaires, hépatiques, rénales et glandulaires, qui, entre autres défaillances, amènent la défaillance phagocytaire. Pareils troubles de nutrition, d'origine alcoolique, font que, dans le même milieu, le cabaretier buveur se défend moins contre la tuberculose que sa femme et sa fille vivant sobrement à ses côtés. Si le milieu infecté a été le même pour le ménage, les éléments *pathogéniques* n'ont pas été pareils. Les bacilles, dans l'espèce, s'attaquant à l'homme et à la femme, ont eu à faire à deux individualités différenciées au point de vue humoral et tissulaire, le mari étant intoxiqué d'alcool, et la femme point. D'où des nuances relevées en Clinique chez le mari, comme chez la femme :

1° Dans le temps, pour ainsi parler, d'incubation de l'infection bacillaire, temps moindre pour le mari;

2° Dans la manière d'évoluer et de se localiser; le mari ayant grandes chances de faire une bacillose hépatique et pulmonaire, tandis que la femme fera de la pleurésie ou de la phtisie pulmonaire.

Du reste, il est, en matière de prédispositions *innées*, des faits enregistrés par la Pathologie générale autrement saisissants. Toujours, dans le relatif, rien de plus intéressant, vis-à-vis de la tuberculose, que certaine prédisposition dénoncée aux yeux avertis des médecins et des vétérinaires par le pelage de certains hommes, comme par le pelage de certaines espèces animales.

La prédisposition bacillaire, *in aere parisiensi*, est incontestable, par exemple, chez le *Vir rufus*, chez l'homme dont la peau blanche, fine, trans-

parente, marbrée de veinules, souvent tachetée de macules; l'iris bleu; le système pileux soyeux, de couleur rouge, rousse ou blond-doré; les formes, plutôt graciles et élégantes, semblent être l'apanage.

Cette prédisposition pour le terrain que j'ai appelé *Vénitien* (¹) se rattache à tout un ensemble de particularités constitutionnelles qui marchent de pair avec la finesse de la peau et le soyeux du système pileux. Ce que, dans cet ordre d'idées, ni l'analyse histologique, ni l'analyse chimique n'arrivent à différencier, chez le *Vénitien*, les affinités et les réactions bacillaires parviennent à le déceler.

M. Trasbot, à propos des Bovidés A PELAGE BLANC OU TRÈS CLAIR, ne nous a-t-il pas appris, il y a longtemps déjà, que ces vaches moins rustiques étaient plus fréquemment phtisiques que les bêtes robustes et de couleur foncée (²).

Récemment, en 1910, Guérin, vétérinaire de l'Institut Pasteur de Lille et collaborateur de Calmette, dans son Mémoire *Sur les terrains prédisposés à la tuberculose*, écrivait :

« Parmi les races blondes de Bovidés, celles qui marquent une tendance nette au blondissement spontané (albinisme), ou dont la pigmentation évolue vers le blond roux, teinte comparable au blond vénitien chez l'homme, ont une prédisposition certaine à contracter la tuberculose. Ces sujets transmettent aux produits des croisements auxquels ils sont soumis une part de leur réceptivité. »

Dans l'ordre des prédispositions ACQUISES il est, en Phtisiologie humaine, des faits également suggestifs : telles, par exemple, la prédisposition des anciens variolisés; la prédisposition des individus trachéotomisés dans l'enfance pour une atteinte de croup, chose si fréquente il y a 20 ans, avant que fussent connus et le sérum de Roux et le tubage.

Dans une statistique faite il y a 33 ans, sur plus de 300 malades porteurs de cicatrices de variole, examinés par moi, j'en comptais 11 seulement, soit 3 pour 100, qui ne fussent pas convaincus de tuberculose.

Pour ce qui est des adolescents TRACHÉOTOMISÉS DANS LEUR ENFANCE, la preuve

---

(¹) Pour rappeler les cheveux blonds comme les blés et les belles parures, si chers aux Maîtres de l'École vénitienne, témoins les *Noces de Cana*, au Louvre; le *Triomphe de Venise*, au palais des Doges; l'*Amour sacré et profane*, de la villa Borghèse.

(²) L. LANDOUZY, *Rapport à la IXᵉ Conférence internationale contre la Tuberculose*; Bruxelles, 1910, p. 80.

de la prédisposition *acquise* est donnée, en France, par ce fait que, parmi les adultes passant devant les Conseils de Revision, on compte, à titre tout à fait exceptionnel, les recrues dont le cou porte la trace d'une trachéotomie... : si on les compte à titre exceptionnel, c'est qu'elles ont disparu par tuberculose avant leur vingtième année.

En dehors de la pratique hospitalière, où ma remarque ne s'est jamais trouvée en défaut, j'ai vu en consultation une dizaine de jeunes gens et jeunes filles adolescentes, trachéotomisés dans l'enfance pour croup diphtérique. Les plus âgés touchaient à la dix-huitième année; tous étaient atteints de tuberculose pulmonaire avancée ou commençante, tandis que l'enquête menée sur la famille disait les frères et les sœurs indemnes.

Je ne connais, depuis de très longues années que mon attention est attirée sur ce point, qu'une femme, aujourd'hui grand'mère, d'apparence bien portante, ayant toujours vécu dans le meilleur confort, que j'ai trachéotomisée en 1870; c'est une exception, souvent citée, qui confirme la règle.

Cette manière, pour les alcooliques, pour les vénitiens, pour les ex-trachéotomisés, comme pour les variolisés, d'arriver à la tuberculose *au choix*, quand nous autres nous y arriverions *à l'ancienneté*, si nous vivions intensivement dans les milieux bacillifères-tuberculisants, nous conduit tout naturellement à l'étude, en Pathologie générale, *des terrains* au regard de l'étude de *la graine*.

Les facilités ou les difficultés que met à germer la bacillose de Koch sur tel ou tel terrain (dont les constituants varient avec la race, l'espèce, l'individu) n'ont pas lieu de surprendre le phtisiologue, quand, de par la Pathologie générale humaine, animale et végétale, il connaît, pour d'autres maladies parasitaires et infectieuses, nombre de prédispositions ou d'immunités, inhérentes à des terrains qu'ont appris à différencier les médecins, les vétérinaires et les botanistes.

Rappellerai-je l'*aptitude* de l'enfance et de l'adolescence pour la teigne tondante, et la quasi-immunité conférée au même individu devenu adulte, pour la trichophytie, qui ne pourra plus désormais l'atteindre que sous forme d'herpès circiné ou de mentagre.

Rappellerai-je l'aptitude de la peau des arthritiques à se laisser couvrir de *pityriasis versicolor*.

Ne sommes-nous pas instruits, par les belles recherches expérimentales de notre illustre confrère A. Chauveau, sur la prédisposition ou l'immunité de certaines races de moutons vis-à-vis du sang de rate.

Que dirai-je de l'aptitude déplorable des Anglais, même implantés depuis

longtemps en France, pour la scarlatine et ses formes malignes dont, au XVII[e] siècle, Sydenham nous donnait une description à laquelle les épidémiologistes de nos Alliés n'ont rien trouvé à reprendre.

Rappellerai-je que la race nègre reste presque indemne au cours des épidémies de fièvre jaune, et que les nègres exceptionnellement atteints ont des formes peu graves.

Puisque je professe soigner non la tuberculose, mais des tuberculeux; puisque je professe qu'il n'y a pas de maladies mais des malades, je ne puis, envisageant les parasites, abstraire ceux-ci des terrains sur lesquels ils tombent, comme ferait une graine, pour y germer vite et fort, ou bien y germer lentement et mal.

Les races, les espèces, les individus se différencient donc par certaines de leurs aptitudes, de leurs prédispositions ou de leurs immunités, en vertu de particularités constitutionnelles INNÉES OU ACQUISES, humorales et tissulaires, relevant encore de l'*impondéré*, comme de l'*indosé*.

Pour ce qui est du variolisé, au visage *marqué* de cicatrices, ne se trouve-t-il pas, au lendemain de sa fièvre éruptive, pourvu d'un état constitutionnel nouveau? Trois choses l'attestent : l'immunité conférée vis-à-vis de la variole; l'immunité vis-à-vis de la vaccine; l'affinité conquise vis-à-vis de la tuberculose. Sans la variole, le terrain primitif se serait refusé à souscrire à la contagion bacillaire, comme font, dans la même lignée, les père et mère, les frères et sœurs du variolisé, alors que tous, vivant de la même vie familiale, partageant même habitat, ayant même régime alimentaire et même hygiène générale, ont tous couru les mêmes risques de la contagion tuberculeuse.

La matérialité du nouvel état constitutionnel du variolisé, pris pour exemple, ne s'accuse-t-elle pas par la prédisposition à la tuberculose? Ici encore, l'élément pathogénique appartient à l'intangible, à l'impondéré, à l'indosé, échappant au cytologiste le plus averti, à l'hématologiste le plus exercé, comme au chimiste le plus perspicace.

C'est même en ce sens que la recherche et l'étude de la facilité ou de la résistance des animaux et des végétaux aux infections sont des plus suggestives pour le Biologiste; et cela, qu'il s'agisse d'épidémies, d'épizooties ou d'épiphyties.

M. GASTON BONNIER fait hommage à l'Académie du troisième Volume de la *Flore complète, illustrée en couleurs, de France, Suisse et Belgique*, dont il est l'auteur.

Ce Volume comprend la description des espèces pour la presque totalité des Papilionacées, pour les Césalpinées et pour les différents genres de Rosacées jusqu'au genre *Rosa*; il est illustré de 60 planches en couleurs représentant toutes les espèces, sous-espèces et un certain nombre de variétés.

Comme dans les Volumes précédents, le texte renferme la description complète de toutes les plantes et de leurs variations, avec leurs synonymes, leurs noms vulgaires en diverses langues, leurs applications agricoles, horticoles, apicoles, industrielles, forestières, médicales et de chimie végétale; leur distribution géographique, leur extension en altitude, les habitats et les terrains où elles croissent de préférence.

A la suite de la description des Papilionacées, se trouve une étude sur les liaisons qui peuvent s'établir entre les genres de ce grand groupe de plantes, accompagnée d'un schéma qui exprime ces liaisons.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Correspondant pour la Section d'Anatomie et Zoologie, en remplacement de M. *Jean Perez*, décédé.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 41,

M. Ramon y Cajal	obtient.	36 suffrages
M. Grasset	»	3 »
M. Boulenger	»	1 suffrage
M. Brachet	»	1 »

M. **Ramon y Cajal**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est élu Correspondant de l'Académie.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Correspondant pour la Section de Médecine et Chirurgie, en remplacement de M. *Zambaco*, décédé.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 37,

M. Morat	obtient	28 suffrages
M. Grasset	»	9 »
M. Ch. Nicolle	»	2 »

M. **Morat**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est élu Correspondant de l'Académie.

CORRESPONDANCE.

ANALYSE VECTORIELLE. — *Quelques formules importantes dans les applications.* Note de M. RICHARD BIRKELAND, présentée par M. Appell.

Soient u, v, w, k quatre fonctions de x, y, z continues uniformes avec leurs dérivées partielles du premier ordre dans un volume V limité par une surface S; $d\tau$ un élément de volume de coordonnées x', y', z'; $d\sigma$ un élément de surface et ν le nombre $+1$ ou -1. Nous envisageons les intégrales triples et doubles

$$(1)\quad \left\{\begin{aligned} P &= \int_V \left(\frac{\partial w'}{\partial y'} - \nu\frac{\partial v'}{\partial z'}\right) k'\,d\tau + \int_S (w'\beta' - \nu v'\gamma')\,k'\,d\sigma,\\ Q &= \int_V \left(\frac{\partial u'}{\partial z'} - \nu\frac{\partial w'}{\partial x'}\right) k'\,d\tau + \int_S (u'\gamma' - \nu w'\alpha')\,k'\,d\sigma,\\ R &= \int_V \left(\frac{\partial v'}{\partial x'} - \nu\frac{\partial u'}{\partial y'}\right) k'\,d\tau + \int_S (v'\alpha' - \nu u'\beta')\,k'\,d\sigma,\\ \Phi^{(\nu)} &= -\int_V \left(\nu\frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{\partial v'}{\partial y'} + \frac{\partial w'}{\partial z'}\right) k'\,d\tau - \int_S (\nu u'\alpha' + v'\beta' + w'\gamma')\,k'\,d\sigma, \end{aligned}\right.$$

étendues au volume V et à la surface S. Les u', v', w', k' désignent les valeurs de u, v, w, k dans l'élément de volume $d\tau$ ou dans $d\sigma$ et α', β', γ' les cosinus directeurs de la normale intérieure au point $d\sigma$ de S. En intégrant les intégrales triples par parties il vient

$$(2)\quad \left\{\begin{aligned} P &= -\int_V \left(w'\frac{\partial k'}{\partial y'} - \nu v'\frac{\partial k'}{\partial z'}\right) d\tau,\\ Q &= -\int_V \left(u'\frac{\partial k'}{\partial z'} - \nu w'\frac{\partial k'}{\partial x'}\right) d\tau,\\ R &= -\int_V \left(v'\frac{\partial k'}{\partial x'} - \nu u'\frac{\partial k'}{\partial y'}\right) d\tau. \end{aligned}\right.$$

Désignons par $M(x, y, z)$ un point à l'intérieur ou à l'extérieur de V. Soit k' une fonction des différences $x - x'$, $y - y'$, $z - z'$ telle que

$$\frac{\partial k'}{\partial x'} = -\frac{\partial k}{\partial x}, \qquad \frac{\partial k'}{\partial y'} = -\frac{\partial k'}{\partial y}, \qquad \ldots$$

Nous obtenons alors de (2)

$$\frac{\partial R}{\partial y} - \nu\frac{\partial Q}{\partial z} = -\nu\int_V u'\,\Delta k'\,d\tau - \frac{\partial}{\partial x}\int_V\left(\nu u'\frac{\partial k'}{\partial x'} + v'\frac{\partial k'}{\partial y'} + w'\frac{\partial k'}{\partial z'}\right)d\tau,$$

$\Delta k'$ étant le symbole de Laplace. La seconde intégrale triple à droite est égale à $\Phi^{(1)}$; il vient donc

$$\frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial x} + \frac{\partial R}{\partial y} - \nu\frac{\partial Q}{\partial z} = -\nu\int_V u'\,\Delta k'\,d\tau. \tag{3}$$

Nous obtenons de la même manière les deux formules analogues

$$\left\{\begin{aligned} &\frac{\partial \Phi^{(2)}}{\partial y} + \frac{\partial P}{\partial z} - \nu\frac{\partial R}{\partial x} = -\nu\int_V v'\,\Delta k'\,d\tau,\\ &\frac{\partial \Phi^{(3)}}{\partial z} + \frac{\partial Q}{\partial x} - \nu\frac{\partial P}{\partial y} = -\nu\int_V w'\,\Delta k'\,d\tau, \end{aligned}\right. \tag{4}$$

$\Phi^{(2)}$ et $\Phi^{(3)}$ étant déduits de $\Phi^{(1)}$ en permutant x', y', z' et en changeant une fois $\nu u'$, v', w' en u', $\nu v'$, w' et une fois en u', v', $\nu w'$. Nous choisissons pour k' la solution particulière de l'équation de Laplace $\Delta k' = 0$

$$k' = \frac{1}{r}, \qquad r = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}.$$

Dans le cas où le point M est à l'intérieur de V il faut envisager le volume V' compris dans le volume initial V et extérieur à une petite sphère Σ autour de M. La surface limitant V' est composée de S et de la surface Σ de la sphère.

Sur cette sphère nous avons

$$r = \text{const.}, \qquad x - x' = -\alpha' r, \qquad y - y' = -\beta' r, \qquad z - z' = -\gamma' r.$$

L'intégrale de surface dans (3) prise sur la surface Σ devient donc

$$\int_\Sigma\Big[(\nu u'\alpha' + v'\beta' + w'\gamma')\frac{x-x'}{r^3} - (v'\alpha' - \nu u'\beta')\frac{y-y'}{r^3} + \nu(u'\gamma' - \nu w'\alpha')\frac{z-z'}{r^3}\Big]d\sigma = -\frac{\nu}{r^2}\int_\Sigma u'\,d\sigma.$$

Nous obtenons donc, lorsque le rayon r de la surface tend vers zéro,

$$-4\pi\nu u(x, y, z).$$

Les deux formules (4) donnent des résultats analogues; il vient

$$(5)\qquad \left\{\begin{array}{l} \left.\begin{array}{r}4\pi\nu u(x,y,z)\\ 0\end{array}\right\} = \dfrac{\partial\Phi^{(1)}}{\partial x} + \dfrac{\partial R}{\partial y} - \nu\dfrac{\partial Q}{\partial z}, \\ \left.\begin{array}{r}4\pi\nu v(x,y,z)\\ 0\end{array}\right\} = \dfrac{\partial\Phi^{(2)}}{\partial y} + \dfrac{\partial P}{\partial z} - \nu\dfrac{\partial R}{\partial x}, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots, \end{array}\right.$$

suivant que le point $M(x, y, z)$ est à l'intérieur ou à l'extérieur de V.

Il est facile de démontrer que *ces formules subsistent encore s'il existe dans* V *des surfaces de discontinuité pour les dérivées partielles de* u, v, w. Mais si le vecteur $\overline{q}(u, v, w)$ est discontinu, il faut ajouter des termes complémentaires faciles à trouver.

Pour $\nu = -1$, nous avons les formules donnant les déformations infiniment petites en chaque point $M(x, y, z)$ par les valeurs que prennent dans le volume V les six fonctions caractéristiques $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial v}{\partial y}$, $\frac{\partial w}{\partial z}$, $\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}$, $\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}$ et $\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}$ et les déformations des éléments de la surface S. Pour $\nu = 1$, nous avons les valeurs d'un vecteur $\overline{q}(u, v, w)$ en chaque point M par les valeurs que prennent dans le volume V les tourbillons et les divergences du vecteur $\overline{q}$ et les valeurs de $\overline{q}$ sur la surface. Je reviendrai sur ces deux problèmes dans un Mémoire. On peut donner des résultats analogues dans le cas de deux variables x et y. Je profite de l'occasion pour retirer une proposition énoncée par moi sur le mouvement d'une particule électrisée dans un champ magnétique (séance du 19 août 1912) qui n'est malheureusement pas exacte dans la généralité énoncée.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la recherche des fonctions primitives.* Note (¹) de M. N. **Lusin**, présentée par M. Hadamard.

1. Je voudrais, si l'Académie me le permet, exposer les résultats de ma Thèse russe, *Intégrale et série trigonométrique* (Moscou, 1915).

Dans une Note (²) présentée en 1912, j'ai énoncé les théorèmes :

(¹) Séance du 19 juin 1916.

(²) *Sur les propriétés des fonctions mesurables* (*Comptes rendus*, t. 154, 1912, p. 1688-1691).

I. *Aucune fonction continue* $\mathfrak{F}(x)$ *n'a* $\frac{d\mathfrak{F}}{dx} = +\infty$ *ou* $\frac{d\mathfrak{F}}{dx} = -\infty$ *pour un ensemble de points de mesure* non nulle.

II. *Si* $f(x)$ *est mesurable dans un intervalle et partout finie, sauf peut-être les points d'un ensemble de mesure nulle, il existe une fonction* $\mathfrak{F}(x)$ *continue dans l'intervalle entier, telle qu'elle admette* $f(x)$ *pour dérivée ordinaire, sauf peut-être aux points d'un ensemble de mesure nulle.*

Les démonstrations de ces théorèmes ont paru en russe (*Recueil de la Soc. math. de Moscou*, 1911). Le premier a été retrouvé récemment par M. Denjoy dans son fort intéressant *Mémoire sur les nombres dérivés* (*Journ. de Math.*, 1915). Le but de cette Note est la démonstration du second théorème.

2. Lemme. — *Si* $\Phi(x)$ *est continue dans l'intervalle* (a, b), *il existe toujours une fonction* $\Psi(x)$ *continue dans* (a, b) *jouissant des propriétés :*

1° $\Psi'(x) = 0$ *presque partout dans* (a, b); 2° $\Psi(a) = \Phi(a)$, $\Psi(b) = \Phi(b)$; 3° $|\Psi(x) - \Phi(x)| < \varepsilon$ *dans* (a, b), $\varepsilon > 0$ *aussi petit qu'on veut.*

Passons maintenant à la démonstration du théorème fondamental II.

3. *Éléments de la primitive.* — La fonction donnée $f(x)$ étant mesurable (L) et finie presque partout dans $(0, 1)$, il existe, en vertu de la « C-propriété » des fonctions mesurables (Note citée, p. 1688), une suite d'ensembles parfaits non denses $P_1, P_2, \ldots, P_n, \ldots$ jouissant des propriétés :

1° Les ensembles P_i et P_j $(i \neq j)$ n'ont pas de points communs; 2° $\text{Mes.}(P_1 + P_2 + P_3 + \ldots + P_n + \ldots) = 1$; 3° La fonction $f(x)$ est continue dans P_n (relativement à P_n), $n = 1, 2, 3, \ldots$.

Désignons par $\delta_\lambda^{(n)}$ $(\lambda = 1, 2, 3, \ldots)$ les intervalles contigus à P_n; soit λ_n assez grand pour qu'on ait, n étant donné, $\sum_{i=\lambda_n+1}^{\infty} \text{Mes.}\,\delta_i^{(n)} < \text{Mes.}\,P_n$.

Supprimons de $(0, 1)$ les intervalles $\delta_1^{(n)}, \delta_2^{(n)}, \ldots, \delta_{\lambda_n}^{(n)}$; les points restants sont ceux de certains intervalles $\Delta_1^{(n)}, \Delta_2^{(n)}, \ldots, \Delta_{\lambda_n-1}^{(n)}$ de longueur totale inférieure à $2\,\text{Mes.}\,P_n$; soit $g_n > 0$ le plus petit des nombres positifs $\text{Mes.}\,\Delta_1^{(n)}, \ldots, \text{Mes.}\,\Delta_{\lambda_n-1}^{(n)}$.

Considérons la fonction $f_n(x)$ égale à $f(x)$ pour x dans P_n, et à zéro ailleurs; soit $\Phi_n(x) = \int_0^x f_n(x)\,dx$ (au sens de M. Lebesgue); $\Phi_n(x)$ est continue dans $(0, 1)$ et constante dans chacun des intervalles $\delta_\lambda^{(n)}$.

Formons enfin (lemme précédent) une fonction $\Psi_n(x)$ continue dans (o, 1) et jouissant des propriétés :

1° $\Psi_n(x) = \Phi_n(x)$ dans les λ_n intervalles $\delta_1^{(n)}, \delta_2^{(n)}, \ldots, \delta_{\lambda_n-1}^{(n)}$; 2° $\Psi'_n(x) = 0$ presque partout dans (o, 1); 3° $|\Psi_n(x) - \Phi_n(x)| < \frac{g_n}{2^n}$ dans (o, 1).

Posons maintenant

$$\mathfrak{F}_n(x) = \Phi_n(x) - \Psi_n(x);$$

$\mathfrak{F}_1(x), \ldots, \mathfrak{F}_n(x), \ldots$ jouissent évidemment des propriétés suivantes :

1° $\mathfrak{F}_n(x)$ est continue dans (o, 1); 2° $|\mathfrak{F}_n(x)| < \frac{g_n}{2^n}$ dans (o, 1); 3° $\mathfrak{F}_n(x) = 0$ dans les λ_n intervalles $\delta_1^{(n)}, \delta_2^{(n)}, \ldots, \delta_{\lambda_n}^{(n)}$; 4° $\mathfrak{F}'_n(x) = f(x)$ presque partout dans l'ensemble P_n; 5° $\mathfrak{F}'_n(x) = 0$ presque partout en dehors de P_n.

Cela posé, définissons une fonction $\mathfrak{F}(x)$ par l'égalité suivante :

$$\mathfrak{F}(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \mathfrak{F}_n(x). \tag{1}$$

$\mathfrak{F}(x)$ est continue, en vertu de 1° et 2°, dans (o, 1). Nous allons démontrer que *cette fonction $\mathfrak{F}(x)$ est une primitive de $f(x)$*.

4. *Les dérivées $\mathfrak{F}'_n(x)$*. — Nous avons (4°, 5°) $\mathfrak{F}'_n(x) = f(x)$ dans P_n, sauf aux points d'un ensemble K_n de mesure nulle; $\mathfrak{F}'_n(x) = 0$ en dehors de P_n, sauf sur un ensemble L_n de mesure nulle. Désignons par S l'ensemble-somme $\sum(K_n + L_n)$, Mes. S = o. En chaque point x non appartenant à S, toutes les fonctions $\mathfrak{F}_1(x), \mathfrak{F}_2(x), \ldots, \mathfrak{F}_n(x), \ldots$ ont des dérivées, lesquelles sont nulles, sauf une et une seule, égale à $f(x)$.

5. *L'ensemble fondamental* R. — Soit $U_i^{(n)}$ un intervalle qui a même milieu que $\Delta_i^{(n)}$ et de longueur 3 Mes. $\Delta_i^{(n)}$. Soit E_n l'ensemble des points qui appartiennent à l'un des $\lambda_n - 1$ intervalles $U_1^{(n)}, U_2^{(n)}, \ldots, U_{\lambda_n-1}^{(n)}$. On a Mes. $E_n \leq 3 \sum_{i=1}^{i=\lambda_n-1}$ Mes. $\Delta_i^{(n)} < 6$ Mes. P_n. Soit T un ensemble-limite complet des ensembles $E_1, E_2, \ldots, E_n, \ldots$. La série $\sum_{n=1}$ Mes. E_n étant convergente, on a Mes. T = o. Enlevons du domaine (o, 1) tous les points de S et de T, et appelons *ensemble fondamental* l'ensemble R restant. Mes. R = 1.

6. *Existence de la primitive*. — Tout revient à montrer que $\mathfrak{F}(x)$ admet $f(x)$

pour dérivée en chaque point ξ de R. Or

$$\frac{\mathcal{F}(\xi+h)-\mathcal{F}(\xi)}{h}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\mathcal{F}_n(\xi+h)-\mathcal{F}_n(\xi)}{h}.$$

ξ appartient à un nombre *fini* d'ensembles E_i, étant en dehors de T. On peut donc déterminer un nombre N tel que ξ n'appartienne pas à $E_N, E_{N+1}, \ldots$, donc appartienne à l'un des intervalles $\delta_1^{(n)}, \delta_2^{(n)}, \ldots, \delta_{\lambda_n}^{(n)}$ pour chaque $n \geqq N$: d'où (d'après 3°) $\mathcal{F}_n(\xi)=0$, $n \geqq N$, et

$$\sum_{n=N+1}^{\infty}\frac{\mathcal{F}_n(\xi+h)-\mathcal{F}_n(\xi)}{h}=\sum_{n=N+1}^{\infty}\frac{\mathcal{F}_n(\xi+h)}{h}.$$

Supposons que $|\mathcal{F}_n(\xi+h)|>0$ pour n déterminé ($n \geqq N$). Dans ce cas (3°), le point $\xi+h$ est extérieur à $\delta_1^{(n)}, \delta_2^{(n)}, \ldots, \delta_{\lambda_n}^{(n)}$, donc intérieur à un des intervalles $\Delta_1^{(n)}, \Delta_2^{(n)}, \ldots, \Delta_{\lambda_n-1}^{(n)}$. Or ξ est extérieur à E_n, par conséquent extérieur à $U_1^{(n)}, U_2^{(n)}, \ldots, U_{\lambda_n-1}^{(n)}$. De là $|h|>g_n$. D'autre part (2°), on a $|\mathcal{F}_n(\xi)|<g_n : 2^n$. On en déduit

$$\left|\sum_{n=N+1}^{\infty}\frac{\mathcal{F}_n(\xi+h)}{h}\right| \leqq \sum_{n=N+1}^{\infty}\frac{|\mathcal{F}_n(\xi+h)|}{|h|}<\sum_{n>N}\frac{g_n}{g_n 2^n}<\frac{1}{2^N}.$$

Il vient donc

$$\left|\frac{\mathcal{F}(\xi+h)-\mathcal{F}(\xi)}{h}-\sum_{m=1}^{m=N}\frac{\mathcal{F}_m(\xi+h)-\mathcal{F}_m(\xi)}{h}\right|<\frac{1}{2^N},$$

pour N fixe et h arbitraire. h tendant vers zéro, les quatre nombres dérivés de $\mathcal{F}(x)$ en ξ ont une différence $<\frac{1}{2^N}$ avec la somme $\sum_{m=1}^{m=N}\mathcal{F}_m(\xi)$, égale rigoureusement à $f(\xi)$ pour N assez grand. Par suite, ces nombres dérivés sont égaux à $f(\xi)$, c'est-à-dire que $\mathcal{F}'(\xi)=f(\xi)$.

ÉLECTRICITÉ. — *Détermination du pouvoir thermo-électrique au moyen du galvanomètre différentiel.* Note [1] de M. C. **Benedicks**, présentée par M. H. Le Chatelier.

1. Dans une Note antérieure [2] j'ai indiqué une méthode thermo-électrique se basant sur une observation publiée en 1887 par M. Trouton. Cependant, déjà un peu plus tôt, M. H. Le Chatelier [3] a observé (sur l'iodure d'argent) un phénomène rapproché qui a été utilisé par M. O. Boudouard [4] et par M. Le Chatelier [5] lui-même pour l'étude des aciers. On mesure, entre deux fils de platine insérés dans les extrémités de l'échantillon, la force électromotrice qui tient aux différences accidentelles de températures, pendant le chauffage ou le refroidissement.

Or cette méthode, comme l'a fait remarquer M. H. Le Chatelier, présente un inconvénient sérieux : la différence de température n'étant pas contrôlée, même « le sens du courant observé au moment de la transformation peut varier d'un essai à l'autre ».

Dans cette Note je me propose de montrer comment les inconvénients de cette méthode Le Chatelier peuvent être éliminés.

2. Essentiellement, la question revient à la détermination exacte et continue de la différence de température Δt entre deux points donnés d'un échantillon bon conducteur. L'emploi d'un couple thermo-électrique ordinaire à deux soudures n'est pas praticable, puisqu'on n'a pas la liberté de aire le contact mé tallique avec l'échantillon qu'à l'une des soudures. C'est pourquoi on a ordinairement recours à deux couples séparés, dont on lit successivement les forces électromotrices; en faisant la soustraction, on obtient Δt.

Cependant, rien n'empêche de joindre ces deux couples séparés *aux deux circuits d'un galvanomètre différentiel :* on obtiendra ainsi Δt directement, avec une précision bien plus grande et d'une manière plus commode, même si l'état thermique est soumis à des variations irrégulières.

---

(1) Séance du 19 juin 1916.

(2) *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 297.

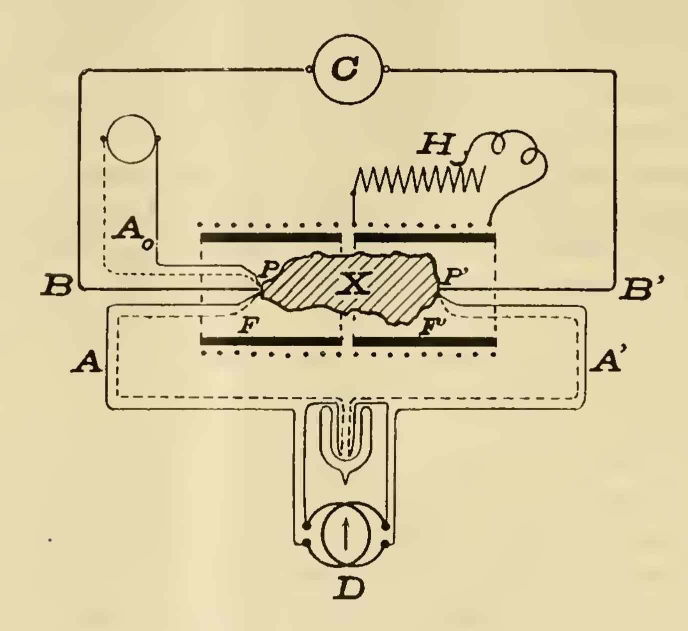
(3) *Comptes rendus*, t. 102, 1886, p. 917.

(4) *Revue de Métallurgie*, t. 1, 1904, p. 80.

(5) *Revue de Métallurgie*, t. 1, 1904, p. 134.

Il n'est pas nécessaire que les deux circuits du galvanomètre soient identiques : en effet, les différences éventuelles entrent dans le calibrage nécessaire.

3. En mettant à profit cette méthode de mesurer directement des différences de températures (procédé qui, autant que je sache, n'a pas été employé jusqu'ici, et qui pourra être utilisé lorsqu'il s'agit de la détermination de conductibilité thermique, etc.), je me suis servi, pour l'étude des



alliages (Bi, Sb), de l'arrangement expérimental suivant (voir la figure).

X, l'échantillon à étudier, se trouve dans un petit four électrique dont la température n'est pas uniforme. Aux deux points P, P' de X sont reliés les deux fils B, B' du métal contre lequel le pouvoir thermo-électrique e est à déterminer comme fonction de la température. L'appareil de compensation (ou galvanomètre) C permet de lire la force électromotrice ΔE.

La différence de température Δt entre P et P' est obtenue au moyen des couples A et A', reliés au galvanomètre différentiel D.

Enfin la température t de P se lit au moyen du couple A_0.

Le quotient $\Delta E : \Delta t$ fournit directement le pouvoir thermo-électrique e à la température t [— n. b., si l'on a choisi pour D un instrument (à haute résistance) suffisamment sensible pour mesurer sûrement une différence Δt de l'ordre 5° ou 10° C.].

L'exactitude de e dépend de ce que les soudures A, A' sont localisées exactement à l'endroit des contacts B, B'. Afin d'éliminer cette source d'erreurs éventuelles, la tem-

pérature autour de P et de P′ est égalisée par des tubes de cuivre F, F′ dont la différence de température est réglée à volonté au moyen d'un rhéostat H, en dérivation avec la moitié du fil chauffant.

4. En somme : la détermination exacte du pouvoir thermo-électrique comme fonction de la température et, généralement, de la différence de température instantanée entre deux points d'un corps bon conducteur, est beaucoup facilitée par l'emploi de deux couples thermo-électriques reliés aux circuits d'un galvanomètre différentiel.

GÉOLOGIE. — *Sur le volcanisme dans le littoral portugais au nord du Tage.* Note de M. **Paul Choffat.**

Dans le littoral portugais, entre Lisbonne et Torres-Vedras, il existe, en stratification discordante entre le Turonien et le Burdigalien marin, un complexe de roches basaltiques surmonté d'un massif d'argiles rouges avec conglomérats (Couches de Bemfica).

D'après sa position et d'autres caractères, cet ensemble est à considérer comme Paléogène, mais les Couches de Bemfica n'ont pas fourni de fossiles et la nappe basaltique n'a fourni que des coquilles terrestres et quelques ossements de très petite taille, ne permettant ni les uns ni les autres de fixer l'âge des couches qui les contiennent.

Entre Torres-Vedras et Alcobaça l'érosion n'a laissé subsister que des vestiges insignifiants de la nappe basaltique et, au nord de cette dernière localité, le Turonien est recouvert par des roches détritiques : conglomérats, marnes rouges et grès, contenant sporadiquement des amas de basalte décomposé, non remanié. Sur un point ce complexe a fourni quelques *Bulimus Ribeiroi* Tournouer, espèce fréquente dans la nappe basaltique de Lisbonne.

Le plus grand affleurement de la nappe basaltique forme un arc s'étendant de l'ouest de Lisbonne au nord-est, et ayant le Tage comme coude.

Le Tertiaire se trouve à l'intérieur de cet arc, constituant un morceau de la bordure du bassin d'affaissement du Tage, tandis qu'à l'extérieur l'érosion a mis à jour le Jurassique et le Crétacique, en ne laissant subsister que de rares témoins du Turonien et de la nappe basaltique.

Cette région est coupée de l'Ouest à l'Est par la chaîne Cintra-Caneças, chaîne minuscule qui, dans son ensemble, est un anticlinal limité au Nord et au Sud par des bassins synclinaux de Crétacique contenant tous deux de

nombreux affleurements de roches éruptives sous forme *de remplissage d'ouvertures d'émission* (dykes et necks) et *d'intrusions* (sills, laccolithes, batholithes). Nous avons donc trois grandes catégories de formes volcaniques dont la distinction et la distribution ont pu être faites grâce au levé géologique de ces régions à l'échelle de 1 : 20000.

Les roches éruptives sont moins abondantes dans les régions qui s'étendent au nord de Torres-Vedras; elles s'y trouvent surtout dans les aires typhoniques sous forme de bosses et de dykes.

Cette Note est consacrée à l'étude de la nappe basaltique : elle est formée par une alternance de coulées de lave et de couches irrégulières, plus ou moins stratifiées, provenant en partie de matériaux de projection, en partie de dépôts de matériaux charriés par les eaux. Au nord-est de Lisbonne, où l'on observe la plus grande puissance qui paraît être de 400^m, il y a sept coulées principales de basalte alternant avec autant d'assises de roches plus ou moins meubles.

Le basalte de la nappe basaltique présente une structure variant de la roche compacte, presque vitreuse, à la structure à gros grain; tantôt la pâte est homogène et ne laisse pas distinguer de phénocristaux à la loupe, tantôt les phénocristaux d'olivine ou d'augite sont très nombreux et atteignent une grande taille.

Ce basalte présente parfois l'aspect de gros prismes irréguliers, mais ils sont fendillés et tombent par morceaux; je ne connais de prismes intacts que dans le remplissage des cheminées.

Le mode de décomposition est fort varié. Tandis que le basalte compact se débite en morceaux irréguliers et en terre noirâtre, certaines couches, soit exposées à la surface, soit protégées par des coulées de basalte compact, se décomposent en roches bigarrées ou en roches grises, mais il est évident que la roche primitive n'a pas été la même que celle qui forme les coulées de basalte compact.

Les amygdales sont abondantes aussi bien dans le basalte foncé, généralement décomposé, que dans une roche rouge, sorte d'argile très dure. Elles sont parfois assez nombreuses pour que la roche qui les contient puisse être considérée comme d'anciennes *scories*.

Les roches de projection sont abondantes sur certains points des environs de Lisbonne : ce sont des agglomérats (cinérites) avec brèches d'amygdaloïdes, des tufs de grain de diverses grandeurs, des roches argileuses ayant l'aspect de la bauxite sans en avoir la composition, des tufs de projection et des tufs calcaires. Les premières contiennent de rares laves cordiformes et

des bombes peu caractéristiques, et par places, même au milieu des brèches à amygdaloïdes, de nombreuses coquilles terrestres : *Bulimus* (*Plecocheilus?*) *Ribeiroi* Tournouer, *Bulimus? Olisiponensis* Tournouer, *Buliminus Carnaxidensis* Cotter, *Pupa? Tournouëri* Cotter, *Helix? basaltica* Roman M. S.

Je ferai remarquer qu'il n'y a aucune analogie entre les *Bulimus* de la nappe basaltique et ceux du Sénonien portugais, tandis que, d'après M. Repelin, les premiers auraient des affinités avec les *Bulimus* du Crétacique supérieur de la Provence.

PALÉONTOLOGIE. — *Sur l'origine des figures losangiques des lames dentaires d'éléphants loxodontes.* Note de M. SABBA STEFANESCU.

Mes recherches sur ce sujet m'ont conduit aux résultats suivants :

I. Les figures losangiques que forment les lames dentaires d'éléphants loxodontes ne sont pas des losanges proprement dits, car la diagonale des angles médians est oblique sur la diagonale des angles extrêmes.

II. Chez les molaires inférieures, dont je m'occupe d'abord, la diagonale des angles médians est oblique d'avant en arrière et de dedans en dehors, de sorte que les angles qu'elle unit se trouvent situés l'un à droite et l'autre à gauche du plan de symétrie bilatérale longitudinale de la molaire.

III. Presque toujours l'angle médian antérieur est plus proche du bord interne, tandis que l'angle médian postérieur est plus proche du bord externe de la molaire.

IV. On sait déjà que chaque angle médian de la figure losangique correspond à une proéminence ou carène verticale située sur la face respective de la lame dentaire. Au fur et à mesure que l'usure des carènes qui se font face progresse, les angles médians des figures losangiques voisines s'approchent et finalement arrivent à confluer.

V. La forme des figures losangiques est très variable; quelquefois il n'y a qu'un seul des deux angles médians bien marqué, l'autre étant émoussé et même absent. Tantôt c'est l'angle antérieur qui s'émousse ou disparaît, tantôt c'est l'angle postérieur, et il arrive aussi que les deux angles s'émoussent et disparaissent à la fois. Dans ces divers cas, la figure perd son aspect caractéristique, devient plus ou moins triangulaire, rectangulaire, ovalaire ou elliptique allongée; son aspect dépend de l'usure plus ou moins avancée de la lame dentaire qui l'engendre.

VI. Pour trouver l'origine des figures losangiques des lames dentaires des molaires d'éléphants, j'ai étudié la manière dont se ramifient les tubercules congénères des collines dentaires des molaires de Mastodontes bimolophodontes et spécialement de *Mastodon Arvernensis* Croizat et Jobert, dont je possède des molaires recueillies dans les couches tertiaires de Roumanie. J'ai constaté que, chez les molaires inférieures, les deux tubercules congénères d'une même colline sont spécialisés différemment, à savoir : *les tubercules externes se ramifient et s'infléchissent en arrière, c'est-à-dire vers la partie postérieure de la molaire, tandis que les tubercules internes se ramifient et s'avancent transversalement vers le milieu de la molaire ou se ramifient et s'infléchissent en avant, vers sa partie antérieure.*

VII. Si par une ligne droite on unit les dernières ramifications des deux tubercules congénères de la même colline et par une autre ligne droite on unit ces deux tubercules eux-mêmes, on obtient les diagonales d'une figure losangique caractérisée exactement comme l'est la figure losangique des lames d'éléphants loxodontes. Il s'ensuit que les collines des Mastodontes bimolophodontes et les lames dentaires d'éléphants loxodontes sont parfaitement homologues, et l'homologie se poursuit jusque dans les moindres détails. *On doit donc admettre que chaque colline et chaque lame sont formées de deux tubercules congénères qui se ramifient et s'infléchissent d'après le même plan et qui par l'usure engendrent une figure losangique, dont les angles médians occupent les mêmes positions par rapport au plan de symétrie longitudinale de la molaire.*

VIII. L'homologie des ramifications des tubercules de la colline et des carènes de la lame est de plus mise en évidence par le fait suivant :

Quelquefois les carènes sont proéminentes, mais restent entièrement incorporées à la lame — dans ce cas les angles médians qu'elles forment par l'usure ont l'aspect de lobes, d'anses ou de coins; d'autres fois les carènes se détachent de la lame vers leur sommet, sur une distance plus ou moins grande, et s'isolent comme des branches cylindriques ou digitiformes — dans ce cas, par l'usure, elles donnent d'abord des sections circulaires ou ovalaires isolées et ensuite des lobes, des anses ou des coins. Ces branches digitiformes isolées sont parfaitement homologues aux ramifications des tubercules des collines et sont très fréquentes chez les lames d'*Elephas* (*Loxodon*) *planifrons* Falconer, qui est considérée comme étant la plus primitive espèce d'*Elephas*.

IX. La confluence des angles médians des figures losangiques voisines se

fait absolument de la même manière chez les collines et chez les lames, mais à cause de l'alternance des tubercules congénères des collines, il en résulte parfois de fausses collines en forme d'S couché. Chaque fausse colline est formée de deux tubercules qui ne sont plus congénères, car chacun d'eux appartient à l'une des deux collines voisines.

X. Quoique l'alternance des tubercules congénères des collines soit regardée par les paléontologistes comme caractéristique des molaires de *Mastodon Arvernensis* (¹), cette alternance ne caractérise pas seulement une espèce, mais un groupe de Mastodontes bimolophodontes, car on la rencontre aussi chez les molaires de *Mastodon Sivalensis* Cautley, *M. Perimensis* Falc. et Cautley, *M. Pandionis* Falc. et *M. longirostris* Kaup (²).

XI. L'alternance des tubercules congénères des collines, d'après mes observations, est due à l'inégalité de croissance des deux moitiés longitudinales de chaque molaire; *chez les molaires inférieures, la moitié interne croît plus rapidement que la moitié externe*. Cette inégalité de croissance existe aussi chez les molaires d'éléphants et provoque aussi chez ces molaires l'alternance des tubercules congénères, mais à cause de l'abondance du ciment qui sépare les lames et qui s'oppose au déplacement des tubercules, l'alternance n'étant pas très ample, le fait a échappé complètement aux investigations des paléontologistes.

XII. Tous ces détails inédits nous conduisent à la conclusion que c'est dans le groupe des Mastodontes bimolophodontes qu'on doit chercher l'origine du genre *Elephas* et non pas dans le groupe des Mastodontes zygolophodontes; par conséquent, le phyllum : *Mastodontes zygolophodontes* — *Mastodon latidens* → *Stegodon* → *Elephas*, admis par Abel (³), n'est pas naturel, et puisque *les lames de Stegodon sont zygolophodontes*, *tandis que les lames d'Elephas sont bimolophodontes*, le phyllum *Stegodon* → *Elephas* n'est pas naturel non plus. Pour ces raisons j'admets les deux phyllums suivants, basés uniquement sur la similitude des collines et des lames dentaires, à savoir :

Mastodontes ↗ *bimolophodontes* → *Elephas*,
Mastodontes ↘ *zygolophodontes* → *Stegodon*.

(¹) Zittel, *Traité de Paléontologie*, t. 4, p. 464.

(²) *Fauna Antiqua Sivalensis*, illustrations, 5ᵉ partie, fig. 36 et 37. — *Palæontologia Indica*, 10ᵉ série, vol. 1, fig. 35 et 41.

(³) O. Abel, *Die vorzeitlichen Säugetiere*, 1914, p. 201 et 203.

XIII. Nous arrivons à la même conclusion par l'étude des molaires supérieures, mais il y a à observer que chez ces molaires c'est l'inverse de ce qui a lieu chez les molaires inférieures, *car c'est la moitié externe qui croît plus rapidement et ce sont les tubercules externes qui se ramifient et s'avancent tranversalement vers le milieu ou s'infléchissent en avant, vers la partie extérieure, tandis que les tubercules internes se ramifient et s'infléchissent en arrière, vers la partie postérieure de la molaire.*

ZOOLOGIE. — *Sur l'incubation chez l'*Actinia equina *L. à l'île de San Thomé* (*golfe de Guinée*). Note de M. **Ch.-J. Gravier**, présentée par M. Bouvier.

La plupart des exemplaires d'*Actinia equina* L. que j'ai recueillis à San Thomé en 1906 ([1]) contenaient, à l'intérieur de leur cavité gastrovasculaire, des embryons et de jeunes individus à des stades très variés de développement. L'un d'eux, de Fernão Dias (au nord de l'île), abritait 23 jeunes individus de taille et apparemment d'âges très divers. Il possédait, au-dessous du pharynx, une très spacieuse cavité incubatrice où se logeaient les jeunes les plus évolués, serrés les uns contre les autres. En certaines régions, les cloisons de divers ordres ne se sont pas développées normalement en largeur vers le centre, pour laisser la place aux jeunes en incubation. Le plus grand de ceux-ci a une colonne de 12^{mm} de diamètre et 9^{mm} de hauteur; il est pourvu de 94 cloisons, c'est-à-dire que le quatrième cycle est pour ainsi dire complet. Le plus petit de tous a $0^{mm},8$ de diamètre; les autres avaient des dimensions comprises entre ces deux extrêmes. C'est seulement chez les jeunes qui ont environ 5^{mm} de diamètre que les tentacules deviennent un peu apparents; ces appendices ne se montrent à l'état d'extension que chez les plus grands individus. Les embryons se développent entre les cloisons; à mesure qu'ils grandissent, ils gagnent sans doute la région centrale de la mère, où ils se ménagent peu à peu une vaste cavité incubatrice. D'autres exemplaires de la même espèce d'Actinie provenant d'autres points de la côte de San Thomé (Bella Vista, Porto Alegre) donnent lieu aux mêmes remarques.

Dans nos régions, l'*Actinia equina* L. est incubatrice. En général, les embryons ne restent pas dans l'organisme maternel au delà du stade à 12 tentacules disposés en deux cercles. Cependant, Lacaze-Duthiers rapporte qu'on voit aussi de jeunes Actinies pourvues de 24 et même 48 tentacules se fixer promptement après leur sortie, sans beaucoup se déplacer.

([1]) Cf. *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 847.

Jules Haime, en 1854, avait observé des faits du même ordre. Dans les régions tempérées, les autres Actinies incubatrices se comportent d'une façon analogue à celle de l'*Actinia equina* L. Mais, dans les mers arctiques, les jeunes des genres *Rhodactinia* et *Actinostola* acquièrent un grand développement avant de quitter l'abri protecteur. Ainsi, dans un exemplaire de *Rhodactinia crassicornis* (O.-F. Müller), de la mer de Behring, qui avait 80 tentacules, Carlgrén a trouvé un jeune qui en avait 76. Si l'on remarque, en outre, qu'un certain nombre de formes localisées exclusivement, soit dans les mers septentrionales, soit dans l'océan Antarctique et appartenant à diverses familles, possèdent des poches incubatrices spéciales, on peut être tenté de voir quelque relation entre ces dispositions particulières et la protection à accorder aux jeunes dans un milieu où la lutte pour l'existence est sévère, où la température se maintient souvent, pendant de longues périodes, au voisinage et même au-dessous de 0°C. Mais cette manière de voir est contredite par l'existence de formes incubatrices équatoriales des couches superficielles de l'Océan et par le fait que chez l'*Actinia equina* L., en pleine zone torride, à la surface de la mer, les choses se passent exactement comme chez le *Rhodactinia crassicornis*, dans la mer de Behring.

En sectionnant transversalement le jeune individu de 12^{mm} de diamètre contenu dans l'exemplaire de Fernão Dias dont il est question plus haut, pour en étudier l'anatomie, j'ai aperçu immédiatement à divers niveaux, entre les cloisons, plusieurs embryons à différents états de développement; d'autres, plus petits que les précédents, sont situés au voisinage immédiat de la sole pédieuse. La même observation a été faite sur d'autres individus jeunes, eux-mêmes en incubation.

Il semble qu'on soit en présence ici de trois générations emboîtées l'une dans l'autre. Si l'on étudie les coupes transversales minces en série faites dans les grands individus logés dans les cavités incubatrices et contenant eux-mêmes de jeunes embryons, on n'y trouve pas trace de formation de cellules sexuelles. Il y aurait ici, à un certain point de vue, quelque chose de comparable à ce qu'on voit chez certains Tuniciers (Botryllidés) et chez certains Insectes diptères (*Chironomus*, *Cecidomya*) dont les larves peuvent engendrer d'autres larves à l'intérieur de leur propre corps. *A priori*, le fait serait d'autant moins surprenant que, chez les Actinies, la multiplication ou reproduction asexuée se manifeste sous des formes variées : scissiparité longitudinale, scissiparité transversale, bourgeonnement, lacération ou fragmentation.

Toutefois, cette hypothèse ne peut être émise qu'avec la plus grande réserve, parce que la question de la présence de jeunes embryons dans

la cavité gastrovasculaire de l'*Actinia equina* L. demeure encore fort obscure. Les auteurs qui ont étudié le développement de cette espèce, notamment Lacaze-Duthiers et Jourdan, n'ont jamais vu un seul individu en état de gestation possédant à la fois des ovules et des vésicules mâles, faciles à distinguer par leur coloration. Lacaze-Duthiers pensait que l'espèce est hermaphrodite, qu'il n'y avait pas synchronisme dans la formation des éléments reproducteurs et que la fécondation devait s'effectuer dans l'ovaire même. Faurot, qui a suivi avec tant de soin l'évolution de plusieurs espèces incubatrices, se rallie à cette opinion. De plus, la fécondation doit se faire en plusieurs temps; sinon, il est difficile d'expliquer la coexistence, dans une même cavité incubatrice, de tant d'individus de tailles aussi différentes les unes des autres, comme chez l'exemplaire de Fernão Dias dont j'ai parlé précédemment. Quant à l'hypothèse du passage d'embryons d'individus producteurs ou « mères physiologiques » dans des individus protecteurs ou « mères adoptives », on ne saurait l'admettre, pas plus que Lacaze-Duthiers ne l'a fait; les jeunes embryons, dont la faculté de locomotion est médiocre, sont beaucoup plus sédentaires que leurs congénères plus avancés dans leur développement.

Il se peut que les jeunes embryons, qui vivent à l'intérieur d'individus plus évolués et eux-mêmes en incubation, soient de la même génération que ceux-ci, à l'intérieur desquels ils auraient pénétré à un stade précoce de leur développement, à l'état de planula, par exemple, quand ils se déplaçaient dans la cavité gastrovasculaire de leur mère commune. Les derniers nés, au lieu de poursuivre leur croissance dans l'organisme maternel, grandiraient à l'intérieur de leurs aînés. Quoi qu'il en soit, il n'est pas sans intérêt de remarquer que l'*Actinia equina* L., à San-Thomé, à l'équateur et à la surface de la mer, incube plus longuement les jeunes que dans les eaux tempérées de nos régions, à la manière de certaines formes de l'océan Glacial arctique. Dans l'état actuel de nos connaissances, il n'est pas aisé d'entrevoir l'explication de ce fait. L'étude de cette Actinie n'a guère été faite, jusqu'ici, que durant la belle saison, de juin à septembre; il faudrait l'étendre dans le temps et dans l'espace, à toute l'année et à des exemplaires vivant à différentes latitudes.

A 16 heures un quart, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 17 heures un quart.

A. Lx.

FIN DU TOME CENT-SOIXANTE-DEUXIÈME.

COMPTES RENDUS

DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

TABLES ALPHABÉTIQUES.

JANVIER — JUIN 1916.

TABLE DES MATIÈRES DU TOME 162.

A

ANATOMIE.

ASTRONOMIE.

B

BIOLOGIE.

CHIMIE BIOLOGIQUE.

CHIMIE INORGANIQUE.

CHIMIE ORGANIQUE.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE.

CHIMIE PHYSIQUE.

CHIMIE VÉGÉTALE.

CHIRURGIE.

CRISTALLOGRAPHIE.

D

E

ELECTRICITÉ.

F

G

GÉOLOGIE.

H

I

L

M

MAGNÉTISME.

MATHÉMATIQUES.

MÉCANIQUE.

MÉDECINE.

MÉTÉOROLOGIE.

MICROBIOLOGIE.

MINÉRALOGIE.

N

O

OPTIQUE.

P

PALÉONTOLOGIE.

PHYSIOLOGIE.

PHYSIQUE.

R

S

T

U

V

Z

ZOOLOGIE.

TABLE DES AUTEURS.

A

B

C

D

E

F

H

J

K

L

M

N

Q

R

S

T

V

W

Y

Z

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES
57855 Paris. — Quai des Grands-Augustins, 55.



